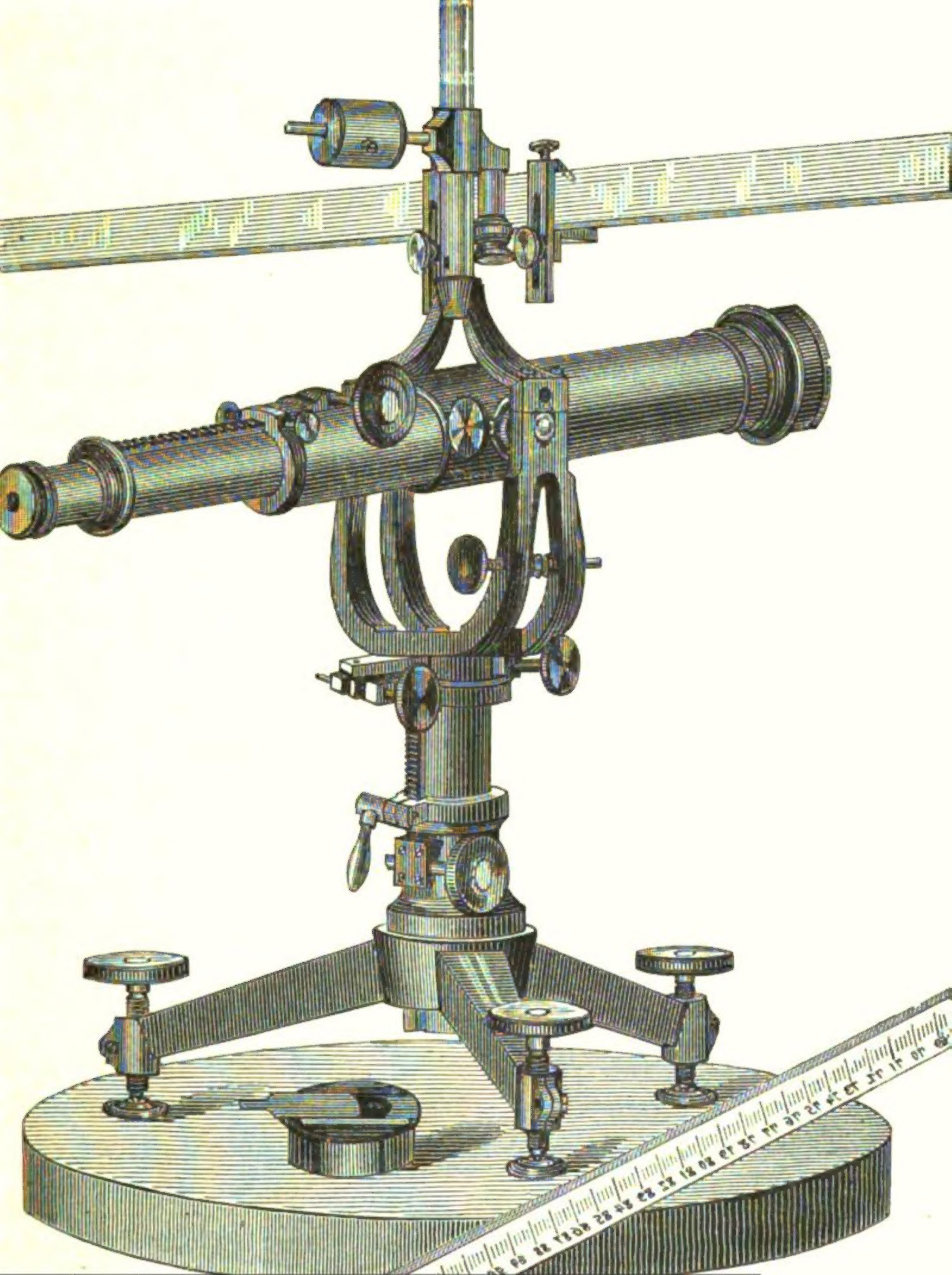
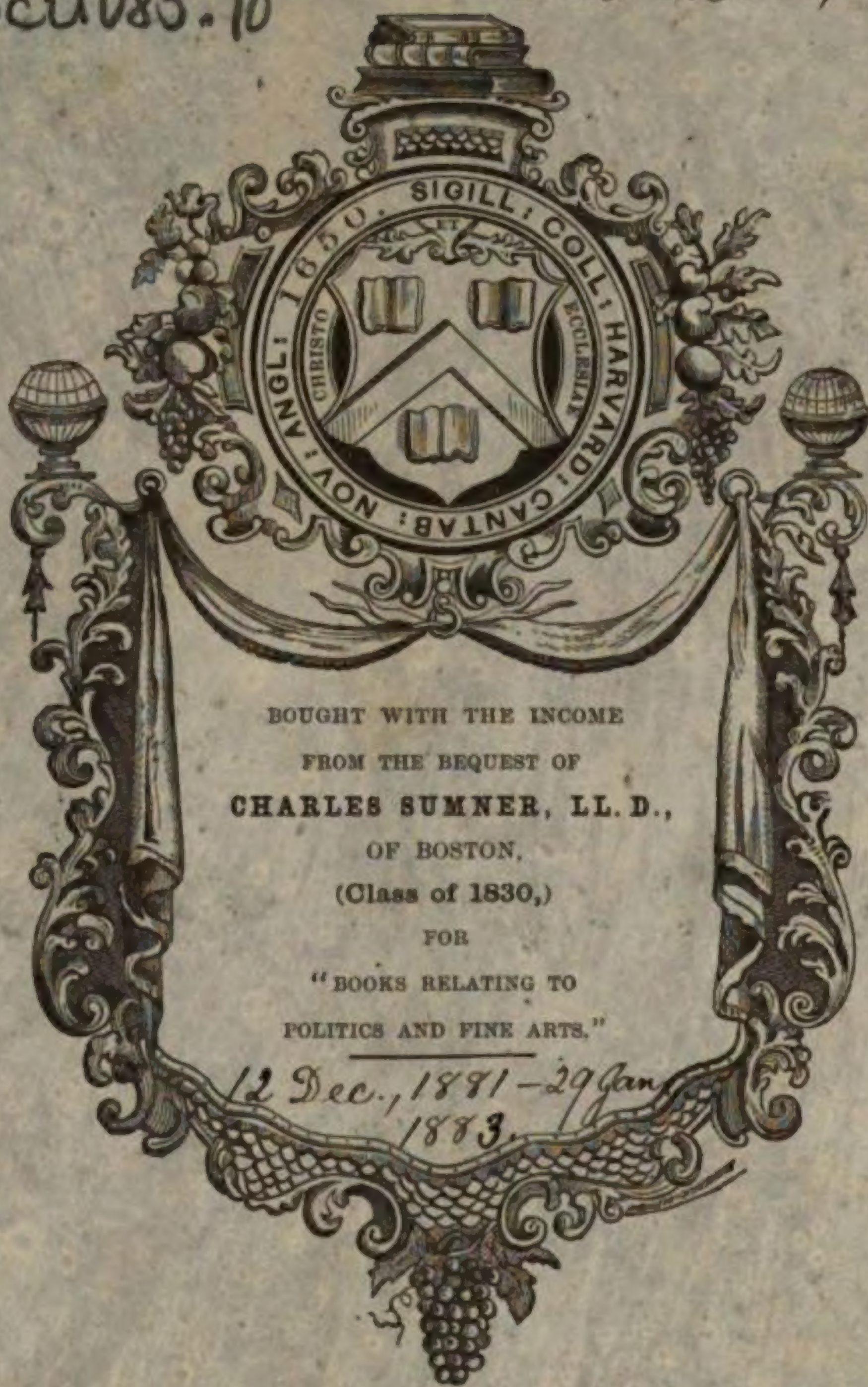
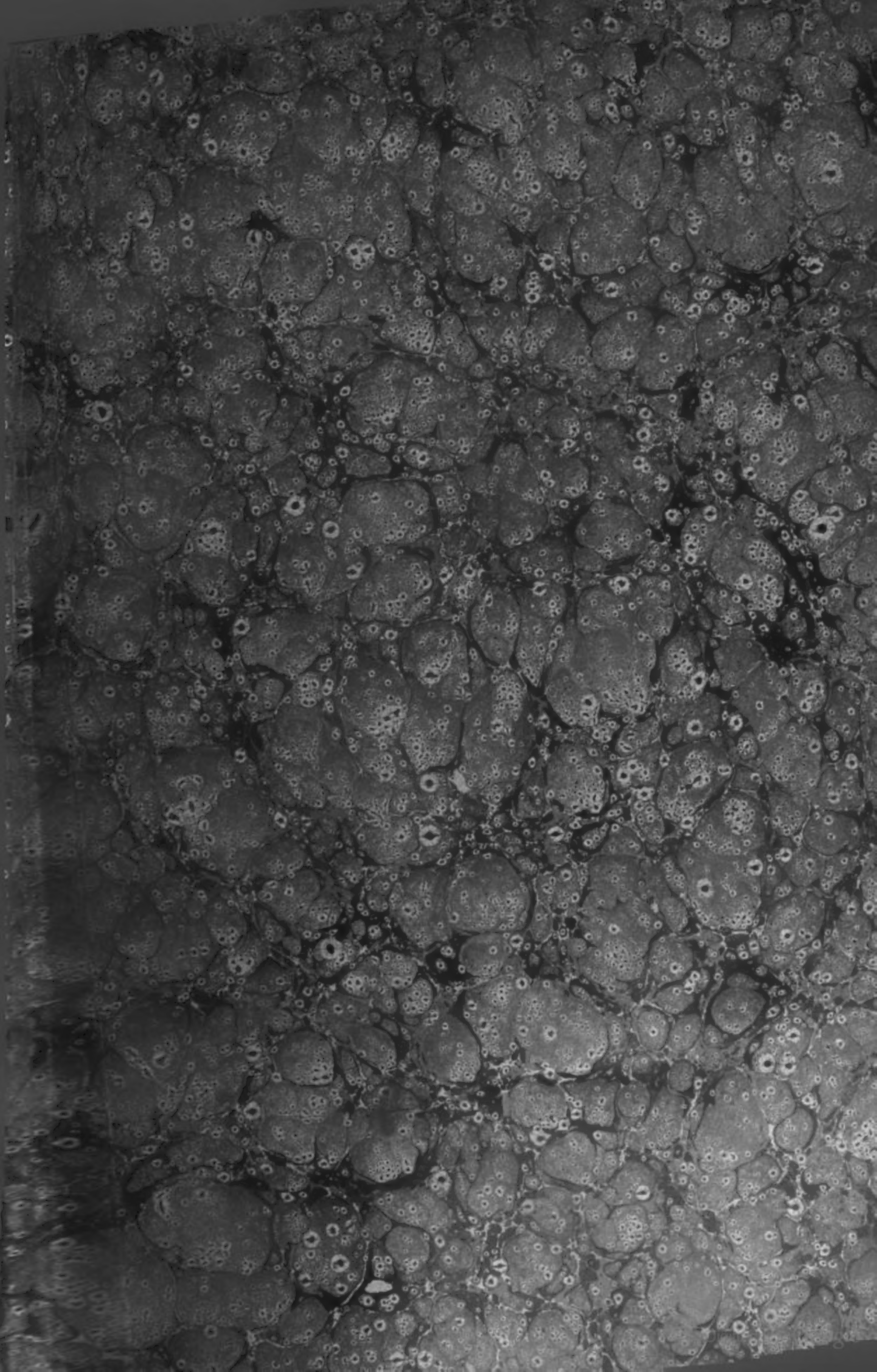


Repertorium für Experimental-Physik, für ...


SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO ET ECCLESIAE



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK

etc.

ACHTZEHNTER BAND.

MIT EINEM ATLAS VON 5 TAFELN.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KÖNIGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

MIT EINEM ATLAS VON 5 TAFELN.

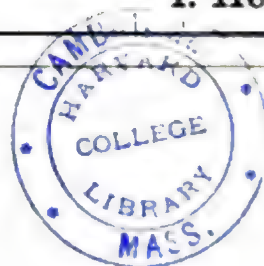
MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

1851, Dec. 12 — 1852, Jan. 29,
Sumner. Seward.

Inhalt.

Inhalt.

XVIII. Band. 1. Heft.



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 1. Heftes.



MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Untersuchungen über die Bestimmung der erdmagnetischen Inclination vermittelst des Weber'schen Erdinductors.

Von

M. Th. Edelmann

in München.

(Mit Tafel I.)

Bei einigen der im Jahre 1883 von mehren nordischen Staaten gleichzeitig stattfindenden arktischen Expeditionen, welche ihre erdmagnetisch-instrumentellen Bedürfnisse zum Theil durch meine Werkstätten decken, ist beabsichtigt, die Bestimmung der Inclination vermittelst des Weber'schen Erdinductors vorzunehmen. Dieser Umstand hat mich veranlasst, vor allem die Construction der hierher gehörigen Instrumente einer gründlichen Durcharbeitung zu unterziehen, und ferner Untersuchungen darüber anzustellen, ob und wie die Messungsresultate dieser Methode auf den erforderlichen Grad der Genauigkeit gehoben werden könnten. Die folgenden Zeilen sind nun hauptsächlich dazu bestimmt, diese bestellten Instrumente zu begleiten, und werden demnach eine vollkommene Anleitung zur Inclinationsbestimmung sammt der Beschreibung der Apparate zu enthalten haben.

§ 1.

In Pogg. Ann. XC, 209 hat Weber jene Methode angegeben, welche aus der Intensität von Inductionsströmen, die der Erdmagnetismus in zweckmässig bewegten Leitungsdrähten hervorbringt, die Grösse des Inclinationswinkels abzuleiten gestattet. Das Verfahren beruht — im Anschluss an die vorliegende neuere Construction — bekanntlich auf folgendem Grundgedanken.

Eine grosse Rolle R Fig. 1, auf folg. Seite, welche aus dickem Kupferdraht in vielen Windungen gewickelt ist, kann um die Achse X gedreht werden. Diese Achse ist in einem halbkreisförmigen Bügel L aus Messing gelagert, der sich selbst wieder um die horizontale Achse Y umlegen lässt. Letztere Achse ist vermittelst der Spitzenschrauben a und b in

den Dreifuss *cd* (*e*) eingesetzt, und zwei Stellschrauben *f* und *g*, welche in dem Fussgestelle *D* stecken, begrenzen die Drehung des Bügels *L* um seine Achse *Y* auf einen Betrag von 90°. Ist der letztere bei *h* in Berührung mit der Schraube *f*, wie die Figur zeigt, dann kann man die Drahtrolle *R* um die jetzt vertical stehende Achse *X* drehen, wobei nur der horizontale Antheil des Erdmagnetismus Inductionserscheinungen in den Drahtwindungen hervorbringen kann; man erhält unter sonst gleichen Umständen stets Inductionsströme, deren Stärke proportional zur Horizontalintensität ist. Wird jedoch der Bügel *L* um die Achse *Y* gedreht, bis die Fläche *i* in Anschlag mit der Stellschraube *g* gelangt, dann erhält die Achse *X* horizontale Lage. Richtet man dieselbe ausserdem noch in die Ebene des magnetischen Meridians und dreht jetzt die Rolle, so kann lediglich der verticale Antheil des Erdmagnetismus auf die Rolle einwirken und man erhält jetzt Inductionsströme, bei deren Messung eine Proportionale zum verticalen Antheil des Erdmagnetismus resultirt. Der Quotient dieser so gefundenen beiden Proportionalzahlen pflegt als die Tangente des Inclinationswinkels angenommen zu werden.

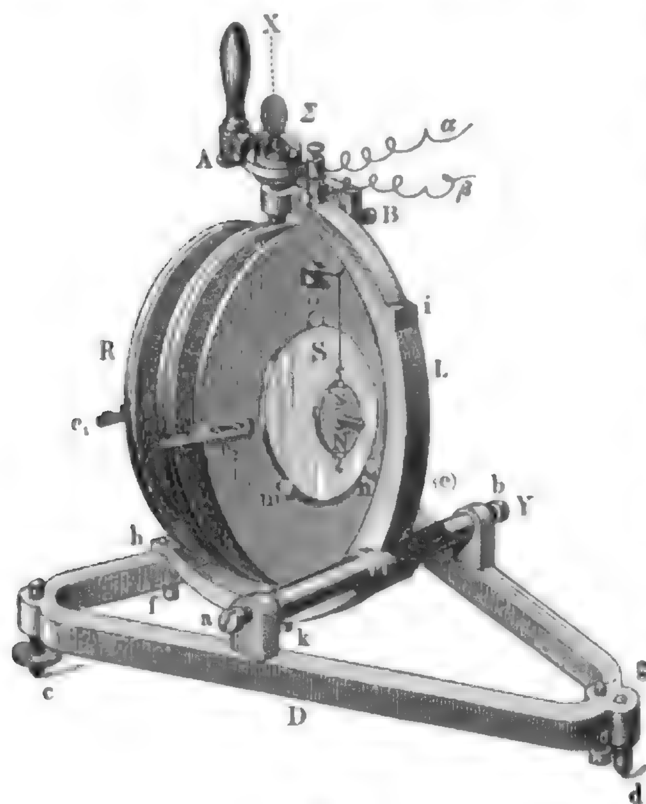


Fig. 1.

Zur regelmässigen Erzeugung der Inductionsströme wird der Erdinductor *R* um die Achse *X* nicht rundum gedreht, sondern er wird nur in einem Betrage von je 180° vor- und dann wieder zurückgeschlagen, was sich durch die beiden Anschläge *A* und *B* begrenzt. Hierdurch erhält man während jedes Umwendens der Rolle *R* einen „Inductionsstoss", dessen Richtung von der Drehrichtung der Rolle abhängt, also mit ihr der Reihe nach sein Zeichen wechselt.

Die Enden des Drahtes vom Erdinductor *R* stehen in leitender Verbindung mit den Klemmen *α* und *β*, von wo ab die Ströme in ein Schwingungsgalvanometer übergeleitet werden und hier zur Messung gelangen.

Bezeichnet man mit F die Gesammtsumme aller von den einzelnen Drahtwindungen der Rolle R umschlossenen Flächen, ferner mit P die gesammte erdmagnetische Kraft, weiters mit φ den Inclinationswinkel, endlich mit ε eine von instrumentellen Eigenthümlichkeiten etc. abhängige Constante, dann ist die elektromotorische Kraft J_1 der einzelnen, durch die Drehung des Erdinductors in der ersten Achsenlage erzeugten Inductionsstösse

$$J_1 = \varepsilon \cdot F \cdot P \cdot \cos \varphi,$$

wobei die Anschläge A und B so zu stellen sind, dass der jedesmalige Stillstand der Windungsebenen senkrecht zur Richtung der Declinationsnadel erfolge.

Bei der wagrechten Position der Achse X, wo horizontale Lagen der Windungsebenen die Drehung begrenzen, findet sich dagegen

$$J_2 = \varepsilon \cdot F \cdot P \cdot \sin \varphi.$$

Durch Division dieser Gleichungen unter sich erhält man den Werth der jeweiligen Inclination, gegeben durch

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_2}{J_1}.$$

J_1 und J_2 werden nun vermittelst Strommessung im Schwingungsgalvanometer bestimmt, die hierdurch gefundenen beiden Zahlen, welche proportional zu den Stromintensitäten angenommen werden, in die letzte Gleichung statt J_1 und J_2 eingesetzt und φ berechnet. Für kleine Nadelausschläge, wie solche mit Spiegel und Scalenfernrohr bestimmt zu werden pflegen, nimmt man an, genügende Genauigkeit auf diesem Wege erreichen zu können. Wir werden im weiteren Verlauf dieser Arbeit zur Untersuchung gelangen, ob diese Annahme in der That stattfinden dürfe.

Wie wir aus dem Vorstehenden entnehmen, muss man die Lage der Windungsebenen genau kennen und dieselben, sowie die Drehachse, in die erforderlichen Lagen in Bezug auf Horizont und magnetischen Meridian zu bringen vermögen; ferner ist es nothwendig, dass die Inductionsrolle genau um 180° gewendet werden könne. Je besser die constructive Anlage des Instrumentes allen diesen Anforderungen Genüge zu leisten gestattet, desto werthvoller sind natürlich die mit dem Erdinductor zu findenden Resultate. Die vorliegende neueste Construction des Erdinductors, bei welchem mit einziger Ausnahme der Rollenfassung wegen der Unveränderlichkeit alles aus Messing sich aufbaut, gestattet die grösste Feinheit der Einstellung und die weitest-

gehenden Bestimmungen und Controlen der erforderlichen Lagen der Inductionsrolle und ihrer Umkippungsachse. Die hierzu dienenden neuen Einrichtungen und ihre richtige Verwendung werden sich aus der nachfolgenden Gebrauchsanweisung ergeben.

§ 2.

Der Erdinductor muss auf einer sehr festen Unterlage aufgestellt werden, welche trotz einer möglicherweise etwas unzarten Behandlung der Rolle beim Drehen sicherlich keinerlei Veränderung in der Position des Instrumentes zulassen wird; am besten stellt man denselben zum Zweck dauernder Beobachtungen auf einen aus dem „gewachsenen" Boden heraus aufgemauerten und mit einer Steinplatte belegten — selbstverständlich eisenfreien — Pfeiler. Die Unterlagsplatten des Instrumentes, welchen ich eine zweckentsprechende Einrichtung gegeben habe, müssen in fester Verbindung mit dieser Steinplatte gebracht werden, so dass das Instrument trotz der Erschütterungen durch das Umlegen sich nicht auf dem Pfeiler verschieben könne. Das Schwingungsgalvanometer wird in einer Entfernung von etwa 3^m vom Inductor in Gesichtshöhe ebenfalls so unveränderlich als möglich aufgestellt, und zwar am besten so, dass die Verbindungslinie der Mittelachsen von Erdinductor und Galvanometer ungefähr senkrecht auf dem magnetischen Meridiane stehe. In dieser Lage der beiden Instrumente zu einander wird deren gegenseitige magnetische Störung, wenn je eine solche befürchtet würde, ein Minimum. In bequemer Nähe (bei Rechtshändigen links) vom Inductorium wird das Scalenfernrohr für das Galvanometer aufgestellt und der Spiegel an der Schwingungsnadel dem Stande des Fernrohrs zugekehrt; ebenso auch das Spiegelgehäuse.

Endlich werden beide Instrumente durch zwei dicke, neben einander laufende, isolirte Leitungsdrähte verbunden, wobei man Rücksicht auf die Einschaltung einiger Widerstandsapparate zu nehmen hat, wie dieses später gezeigt wird; und nun schreitet man zur Einstellung und Berichtigung des Erdinductors.

I. Vor allem ist es nothwendig, jene Arbeit vorzunehmen, durch welche man bewerkstelligt, dass sich die beiden Achsen X und Y genau senkrecht kreuzen. Um dies erreichen zu können, ist auf dem Bügel L, wo der untere Theil der Achse X um eine Körnerschraube k läuft, eine Correctionsvorrichtung angebracht, durch welche man die Lagerung der Schraube k parallel zur Richtung der Achse Y verschieben kann.

In der Figur ist diese Vorrichtung durch das Ende der Achse Y verdeckt. Man stellt den Erdinductor irgendwo auf eine solide Unterlage, legt eine Libelle quer über die Ecken des Dreifusses D und vermittelt durch die Fussschrauben c und (c) seine ungefähr horizontale Lage. Hierauf stellt man die Drehachse X vertical und hängt über die Achse Y unter Vermittlung eines dem Instrumente beigegebenen, hier nicht eigens abgebildeten Doppelhakens eine Libelle, wodurch man diese vermittelst der Stellschrauben c und (c) horizontal richtet. Sodann legt man die Achse X auf die Schraube g nieder und richtet sie durch eben diese Schraube wagrecht vermittelst einer Libelle, welche man unter Anwendung des Bügels P Fig. 2 über diese Achse stellt. Endlich richtet man die Achse X wieder auf, legt die Libelle über ihre Lager e_1 und e_2 und erreicht nun ihren verticalen Stand (nach der Correctur der Libelle und der Libellenauflage durch Umlegen) einerseits vermittelst der oben erwähnten Vorrichtung bei k, andererseits durch Anwendung der Stellschraube f, wobei man selbstverständlich der Rolle R vermittelst Drehung um die Achse X zwei nach dem Augenmaasse zu einander senkrechte Stellungen gibt, bei welchen das eine Mal die Libelle parallel zu Y, das andere Mal parallel zu L steht.

Die nächste Arbeit ist nunmehr, die mittlere Lage der Windungsebenen zu bestimmen; dies geschieht dadurch, dass man vor der Inductionsrolle R die mit Spiegel versehene Magnetnadel N an einem durch Belastungsgewicht austordirten Coconfaden vor der Rolle R und so das ganze Instrument als Galvanometer montirt.

II. Man stellt die Schiene P Fig. 2 (nach Abnahme der Magnetnadel ns und der Spitze p) über die beiden Lager e_1 und e_2 am Inductor und auf dieselbe eine Libelle. Durch Drehen des Inductors um seine Achse, Correctur an den Schrauben bei e_1 und an den Fussschrauben des Apparates bringt man die Achse X in verticale Lage, wenn dies nicht schon von vorhin noch bestehen sollte.



Fig. 2.

III. Hierauf hängt man die Magnetnadel N (im Detail in Fig. 3 dargestellt) ein, und dreht nun den Erdinductor so, dass die Spiegelbilder verticaler und horizontaler Kanten oder dergleichen im Spiegel s der Nadel N und im grossen, dahinterliegenden Spiegel S des Erdinductors sich ergänzen: die Ebenen der Spiegel werden parallel gestellt.



Fig. 3.

IV. Hierauf hängt man die Magnetnadel um 180° um, indem man sie jetzt an den gegenüberliegenden Aufhängehaken hängt. Die Hälfte von dem, was nun die Spiegelbilder aus einander liegen, ist einerseits die Parallaxe zwischen der optischen und der magnetischen Achse der Nadel, andererseits einem Mangel an Verticalität der Spiegelflächen zuzuschreiben. Diese Fehler werden fürs erste halb durch Drehen des Inductors, halb durch die Stellschrauben *a*, *b*, (*c*) Fig. 3, sodann (vertical) je zur Hälfte durch *a*, *b*, (*c*) und *m*, *n*, *o* hinweggebracht; durch öfteres Umhängen der Nadel und Wiederholung dieser Correctionen bringt man die Parallaxe ganz hinweg. Die optische Achse des Spiegels und die magnetische Achse der Nadel *N* liegen jetzt im magnetischen Meridiane und zwar horizontal.

V. Dass der Spiegel *S* parallel zur Achse *X* sei, muss ausserdem durch eine Libelle berichtigt werden, welche man während horizontaler Lage von *X* über diesen Spiegel legt.

VI. Nun leitet man einen Strom aus einem galvanischen Elemente bei α und β durch die Rolle *R* unter Einschaltung irgend eines Schlittenwiderstandes, einer Brücke, oder unter Anwendung irgend eines anderen Mittels, welches die Stromdichte successive zu steigern gestattet. Die Stromesrichtung muss eine derartige sein, dass der Elektromagnetismus der Rolle dem Erdmagnetismus entgegenwirkt — die Nadel *N* astasirt; sind nun die Windungsebenen der Rolle nicht genau senkrecht zum magnetischen Meridian, so zeigt sich mit Zunahme der Stromintensität in der Rolle eine zunehmende Ablenkung der Nadel *N*, welche durch entsprechendes Drehen des Erdinductors um seine Achse wieder aufgehoben wird.

VII. Wenn die Nadel durch solche Ströme nicht mehr abgelenkt wird, dann stellt man den Spiegel des Erdinductors vermittelst der Schrauben *m*, *n*, *o* parallel zum Spiegel der Nadel *N*, worauf die Spiegelebene *S* jetzt parallel zur Mittelebene der Windungen (und zugleich senkrecht zum magnetischen Meridian) liegt; zugleich ist die Vorschrift V zu beachten. Die folgenden beiden Vorschriften beziehen sich auf die Correctur der Lager e_1 und e_2 bezüglich der etwaigen Verwendung der auf dem Bügel *P* anzubringenden Magnetnadel *ns*; sie wären eigentlich nicht unbedingt nothwendig, erweisen sich aber bei der definitiven Aufstellung des Apparates und bei der Controle seines unveränderten Standes als bequem.

VIII. Nun bringt man, nachdem jetzt noch keiner der Anschläge A oder B in Benützung trat, den Anschlag A durch Drehen der Rolle R in Contact mit dem Lagerkörper L und rückt den ganzen Apparat, während der Anschlag A anliegend bleibt, auf seinen Unterlegeplatten so, dass auch jetzt durch die Coincidenz der Spiegelbilder die Windungsachse wieder in die magnetische Nord-Süd-Richtung gelangt. Gleichzeitig ist durch Beachtung der Vorschrift II die verticale Lage der Drehungsachse X wieder zu besorgen.

IX. Während die Windungsachse in dem magnetischen Meridiane liegt, was jetzt durch Benützung des Anschlages A erreicht wird, setzt man den Bügel P Fig. 2 sammt der Magnetnadel ns auf die Lager e_1 und e_2, welche in Schlitzen verschieblich sind. Durch Verschieben derselben erreicht man leicht, dass die Magnetnadel in Coincidenz mit den auf der Schiene eingerissenen Indices kommt. Nach dieser Arbeit sind die Schrauben von e_2 wieder für die richtige Auflage der Libelle einzustellen.

Während die vorstehenden Arbeiten den Apparat für die Aufstellung vorbereiten und auch an jedem beliebigen anderen magnetfreien Orte vorgenommen werden könnten, dienen die nachfolgenden zur definitiven Aufstellung und müssen am Beobachtungsplatze selbst besorgt werden.

X. Man stellt über die horizontal gelegte Achse X den Bügel P sammt der Magnetnadel ns und stellt diese Achse in den magnetischen Meridian ein. Darauf legt man diesen Bügel mit Magnetnadel über die Lagerungen e_1 und e_2 und stellt die beiden Anschläge so, dass die Nadel auf die Indices einspielt.

XI. Dann wird durch Auflegen der Schiene P sammt Libelle über die Lager e_1 und e_2 die Achse genau vertical gestellt.

XII. Nachdem die Achse X wieder horizontal gelegt ist, wird die Rolle R so gedreht, dass der Spiegel S sich oben befindet. Durch Ueberlegen einer Libelle über ihn unter senkrechter Kreuzung mit der Achse X und Verstellen der Anschlagsschraube A wird nunmehr der Spiegel S und mit ihm die mittlere Windungsebene in horizontale Lage verbracht.

XIII. X wird nun wieder aufgerichtet, die Magnetnadel N vor den Spiegel S aufgehängt und, während die Contactschraube A anliegt, das ganze Instrument so verschoben, bis beide Spiegel s und S vollkommen parallel stehen und dadurch die Windungsachse in die

erforderliche Nord-Süd-Richtung kommt. Zugleich muss unter Benützung der Vorschrift XI (II) die Achse *X* in genau verticaler Lage erhalten werden.

XIV. Hierauf steckt man den Spiegel Σ auf die Achse *X*, stellt ein Scalenfernrohr auf diesen beiderseitig reflectirenden Spiegel und irgend einen Theilstrich der Scala unter das Fadenkreuz. Hierauf schlägt man das Inductorium herum und corrigirt die Schraube *B* so, dass jetzt der nämliche Theilstrich der Scala unter das Fadenkreuz tritt, wodurch der Umkippungswinkel auf 180° gebracht wird. Damit ist die Aufstellung des Apparates beendigt.

Es kann nicht geleugnet werden, dass diese Art und Weise der Einstellung ziemlich viele Zeit und Aufmerksamkeit erfordert; indessen ist dieselbe durchaus nicht schwierig und gelingt bei jener Uebersicht über die ganze Arbeit, welche durch Uebung von selbst kommt, ganz leicht. Ausserdem bietet dieselbe jeden gewünschten Grad von Genauigkeit und hat, da das Instrument sehr kräftig in den Dimensionen gehalten ist, den grossen Vortheil, dass sie, wenn einmal sorgfältig ausgeführt und durch die strenge angezogenen Gegenmuttern gesichert, von geradezu unzerstörbarer Dauer das Instrument jeden Augenblick zum Versuch bereit finden lässt. Hierdurch erhält man homogene Resultate; die ursprünglich aufgewandte Zeit und Mühe lohnt sich selbstverständlich dadurch, dass man nicht, wie mit allen früheren Constructionen des Weber'schen Erdinductors — soweit mir wenigstens solche bis jetzt bekannt wurden — die langweilige Arbeit des jedesmaligen Neueinstellens bei jeder Bestimmung durchzumachen hat, sondern sich nur von Zeit zu Zeit unter Anwendung der Libelle und der Nadel *N* des unveränderten Standes der Apparate zu versichern hat.

§ 3.

Die Eigenthümlichkeit der Entstehungsweise und des Verlaufes der Ströme im Erdinductor erfordern die Einrichtung eines besonderen strommessenden Apparates, nämlich des Schwingungs-Galvanometers. Dieses Instrument, dessen Einrichtung und Theorie W. Weber, in dem 10. Bande der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, angegeben hat, besteht (Fig. 4) aus einem Hartgummirahmen *R*, um welchen sich die dickdrähtigen und mit dem Erdinductor widerstandsgleichen Galvanometerwindungen in flachen Ringen herumlegen. Diese Windungen, welche in den beiden Klemmschrauben *a* und *b*

endigen, wirken auf ein astatisches, sehr langsam schwingendes Nadelpaar *cd*, welches durch den Stab *s* mit einem Spiegel verbunden ist, der sich innerhalb des Spiegelgehäuses *S* befindet. Spiegel und Spiegelgehäuse sind um die verticale Achse gegen das Nadelsystem beliebig zu verdrehen, um die Wahl des Ortes für Aufstellung des Ablesefernrohres nicht zu beschränken. Das Instrument ist selbstverständlich mit einem Drehfusse *D* versehen; ein Glascylinder *C* und eine runde Glasplatte *P*, welche auf dem Zinkteller *T* ruhen, schliessen das Instrument gegen Luftzug ab. Beide können nach dem Abheben der Spiegelkapsel *S* hinweggenommen werden.

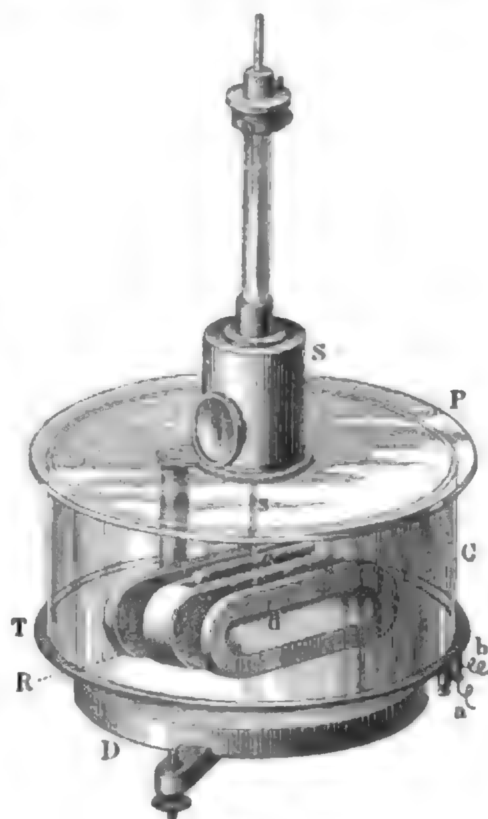


Fig. 4.

Zwischen der Oberfläche des Windungsrahmens *R* und der Glasplatte *P* ist so viel Raum, dass das astatische Nadelpaar (oder ein mit demselben gleichschwerer Torsionsstab) hier frei schwingen kann, wenn man den Suspensionsfaden (Bündel Coconfäden) in die Höhe zieht. Zum Ablesen des Spiegels der Nadeln in dieser Höhe wird das Spiegelgehäuse *S* umgekehrt aufgesteckt.

Was die Aufstellung des Instrumentes anbetrifft, so weicht dieselbe von der anderer Galvanometer nicht wesentlich ab. Jedoch erweist es sich hier als unbedingt nothwendig, dass man durch einen statt des Nadelsystems einzuhängenden gleichschweren unmagnetischen Körper vor den Versuchen die Coconfäden einige Zeit hindurch sich strecken und austordiren lässt. Nimmt hierauf das Nadelpaar seinen Platz ein, so ist es jetzt nothwendig, die Windungsebenen parallel zu der Nadelebene, resp. in den magnetischen Meridian zu verbringen. Dies geschieht entweder dadurch, dass man durch Umkippen des mit dem Galvanometer verbundenen Inclinatoriums oder besser durch Commutation eines eingeleiteten schwachen galvanischen Stromes Ausschläge in beiden Richtungen hervorbringt und das Instrument so lange dreht, bis die Ausschläge beiderseits der Gleichgewichtslage die gleichen geworden sind. Ueber die Aufstellung des zugehörigen Scalenfern-

rohrs findet man die nöthige Anleitung in meinem Buche „Neuere Apparate“ S. 1 (Stuttgart, Schweizerbart).

Will man jetzt eine Messung vornehmen, so dreht man rasch den Erdinductor um 180° herum; dadurch bringt man im Galvanometer einen Inductionsstoss von einer bestimmten Stärke und Richtung zum Verlauf; die Nadel verlässt ihre Ruhelage, um ihre erste Schwingung zu beginnen. Wenn sie dann zurückkehrt und im Begriff ist, die Ruhelage zu passiren, dann dreht man rasch den Erdinductor um 180° zurück, wodurch man einen entgegengesetzten Inductionsstoss durchs Galvanometer schickt und also jetzt der Nadel einen zweiten Impuls ertheilt. Die durch das Umkippen des Inductoriums (um eine bestimmte Achse) erzeugten Inductionsstösse sind nun unter sich gleichen aber entgegengesetzten Werthes, so dass man eine beliebig lange Reihe derselben auf die hin- und herschwingende Nadel einwirken lassen kann und zwar jeden einzelnen im Augenblick, wann die Nadel die Gleichgewichtslage durcheilt — ähnlich der Einwirkung des Uhrwerkes auf das Uhrpendel. Nach vielen solchen Impulsen wird vermöge der Gegenwirkung durch die Dämpfung die Nadel endlich eine gleichbleibende maximale Elongation für ihre Schwingungen angenommen haben, und diese, an der Scala abgelesen, wird als Maassangabe für die Stromstärke des einzelnen Inductionsstosses genommen.

§ 4.

Weber entnimmt den Entwickelungen über die physikalischen Verhältnisse des Schwingungsgalvanometers und des damit verbundenen Erdinductors, dass der Betrag der Grenzbögen der schwingenden Galvanometernadel direct proportional sei der jedesmaligen Elektricitätsmenge der Inductionsstösse (bei kleineren Schwingungen). Hierauf beruht, wie bereits angegeben, die bis jetzt angewandte Methode der Bestimmung vom Inclinationswinkel durch Messung von Proportionalen zu beiden Componenten der erdmagnetischen Kraft. Um zu untersuchen, ob diese Proportionalität wirklich stattfinde, schreiten wir zur Aichung des Galvanometers im Zusammenhang mit dem Erdinductor und schalten zu diesem Zwecke in die Leitung zwischen dem Erdinductor w_2 und dem Schwingungsgalvanometer w_1 eine Brücke w_3 ein, vermöge welcher jetzt nur mehr ein Theil der im Erdinductor erzeugten Elektricität den Weg durch das Schwingungsgalvanometer nimmt. Aus dem umgekehrten Verhältnisse der Wider-

stände von w_1 und w_3 ergibt sich dann leicht eine Berechnung darüber, welche Elektricitätsmenge im Vergleich zu früher durch das Galvanometer fliesst. Durch die Einschaltung der Brücke w_3 hat sich aber der Gesammtwiderstand der Galvanometerleitung verringert, und es würde sich demgemäss die Dämpfung des Galvanometers vergrössern, was zur Folge hätte, dass man das Resultat einer Messung ohne w_3 und ein solches, welches man nach Einschaltung der Brücke w_3 erhält, nicht in unmittelbare Beziehung zu einander bringen könnte: die Unveränderlichkeit der Dämpfung des Galvanometers ist unbedingt nothwendig.

Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, hat man gleichzeitig mit Anbringung der Brücke w_3 noch einen Widerstand w_4 in die Galvanometerleitung einzuschliessen, welcher an Widerstand ergänzt, was durch Einschaltung der Brücke verloren ging.

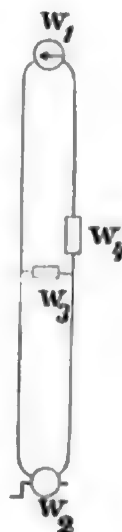


Fig. 5.

Vor allem ist nun die Grösse von w_4 zu berechnen, wenn w_1, w_2 und w_3 gegeben sind. Der Widerstand des gewöhnlichen Stromkreises von Galvanometer und Erdinductor allein ist $w_1 + w_2$; jener nach Einschaltung von w_3 und w_4 ist dagegen für das Galvanometer

$$w_1 + w_4 + \frac{w_2 \cdot w_3}{w_2 + w_3}.$$

Beide müssen wegen Unveränderlichkeit der Dämpfung gleich sein; also ist

$$w_1 + w_2 = w_1 + w_4 + \frac{w_2 \cdot w_3}{w_2 + w_3}.$$

Hieraus ergibt sich als Gesetz für w_4, dass stets sein müsse

$$w_4 = \frac{w_2 \cdot w_2}{w_2 + w_3}. \qquad \text{(I}$$

Die Stromstärke im Galvanometer ist dagegen unter Voraussetzung einer elektromotorischen Kraft E einmal

$$S_1 = \frac{E}{w_1 + w_2}; \qquad \text{(II}$$

sodann nach Einschaltung von w_3 und w_4 allgemein

$$S_2 = \frac{E \cdot w_3}{w_2 (w_1 + w_3 + w_4) + w_3 (w_1 + w_4)}.$$

Da jedoch stets die Gleichung I stattfinden muss, so ist nach Substitution des Werthes von w_4

$$S_2 = \frac{E \cdot w_3}{(w_1 + w_2)(w_2 + w_3)}. \qquad \text{(III}$$

Bildet man das Verhältnis der Stromstärken zu einander, welche man vor und nach Einschaltung von w_3 und w_4 hat, so ergibt sich allgemein die einfache Beziehung

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{w_2 + w_3}{w_3}. \qquad \text{(IV}$$

Aus dieser Gleichung ist zu entnehmen, dass w_1 ausgefallen und dass also das Verhältnis der Stromintensitäten in bezüglichem Falle vom Widerstande des Galvanometers unabhängig ist.

Da es praktisch nicht immer möglich (wegen Mangels passender Instrumente), bei beliebigen Werthen von w_2 und w_3 $w_4 = \frac{w_2 \cdot w_2}{w_2 + w_3}$ herzustellen, es aber ungemein leicht gelingt, einen Widerstand einem anderen gleich zu machen, so wollen wir zunächst $w_2 = w_3$ nehmen; dann wird

$$w_4 = \frac{w_2}{2} \qquad \text{(V}$$

und

$$S_1 : S_2 = 2 : 1. \qquad \text{(VI}$$

Allgemeiner findet man für ein vorgegebenes Verhältnis

$S_1 : S_2 = n : 1$, dass sein müsse

$$\left.\begin{aligned} w_3 &= \frac{w_2}{n-1} \text{ und} \\ w_4 &= w_2\left(1 - \frac{1}{n}\right) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII}$$

Unter Befolgung der in den Gleichungen V und VI enthaltenen Vorschriften gelingt es sehr leicht nachzuweisen, dass in der That die erwartete Proportionalität nicht strenge stattfindet, selbst bei kleinen Ausschlägen nicht mit der für brauchbare Bestimmungen nothwendigen Schärfe. Es ist demnach nothwendig, an jenen Resultaten, welche mit dem Schwingungsgalvanometer gefunden werden, gewisse Verbesserungen anzubringen, mit deren Hilfe man ihnen eine vollkommen genügende Sicherheit innerhalb der gewöhnlich verlangten Anzahl von Zifferstellen zu geben vermag. Ohne diese Correction ist es unmöglich, in höheren Breiten Inclinationsbestimmungen mit dem Erdinductor vorzunehmen, bei welcher sich die Sicherheit der Bestimmung weiter als höchstens halbe Grade erstrecken würde. Sogar Fehler von einem ganzen Grade und mehr sind nicht ausgeschlossen, wenn der Werth der Inclination einmal 75° überschreitet. Vollkommen richtig würden also Resultate ohne Correction oder nach der ursprünglichen Methode nur bei einer Inclination von 45° sein.

Nachstehend findet man die Resultate der Aichung eines Schwingungsgalvanometers, wobei ich noch ausdrücklich hervorhebe, dass die angegebenen Zahlen nicht mit Apparaten aus meinen Werkstätten, sondern mit Hilfe von Galvanometer und Erdinductor gefunden sind, welche streng nach Weber's Vorschrift in der Werkstätte von Dr. Meyerstein für das physikalische Cabinet der Münchener Technischen Hochschule vor etwa zwölf Jahren angefertigt wurden. In Bezug auf den Zweck der vorliegenden Zeilen, eine Experimentalvorschrift für Inclinationsbestimmungen zu geben, kommt ja die mechanisch-constructive Anlage der Apparate selbst, welche an der Art und Weise der Ausführung der Correction gar nichts ändert, nicht weiter in Betracht. Hier sei nur erwähnt, dass sich die Zahlen mit meinen Instrumenten um einen kleinen Betrag günstiger stellen.

§ 5.

Die Herstellung der Widerstände, welche man nach § 4 in die Leitung zwischen Galvanometer und Inductorium einzuschalten hat, bietet keine Schwierigkeiten. Man bedient sich zu ihrer Anfertigung eines etwa 0,5^{mm} dicken Kupferdrahtes; und zwar wählt man dieses Material deshalb, damit die Widerstände w_3 und w_4 bei allen Temperaturen mit jenem des Erdinductors w_1 in der vorschriftsmässigen Uebereinstimmung bleiben. Diese Drähte werden auf Holzrollen aufgewunden, wobei man wegen Vermeidung des Entstehens störender Inductionsströme die Mitte des Drahtes zuerst auf die Rolle festbindet und nun beide Enden von hier ab gleichzeitig aufwickelt. Am leichtesten gelingt die Arbeit, wenn man über einen Dehms'schen Apparat oder eine grosse Wheatstone'sche Brücke aus Siemens-schen Stöpselrheostaten, eine v. Beetz'sche Universalbrücke oder doch wenigstens über mehre verlässliche Stöpselrheostaten sammt du Bois-Reymond'schem Compensator verfügt, welche letzten in ihrer Zusammenstellung eines der drei ersten Instrumente allenfalls aushilfsweise zu ersetzen vermögen. Die hierfür nöthigen Beschreibungen und Vorschriften findet man in Wiedemann's Lehrbuch des Galvanismus Bd. I. Als das hierbei zu verwendende Galvanoskop kann man das Schwingungsgalvanometer, als Stromquelle den Erdinductor selbst benützen. Doch gebe ich bequemlichkeitshalber einigen Elementen und einem Wiedemann'schen Galvanometer den Vorzug.

Für die Aichung des Galvanometers genügt es, nur zwei Widerstände herzustellen, nämlich $w_3 = w_2$ und $w_4 = \frac{w_2}{2}$. Ich fand als Widerstand des Erdinductors $w_2 = 0,77362$ Quecksilber-Einheiten und hätte demnach $w_3 = 0,77362$, $w_4 = 0,38681$ zu machen.

Auch wenn man über keine speciellen Widerstands-Messapparate verfügt, dann lässt sich doch helfen und zwar, wie ich mich überzeugt habe, unter Erzielung von Resultaten, die den anderen in Bezug auf ihre Genauigkeit zum mindesten nicht nachstehen. Man baut sich auf einem trockenen Brette eine Wheatstone'sche Brücke zusammen, wie man eine solche häufig als schematische Zeichnung findet, z. B. in Wiedemann's Galvanismus Bd. 1 Fig. 95; jedoch bedient man sich statt der Klemmschrauben Quecksilbernäpfe, welche man durch weite Einbohrungen ins Holz herstellt und von denen vier *a*, *b*, *c*, *d* an den Ecken der Raute, welche die Drahtcombination darstellt, stehen. Auf jeder Seite der Raute sind dann ausserdem noch zwei Quecksilbernäpfe angebracht, um hier die Widerstände der Brücke einschalten zu können. Die Näpfe an den Ecken werden durch acht gleichlange dicke Kupferbügel mit den nächstliegenden Näpfen der Seiten leitend verbunden und nun in irgend ein Napfpaar der Erdinductor (mit seinen Zuleitungsdrähten bis w_3 und w_4) eingesetzt, während in die zwei Näpfepaare zusammenstossender Rautenseiten (zunächst aushilfsweise) möglichst genau gleichlang abgeschnittene Kupferdrähte eingelegt werden. In zwei einander an den Ecken der Raute diagonal gegenüberliegende Näpfe (z. B. *a* und *d* in Wiedemann) werden die Galvanometerdrähte, in die beiden anderen (*b*, *c*) die Leitungen von der Stromquelle eingelegt. Der vierte Widerstand bestimmt sich jetzt als ungefähr dem Widerstande des Erdinductors gleich. Solcher Widerstände werden drei nach einander hergestellt, welche schliesslich sammt dem Erdinductor als die vier Widerstände der Brücke benützt werden. Durch öfteres Umtauschen derselben in den Zweigen der Brücke und aufmerksames Corrigiren der Drahtlängen gelingt es bald, dass alle vier Widerstände unter sich vollkommen gleich werden. Einer von den dreien wird später als $w_3 = w_2$, die beiden anderen, neben einander eingeschaltet, als $w_4 = \frac{w_2}{2}$ benützt.

1. Versuch. Der Erdinductor wurde mit horizontaler Wendeachse X in die Nord-Süd-Richtung eingestellt. Ohne Einschaltung der Widerstände w_3 und w_1 wurde folgende Beobachtungsreihe für die Grenzbögen abgelesen (an einer in Doppelmillimeter von der Mitte aus getheilten und stets 2100 ^{mm} entfernten Scala):

	links	rechts
	200,6	202,4
	201,1	202,8
	200,4	202,6
	200,5	202,4
	200,8	202,5
	200,4	202,5
	200,6	202,5
	200,3	202,1
	200,4	202,6
	200,7	202,8
Summe	2005,8	2025,2
Mittel	200,58	202,52

$a_1 = 403,10$ (Ausschlag etwa 7°)

Nach vorschriftsmässiger Einschaltung der Widerstände w_3 und w_1 (es wird für die leichte Aus- und Einschaltung derselben am besten durch Anbringung von Quecksilbernäpfen gesorgt, in welche sie mit dicken amalgamirten Kupferstiften — ähnlich wie die Normal-Siemens-Einheiten, Wiedemann's Galvanismus Bd. 1 Fig. 109 — eintauchen), wurde gefunden:

links	rechts
98,6	100,8
98,3	100,6
98,4	100,7
98,7	100,9
98,5	100,6
98,5	100,7
98,6	100,5
98,4	100,8
98,6	100,7
98,5	100,6
985,1	1006,9
98,51	100,69

$b_1 = 199,20$

Um Veränderungen, welche während der Herstellung dieser und der vorigen Versuchsreihe sich geltend gemacht haben könnten, zu

bemerken und zu eliminiren, wurde noch einmal eine Versuchsreihe hergestellt, ohne Einschaltung von w_3 und w_4, und gefunden:

links	rechts
200,9	202,1
201,3	202,4
200,9	202,4
201,1	202,4
201,2	201,9
200,6	202,4
201,4	202,4
200,8	202,5
200,9	202,3
200,7	202,7
2009,8	2023,5
200,98	202,35

$a_1 = 403,33$

Es müsste nun, wenn die Ausschläge des Galvanometers den Intensitäten der Inductionsströme proportional, das Verhältnis $\frac{a}{b} = 2$ sein; statt dessen finde ich

$$k_1 = \frac{a_1 + a_1}{2\, b_1} = 2,0242.$$

2. Versuch. Um die nämlichen Beziehungen für schwächere, auf den Erdinductor einwirkende magnetische Kräfte aufzusuchen, wurde in einiger Entfernung und vertical über der Mitte seiner Rolle ein senkrecht stehender Magnetstab angebracht, welcher einen Theil der verticalen Componente des Erdmagnetismus annullirte. Es fanden sich folgende Versuchsreihen:

Ohne w_3 und w_4: links	rechts	Mit w_3 und w_4: links	rechts
121,7	121,9	60,4	60,8
121,6	121,8	60,7	60,3
121,9	121,5	60,8	60,4
122,3	121,7	60,6	60,7
122,2	121,9	60,7	60,7
122,0	122,0	60,4	60,5
121,7	121,8	60,6	60,7
121,6	121,6	60,5	60,4
121,8	121,8	60,8	60,7
121,9	121,8	60,7	60,5
1218,7	1217,8	606,2	605,7

hieraus $a_2 = 243,65$ hieraus $b_2 = 121,19$

Ohne w_3 und w_4:

	links	rechts
	121,8	121,7
	122,0	121,6
	122,4	121,4
	122,1	121,8
	121,9	121,7
	121,9	121,7
	122,1	121,5
	122,3	121,9
	121,7	121,4
	121,8	121,4
	1220,0	1216,1

$a_2 = 243,61$

Hieraus ergibt sich $k_2 = 2,0104$.

3. Versuch. Magnetstab etwas näher.

Ohne w_3 und w_4: / Mit w_3 und w_4:

Ohne links	Ohne rechts	Mit links	Mit rechts
70,0	70,2	34,9	34,9
69,9	70,2	35,1	34,8
70,0	70,1	35,1	34,8
70,1	70,0	34,9	34,9
70,0	70,2	35,1	34,9
70,1	70,2	35,1	34,9
70,1	70,2	34,9	34,8
70,1	70,1	35,0	34,9
70,1	70,2	35,0	34,9
70,0	70,2	35,0	34,9
700,4	701,6	350,1	348,7

$a_3 = 140,20$ $b_3 = 69,88$

Ohne w_3 und w_4:

	links	rechts
	70,1	70,3
	70,1	70,2
	70,1	70,2
	70,0	70,0
	70,1	70,1
	70,0	70,1
	70,1	70,1
	70,0	70,0
	70,0	70,0
	70,1	70,0
	700,6	700,9

$a_3 = 140,15$

Hieraus $k_3 = 2,0060$.

4. Versuch. Bei noch grösserer Annäherung des Magnetstabes wurde gefunden:

Ohne w_3 und w_4: | | Mit w_3 und w_4: |
|---|---|---|---|
| links | rechts | links | rechts |
| 30,1 | 30,2 | 15,1 | 15,0 |
| 29,9 | 30,1 | 14,9 | 15,2 |
| 29,9 | 30,2 | 15,0 | 15,0 |
| 30,1 | 30,2 | 15,0 | 15,1 |
| 30,0 | 30,1 | 14,9 | 15,0 |
| 29,9 | 30,2 | 15,1 | 15,0 |
| 30,1 | 30,2 | 15,1 | 15,1 |
| 30,1 | 30,1 | 15,0 | 15,0 |
| 30,0 | 30,3 | 15,0 | 15,0 |
| 30,0 | 30,1 | 14,9 | 15,0 |
| 300,1 | 301,7 | 150,0 | 150,4 |
| $a_4 = 60,18$ | | $b_4 = 30,04$ | |

Ohne w_3 und w_4:

links	rechts
30,1	30,1
30,0	30,1
30,0	30,0
30,0	30,1
30,1	30,2
30,0	30,0
29,9	30,1
30,1	30,0
30,0	30,0
30,1	30,1
300,3	300,7
$a_4 = 60,10$	

Hieraus $k_4 = 2,0020$.

Es ist in der Praxis ausserdem nothwendig, noch einige Versuchsreihen mit umgekehrtem Magnetstabe und dadurch etwas verstärktem Erdmagnetismus anzustellen.

§ 6.

Die nächste Aufgabe ist nun die, eine Methode anzugeben, durch welche man unter Bezugnahme auf die vorstehenden Aichungsziffern jede durch das Schwingungsgalvanometer erhaltene Ablesung so berichtigen kann, dass der Quotient je zweier so corrigirter Resultate das wirkliche Verhältnis der Intensität der Inductionsstösse ausdrückt. Ich habe hierfür eine graphische Methode gesucht, deren Ausführung und Erklärung im Folgenden und auf Taf. I angegeben ist.

Man nehme aus den Resultaten der Aichung zur Construction von Curven:

Als Abscissen:

Grenzbögen zu jenen Elektricitätsmengen, welche nicht durch Verzweigung halbirt wurden: aber ausgedrückt durch solche Scalenablesungen (ganze Schwingungsbögen $2b$), wie sie hätten gefunden werden müssen, wenn die ganzen Elektricitätsmengen wirklich die doppelten Ausschläge von den durch Verzweigung erhaltenen (b) halbirten gegeben hätten.

Als dazu gehörige Ordinaten:

1. die gefundenen Zahlenwerthe der b; dann
2. jene von $2b$; endlich sind über diese noch
3. jene Werthe aufzutragen, welche sich aus der Gleichung $\nu = a + \alpha - 2b$ ergeben. So würden bezüglich unserer ersten Versuchsreihe als Abscisse $2b_1 = 398{,}40$; als Ordinaten $b_1 = 199{,}20$; $2b_1 = 398{,}40$; $\nu = 4{,}81$ zu dienen haben, wobei unter a, α und b wie in § 5 die bei der Aichung erhaltenen zusammengehörigen Grenzbögen zu verstehen sind. Ich habe wegen Deutlichkeit der Figur die Differenzen ν in zehnfach grösserem Maassstabe aufgetragen. Die Originalzeichnung der Curven muss selbstverständlich im nicht oder einem nur wenig verkleinerten Maassstabe der Fernrohrscala ausgeführt werden.

Wir erhalten so unsere Beobachtungsresultate als Punkte (auf Taf. I durch Kreise markirt) und angehörig zweien, nunmehr zeichnerisch auszuführenden Linien, nämlich: (für die halben Elektricitätsmengen) eine Gerade OA, welche von Null mit einem Neigungswinkel zur Abscissenachse OX ansteigt, dessen trigonometrische Tangente durch das Verhältnis $1:2$ auszudrücken ist; und (bezüglich der ganzen Elektricitätsmengen) eine Curve OB, welche in ihren Ordinaten so viel von einer unter 45^0 einschneidenden Geraden OC abweicht, als die ganzen Elektricitätsmengen grössere Grenzbögen zur Ablesung bringen, als die doppelt genommenen Ausschläge für die halben Mengen hätten unter der Annahme erwarten lassen, dass die Proportionalität zwischen Elektricitätsmenge und Grenzbogen richtig wäre.

Die beiden Linien OA und OB geben uns nun zwar ein klares Bild, auch eine ganz bestimmte Antwort darüber, wie gross sich der Ausschlag $2n + \nu$ für eine gewisse Elektricitätsmenge ergeben wird, wenn man für das halbe Quantum einen Ausschlag von n Scalen-

theilen gefunden hat. Indessen ist doch unsere Zeichnung bis jetzt noch nicht im Stande, das Verhältnis zweier Elektricitätsmengen n_1 und n_2 unter sich richtig anzugeben, von welchen wir als die zugehörigen Ausschläge $n_1 + \nu_1$ und $n_2 + \nu_2$ durch das Experiment festgestellt haben. Nehmen wir nunmehr die Abscissen als Elektricitätsmengen, die Ordinaten als die zugehörigen Grenzbögen; ferner jene Elektricitätsmenge als „Eins" an, welche den Grenzbogen „Hundert Scalentheile" hervorbringt, dann entsprechen diesen Ausschlägen auf beiden Curven OA und OB die Punkte c_1 und d_1. Durch den Schnitt von Ordinate c_1 mit der Curve OB in (d_2) finden wir den Scalenausschlag für die Elektricitätsmenge „Zwei" als Länge der Ordinate $x \mid (d_2)$. Derselbe Ausschlag $c_2 = (d_2)$ wird am Galvanometer aber auch dann hervorgebracht, wenn man von der Elektricitätsmenge „Vier" die Hälfte vermittelst unserer Brückenverbindung ins Galvanometer schickt, während aus den Constructionseigenschaften der Curve OA und OB hervorgeht, dass die zu c_2 gehörige Ordinate $y \mid (d_4)$ dem Ausschlage für die Elektricitätsmenge „Vier" im Galvanometer zukommt. Nun entspricht aber weder die Abscisse Ox noch Oy in Wirklichkeit den Elektricitätsmengen 2 und 4, sondern eben die Abscissen $O \mid 200$ und $O \mid 400$, weshalb auf den Ordinaten in 200 und 400 die wirklich zugehörigen Scalenausschläge $x \mid (d_2)$ und $y \mid (d_4)$ jetzt abgeschnitten werden können und als die Punkte d_2 und d_4 erscheinen.

Durch Wiederholung der nämlichen Construction findet man noch die weiteren Punkte c_4, d_8, sowie durch ein ähnliches Verfahren nach abwärts die Punkte $d_{0,5}$, $d_{0,25}$ für die Elektricitätsmengen 0,5 und 0,25; so ist endlich durch die Punkte $d_{0,25}$, $d_{0,5}$, d_1, d_2, d_4, d_8 eine neue Curve zu ziehen, welche Ordinaten abschneidet, deren bezügliche Abscissen die zugehörigen Werthe der Elektricitätsmengen angeben — jedoch, wie bereits bemerkt, unter der Voraussetzung, dass als Elektricitätsmenge „Eins" jene angenommen werde, welche der Nadel des Galvanometers den Grenzbogen 100 verschafft. In solcher Annahme sind wir natürlich nicht beschränkt, da für die Bestimmung der Inclination vermittelst des Erdinductors nicht absolute, sondern nur Proportionalzahlen verlangt werden.

Die Curve . . . d_1, d_2, d_4 . . . erhebt sich, wegen unserer Annahmen, von d_1 nach aufwärts über die Curve OB, während sie zwischen O und d_1 der Abscissenachse näher als diese liegt. Aehnlich ist das Verhältnis zwischen eben dieser Curve und der Geraden OC; doch

liegt im vorstehenden Falle ihr Schnittpunkt ungefähr 40 Scalentheile unterhalb d_1 gegen O zu.

Es ist hier anzumerken, dass die vorgezeichnete graphische Arbeit weder schwierig noch zeitraubend ist, und dass sie sich, hauptsächlich wenn die Zeichnung in genügenden Dimensionen ausgeführt wird, durch grosse Genauigkeit in der Bestimmung der Werthe auszeichnet, weil gar keine stumpfen Linienschnitte vorkommen, sondern meist solche unter nahezu 45°. Wenn man zwischen den Punkten d_2, d_4, d_8, welche weit aus einander liegen, noch zwischenliegende Curvenpunkte construiren will, kann man von der Abscisse $d_{1,5}$ für die Elektricitätsmenge „Eineinhalb" ausgehen, welche man durch das zwischen d_1 und d_2 bereits eingezeichnete Curvenstück (fast vollkommen eine Gerade) fixirt.

Die Anwendung der Curven ergibt sich nunmehr von selbst. Man bestimmt mit horizontaler und verticaler Drehachse des Inductoriums die beiden Grenzbögen, schneidet dann durch zwei Parallele zu OX im Abstande der Werthe der Grenzbögen zwei Schnittpunkte m und n auf der Curve OD ein, fällt ferner von diesen aus Perpendikel auf OX, worauf die Abstände lr und st die corrigirten Werthe der Grenzbögen angeben. So wurden (München, 24. März 1881) als Grenzbögen gefunden: $mr = 403{,}1$ und $ns = 198{,}7$; die corrigirten Grenzbögen aus der Zeichnung ergeben sich als $lr = 394{,}3$ und $st = 197{,}4$; folglich ist die Inclination

$$\varphi = 63^0\ 24{,}6'.$$

Hätte man die Correction nicht benützt, dann wäre als Inclination gefunden worden

$$(\varphi) = 63^0\ 45{,}6'.$$

Der Fehler, welcher also durch die bis jetzt üblich gewesene Bestimmungsmethode mit dem Weber'schen Erdinductor in München gemacht wurde, beträgt demnach 21'.

Man kann auch aus den Coordinatenwerthen einzelner Punkte sich eine Hilfsgleichung zusammenstellen, in welche man die nichtcorrigirten Werthe einsetzt, um die corrigirten herauszurechnen.

Oder man kann noch einfacher sich aus der Zeichnung eine Tabelle anfertigen. Zu diesem Zwecke schneidet man mit einer Schaar von Parallelen zu OX, deren Ordinaten man von 10 zu 10 Scalentheilen von Null an zunehmen lässt, in die Curve OD ein und fällt dann von allen Schnittpunkten aus Perpendikel auf die OX, deren

Längen von der Curve *OD*, sowie von der Geraden *OC* an neben einander in die Tabelle eingetragen werden. Die zwischenliegenden Werthe kann man durch eine einfache Interpolation finden, indem die zwischenliegenden Stücke der Curve *OD* als gerade anzunehmen sind. Aus den Differenzen zweier auf einander folgender Tabellenziffern, welche regelmässig wachsen sollen, ersieht man, ob die Zeichnung mit genügender Genauigkeit ausgeführt wurde; es lassen sich sogar durch Zurechtstellen dieser Differenzen und Auscorrigiren der Tabelle kleinere Ungenauigkeiten und Unregelmässigkeiten derselben verbessern.

§ 7.

Eine vorzügliche Art, die Inclination durch unsere Instrumente fehlerfrei zu bestimmen, ergibt sich aus der Anwendung der Gleichungen VII. Diese Methode beruht darauf, dass man im Schwingungsgalvanometer mit Hilfe der inducirenden verticalen Componente und unter gleichzeitiger Anwendung von angemessenen Widerständen w_3 und w_4 denselben Grenzbogen zu erreichen strebt, welchen die horizontale Componente an sich hervorbringt. Aus der Grösse der verwendeten Widerstände lässt sich dann leicht ein Schluss auf die Elektricitätsmengen machen, welche vor und nach der Verzweigung durchs Galvanometer gehen, und deren Verhältnis das wahre Verhältnis der magnetischen Componenten ausdrückt. Dieses Ziel kann man durch Annäherung so genau, als man immer will, erreichen, nur setzt die Methode voraus, dass man über gute Messapparate verfügt, mit deren Hilfe man jeden beliebigen Widerstand herzustellen vermag. Das in folgenden Zeilen angegebene Beispiel möge diese Methode erläutern.

Man bestimmt vor allem auf die gewöhnliche Art beide Grenzbögen, welche durch die horizontale und verticale Componente hervorgebracht werden. Als solche wurden im Mittel gefunden (München, 1. April 1881)

$$a = 367{,}80 \text{ und } b = 181{,}30.$$

Das Verhältnis dieser beiden Zahlen zu einander ist $n = \frac{a}{b} = 2{,}0287$; mit dieser Zahl ist jedoch das Verhältnis der bezüglichen Elektricitätsmengen nicht richtig ausgedrückt, wie wir bereits wissen; indessen weicht n doch nicht sehr bedeutend von dem wahren Verhältnisse ab, und wir können also erwarten, dass wir bei verticaler inducirender Componente, welche für sich also einen Grenzbogen von $a = 367{,}80$ Scalentheilen hervorbringt, nahezu den anderen Grenzbogen $b = 181{,}30$ erhalten werden, wenn wir von der ganzen (kurz gesagt) Vertical-Elektricitätsmenge

nur $\frac{1}{n}$ ins Schwingungsgalvanometer gelangen lassen; wie aber für diesen Zweck eine Stromverzweigung in der Leitung zwischen Inductor und Galvanometer beschaffen sein müsse, lehren die Gleichungen VII. Setzt man in diese die Werthe $n = 2,0287$ und den Widerstand der Inductionsrolle, welcher als $w = 0,77326$ Q. E. bestimmt wurde, ein, so ergibt sich, dass man nehmen müsse

$$\text{I } w_3 = 0,75233 \text{ Q. E.}$$
$$\text{I } w_4 = 0,39225 \text{ Q. E.}$$

Nach Einschaltung dieser Widerstände ergab sich im Mittel ein Grenzbogen von nur

$$c = 178,40 \text{ Scalentheilen.}$$

Man ersieht hieraus, dass ein zu kleiner Bruchtheil der Vertical-Elektricität ins Schwingungsgalvanometer gelangte, und zwar zu klein im ungefähren Verhältnisse von

$$\frac{c}{b} = \frac{178,40}{181,30} = 0,98399 = p.$$

Um also einen richtigeren, an b genäherteren Grenzbogen zu erhalten, wird man statt der Zahl n jetzt die verbesserte Zahl $n_1 = n \cdot p = 1,9966$ der Widerstandsberechnung zu Grunde zu legen haben. Für dieses neue Verhältnis bestimmen sich die erforderlichen Widerstände zu

$$\text{II } w_3 = 0,77627 \text{ Q. E.}$$
$$\text{II } w_4 = 0,38607 \text{ Q. E.}$$

Bei Einschaltung derselben näherte man sich jetzt schon dem Werthe b durch den Ausschlag von $d = 181,25$ Scalentheilen. Demnach ist auch n_1 noch mit dem Verhältnisse $\frac{d}{b} = 0,99973$ zu multipliciren, und es ergibt sich mit genügender Sicherheit (ohne dass man nochmals die Widerstände zu verbessern und Schwingungsversuche anzustellen brauchte)

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{d}{b} = 1,9956.$$

Da $n_2 = \operatorname{tg} \varphi$ ist, so ergab sich hieraus eine Inclination von

$$\varphi = 63^{\circ}\ 23,6'\ ^{1)}.$$

Ich bin der festen Ueberzeugung, dass man auf dem Wege des soeben mitgetheilten Verfahrens und durch die Benützung von Instrumenten

1) Das Local war nicht eisenfrei und die Meyerstein'schen Apparate nicht stabil und noch dazu abgenützt.

der in § 2 und § 3 angegebenen Construction die Inclination so genau bestimmen könne, als dies nur irgendwie gewünscht würde — jedenfalls viel genauer und sicherer als durch alle bis jetzt bekannt gewordenen. Für eine Reihe von Beobachtungen am gleichen Orte ist die Bestimmung weniger zeitraubend, da (in Bezug auf das vorstehende Beispiel) bei genügend sicher bestimmten und in ihren Verhältnissen zu w_3 constant bleibenden Widerständen II w_3 und II w_4 nur die drei Schwingungsversuche, welche die Zahlen a, b und d ergeben, vorzunehmen sind, ohne an diesen Widerständen selbst etwas zu ändern. Die Inclination ergibt sich dann aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = p \cdot \frac{a \cdot d}{b^2},$$

wobei als die Constante p stets jenes Verhältnis der beiden Schwingungsbögen $\frac{c}{b}$ genommen werden soll, welches einst bei Gelegenheit der Bestimmung der Widerstände II w_3 und II w_4 gefunden wurde.

Anhang.

Es liegt die Frage nahe, woher der mehrfach besprochene Umstand rühre, dass selbst bei kleineren Grenzbögen diese den Elektricitätsmengen nicht proportional werden, und ob man solches nicht vielleicht durch Constructionsänderungen u. s. w. auf einfache Weise verbessern könne. Ich habe in dieser Richtung einige Versuche angestellt, deren Resultate die folgenden waren.

Vor allem sind die vier Versuche ins Auge zu fassen, welche in § 5 aufgeführt sind. Aus denselben ergibt sich unmittelbar, dass die Ausschläge unverhältnismäsig grösser werden, als sie im Vergleich zu Ausschlägen ausfallen sollten, welche von geringerer Elektricitätsmenge herrühren: das Dämpfungsverhältnis ist abhängig von der Schwingungsweite. Es erklärt sich dies sehr leicht daher, dass die in der Nähe der Windungen schwingende Galvanometernadel dann ein Maximum von (ihre Bewegung dämpfendem) Strome inducirt, wenn ihre Achse parallel zu den Drahtwindungen wird. In jeder anderen Lage, wo Achse und Windungsrichtung einen Winkel unter sich einschliessen, ist die Inductionswirkung der bewegten Nadel selbstverständlich schwächer. Bei kleinen Schwingungen bewegt sich also die Nadel im Felde grösserer Dämpfung, während sie bei grösseren

Elongationen auch durch Orte wandert, wo die Dämpfung geringer, also auch der Gesammteffect aller Dämpfung kleiner wird. Man kann deshalb auch die Behauptung aufstellen, dass mehrerwähnte Proportionalität um so eher stattfinden werde, je geringer die Dämpfungswirkung der Nadel auf die Windungen überhaupt gemacht werde, d. h. je grösser der Widerstand im Galvanometer sei. Ich konnte solche Verhältnisse sehr leicht experimentiren, da die Aichungswiderstände w_3 und w_4 nur vom Widerstande des Erdinductors abhängig sind und man also sogleich diejenigen verwenden kann, welche die Stromintensität auf die Hälfte des ursprünglichen Werthes herabdrücken. Ich durfte nur in die eigentliche Galvanometerleitung beliebige Widerstände einschalten und durch entsprechende Annäherung eines Magnetstabes an die Inductorrolle dafür sorgen, dass der grosse Grenzbogen in seinem ursprünglichen Werthe erhalten blieb. Ohne Vergrösserung des Galvanometerwiderstandes wurde gefunden

$$k = 2{,}0244.$$

Bei Vermehrung desselben um 5 Q. E. ergab sich dagegen nur mehr

$$k = 2{,}0197.$$

Aber abgesehen von dem Umstande, dass man bei Einschaltung selbst von grösseren Widerständen der reinen Proportionalität doch nicht genügend nahe kommen kann, wird noch ausserdem die ganze Arbeit sehr langweilig, weil die Nadel ihren Grenzbogen erst nach um so mehr Schwingungen erreicht, als die Dämpfung schlechter wird. Man müsste aber, wenn es überhaupt wünschenswerth erscheinen sollte, ein fehlerfreies Schwingungsgalvanometer zu construiren, bei welchem die Windungen selbst die Dämpfung besorgen, die Richtung der einzelnen Windungslagen auf einem runden dosenförmigen Rahmen nach und nach so weit ändern, dass die am meisten aus einander liegenden Windungen etwa den doppelten Winkel des grössten Ausschlages mit einander bilden. Es wäre dies nicht sehr schwierig und man müsste nur die Anzahl der jeder Richtung angehörigen Windungen um so grösser nehmen, als das bezügliche Windungsbündel sich durch grösseres Entferntstehen von der Nadel dem inducirenden Einflusse desselben mehr entzieht. Fünf Richtungen würden wahrscheinlich genügen, von welchen die eine parallel zur Ruhelage der Nadel, zwei mit dem einfachen und zwei mit dem doppelten Betrage des grössten Schwingungsbogens von rechts und links her die Mittellage kreuzen. Freilich könnte man bei verminderter Dämpfung durch

die Windungen in die Nähe einer der Nadeln auch einen kupfernen Dämpfer anbringen, der in Bezug auf die Drehachse der Nadel ein Rotationskörper sein müsste. Am besten wäre es dann vielleicht, den Windungen die Aufgabe des Dämpfens (fast) ganz zu nehmen. Man könnte dies dadurch erreichen, dass man an den Anschlägen A und B Fig. 1 je einen Contact anbrächte, durch welche beide hindurch die Leitung zum Galvanometer ginge. Im Augenblicke des Anschlags und solange derselbe dauert, müsste die Galvanometerleitung durch diese Vorrichtung unterbrochen sein. Man müsste jedoch darauf achten, dass die Zeitdauer jeder Umkippung möglichst dieselbe und der Winkelbetrag der Drehung, welcher für den Unterbrechungsact verbraucht würde, beiderseits der gleiche wäre. Es ist dies eben nur ein Vorschlag zu einer Verbesserung, welche aber durch die Thatsache an Werth verliert, dass man nunmehr auch ohne solche Zugaben vollkommen scharfe Bestimmungen erreichen kann.

Ich habe auch eine Untersuchung darüber angestellt, ob nicht vielleicht auch durch die Luftreibung, welche die schwingende Nadel zu überwinden hat, die Proportionalität gestört würde; es ist dies in der That, wenn auch in nicht sehr bedeutendem Betrage, der Fall. Es wurden zwei Versuchsreihen experimentirt: einmal wurde die Nadel an und für sich auf das Grenzbögenverhältnis geprüft, wenn die ganze und dann die halbe Elektricitätsmenge auf sie einwirkte; es wurde gefunden

$$k = 2{,}0245.$$

Hierauf wurde an beide Enden der unteren Nadel je ein etwa 6^{qcm} grosses Stück Seidenpapier angeklebt, welches also den Querschnitt der Nadel vermehrte. Als man durch die Annäherung eines kleinen Magnets an den Erdinductor zunächst den grossen Grenzbogen auf den nämlichen Betrag wie vorhin gebracht hatte, fand sich durch die Aichung

$$k = 2{,}0268.$$

Nach Schluss dieser Zeilen habe ich von meinem hochgeehrten Gönner, Herrn Director Dr. Wild in Petersburg Mittheilung über seine neueste Arbeit erhalten, welche dieselbe Aufgabe auf anderem Wege löst und zugleich hierherbezügliche Literaturangaben enthält. Dieselbe findet sich im Bulletin de l'Academie de St.-Pétersbourg XI, 467 und wird auch im Repertorium erscheinen.

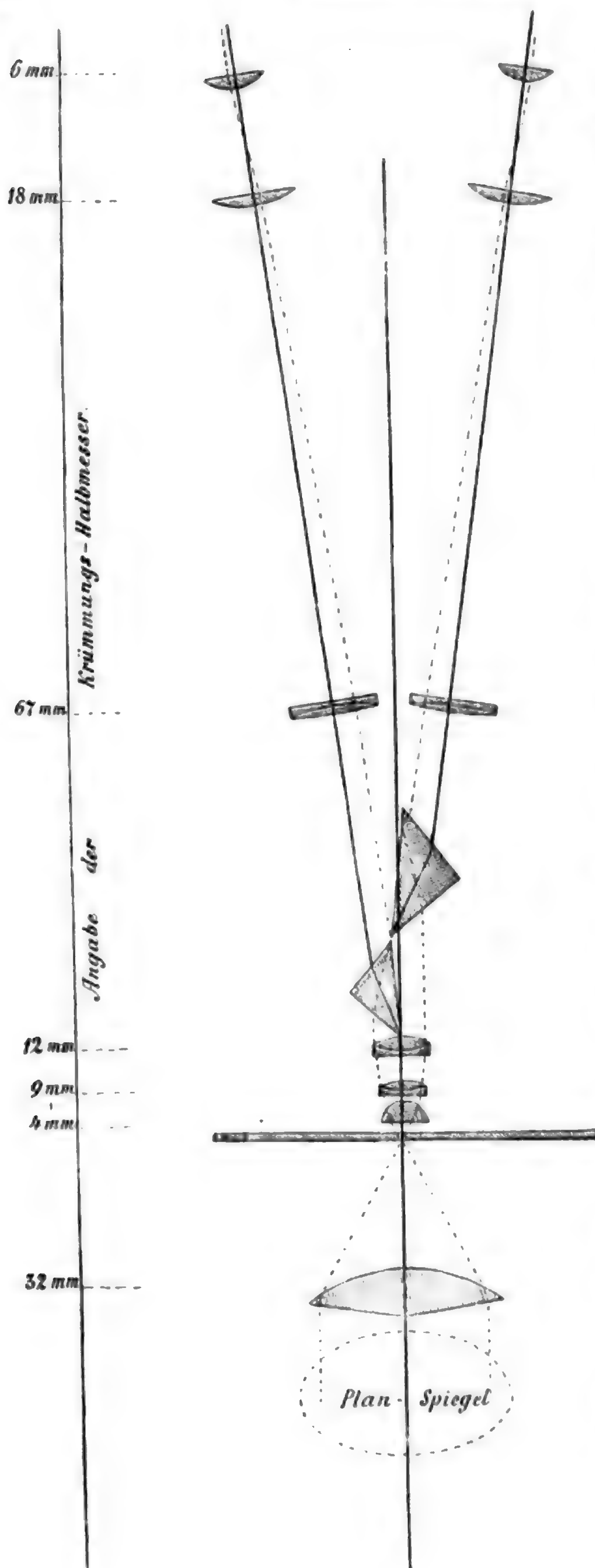
Binoculares Mikroskop

von

H. Goltzsch.

Ueber ein nach neuem Princip construirtes binoculares Stereo-Mikroskop ist bereits in Bd. 15 S. 653 dieser Zeitschrift Mittheilung gemacht worden. Jenes Instrument, welches sich von andern derartigen hauptsächlich durch die Anwendung kleiner Fernrohre an Stelle der Oculare unterscheidet, ist nunmehr insofern verbessert worden, als durch eine andere Anordnung seiner optischen Elemente der senkrechte Objecttisch beseitigt wurde, welcher für manche Zwecke unbequem ist. Indem ich mich in Betreff der Wirkungsweise dieses neu construirten Mikroskops, als mit der des früheren vollständig übereinstimmend, auf das damals Gesagte beziehe, gehe ich sogleich zur Erläuterung der auf der folgenden Seite befindlichen Figur über, welche die wesentlichen Theile des Instrumentes einschliesslich des Beleuchtungsapparates darstellt.

Dicht über dem Objectiv, dessen Achse also als senkrecht angenommen wird, ist ein rechtwinkliges Prisma angebracht, dessen vorderer spitzer Winkel die Achse berührt, während die Hypotenusenfläche um $3\frac{1}{2}{}^{0}$ gegen dieselbe geneigt ist, so dass die eine Hälfte des aus dem Objectiv austretenden Lichtbündels durch Totalreflexion um 7^{0} gegen die Achse abgelenkt wird. Dicht hinter diesem Prisma befindet sich ein zweites etwas grösseres von gleicher Gestalt, das jedoch mit dem vorderen spitzen Winkel ein wenig über die Achse greift, unter gleicher Neigung, aber in entgegengesetzter Lage, welches die andere Hälfte des Strahlenbündels ebenfalls um 7^{0} von der Achse ablenkt (gleichgültig ist es, welches man als das rechte oder linke betrachtet). Die beiden dergestalt unter einem Winkel von 14^{0} nach oben divergirenden Lichtbündel erlangen etwa 8 Zoll über dem Scheitelpunkte ihres Winkels eine gegenseitige Entfernung, welche der mittleren Augendistanz gleichkommt; und durch die beiden kleinen innerhalb dieser Entfernung centrisch mit den secundären Achsen angebrachten Fern-



rohre können beide Bilder gleichzeitig in binocularer Verschmelzung gesehen werden. Unter den secundären Achsen ist hier der Verlauf der ursprünglichen Hauptachse zu verstehen, wie er sich durch die Brechung und Reflexion in den Prismen gestaltet; in der Zeichnung ist die Hauptachse und die beiden Nebenachsen durch starke ausgezogene Linien angegeben, durch punktirte dagegen der Gang der beiderseitigen Grenzstrahlen des centralen Bündels (zugleich mit Rückwärtsverlängerung bis zum Beleuchtungsspiegel). Die Fernrohre haben achromatische Objective und Doppeloculare gewöhnlicher Art, sie sind ohne besonderen Auszug ein- für allemal für normale Augen auf unendliche Entfernung eingestellt und können durch einen

gemeinsamen Trieb gleichzeitig längs ihrer Achsen so weit verschoben werden, als zur Anpassung an abweichende Augenweiten nothwendig ist. Alle diese Theile sind an und in einem flachen, sich nach unten verjüngenden Kasten befestigt, welcher ganz wie der Tubus eines gewöhnlichen Mikroskops an einem Stativ von herkömmlicher Form durch Trieb und Mikrometerschraube höher oder tiefer gestellt werden kann. Das Objectiv wird in ein in die untere Wand des Kastens eingeschnittenes Muttergewinde eingeschraubt, denn es ist von Wichtigkeit, es dem ersten Prisma möglichst nahe zu bringen. Beide Prismen sind an den Seitenwänden des Kastens durch einige zugleich zur Correction dienende Schrauben befestigt, jedoch so, dass sie leicht entfernt und mit Genauigkeit wieder an ihren Ort gebracht werden können. Nur für die Richtung senkrecht zur Hypotenusenfläche sind Correctionsschrauben erforderlich; für die Richtung senkrecht zur Grundfläche genügt einfache exacte Arbeit. Die Grundfläche des unteren Prisma muss eine Höhe haben gleich der Objectivöffnung, muss also nach den grössten Objectivlinsen bemessen werden, welche man anwenden will; das zweite muss etwas, kann aber erheblich grösser sein; letzteres ist insofern vortheilhaft, als ein längerer Weg der Strahlen innerhalb der Glasmasse den Scheitelpunkt der divergirenden Achsen tiefer rückt und somit zur Ermässigung der Höhe des ganzen Instruments beiträgt. Von der einmal angenommenen Grösse beider Prismen ist übrigens, wie leicht einzusehen, die ganze übrige Construction abhängig; man wird deshalb bei praktischer Ausführung wohl thun, zunächst die beiden Prismen herzustellen und erst dann den weiteren Plan festzustellen; will man eine grössere Höhe des Ganzen zulassen als gewöhnliche Mikroskope haben, kann auch der Divergenzwinkel der Achsen verkleinert werden. Auf der Oberseite des Kastens ist eine zur Hauptachse centrische Oeffnung nicht zu vergessen, in welche ein Rohr mit feiner Oeffnung oder besser ein gewöhnliches Ocular eingesetzt werden kann; ohne dieses Hilfsmittel ist ein genaues Adjustiren der Prismen unmöglich, denn man muss es durchaus dahin bringen, dass ein nach Entfernung der Prismen durch das gedachte Ocular im Mittelpunkt des Feldes gesehener Objectpunkt auch bei der Anwendung der Prismen in der Mitte der Fernrohrfelder erscheint.

Wenn man diese somit beschriebene Construction mit jener früheren vergleicht, erkennt man, dass sie aus derselben gewissermassen durch Drehung aller Theile um einen rechten Winkel gegen das Objectiv ent-

standen ist; da aber die relative Lage aller Theile dieselbe geblieben ist, so ist die schliessliche Wirkung auch wie dort eine stereoskopische, und nicht, wie man aus einer irrthümlichen Angabe Harting's bei Besprechung einer ähnlichen Einrichtung schliessen könnte, eine pseudoskopische. Der Irrthum Harting's entspringt anscheinend aus der Meinung, als sei für den stereoskopischen Effect eine Kreuzung der secundären Achsen hinter den Prismen erforderlich nach Art der Wenham'schen Binocularvorrichtung. Bei letzterer aber erfolgt eine zweimalige Reflexion des einen secundären Bündels (bei freiem Durchtritt des andern). Kommt hingegen nur eine einmalige Spiegelung jedes Bündels zur Anwendung, so wird schon durch die einseitige Rückwärtsumkehrung der Bilder durch die Spiegelung die Pseudoskopie beseitigt. Dieses Verhältnis ist es eben, welches den viel längeren Tubus der Wenham'schen und ähnlicher Constructionen bedingt, da bei solchen die, zur Erzielung eines Convergenzwinkels der Augenachsen von nicht über 14°, erforderlichen 8 Zoll Höhe erst von dem Kreuzungspunkte der secundären Achsen an gerechnet werden können. Es kommt übrigens auch das hier beschriebene Instrument in der Anordnung der Prismen nahe mit dem zuerst von Riddell gegebenen überein, von welchem auch Harting im Widerspruch mit dem vorhin Angeführten berichtet, dass die Wirkung eine stereoskopische sei; Riddell setzte die Prismen jedoch neben, nicht über einander und benutzte gewöhnliche Oculare. Dass dieses Riddell'sche Binocular-Mikroskop nicht in Aufnahme gekommen, hat vermuthlich darin seinen Grund, dass die Bilder bei dem grossen Einfallswinkel der Strahlen auf die Prismaflächen durch chromatische Aberration zu sehr geschädigt werden; denn eine Zerlegung des Bildpunktes in eine Reihe verschiedenfarbiger neben einander liegenden Punkte ist bei Anwendung so dicker Glasmassen, wie die Prismen darstellen, nur beim Parallelismus der hindurchtretenden Strahlenbündel nicht vorhanden, sofern ausserdem die Prismen von wirklicher Vollkommenheit sind. Dann aber finden sich bei Riddell mehrere ganz überflüssige Bewegungen der Oculare und Prismen, welche auf eine ungenügende Erkenntnis der hier in Frage kommenden Verhältnisse schliessen lassen.

Ein wesentlicher Punkt ist ferner die Beleuchtung. Hier genügt (und dies gilt von Stereo-Mikroskopen jeden Systems) der Planspiegel allein niemals, der Concavspiegel allenfalls dann, wenn er in der Achse

des Mikroskops in weiten Grenzen verschiebbar, doch ohne Seitwärtsbewegung ist. Besser ist ein Planspiegel mit verschiebbarer Convexlinse, welche fast bis auf ihre doppelte Brennweite sich von dem Object muss entfernen lassen; denn die richtige Beleuchtung findet dann statt, wenn das Bild der Lichtquelle mit dem Object zusammenfällt, bei naher Lichtquelle aber ist diese Bildweite grösser als die Brennweite der Linse. Dennoch ist eine solche Beleuchtungsweise höchst unvortheilhaft für das Zustandekommen scharfer Bilder, auch ist sie häufig viel zu grell; es sind deshalb enge Blenden erforderlich. Diese dürfen beim Stereo-Mikroskop niemals runde Oeffnungen besitzen, dieselben müssen vielmehr die Form von Spalten haben, welche senkrecht zu den Prismakanten gestellt sind; man vereinigt deren 7 oder 8 (von der engsten herstellbaren Weite an bis zu etwa 2^{mm}) auf einer gewöhnlichen drehbaren Blendscheibe, deren Drehungspunkt am besten so gewählt wird, dass die Spalten auf der Scheibe radial angeordnet erscheinen. Wenn keine weitere Vorrichtung als diese zu Gebot steht, hat man beim Gebrauch die Linse und den Spiegel zunächst so zu richten, dass die Helligkeit in beiden Gesichtsfeldern zugleich das erreichbare Maximum ist, und dann dieselbe durch angemessene Abblendung zu ermässigen.

Viel besser aber wirkt die in der Figur dargestellte ebenfalls mit einem Planspiegel verbundene Beleuchtungslinse. Dieselbe ist gewissermassen eine Planconvexlinse, auf deren Planfläche zwei flache Prismen so aufgelegt sind, dass ihre dickeren Seiten in der Mittellinie zusammenstossen; diese Mittellinie ist den Kanten der Prismen im Mikroskop parallel. Eine solche Linse entwirft in der entsprechenden Vereinigungsweite zwei getrennte Bilder der Lichtquelle, in geringerer Entfernung aber kreuzen sich die diese Bilder entwerfenden Strahlenkegel in einem gemeinsamen Raum, welcher nunmehr den Ort bezeichnet, wo sich das zu beleuchtende Object befinden muss; die Gesichtsfelder werden auf diese Art gleichmässig von diffusem Licht in der nothwendigen Richtung erhellt, ohne dass jemals ein Bild der Lichtquelle sich gleichzeitig mit dem optischen Bild zeigen kann, wie es leicht bei einer gewöhnlichen Convexlinse geschieht; selbstverständlich ist diese Beleuchtung auch viel gemässigter, doch kommen erforderlichen Falls ebenfalls die Blenden zur Anwendung. Die zu diesem Versuch hergestellte Linse hat bei 40^{mm} Durchmesser einen Krümmungshalbmesser von 32^{mm}, und der Winkel der als abgehoben gedachten Prismen beträgt $8\frac{1}{2}°$; für die

Verschiebung solcher Linse in der Achse genügt ein Spielraum gleich dem doppelten Krümmungsradius. Man kann sie auch länglich viereckig statt rund machen, denn schon ein centraler Theil halb so breit als lang ist ausreichend; hierdurch wird dem Licht ein freierer Zutritt zu dem Beleuchtungsspiegel gewährt.

Noch wäre einiges über die speciell zu dem Stereo-Mikroskop mit Ocularfernrohren passenden Objective zu sagen. Man darf hier keineswegs erwarten, mit Objectiven, welche für gewöhnliche Mikroskope bestimmt sind, ohne weiteres brauchbare Bilder zu erhalten; denn erstens ist die Halbirung der Strahlenbündel an sich nicht ganz ohne Einfluss auf die Qualität der Bilder, dann aber handelt es sich um einen ganz andern Strahlengang. Man muss also stets besondere für parallele Strahlenbündel, d. h. für eine unendlich grosse Bildweite corrigirte Objectivsysteme haben. Man stellt solche im allgemeinen schon dadurch her, dass man die Linsen eines gewöhnlichen Systems einander etwas mehr nähert, gerade so, als wollte man sie für sehr dicke Deckgläser passend machen. Natürlich ist hier dieselbe Sorgfalt erforderlich wie beim Zusammensetzen von Mikroskopobjectiven überhaupt, aber im Princip ist der Fall, dass das Object genau im Brennpunkt steht, wie er hier gilt, ebenso berechtigt, wie der des zusammengesetzten Mikroskops, wo es ausserhalb, oder der des einfachen (simplex), wo es innerhalb der Brennweite steht. Die bereits thatsächlich erreichten Resultate geben sehr wohl der Hoffnung Raum, dass die bis jetzt erzielten, noch mässigen Vergrösserungen, kaum über 200fach, sich erheblich werden steigern lassen, da innerhalb dieser Grenze eine vollkommen genügende Begrenzung und Auflösung der angemessenen Probeobjecte erlangt ist. So zeigt beispielsweise ein nach dem ersten Modell von den Herren F. Schmidt & Haensch in Berlin hergestelltes Stereo-Mikroskop bei 120facher Vergrösserung deutlich die feinen Querstreifen auf den Flügelschuppen von Hipparchia Janira, und zwar bei einer Ocularvergrösserung, welche der schwächsten der sonst üblichen Oculare gleichkommt; dabei besitzt das Bild eine derartige Helligkeit, dass man durch stärkere Oculare die Vergrösserungsziffer leicht auf das Doppelte bringen könnte.

Ueber Ketten aus Röhren bestehender Elektricitäts-recipienten.

Von

Dr. Anian Jedlik,

quiesc. Universitäts-Professor.

Bevor ich die Besprechung der Ketten beginne, welche durch Vereinigung mehrerer aus Röhren bestehender Elektricitätsrecipienten gebildet werden können, halte ich es für nicht überflüssig, einige auf diese letzteren bezüglichen Bemerkungen vorauszuschicken.

Jeder Apparat, dessen Eigenthümlichkeit darin besteht, die durch irgend eine Elektrisirmaschine hervorgebrachte Elektricität in grösserer Menge zu sammeln, kann allgemein Elektricitätsrecipient genannt werden. Somit wäre auch die gewöhnliche Leydener Flasche ein Elektricitätsrecipient zu nennen; ich verstehe jedoch unter dieser Bezeichnung nur einen solchen Apparat, welcher, obwohl er bezüglich seiner Fähigkeit die Elektricität zu sammeln der Leydener Flasche gleicht, sich doch durch seine Construction und äussere Gestalt von derselben unterscheidet. Der Unterschied besteht einerseits darin, dass bei dem von mir Elektricitätsrecipient genannten Apparate statt der Flasche Glasröhren in Anwendung kommen, weshalb derselbe zum Zweck besserer Unterscheidung aus Röhren bestehender Elektricitätsrecipient genannt werden kann, — andererseits darin, dass derselbe der Leydener Flasche gegenüber beträchtliche Vorzüge besitzt.

Der aus Röhren bestehende Elektricitätsrecipient wurde auf folgende Weise hergestellt.

Glasröhren von 10 bis 12^{mm} Durchmesser und 66^{mm} Länge, gleich denen, welche man zur Anfertigung gewöhnlicher Barometer verwendet, wurden, nachdem sie zu gleicher Länge geschnitten und an einem Ende zugeschmolzen waren, bis zur Höhe von 39^{cm} mit feinen Eisenfeilspänen gefüllt und sodann an ihrer äusseren Oberfläche bis zu derselben Höhe mit Stanniol überzogen. Hierauf wurde in ihrer Höhlung ein nach aussen reichender Kupferdraht befestigt und auf diese Weise aus jeder einzelnen Röhre eine kleine Leydener Flasche gebildet. Endlich wurden dieselben, indem man sie behufs leichterer Vereinigung in ein cylindrisches Glasgefäss setzte und mit Hilfe der hervor-

ragenden Kupferdrähte unter einander in Verbindung brachte, zu einem zusammengesetzten und einer gewöhnlichen elektrischen Batterie ähnlich construirten Apparate, dem aus Röhren bestehenden Elektricitätsrecipienten, vereinigt. Ueber beide Enden des cylindrischen Glasgefässes, welches den auf diese Weise entstandenen Elektricitätsrecipienten umfasst, wurden aus Messingblech bestehende und mit der nöthigen Höhlung versehene Kugeln oder aber statt derselben cylindrische Kapseln geschoben und die eine derselben mit den aus dem Innern der Röhren nach aussen geleiteten Kupferdrähten, die andere aber mit einem durch den durchbohrten Boden des Glasgefässes bis zwischen die Stanniolbekleidung der Glasröhren reichenden Metalldraht in Berührung gebracht. — Es ist selbstverständlich, dass die nicht mit Stanniol bedeckten Aussenflächen der Glasröhren sowie die Oberfläche des die letzteren enthaltenden Glasgefässes behufs besserer Bewahrung der im Recipienten enthaltenen Elektricität mit in Alkohol gelöstem Schellack überzogen werden mussten.

Als Vorzüge des Elektricitätsrecipienten gegenüber der Leydener Flasche sind zu erwähnen:

1. Dass der Elektricitätsrecipient eine mehrmals grössere Elektricitätscapacität besitzt als eine Leydener Flasche von gleichem Durchmesser. Die Capacität hängt nämlich sowohl bei dem einen wie bei der anderen — im Falle der Gleichheit der sonstigen dieselbe beeinflussenden Umstände — nur von der Grösse der mit Stanniol bedeckten Fläche ab; diese ist aber bei der Leydener Flasche nur die Oberfläche des Stanniolüberzuges der Seitenwand und des Bodens der Flasche, bei einem aus Röhren bestehenden Elektricitätsrecipienten von gleichem Durchmesser aber die Gesammtoberfläche des Stanniolüberzuges der äusseren Flächen sämmtlicher, ein dichtes Bündel bildender Röhren, welche die erstere in um so höherem Maasse übertrifft, je grösser der Durchmesser des Elektricitätsrecipienten und je kleiner jener der einzelnen Röhren desselben ist. So wurde zum Beispiel die gesammte mit Stanniol überzogene Fläche eines aus 29 Röhren bestehenden Elektricitätsrecipienten 4778 ^{qcm} gross gefunden, während die mit Stanniol bedeckte äussere Fläche einer gewöhnlichen Leydener Flasche von gleichem Durchmesser und gleicher Höhe nur 1045 ^{qcm} gross war. Da aber 4778 : 1045 = 4,57 ist, so ist evident, dass im erwähnten Falle die mit Stanniol überzogene Fläche des Recipienten und somit auch seine Elektricitätscapacität 4,57 mal grösser war als die der

gleich grossen gewöhnlichen Leydener Flasche. — Wenn der mit der Leydener Flasche verglichene Elektricitätsrecipient aus Röhren von zweimal geringerem Durchmesser bestände, so enthielte derselbe nicht 29, sondern 4 · 29 = 116 Röhren, deren mit Stanniol überzogene gesammte Oberfläche und somit auch deren Elektricitätscapacität 9,1mal grösser wäre als die der gleich grossen Leydener Flasche. Wenn nämlich die Anzahl der Röhren auf das Vierfache erhöht, zugleich aber der Durchmesser und somit auch die Oberfläche jeder Röhre auf die Hälfte reducirt wird, so ergibt sich die Grösse der mit Stanniol überzogenen Fläche, wenn die zu 4778 ^{qcm} bestimmte Fläche des aus 29 Röhren bestehenden Recipienten mit 4 multiplicirt und durch 2 dividirt wird. Es ist aber $4778 \cdot \frac{4}{2} = 9556^{qcm}$. Vergleicht man diese vergrösserte Fläche mit der des Stanniolüberzuges der gleich grossen Leydener Flasche, so erhält man 9556 : 1045 = 9,1, woraus die Richtigkeit obiger Angabe erhellt.

2. Es ereignet sich zuweilen, dass die in einer Leydener Flasche oder in einem aus Röhren bestehenden Recipienten über einen gewissen Grad der Spannung angehäufte Elektricität die Wand der Leydener Flasche oder aber die irgend einer Röhre des Recipienten durchbricht. Nach einem derartigen Zufalle ist die Leydener Flasche vollständig unbrauchbar und kann oft nicht sogleich oder überhaupt nicht ersetzt werden; der Elektricitätsrecipient hingegen kann, da nur eine einzelne Röhre derselben durchbrochen wurde, nach Entfernung derselben wieder wie zuvor benützt werden.

3. Als ein Vorzug des aus Röhren bestehenden Elektricitätsrecipienten erscheint ferner, dass nach dem Principe desselben aus einem Gestelle von der Form eines hohlen Cylinders von beträchtlicher Weite und von einer Höhe gleich der des Stanniolüberzuges der erwähnten Röhren durch Ausfüllung der Höhlung des Gestelles mit den zu kleinen Leydener Flaschen gestalteten Röhren eine Röhrenbatterie hergestellt werden kann, welche bei einfachster Construction auf möglichst geringes Volumen reducirt einen viel kleineren Raum einnimmt als eine aus Leydener Flaschen bestehende gewöhnliche Batterie von gleicher Elektricitätscapacität. — Eine derartige elektrische Röhrenbatterie von einem Viertelquadratmeter Querschnitt, die aus Röhren bestände gleich denen, welche zu dem beschriebenen Elektricitätsrecipienten verwendet wurden, enthielte 430 Stück derselben, und da

die Oberfläche des Stanniolüberzuges einer Röhre 156,78 ^{qcm} beträgt, wäre diejenige sämmtlicher 430 Röhren 67415,4 ^{qcm}, was der Grösse der mit Stanniol überzogenen Fläche einer aus 45 Leydener Flaschen bestehenden und einen beträchtlichen Raum erfordernden gewöhnlichen Batterie entspricht, deren Flaschen einen Durchmesser von 16 ^{cm} haben und bis zur Höhe von 32 ^{cm} mit Stanniol überzogen sind. Wenn hingegen bei der aus 430 Röhren bestehenden elektrischen Batterie die Länge der einzelnen Röhren so gewählt würde, dass die Höhe des Stanniolüberzuges statt 39 ^{cm} einen Meter betrüge, so wäre die zur Aufnahme der Elektricität geeignete Oberfläche 172860 ^{qcm} gross und gleich der mit Stanniol bedeckten Fläche von nicht mehr 45, sondern 102 Stück Leydener Flaschen der oben erwähnten Grösse, ohne dass die Horizontaldimensionen der Röhrenbatterie dadurch im geringsten vergrössert würden. —

Nachdem ich mich von den angeführten Vorzügen der aus Röhren bestehenden Elektricitätsrecipienten schon um die Mitte der sechziger Jahre auf jede Weise überzeugt hatte, hielt ich zum Zweck der Bekanntmachung derselben in der naturwissenschaftlichen Section der im Jahre 1867 in Rimaszombat abgehaltenen XII. allgemeinen Versammlung ungarischer Aerzte und Naturforscher einen Vortrag über „aus Röhren bestehende Elektricitätsrecipienten“[1]), in welchem ich zugleich die Verwendung dieser letzteren nicht nur zur Herstellung des soeben besprochenen und elektrische Röhrenbatterie genannten Apparates als sehr wünschenswerth bezeichnete, sondern auch zu derartiger Modification der von mir in der naturwissenschaftlichen Section der im Jahre 1863 in Pest abgehaltenen IX. allgemeinen Versammlung ungarischer Aerzte und Naturforscher bekannt gemachten „Kette von Leydener Flaschen“[2]), dass bei der letzteren statt der übermässig voluminösen und eine der erreichbaren gegenüber verhältnissmässig geringe Elektricitätscapacität besitzenden Leydener Flaschen Elektricitätsrecipienten in Anwendung kämen.

Infolge der um die Mitte des Jahres 1871 an die Professoren der Universität in Budapest von Seite Seiner Excellenz des kgl. ungar. Ministers für Cultus und Unterricht ergangenen Aufforderung, durch Herstellung bedeutenderer Objecte aus dem Bereiche der einzelnen wissen-

1) Magyar orvosok és természetvizsgálók 1867ben Rimaszombatban tartott nagygyülésének munkálatai (Pest 1868) S. 338—347.

2) Magyar orvosok és természetvizsgálók 1863ban Pesten tartott IXdik nagygyülésének munkálatai (Pest 1864) S. 338—343.

schaftlichen Fächer zur Repräsentirung der Universität bei Gelegenheit der Wiener Weltausstellung im Jahre 1873 beizutragen, entschloss ich mich zur Anfertigung der durch mich bekannt gemachten und empfohlenen, meines Wissens jedoch bis dahin noch nicht zur Ausführung gelangten Kette aus Röhren bestehender Elektricitätsrecipienten, durch welche die Spannung der aus einer Holtz'schen Elektrisirmaschine oder aus einem Rühmkorff'schen Inductionsapparate gewonnenen und in den einzelnen Recipienten angehäuften grösseren Elektricitätsmenge im allgemeinen so erhöht werden kann, dass die Schlagweite ihres Entladungsfunkens im geraden Verhältnisse der Anzahl der zu einer Kette verbundenen Recipienten die Schlagweite jenes Funkens übertrifft, welchen man aus den Recipienten erhalten kann, wenn sie bis zu demselben Grade geladen, jedoch nicht in Form einer Kette, sondern in der bei gewöhnlichen elektrischen Batterien gebräuchlichen Weise verbunden sind. Der Apparat wurde in zwei Exemplaren von verschiedener Construction ausgeführt und nachdem derselbe bezüglich der Erhöhung des Spannungsgrades der Elektricität den Erwartungen vollkommen entsprach, in beiden Exemplaren unter dem Titel „Elektricität spannende Batterie“ in der Wiener Weltausstellung ausgestellt. Diese Apparate wurden nach Schluss der Ausstellung auf Grund des Votums der internationalen Jury durch die allerhöchste Anerkennung Seiner Kaiserlichen und Königlichen Majestät und durch die Fortschrittsmedaille ausgezeichnet[1]).

1) Was die Beschreibung der Apparate betrifft, so wäre die Publication derselben bei Gelegenheit der Ausstellung wohl am besten am Platze gewesen; da ich aber beabsichtigte, mit der Beschreibung des Apparates zugleich auch die mit Hilfe desselben zu erzielenden Resultate zu veröffentlichen, die Apparate aber trotz aller meiner Bemühungen erst kurz vor Eröffnung der Ausstellung in brauchbarem Zustande waren, so änderte ich meine Absicht dahin, das Mangelnde erst nach der Weltausstellung und um so vollständiger nachzutragen. Jedoch auch dieser Vorsatz war unausführbar, weil im Jahre 1873 während der Ferien jener Theil des grösseren Gebäudes der Universität, der damals die Sammlung physikalischer Instrumente enthielt, zum Zweck der Herstellung eines Vestibüles und eines Stiegenhauses für einen neuen Anbau adaptirt wurde und infolge dieses Umstandes die Objecte der erwähnten Sammlung während eines Zeitraumes von anderthalb Jahren in so engem Raume zusammengedrängt aufbewahrt werden mussten, dass es kaum möglich war, für die nach Schluss der Weltausstellung zurückgelangten elektrischen Batterien einigen Platz zu gewinnen, um so weniger aber mit denselben die beabsichtigten Untersuchungen anzustellen. Im Sommer des Jahres 1875 war die Sammlung physikalischer Instrumente wohl wieder in Ordnung gebracht, und auch die elektrischen Batterien hatten einen passenden Platz erhalten; weil jedoch die eine Scheidewand des Instrumentensaales und ausserdem ein Theil des Fussbodens neu hergestellt waren, so war infolge der beständigen Ausdünstung dieser Bautheile die Luft in den Räumlichkeiten der physikalischen Abtheilung fortwährend in so feuchtem Zustande, dass es während dritthalb Jahren unmöglich war, mit den dort befindlichen elektrischen Batterien befriedigende Versuche zu machen, und ich sehr zufrieden sein musste, im August des Jahres 1878, bevor ich infolge meines Uebertrittes in den Ruhestand die Apparate Herrn Baron Roland Eötvös, Professor der Physik,

Einen Hauptbestandtheil der die Elektricität spannenden Batterie bilden die aus Röhren bestehenden und bezüglich ihrer Einrichtung und der Art ihrer Anfertigung bereits oben beschriebenen Elektricitätsrecipienten, welche in den Figuren 1 und 2 mit den Buchstaben *A, B, C, D*

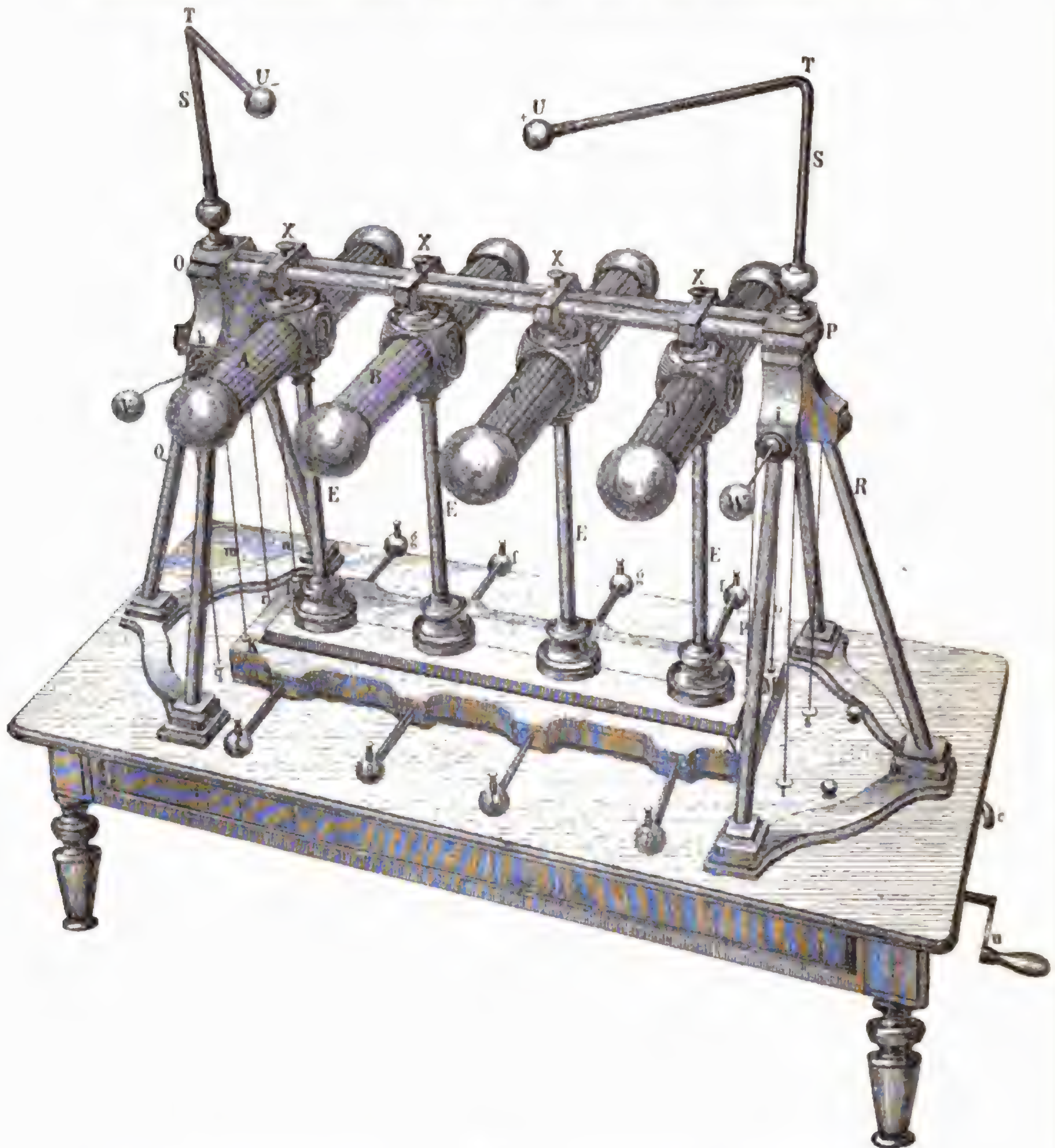


Fig. 1.

———

officiell zu übergeben hatte, mit denselben die erforderlichen Fundamentalversuche anstellen zu können, welche denn auch ihre Leistungsfähigkeit erwiesen.

bezeichnet sind. Der andere Theil besteht aus Hilfsvorrichtungen, welche mit dem die Basis des Ganzen bildenden Tische zusammen dazu dienen, um vor Beginn der Ladung bei dem durch Fig. 1 dargestellten Apparate die Recipienten *A*, *B*, *C*, *D* selbst, bei dem durch Fig. 2 dargestellten aber die am unteren Ende der Recipienten angebrachten und mit den Buchstaben *F* und *G* bezeichneten Arme

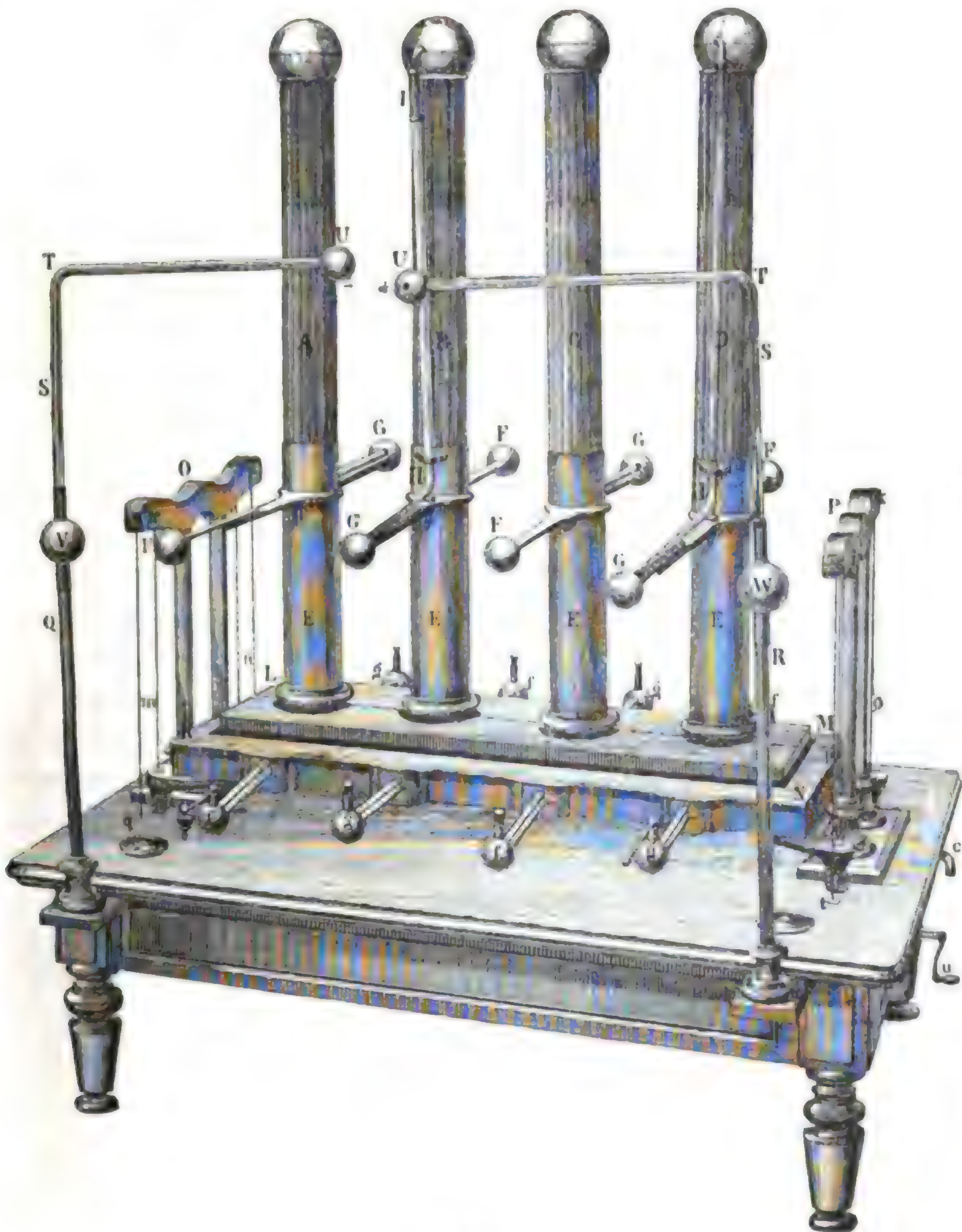


Fig. 2.

in eine auf die Längsrichtung des Tisches senkrechte Stellung zu bringen, nach erfolgter Ladung aber und zwar im Moment der Entladung die Recipienten zu einer Kette zu vereinigen, d. h. in solche Lage zu bringen, bzw. so zu verbinden, dass das positiv elektrische Ende jedes Recipienten mit dem negativ elektrischen des folgenden in Berührung komme.

Behufs dessen ruht bei dem in Fig. 1 abgebildeten Apparate jeder Recipient in einer aus Holz angefertigten reifenartigen Fassung, welche auf der isolirenden Glasstange E befestigt und mit dieser zusammen um die Verticallinie EX leicht drehbar ist. Zu demselben Zwecke sind die Recipienten der durch Fig. 2 dargestellten Batterie einzeln in Messinghülsen gesetzt, die auf dem oberen Ende von verticalen und um ihre Achse ebenfalls drehbaren, mit E bezeichneten isolirenden Säulen befestigt sind, welche letztere aus mit Eisenoxyd gemengtem Schwefel gegossen wurden. Es ist zu bemerken, dass von den an die Messinghülse jedes Recipienten befestigten Armen F und G die mit F bezeichneten aus Metall, die mit G bezeichneten aber aus isolirendem Hartgummi angefertigt und an ihren Enden mit Metallkugeln versehen sind. Die Arme F stehen in leitender Verbindung mit dem äusseren Stanniolüberzuge der Recipienten; die an den Enden der Arme G befindlichen Metallkugeln aber communiciren mit der inneren Fläche der betreffenden Recipienten, und zwar mit Hilfe der in den gekrümmten Glasröhren G, H, I enthaltenen Kupferdrähte.

Die Herstellung der in dem einen oder im anderen Sinne gewünschten Verbindung der Recipienten der elektrischen Batterien wird bei dem Apparate der einen Construction ebenso bewirkt wie bei dem der anderen. Bei der in Fig. 1 abgebildeten Batterie endigen die einzelnen Glasstangenständer E der Recipienten, bei dem durch Fig. 2 dargestellten aber die einzelnen Schwefelsäulen E nach unten in eisernen Achsen a, wie dies in Fig. 3 an den unverdeckten unteren Enden der Säulen E erkennbar ist. Jede der mit a bezeichneten eisernen Achsen ist mit einer kurzen Speiche b versehen, welche in der einen Batterie parallel mit der Längsrichtung der Elektricitätsrecipienten, in der anderen parallel mit der Richtung der Arme F, G vorragt, so dass die Speichen der ersten und dritten Achse a nach der einen Seite des Tisches, die der zweiten und vierten Achse a aber nach der anderen Seite desselben gerichtet sind. An der Tischplatte ist ein die Achsen a umgebendes, aus Eisenstäbchen gebildetes schmales Rechteck

angebracht, welches mit Hilfe des mit demselben in Verbindung stehenden und unter der Tischplatte befindlichen Griffes *c* ein wenig hin- und hergeschoben werden kann. Wenn nun mit der Seite *d* dieses Rechtecks die erste und dritte, mit der Seite *e* desselben aber die zweite und vierte Speiche entsprechend verbunden ist, so können die Recipienten durch den Griff *c* beliebig in die eine oder die andere Stellung gebracht werden.

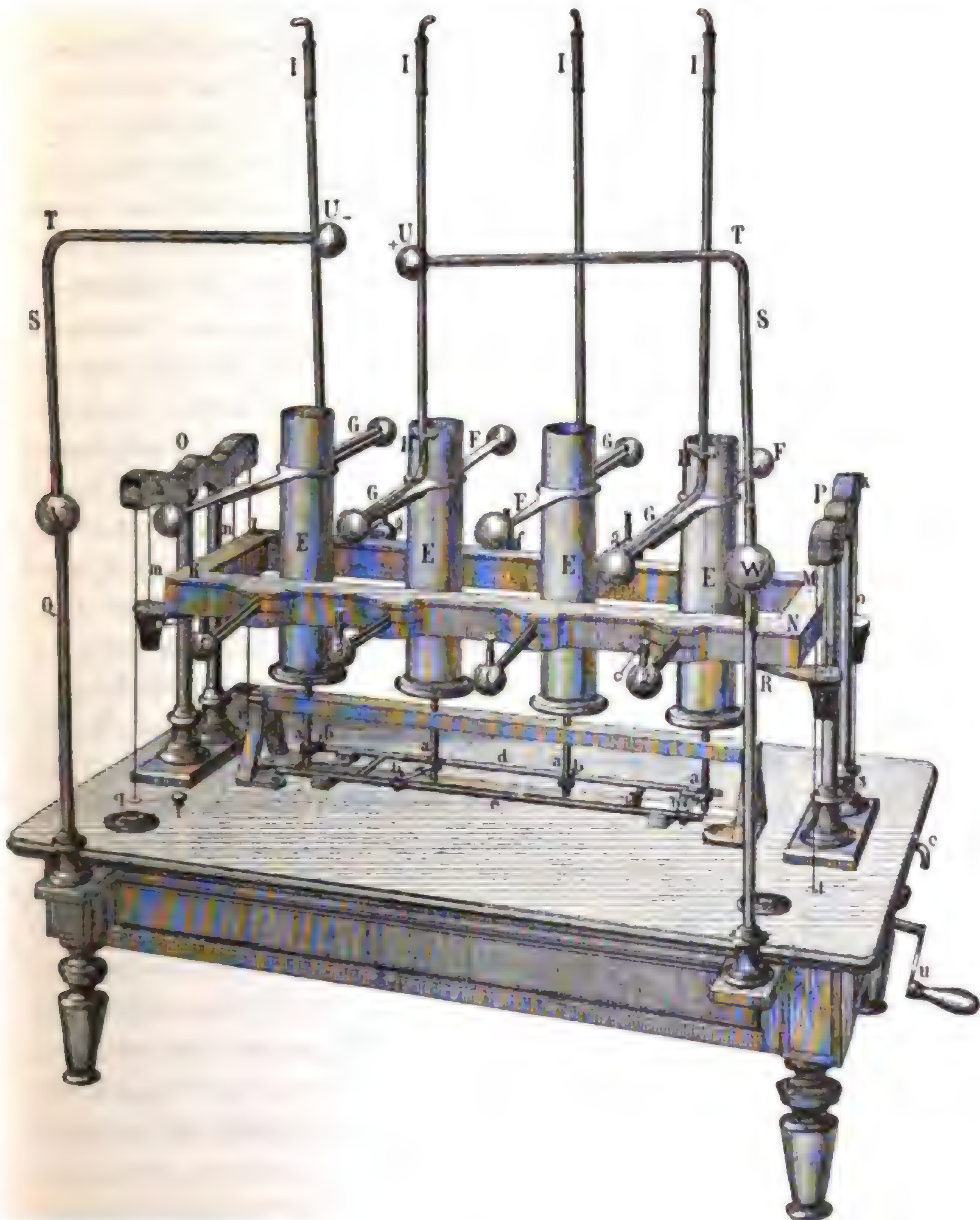


Fig. 3.

Damit die Spannung der in den Recipienten angehäuften Elektricität sich im Augenblick der Entladung zu einem der Anzahl der Recipienten proportionalen Grade steigere, müssen dieselben eine Kette bilden, d. h. sich mit ihren entgegengesetzt elektrischen Enden berühren. Aus diesem Grunde müssen, wenn von jenen Kugelenden der Recipienten *A, B, C, D* und der Arme *F, G*, welche dem Beschauer zugewendet sind, das erste und dritte negativ, das zweite und vierte aber positiv elektrisch gemacht wurde, die vom Beschauer abgewendeten entgegengesetzt elektrisch gemacht werden. Dies wird sowohl bei der einen wie bei der anderen Batterie durch den Elektricitätsleitungsapparat *KLMN* ermöglicht, welcher in den Figuren 1 und 2 in ruhender Lage, in Fig. 3 aber, um seine einzelnen Theile besser ersichtlich zu machen, in die Höhe gehoben dargestellt wurde.

Dieser Apparat *KLMN* ist nichts anderes als ein rechteckiger hohler Holzrahmen, welcher sechs Kupferdrähte enthält. Jeder der letzteren befindet sich zum Zweck seiner Isolirung von den übrigen in einer besonderen Glasröhre. Diese, je nach Umständen mehrfach unter rechten Winkeln gebogenen, Röhren aber sind so im Innern des Rahmens *KLMN* angebracht, dass einerseits durch die Kupferdrähte in den drei Glasröhren, welche an der Seitenwand des rechteckigen Rahmens senkrecht auf dessen Längsrichtung austreten (und den Entfernungen und Längen der Recipienten sowie der Arme *F, G* entsprechend angeordnet sind), die Metallkugeln *f, f, f, f* mit einander in Verbindung gesetzt werden können, andererseits durch die Kupferdrähte in den drei anderen Glasröhren dasselbe bezüglich der Metallkugeln *g, g, g, g* bewerkstelligt werden kann. — An den Ecken des Rahmens *KLMN* sind die Seidenschnüre *m, n, o, p* befestigt, welche aufwärts über die in den Höhlungen der isolirten Stützen *O* und *P* befindlichen Rollen *h, i* und *k, l* und dann abwärts durch die Oeffnungen *q, r, s, t*[1]) der Tischplatte zu einer unter der letzteren befindlichen Walze geführt und über dieselbe in der Weise gewunden sind, dass die ganze Leitungsvorrichtung, wenn die Walze mittels der Kurbel *u* um ihre Achse gedreht wird, so weit gehoben werden kann, bis die Messingkugeln ihrer seitlich vorragenden leitenden Abzweigungen mit den entsprechenden Messingkugeln der Recipienten *A, B, C, D* oder der Arme *F, G* in Berührung kommen.

---

1) An den Figuren 2 und 3 sind die Oeffnungen *r* und *s* nicht sichtbar.

Zum Behuf der Ladung der mit den erwähnten Hilfsvorrichtungen versehenen elektrischen Batterien ist es vor allem nöthig, bei der einen die Recipienten selbst, bei der anders construirten aber die mit den positiven und negativen Theilen der Recipienten verbundenen Arme *F*, *G* in eine Verticalebene mit den entsprechenden Abzweigungen der Leitungsvorrichtung *KLMN* zu bringen; hierauf wird der positive Sauger der zur Ladung zu verwendenden Elektrisirmaschine durch einen isolirten Draht mit irgend einer der mit *g* bezeichneten Abzweigungen der Leitungsvorrichtung in Verbindung gesetzt, der negative Sauger der Elektrisirmaschine aber mit einer der mit *f* bezeichneten. Sodann wird die Kurbel der Elektrisirmaschine so lange gedreht, bis die in den Recipienten der Batterie sich ansammelnde Elektricität die der Capacität der Recipienten entsprechende Spannung erreicht.

Wenn die Ladung der Batterie mit Hilfe einer gut wirkenden Elektrisirmaschine, aber ohne Benützung eines geeigneten Elektricitätszeigers geschieht, so kann es sich leicht ereignen, dass die in den Recipienten über ein gewisses Maass der Spannung angehäufte Elektricität irgend einen der Recipienten durchbricht, entweicht und die Batterie zu fernerer Ladung ungeeignet macht. Diesem Uebelstande kann bei den aus Röhren bestehenden Elektricitätsrecipienten durch Entfernen der durchschlagenen Röhre wohl sofort abgeholfen werden; es ist aber dennoch rathsamer, solche unerwünschte Zufälle, die sich leicht mehrmals nach einander wiederholen können, zu verhindern, was am einfachsten durch Verbindung des inneren Leiters einer Lane-schen Flasche mit dem positiven Sauger der Elektrisirmaschine, mit welcher die Batterie geladen wird, geschehen kann. Dies gewährt jedoch nur dann die nöthige Sicherheit, wenn durch die vorherigen Versuche, bei welchen das Durchbrechen einiger Röhren riskirt werden muss, die grösste Schlagweite bestimmt und zum Gebrauche notirt wird, bei welcher die benützte Lane'sche Flasche eben noch, bevor das Durchbrechen irgend einer Röhre des Recipienten eintreten könnte, sich entladet. Die in dieser Weise verwendete Lane'sche Flasche pflege ich den Monitor zu nennen, weil dieselbe durch das Geräusch des überspringenden Funkens in der That anzeigt, mit dem Laden der Batterie innezuhalten, ausserdem aber die Röhren des Recipienten auch in dem Falle gegen das Durchbrechen schützt, wenn nach der ersten Entladung der Lane'schen Flasche das Laden der Batterie nicht eingestellt wird, da die Elektricität über jenen Grad der Span-

nung hinaus, der die Entladung der Lane'schen Flasche zu bewirken im Stande ist, weder in dieser Flasche noch in den mit ihr in Verbindung stehenden Recipienten angesammelt werden kann.

Was die Entladung der Batterie betrifft, so kann dieselbe in zweifacher Weise bewirkt werden.

Die eine besteht darin, dass man nach Unterbrechung der Verbindung zwischen dem Elektricitätsleiter und der Elektrisirmaschine, und ohne dass der erstere selbst im geringsten aus seiner Lage gebracht würde, zwei entgegengesetzt elektrische Kugeln der Recipienten A, B, C, D (Fig. 1) oder der Arme F, G (Fig. 2) mit Hilfe eines Handausladers in Verbindung bringt. Der auf diese Weise erlangte Funken wird Quantitätsfunken genannt, da derselbe aus der gesammten Quantität der auf den positiv elektrisch gemachten Oberflächen der Recipienten angesammelten Elektricität besteht. — Die Wirkung eines solchen Funkens hängt von der Capacität der Recipienten ab und ist daher unter sonst gleichen Umständen der Grösse und Anzahl der Recipienten proportional; seine Länge jedoch, welche gewöhnlich 6—7 ^{cm} nicht übersteigt, ist durchaus nicht von der Grösse und Anzahl der Recipienten abhängig, da die Hauptursache der Länge des Funkens die Spannung der Elektricität ist, diese aber bei unter einander verbundenen Recipienten, wenn die Anzahl derselben auch hundert betrüge, nicht grösser sein kann als in einem derselben.

Zur correcten Ausführung der zweiten Art der Entladung ist der Handauslader nicht sehr geeignet. Es sind deshalb an jeder von den in Fig. 1 und 2 abgebildeten Batterien auf die Glasständer Q und R die Metallkugeln V und W abgesondert befestigt. Mit jeder dieser Kugeln steht ein Stück Kupferdraht in einer leitenden Berührung. Jedes Stück Kupferdraht ist in ein rechtwinklig gebogenes Glasrohr STU eingeschlossen und am freien Ende mit einer Metallkugel versehen. Diese zwei Kupferdrähte zusammen bilden den permanenten Auslader der Batterie. Indem beide Hälften STU dieses Ausladers um die Achse des Theiles S drehbar sind, werden die Ausladearme vor der Entladung in eine solche Stellung gebracht, dass der Abstand ihrer Kugeln $-U$ und $+U$ gleich jener Dimension ist, welche man durch Multiplication der Länge des Quantitätsfunkens der Batterie mit der Anzahl der Recipienten derselben erhält. Sobald hierauf durch ein geringes Anziehen des Griffes c bei dem durch die Figur 1 dargestellten Apparate die entgegengesetzt elektrischen Kugeln der

Recipienten, bei dem durch die Figur 2 dargestellten aber die ebenfalls entgegengesetzt elektrischen Kugeln der mit den Recipienten verbundenen Arme *F* und *G* in Berührung gebracht werden, erscheint der den Quantitätsfunken an Länge mehrmals übertreffende Spannungsfunken. Wenn nämlich die Recipienten durch Anziehen des Griffes *c* zu einer Kette verbunden werden, erlangt die Elektricität, indem sie von der positiven Oberfläche des einen Recipienten auf die negative des folgenden übergeht, auf der letzten Oberfläche der Kette eine Spannung, die sehr nahe der Anzahl der Recipienten proportional ist.

Jede der beiden beschriebenen Batterien besteht nur aus vier Recipienten. Die Länge des Spannungsfunkens derselben beträgt unter Umständen, welche elektrischen Experimenten günstig sind, 30—34^{cm}. Dass die Schlagweite des Spannungsfunkens einer aus der doppelten Anzahl von Recipienten bestehenden Batterie auch doppelt so gross ist, habe ich gemeinsam mit Herrn Universitätsprofessor Baron Roland Eötvös zu Ende August des Jahres 1878 durch Vereinigung zweier derartiger Batterien zu einer einzigen constatirt.

Uebrigens kann man die Schlagweite der Elektricität, ohne dass die Spannung derselben erhöht würde, dadurch vergrössern, dass man dem Funken eine oder mehrere Kerzenflammen in den Weg stellt, oder aber dadurch, dass man zwischen die Kugeln $-U$ und $+U$ des Ausladers der Batterie eine Glasröhre bringt, die in ihrer Höhlung einen Metalldraht enthält und an beiden Enden zugeschmolzen oder durch eingegossenes Siegellack hinlänglich abgeschlossen ist. Auf diese Weise ist es mir gelungen, einen Funken von 18^{cm} Schlagweite auf eine Entfernung von 90^{cm} längs der Oberfläche der Glasröhre überspringen zu lassen; indem der Entladungsfunken sowohl in der Luft, welche durch die Wärme der in seinen Weg gestellten Kerzenflammen verdünnt wurde, sowie auch infolge der Wirkung der ungleichnamigen Elektricität, welche in dem in der Röhre eingeschlossenen Metalldraht durch Vertheilung erregt wird, einen geringeren Widerstand findet als sonst. Wenn jedoch der Widerstand auf der Oberfläche der zwischen die Kugeln des Ausladers gebrachten Glasröhre zu seiner Ueberwindung eine grössere Kraft erfordert als die zweimalige Durchbrechung der Wand der den Draht einschliessenden Glasröhre, dann durchbricht die Elektricität, anstatt längs der Oberfläche der Röhre zu überspringen, die Glasröhre an der Eintritts- und Austrittsstelle.

Eine einzige Formel für die Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und 100° C.

Von

Prof. **Dr. Külp**

in Darmstadt.

1. In der folgenden Untersuchung soll empirisch eine mit nur drei Constanten behaftete Formel nachgewiesen werden, welche die Volumänderung des Wassers durch Temperaturzunahme innerhalb der Grenzen 0° und 100° in überraschender Genauigkeit widergibt. Dieselbe, von mir nach längeren Bemühungen aufgefunden, schliesst sich den Werthen an, welche von Pierre experimentell für die Ausdehnung des Wassers gefunden und von Frankenheim (Pogg. Ann. Bd. 86 S. 451) durch sorgfältige Interpolation von Grad zu Grad berechnet wurden.

2. Um uns über den allgemeinen Charakter der für die Ausdehnung des Wassers gewünschten Function

$$v_t = v_0 \cdot F(t)$$

oberflächlich zu informiren, betrachten wir die von Frankenheim tabellarisch geordneten Werthe Pogg. Ann. Bd. 86 S. 460. Greifen wir nämlich die für 50°, 70° (nahezu $\sqrt{50 \cdot 100}$) und 100° gefundenen Werthe heraus, so haben wir für die bezüglichen Volumina des Wassers, dasjenige bei 0° als Eins gesetzt, die Werthe:

50°	Volumen	1,0118150
70°	„	1,0229376 und
100°	„	1,0436490.

Man ersieht sofort hieraus, dass die Volumzunahmen, von 0° an gerechnet, für diese Temperaturen in dem ungefähren Verhältnis von

$$1 : 2 : 4$$

stehen, während die Temperaturen selber das Verhältnis

$$1 : \sqrt{2} : 2$$

haben.

3. Dieser Thatsache entsprechend werden wir nicht sehr fehl gehen, wenn wir unseren Zweck durch eine Function von der Form

$$v_t = v_0 [1 + \alpha t + \beta t^2] \qquad \text{(I}$$

zu erreichen suchen. Wir erhalten wenigstens hierdurch eine erste Annäherung. Ich selber bin in diesem Sinne vorgegangen und habe wohl an fünfzig derartige Formeln mit verschiedenen α und β versucht. Dabei fand ich nun eine, welche eine überraschende Symmetrie in ihren Abweichungen von den Pierre-Frankenheim'schen Resultaten zeigt. Diese Formel ist diejenige, welche bei 0°, 50° und 100° mit den experimentellen Werthen genau übereinstimmt und welche lautet:

$$v_t = v_0 [1 + 0{,}0000\,3619\,t + 0{,}00000\,4003\,t^2]. \qquad \text{(II}$$

4. In der folgenden Tabelle I sind in der zweiten Verticalspalte die nach dieser Formel berechneten Werthe von Grad zu Grad verzeichnet, während in der dritten Verticalcolumne die Pierre-Frankenheim'schen Angaben und in der vierten Spalte die Differenzen beider gegeben sind.

Tabelle I.

Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen	Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen
0	1,000 0000	1,000 0000	0,000 0000	20	1,002 3250	1,001 5940	+ 0,000 7310
1	1,000 0401	0,999 9458	+ 0,000 0943	21	1,002 5253	1,001 7997	0,000 7256
2	1,000 0883	0,999 9094	0,000 0789	22	1,002 7336	1,002 0108	0,000 7228
3	1,000 1445	0,999 8878	0,000 2567	23	1,002 9499	1,002 2310	0,000 7189
4	1,000 2088	0,999 8820	0,000 3268	24	1,003 1742	1,002 4648	0,000 7094
5	1,000 2810	0,999 8903	0,000 3907	25	1,003 4066	1,002 7075	0,000 6991
6	1,000 3612	0,999 9148	0,000 4464	26	1,003 6469	1,002 9588	0,000 6881
7	1,000 4494	0,999 9528	0,000 4966	27	1,003 8953	1,008 2211	0,000 6742
8	1,000 5457	1,000 0044	0,000 5413	28	1,004 1516	1,003 4944	0,000 6572
9	1,000 6499	1,000 0694	0,000 5805	29	1,004 4160	1,003 7758	0,000 6402
10	1,000 7622	1,000 1482	0,000 6140	30	1,004 6884	1,004 0710	0,000 6174
11	1,000 8824	1,000 2392	0,000 6432	31	1,004 9687	1,004 3741	0,000 5946
12	1,001 0107	1,000 3420	0,000 6687	32	1,005 2571	1,004 6848	0,000 5723
13	1,001 1469	1,000 4557	0,000 6912	33	1,005 5535	1,005 0061	0,000 5474
14	1,001 2912	1,000 5877	0,000 7035	34	1,005 8579	1,005 3380	0,000 5199
15	1,001 4435	1,000 7275	0,000 7160	35	1,006 1703	1,005 6770	0,000 4933
16	1,001 6038	1,000 8784	0,000 7254	36	1,006 4907	1,006 0228	0,000 4679
17	1,001 7720	1,001 0404	0,000 7316	37	1,006 8191	1,006 3825	0,000 4366
18	1,001 9483	1,001 2132	0,000 7351	38	1,007 1555	1,006 7526	0,000 4029
19	1,002 1326	1,001 3965	0,000 7361	39	1,007 4999	1,007 1292	0,000 3707

Fortsetzung der Tabelle I.

Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen	Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen
40	1,007 8524	1,007 5120	+ 0,000 3404	71	1,022 7486	1,023 5542	— 0,000 8056
41	1,008 2128	1,007 9048	0,000 3080	72	1,023 3572	1,024 1769	0,000 8197
42	1,008 5812	1,008 3076	0,000 2736	73	1,023 9738	1,024 8054	0,000 8316
43	1,008 9577	1,008 7161	0,000 2416	74	1,024 5984	1,025 4399	0,000 8415
44	1,009 3421	1,009 1344	0,000 2077	75	1,025 2311	1,026 0782	0,000 8471
45	1,009 7346	1,009 5625	0,000 1721	76	1,025 8717	1,026 7239	0,000 8522
46	1,010 1350	1,009 9958	0,000 1392	77	1,026 5204	1,027 3750	0,000 8546
47	1,010 5435	1,010 4387	0,000 1048	78	1,027 1770	1,028 0316	0,000 8546
48	1,010 9600	1,010 8912	0,000 0688	79	1,027 8417	1,028 6928	0,000 8511
49	1,011 3845	1,011 3484	0,000 0361	80	1,028 5144	1,029 3600	0,000 8456
50	1,011 8170	1,011 8150	0,000 0020	81	1,029 1950	1,030 0316	0,000 8366
51	1,012 2574	1,012 2910	+ 0,000 0336	82	1,029 8837	1,030 7090	0,000 8253
52	1,012 7059	1,012 7712	— 0,000 0653	83	1,030 5804	1,031 3906	0,000 8102
53	1,013 1624	1,013 3210	0,000 1586	84	1,031 2851	1,032 0779	0,000 7928
54	1,013 6270	1,013 8539	0,000 2269	85	1,031 9978	1,032 7692	0,000 7714
55	1,014 0995	1,014 3596	0,000 2601	86	1,032 7185	1,033 4652	0,000 7467
56	1,014 5800	1,014 8730	0,000 2930	87	1,033 4472	1,034 1657	0,000 7185
57	1,015 0685	1,015 3922	0,000 3237	88	1,034 1839	1,034 8709	0,000 6870
58	1,015 5651	1,015 9195	0,000 3544	89	1,034 9286	1,035 5803	0,000 6517
59	1,016 0696	1,016 4040	0,000 3344	90	1,035 6814	1,036 2943	0,000 6129
60	1,016 5822	1,017 1180	0,000 5358	91	1,036 4421	1,037 0124	0,000 5703
61	1,017 1027	1,017 6705	0,000 5678	92	1,037 2108	1,037 7347	0,000 5239
62	1,017 6313	1,018 2292	0,000 5979	93	1,037 9876	1,038 4611	0,000 4735
63	1,018 1678	1,018 7954	0,000 6276	94	1,038 7723	1,039 1905	0,000 4182
64	1,018 7124	1,019 3677	0,000 6553	95	1,039 5651	1,039 9247	0,000 3596
65	1,019 2650	1,019 9465	0,000 6815	96	1,040 3658	1,040 6627	0,000 2969
66	1,019 8256	1,020 5326	0,000 7070	97	1,041 1746	1,041 4035	0,000 2289
67	1,020 3941	1,021 1244	0,000 7303	98	1,041 9914	1,042 1488	0,000 1574
68	1,020 9707	1,021 7226	0,000 7519	99	1,042 8162	1,042 8967	— 0,000 0805
69	1,021 5553	1,022 3270	0,000 7717	100	1,143 6490	1,043 6490	0,000 0000
70	1,022 1480	1,022 9376	— 0,000 7896				

5. Die letzte Verticalspalte dieser Tabelle zeigt, wie oben bemerkt, eine auffallende Symmetrie. Die Differenzen zwischen 0° und 50° und diejenigen zwischen 50° und 100° sind an Werth einander ähnlich und an Vorzeichen verschieden. Sie legen daher bei einiger Prüfung den Gedanken nahe, diese Differenzen als Sinusfunction zu behandeln. Demgemäss habe ich zu weiterer Annäherung an die experimentellen Resultate die obige Formel I in folgender Weise ergänzt:

$$v_t = v_0 \left[1 + \alpha t + \beta t^2 - \gamma \sin \frac{90^\circ \cdot t}{25} \right]. \qquad \text{(III}$$

Ich habe verschiedene Werthe von γ versucht und schliesslich $\gamma = 0{,}00073$ als am besten den Beobachtungen entsprechend gefunden.

6. Hiernach erhält nun Formel III die specielle Fassung:

$$v_t = v_0 \left[1 + 0{,}0000\,3619\,t + 0{,}00000\,4003\,t^2 - 0{,}00073 \sin \frac{90^0 \cdot t}{25}\right]. \quad \text{(IV}$$

Danach sind die Werthe in der zweiten Verticalspalte der folgenden Tabelle berechnet, während in der letzten Columne wiederum die Differenzen mit den Pierre-Frankenheim'schen Resultaten gezogen sind.

Tabelle II.

Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen	Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen
0	1,000 0000	1,000 0000	0,000 0000	29	1,003 7088	1,003 7768	— 0,000 0670
1	0,999 9943	0,999 9458	+ 0,000 0485	30	1,003 9942	1,004 0710	0,000 0768
2	0,999 9969	0,999 9094	0,000 0875	31	1,004 2900	1,004 3741	0,000 0841
3	1,000 0078	0,999 8878	0,000 1200	32	1,004 5966	1,004 6848	0,000 0882
4	1,000 0273	0,999 8820	0,000 1453	33	1,004 9138	1,005 0061	0,000 0923
5	1,000 0555	0,999 8903	0,000 1652	34	1,005 2416	1,005 3380	0,000 0964
6	1,000 0925	0,999 9148	0,000 1777	35	1,005 5798	1,005 6770	0,000 0972
7	1,000 1386	0,999 9528	0,000 1858	36	1,005 9283	1,006 0228	0,000 0945
8	1,000 2064	1,000 0044	0,000 1970	37	1,006 2670	1,006 3825	0,000 1155
9	1,000 2588	1,000 0694	0,000 1894	38	1,006 6558	1,006 7526	0,000 0968
10	1,000 3332	1,000 1482	0,000 1850	39	1,007 0346	1,007 1292	0,000 0946
11	1,000 4171	1,000 2392	0,000 1779	40	1,007 4234	1,007 5120	0,000 0886
12	1,000 5110	1,000 3420	0,000 1690	41	1,007 8217	1,007 9048	0,000 0831
13	1,000 6148	1,000 4557	0,000 1591	42	1,008 2369	1,008 3076	0,000 0707
14	1,000 7288	1,000 5877	0,000 1411	43	1,008 6469	1,008 7161	0,000 0692
15	1,000 8530	1,000 7275	0,000 1255	44	1,009 0734	1,009 1344	0,000 0610
16	1,000 9875	1,000 8784	0,000 1091	45	1,009 5091	1,009 5625	0,000 0534
17	1,001 1323	1,001 0404	0,000 0919	46	1,009 9595	1,009 9958	0,000 0363
18	1,001 2878	1,001 2132	0,000 0746	47	1,010 4068	1,010 4387	0,000 0319
19	1,001 4539	1,001 3965	0,000 0574	48	1,010 8686	1,010 8912	0,000 0226
20	1,001 6308	1,001 5940	0,000 0368	49	1,011 3387	1,011 3484	0,000 0097
21	1,001 8183	1,001 7997	0,000 0184	50	1,011 8170	1,011 8150	+ 0,000 0020
22	1,001 9804	1,002 0108	— 0,000 0304	51	1,012 3032	1,012 2910	0,000 0122
23	1,002 2257	1,002 2310	0,000 0053	52	1,012 7973	1,012 7712	0,000 0261
24	1,002 4457	1,002 4648	0,000 0191	53	1,013 2992	1,013 3210	— 0,000 0218
25	1,002 6766	1,002 7075	0,000 0309	54	1,013 8084	1,013 8539	0,000 0455
26	1,002 9184	1,002 9588	0,000 0404	55	1,014 3250	1,014 3596	0,000 0346
27	1,003 1711	1,003 2211	0,000 0500	56	1,014 8487	1,014 8730	0,000 0243
28	1,003 4346	1,003 4944	0,000 0598	57	1,015 3793	1,015 3922	0,000 0129

Fortsetzung der Tabelle II.

Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen	Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen
58	1,015 9094	1,015 9195	— 0,000 0101	80	1,029 2086	1,029 3600	— 0,000 1514
59	1,016 4608	1,016 4040	0,000 0568	81	1,029 8737	1,030 0316	0,000 1579
60	1,017 0112	1,017 1180	0,000 1068	82	1,030 5442	1,030 7090	0,000 1648
61	1,017 5680	1,017 6705	0,000 1025	83	1,031 2201	1,031 3906	0,000 1705
62	1,018 1310	1,018 2292	0,000 0982	84	1,031 9014	1,032 0779	0,000 1765
63	1,018 6999	1,018 7954	0,000 0955	85	1,032 5883	1,032 7692	0,000 1809
64	1,019 2748	1,019 3677	0,000 0929	86	1,033 2809	1,033 4652	0,000 1843
65	1,019 8555	1,019 9465	0,000 0910	87	1,033 9794	1,034 1657	0,000 1863
66	1,020 4419	1,020 5326	0,000 0907	88	1,034 6836	1,034 8709	0,000 1873
67	1,021 0338	1,021 1244	0,000 0906	89	1,035 3939	1,035 5803	0,000 1864
68	1,021 6312	1,021 7226	0,000 0914	90	1,036 1104	1,036 2943	0,000 1839
69	1,022 2340	1,022 3270	0,000 0930	91	1,036 8332	1,037 0124	0,000 1792
70	1,022 8422	1,022 9376	0,000 0954	92	1,037 5551	1,037 7347	0,000 1796
71	1,023 4565	1,023 5542	0,000 0977	93	1,038 2984	1,038 4611	0,000 1627
72	1,024 0742	1,024 1769	0,000 1027	94	1,039 0410	1,039 1905	0,000 1495
73	1,024 6981	1,024 8054	0,000 1073	95	1,039 7906	1,039 9247	0,000 1341
74	1,025 3269	1,025 4399	0,000 1130	96	1,040 5473	1,040 6627	0,000 1154
75	1,025 9611	1,026 0782	0,000 1171	97	1,041 3113	1,041 4035	0,000 0922
76	1,026 6002	1,026 7239	0,000 1237	98	1,042 0828	1,042 1488	0,000 0660
77	1,027 2489	1,027 3750	0,000 1261	99	1,042 8620	1,042 8967	0,000 0347
78	1,027 8940	1,028 0316	0,000 1376	100	1,043 6490	1,043 6490	0,000 0000
79	1,028 5487	1,028 6928	0,000 1441				

7. Wie man aus der letzten Spalte dieser Tabelle II ersieht, schliesst sich die Formel III für die höheren Temperaturgrade hinreichend genau den Beobachtungen an. Dagegen ist dieselbe — ob sie gleich, was wesentlich ist, eine Zusammenziehung des Wassers für 1° und 2° zeigt — für die niedrigeren Temperaturgrade noch nicht in genauer Uebereinstimmung mit den experimentellen Werthen. Indessen legen die Differenzen wiederum den Gedanken nahe, nochmals mit einer Sinusfunction die untere Hälfte der Ausdehnungscurve zu corrigiren und der Formel III die Form zu geben:

$$v_t = v_0 \left[1 + \alpha t + \beta t^2 - \gamma \sin \frac{90^\circ \cdot t}{25} - \delta \sin \frac{2 \cdot 90^\circ \cdot t}{25}\right]. \qquad \text{(V}$$

Diese Formel angewandt, stellt sich δ in unserem Falle als $\delta = \frac{0{,}00073}{4}$ heraus.

8. Formel V erlangt hiernach die specielle Fassung:

$$v_t = v_0 \Big[1 + 0{,}00003619\,t + 0{,}0000004003\,t^2 -$$

$$- 0{,}00073 \left(\sin \frac{90^0 \cdot t}{25} + \frac{1}{4} \sin \frac{2 \cdot 90^0 \cdot t}{25} \right) \Big]. \qquad \text{(VI}$$

Danach sind die Werthe der folgenden Tabelle III berechnet.

Tabelle III.

Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen	Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen
0	1,000 0000	1,000 0000	0,000 0000	30	1,004 1014	1,004 0710	+ 0,000 0304
1	0,999 9715	0,999 9458	+ 0,000 0257	31	1,004 4149	1,004 3741	0,000 0408
2	0,999 9516	0,999 9094	0,000 0422	32	1,004 7372	1,004 6848	0,000 0524
3	0,999 9407	0,999 8878	0,000 0529	33	1,005 0678	1,005 0061	0,000 0617
4	0,999 9413	0,999 8820	0,000 0593	34	1,005 4067	1,005 3380	0,000 0687
5	0,999 9483	0,999 8903	0,000 0580	35	1,005 7533	1,005 6770	0,000 0763
6	0,999 9676	0,999 9148	0,000 0528	36	1,006 1075	1,006 0228	0,000 0847
7	0,999 9980	0,999 9528	0,000 0452	37	1,006 4491	1,006 3825	0,000 0666
8	1,000 0474	1,000 0044	0,000 0430	38	1,006 8379	1,006 7526	0,000 0853
9	1,000 0937	1,000 0694	0,000 0243	39	1,007 2138	1,007 1292	0,000 0846
10	1,000 1597	1,000 1482	0,000 0115	40	1,007 5969	1,007 5120	0,000 0849
11	1,000 2379	1,000 2392	— 0,000 0013	41	1,007 9868	1,007 9048	0,000 0820
12	1,000 3289	1,000 3420	0,000 0131	42	1,008 3909	1,008 3076	0,000 0833
13	1,000 4327	1,000 4557	0,000 0230	43	1,008 7875	1,008 7161	0,000 0714
14	1,000 5496	1,000 5877	0,000 0381	44	1,009 1983	1,009 1344	0,000 0639
15	1,000 6795	1,000 7275	0,000 0480	45	1,009 6163	1,009 5625	0,000 0538
16	1,000 8224	1,000 8784	0,000 0560	46	1,010 0455	1,009 9958	0,000 0497
17	1,000 9783	1,001 0404	0,000 0621	47	1,010 4739	1,010 4387	0,000 0352
18	1,001 1472	1,001 2132	0,000 0660	48	1,010 9139	1,010 8912	0,000 0227
19	1,001 3290	1,001 3965	0,000 0675	49	1,011 3615	1,011 3484	0,000 0131
20	1.001 5236	1,001 5940	0,000 0704	50	1,011 8170	1,011,8150	0,000 0020
21	1,001 7323	1,001 7997	0,000 0674	51	1,012 2804	1,012 2910	— 0,000 0106
22	1,001 9133	1,002 0108	0,000 0975	52	1,012 7520	1,012 7712	0,000 0192
23	1,002 1804	1,002 2310	0,000 0506	53	1,013 2321	1,013 3210	0,000 0889
24	1,002 4229	1,002 4648	0,000 0419	54	1,013 7224	1,013 8539	0,000 1315
25	1,002 6766	1,002 7075	0,000 0309	55	1,014 2178	1,014 3596	0,001 1418
26	1,002 9412	1,002 9588	0,000 0176	56	1,014 7238	1,014 8730	0,000 1492
27	1,003 2164	1,003 2211	0,000 0047	57	1,015 2387	1,015 3922	0,000 1535
28	1,003 5017	1,003 4944	+ 0,000 0073	58	1,015 7554	1,015 9195	0,000 1641
29	1,003 7948	1,003 7758	0,000 0190	59	1,016 2957	1,016 4040	0,000 1083

Fortsetzung der Tabelle III.

Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen	Temperaturgrade	Berechnete Werthe	Werthe nach Pierre-Frankenheim	Differenzen
60	1,016 8377	1,017 1180	— 0,000 2803	81	1,029 9986	1,030 0316	— 0,000 0330
61	1,017 3888	1,017 6705	0,000 2817	82	1,030 6848	1,030 7090	0,000 0242
62	1,017 9489	1,018 2292	0,000 2803	83	1,031 3741	1,031 3906	0,000 0165
63	1,018 5178	1,018 7954	0,000 2776	84	1,032 0665	1,032 0779	0,000 0114
64	1,019 0956	1,019 3677	0,000 2721	85	1,032 7618	1,032 7692	0,000 0074
65	1,019 6820	1,019 9465	0,000 2645	86	1,033 4601	1,033 4652	0,000 0051
66	1,020 2768	1,020 5326	0,000 2558	87	1,034 1615	1,034 1657	0,000 0042
67	1,020 8798	1,021 1244	0,000 2446	88	1,034 8657	1,034 8709	0,000 0052
68	1,021 4906	1,021 7226	0,000 2320	89	1,035 5731	1,035 5803	0,000 0072
69	1,022 1091	1,022 3270	0,000 2179	90	1,036 2839	1,036 2943	0,000 0104
70	1,022 7350	1,022 9376	0,000 2026	91	1,036 9983	1,037 0124	0,000 0141
71	1,023 3705	1,023 5542	0,000 1837	92	1,037 7091	1,037 7347	0,000 0256
72	1,024 0071	1,024 1769	0,000 1698	93	1,038 4390	1,038 4611	9,000 0221
73	1,024 6528	1,024 8054	0,000 1524	94	1,039 1659	1,039 1905	0,000 0246
74	1,025 3041	1,025 4399	0,000 1358	95	1,039 8978	1,039 9247	0,000 0269
75	1,025 9611	1,026 0782	0,000 1171	96	1,040 6333	1,040 6627	0,000 0294
76	1,026 6230	1,026 7239	0,000 1009	97	1,041 3784	1,041 4035	0,000 0251
77	1,027 2942	1,027 3750	0,000 0808	98	1,042 1281	1,042 1488	0,000 0207
78	1,027 9611	1,028 0316	0,000 0705	99	1,042 8848	1,042 8967	0,000 0119
79	1,028 6347	1,028 6928	0,000 0581	100	1,043 6490	1,043 6490	0,000 0000
80	1,029 3158	1,029 3600	0,000 0442				

9. Ich halte dafür, dass meine Formel VI die Ausdehnung des Wassers nach Pierre-Frankenheim in hinreichender Genauigkeit wiedergibt. (Die etwas grösseren Differenzen zwischen 54° und 76° sind, wenn wir sie als Procente der Gesammtausdehnung betrachten, immerhin nicht bedeutend.) Indem ich diese Function veröffentliche, bemerke ich, dass es wohl noch mehr transcendente Functionen gibt, welche zu demselben Ziele führen könnten. Insbesondere scheint mir die Kettenlinie dazu geeignet. Ich begnüge mich indessen (da ich zur Zeit mit der Weiterführung meiner früher begonnenen magnetischen Experimentaluntersuchungen allzusehr in Anspruch genommen bin) mit dieser Formel, wie ich denn auch davon absehe, meine Formel V auf die Resultate anderer Physiker als Pierre-Frankenheim anzuwenden.

10. Die merkwürdige Form meiner Ausdehnungsformel reizt natürlicherweise zu mancherlei Speculationen. Da indessen die festen Ausgangspunkte derselben: „Gefrier- und Siedepunkt“ eine Function des äusseren Druckes sind und die Ausdehnung des Wassers von 0° bis 100° unter verschiedenem äusseren Drucke experimentell nicht festgestellt ist, so scheinen mir theoretische Anknüpfungen an meine Formel zur Zeit mindestens noch verfrüht zu sein. Dagegen erhebe ich den entschiedenen Anspruch darauf, wenigstens empirisch eine Formel für die Ausdehnung des Wassers nachgewiesen und auf diesem Wege das berühmte Problem gelöst zu haben.

Zwei Sätze über das Bunsen'sche Photometer.

Von

Dr. Hugo Krüss.

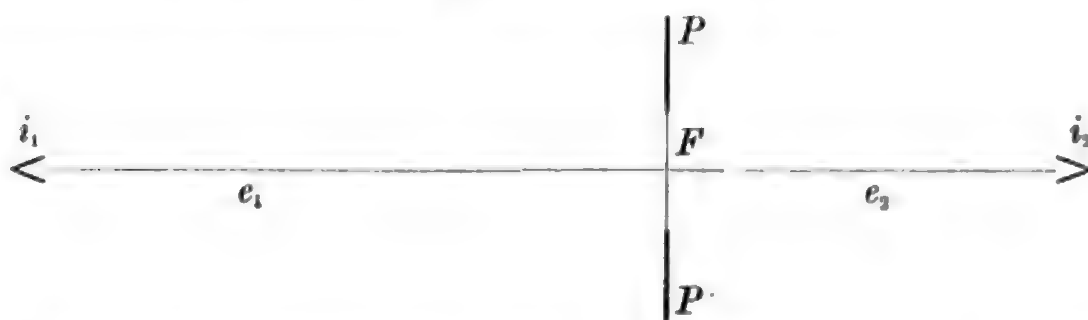
I.

Die Construction des Bunsen'schen Photometers beruht bekanntlich darauf, dass ein auf einem Papier befindlicher Fettfleck bei durchfallendem Lichte hell auf dunklem Grunde, bei auffallendem dunkel auf hellem Grunde erscheint. Hieraus könnte man schliessen, dass bei gleich starker Beleuchtung des Papiers von beiden Seiten der Fettfleck beiderseits weder hell auf dunklem noch dunkel auf hellem Grunde erscheine, also gänzlich verschwinde. Dieses wäre auch in der That der Fall, wenn das auf den Papierschirm fallende Licht nur in zwei Theile zerfiele, — einen, der reflectirt, und einen, der hindurchgelassen wird. Wenn der Papierschirm genau in der Mitte zwischen zwei Lichtquellen von gleicher Intensität aufgestellt wird, so zeigt die Beobachtung, dass der Fettfleck nicht vollkommen verschwindet. Das auf den Papierschirm fallende Licht wird nämlich nicht in zwei, sondern in drei Theile zerlegt; der dritte Theil wird absorbirt.

Ueber die Vertheilung des Lichtes bei dem Papierschirm des Bunsen'schen Photometers sind nun zwei Arbeiten vorhanden, von Bohn[1]) und von Rüdorf[2]), welche in der Anlage übereinstimmend in einem Punkte zu entgegengesetzten Resultaten gelangen. Wenn der Papierschirm genau in der Mitte zwischen zwei Lichtquellen von gleicher Intensität anfgestellt ist, so fragt es sich, wie in dieser Stellung nun der Fettfleck erscheint, ob heller als das umgebende nicht gefettete Papier oder ob dunkler. Rüdorf behauptet[3]), dass der Fettfleck auf beiden Seiten des Papierschirms dunkel auf hellem Grunde erscheine,

1) Ann. d. Chem. u. Pharm. 117, 335 (1859).
2) Ann. d. Phys. u. Chem. Jubelband 234 (1874).
3) a. a. O. S. 237.

welches ich bei einer grossen Anzahl von Messungen mit dem Bunsenschen Photometer bestätigt gefunden habe, während Bohn[1]) durch seine Entwickelungen zu dem entgegengesetzten Resultate gelangt. Nun lässt sich bei Bohn, wie schon Rüdorf entdeckte, ein Rechenfehler nachweisen, bei dessen Vermeidung Bohn mit Rüdorf in Uebereinstimmung gewesen wäre. Durch Aufdeckung dieses Rechenfehlers wäre also eigentlich diese Angelegenheit geordnet, wenn nicht die Bohn'sche falsche Behauptung in physikalische Lehrbücher übergegangen wäre[2]), so dass es sich wohl verlohnt, auf eine von den Bohn'schen Entwickelungen verschiedene Weise die Richtigkeit der Rüdorf'schen Beobachtung nochmals nachzuweisen.



Es seien zwei Lichtquellen mit den Intensitäten i_1 und i_2 gegeben und zwischen ihnen der Papierschirm PP mit dem Fettfleck F so aufgestellt, dass er beiderseits gleich hell beleuchtet wird. Die Entfernungen der Lichtquellen von dem Papierschirm mögen dann e_1 und e_2 sein.

Es sollen nun die Coefficienten a, b, c ausdrücken, welche Theile des auffallenden Lichtes von dem nicht gefetteten Papier zurückgeworfen, hindurchgelassen und absorbirt werden, und α, β, γ mögen dieselbe Bedeutung für den Fettfleck haben; dann ist

$$a + b + c = \alpha + \beta + \gamma = 1, \qquad (1$$

und die Vertheilung des Lichtes auf dem Papierschirm wird in folgender Weise stattfinden:

	Beleuchtung der linken Seite	Absorbirt wird	Beleuchtung der rechten Seite
Nicht gefettetes Papier	$a\frac{i_1}{e_1^2} + b\frac{i_2}{e_2^2}$	$c\frac{i_1}{e_1^2} + c\frac{i_2}{e_2^2}$	$a\frac{i_2}{e_2^2} + b\frac{i_1}{e_1^2}$
Fettfleck	$\alpha\frac{i_1}{e_1^2} + \beta\frac{i_2}{e_2^2}$	$\gamma\frac{i_1}{e_1^2} + \gamma\frac{i_2}{e_2^2}$	$\alpha\frac{i_2}{e_2^2} + \beta\frac{i_1}{e_1^2}$

1) a. a. O. S. 338.

2) Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 5. Aufl. bearbeitet von Pfaundler (1878) Bd. 2 S. 19.

Da vorausgesetzt wurde, dass der Papierschirm sich in solcher Stellung befinde, dass er von beiden Seiten gleich hell beleuchtet wird, so bestehen die beiden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} a\frac{i_1}{e_1^2}+b\frac{i_2}{e_2^2} &= a\frac{i_2}{e_2^2}+b\frac{i_1}{e_1^2} \\ \alpha\frac{i_1}{e_1^2}+\beta\frac{i_2}{e_2^2} &= \alpha\frac{i_2}{e_2^2}+\beta\frac{i_1}{e_1^2} \end{aligned}\right\}$$

oder

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{i_1}{e_1^2}-\frac{i_2}{e_2^2}\right)(a-b) &= 0 \\ \left(\frac{i_1}{e_1^2}-\frac{i_2}{e_2^2}\right)(\alpha-\beta) &= 0, \end{aligned}\right|$$

woraus der vorausgesetzten Abnahme der Helligkeit mit dem Quadrate der Entfernung entsprechend folgt:

$$\frac{i_1}{e_1^2}=\frac{i_2}{e_2^2}=I. \qquad (1$$

Nun ist die Helligkeit

	des nicht gefetteten Papiers	des Fettflecks
links	$a\frac{i_1}{e_1^2}+b\frac{i_2}{e_2^2}=$	$\alpha\frac{i_1}{e_1^2}+\beta\frac{i_2}{e_2^2}=$
rechts	$a\frac{i_2}{e_2^2}+b\frac{i_1}{e_1^2}=$	$\alpha\frac{i_2}{e_2^2}+\beta\frac{i_1}{e_1^2}=$
	$(a+b)I$	$(\alpha+\beta)I.$

Der Fettfleck kann also nur dann gleiche Helligkeit mit dem nicht gefetteten Papier besitzen, wenn

$$(a+b)I=(\alpha+\beta)I$$

ist; da aber

$$a+b+c=\alpha+\beta+\gamma=1$$

ist, so müsste $c=\gamma$ sein. Dieses ist aber nicht der Fall, da die Absorptionen des Lichtes durch das nicht gefettete Papier und durch den Fettfleck verschieden sind. Folglich ist

$$\left.\begin{aligned} (a+b)I &\gtrless (\alpha+\beta)I, \\ \text{wenn}\quad c &\lessgtr \gamma. \end{aligned}\right\} \qquad (3$$

Die Entscheidung der Frage, ob der Fettfleck hell auf dunklem Grunde oder dunkel auf hellem Grunde erscheint, hängt also davon ab, ob der Fettfleck mehr Licht absorbirt als das nicht gefettete Papier oder weniger. Die directe Bestimmung von c und γ könnte

hierüber Aufschluss geben, dieselbe ist aber nicht ganz einfach auszuführen und lässt sich durch folgende Betrachtungen vermeiden.

Es gibt nämlich, wie Bohn und Rüdorf gezeigt haben, zwei Stellungen des Papierschirms zu den Lichtquellen, in deren einer der Fettfleck auf der linken Seite des Schirmes verschwindet, also gleiche Helligkeit mit dem umgebenden nicht gefetteten Papier hat, und in deren anderer dasselbe auf der rechten Seite des Schirmes stattfindet.

Es sei zuerst die linke Seite des Papierschirmes betrachtet und angenommen, dass bei gleicher Beleuchtung des Schirmes durch beide Lichtquellen der Fettfleck heller sei als das nicht gefettete Papier, dass also die Ungleichungen bestehen

$$\left.\begin{array}{c} c > \gamma \\ a\frac{i_1}{e_1^2} + b\frac{i_2}{e_2^2} < \alpha\frac{i_1}{e_1^2} + \beta\frac{i_2}{e_2^2} \end{array}\right\}$$

oder $$a i_1 e_2^2 + b i_2 e_1^2 < \alpha i_1 e_2^2 + \beta i_2 e_1^2. \qquad (4$$

Ferner sei angenommen, dass die Lichtquelle rechts mit der Intensität i_2 in derselben Entfernung e_2 vom Papierschirm stehen bleibe und dass die Entfernung e_1 der linken Lichtquelle (i_1) vergrössert werden muss, damit der Fettfleck auf der linken Seite verschwinde. Es sei diese Entfernung $e_1 + x$, wo x eine positive Grösse ist.

Dann ist

$$a\frac{i_1}{(e_1+x)^2} + b\frac{i_2}{e_2^2} = \alpha\frac{i_1}{(e_1+x)^2} + \beta\frac{i_2}{e_2^2}$$

oder $$a i_1 e_2^2 + b i_2 (e_1+x)^2 = \alpha i_1 e_2^2 + \beta i_2 (e_1+x)^2.$$

Subtrahirt man hiervor die Ungleichung 4, so ergibt sich

$$b i_2 (2e_1 x + x^2) > \beta i_2 (2e_1 x + x^2)$$

oder $$b > \beta.$$

Ebenso soll nun die rechte Seite des Papierschirmes beleuchtet und dieselbe Annahme gemacht werden, dass in der ursprünglichen Stellung der Fettfleck heller sei als das nicht gefettete Papier. Für die rechte Seite bestehen also die Ungleichungen

$$\left.\begin{array}{c} c > \gamma \\ a\frac{i_2}{e_2^2} + b\frac{i_1}{e_1^2} < \alpha\frac{i_2}{e_2^2} + \beta\frac{i_1}{e_1^2} \end{array}\right\}$$

oder $$a i_2 e_1^2 + b i_1 e_2^2 < \alpha i_2 e_1^2 + \beta i_1 e_2^2. \qquad (5$$

Wenn die Annahme richtig war, dass die Entfernung e_1 vergrössert werden musste, um den Fettfleck links zum Verschwinden zu bringen so muss jetzt angenommen werden, dass die Entfernung e_1 verkleinert werden muss, damit der Fettfleck auf der rechten Seite verschwinde. Ist in diesem Falle die Entfernung der Lichtquelle i_1 von dem Papierschirm $= e_1 - y$ (wo y wieder eine positive Grösse ist), so ist

$$a\frac{i_2}{e_2^2} + b\frac{i_1}{(e_1 - y)^2} = \alpha\frac{i_2}{e_2^2} + \beta\frac{i_1}{(e_1 - y)^2}$$

oder $$a i_2 (e_1 - y)^2 + b i_1 e_2^2 = \alpha i_2 (e_1 - y)^2 + \beta i_1 e_2^2.$$

Subtrahirt man hiervon die Ungleichung 5, so erhält man

$$a i_2 (-2 e_1 y + y^2) > \alpha i_2 (-2 e_1 y + y^2)$$

oder $$-a i_2 (2 e_1 y - y^2) > -\alpha i_2 (2 e_1 y - y^2).$$

Da y klein ist im Vergleich zu $2e_1$, so ist der Ausdruck $2e_1 y - y^2$ positiv, also

$$-a > -\alpha$$

oder $$a < \alpha.$$

Unter den beiden Voraussetzungen, dass

1) $c > \gamma$,
2) die Entfernung e_1 vergrössert werden muss, um den Fettfleck links, dass sie verkleinert werden muss, um ihn rechts gleich hell mit dem nicht gefetteten Papier zu machen,

ergibt sich also

$$a < \alpha$$
$$b > \beta.$$

Dieses widerspricht jedoch der Wirklichkeit. Bekanntlich erscheint bei auffallendem Lichte der Fettfleck dunkler als das nicht gefettete Papier, also ist $a > \alpha$, und bei durchfallendem Lichte heller als das umgebende Papier, also ist $b < \beta$. Infolge dessen muss unter der Voraussetzung 2), welche über die Veränderung in der Entfernung e_1 gemacht wurde, nicht $c > \gamma$, sondern $c < \gamma$ sein, und die Entscheidung der Frage, ob bei gleicher Beleuchtung von beiden Seiten der Fettfleck hell auf dunklem oder dunkel auf hellem Grunde erscheint, ergibt sich durch die experimentelle Prüfung über die Veränderung e_1, wenn man den Fettfleck links resp. rechts zum Verschwinden bringt.

Nun sagt Bohn[1]), dass der Fettfleck auf der rechten Seite nur dann verschwindet, wenn die Beleuchtung auf der linken Seite grösser, also die Entfernung der Lichtquelle i_1 von dem Schirme verkleinert wird. Rüdorf gibt eine Reihe von Messungen an[2]) über die Stellung des Schirmes, wenn der Fettfleck links und rechts verschwindet; aus seinen Zahlen geht ebenfalls hervor, dass der Fettfleck links verschwindet bei Vergrösserung, rechts bei Verkleinerung der Entfernung e_1, und auch ich habe solches stets bestätigt gefunden. Es wird also die den vorhergehenden Betrachtungen zu Grunde gelegte Voraussetzung 2) erfüllt, wodurch constatirt ist, dass $c < \gamma$ sein muss, d. h. bei gleicher Beleuchtung des Papierschirms von beiden Seiten erscheint der Fettfleck beiderseits **dunkler** als das nicht gefettete Papier.

II.

Bohn[3]) und Rüdorf[4]) haben gezeigt, dass sich aus den beiden Stellungen des Papierschirms, in welchen der Fettfleck links und rechts verschwindet, die mittlere Stellung desselben, also das richtige Intensitätsverhältnis der beiden mit einander verglichenen Lichtquellen durch Rechnung ermitteln lässt. Beide gehen jedoch von der Voraussetzung aus, dass das Normallicht und der Papierschirm sich in constanter Entfernung von einander befinden und nur die Entfernung der zu messenden Lichtquelle von dem Papierschirm variabel sei. Solches ist allerdings bei dem von Bunsen selbst angegebenen Modell seines Photometers der Fall; es gibt jedoch eine grosse Anzahl Photometer, bei welchen die beiden Lichtquellen an den beiden Enden eines festen Maassstabes angebracht sind und der Papierschirm zwischen ihnen verschiebbar ist, so dass sich die Entfernungen der beiden Lichtquellen von demselben ändern.

Es lässt sich nun leicht eine ganz allgemeine Beziehung zwischen den bezeichneten drei Stellungen des Papierschirms aufstellen, aus welcher die von Rüdorf und Bohn betrachteten speciellen Fälle abgeleitet werden können.

Wenn der Fettfleck links verschwindet, so seien die Entfernungen der Lichtquellen i_1 und i_2 von dem Papierschirm E_1 und E_2; dann ist also

1) a. a. O. S. 338.
2) a. a. O. S. 240.
3) a. a. O. S. 351.
4) a. a. O. S. 238.

$$\frac{i_1}{E_1^2} + b\,\frac{i_2}{E_2^2} = \alpha\,\frac{i_1}{E_1^2} + \beta\,\frac{i_2}{E_2^2}$$

$$\frac{i_1}{E_1^2}(a-\alpha) + \frac{i_2}{E_2^2}(b-\beta) = 0$$

oder

$$\frac{E_1^2}{E_2^2} = -\frac{a-\alpha}{b-\beta}\cdot\frac{i_1}{i_2}. \qquad (6$$

Für den Fall, dass der Fettfleck rechts verschwindet, seien die entsprechenden Entfernungen der Lichtquellen von dem Papierschirm E'_1 und E'_2. Dann muss sein

$$a\,\frac{i_2}{E_2'^2} + b\,\frac{i_1}{E_1'^2} = \alpha\,\frac{i_2}{E_2'^2} + \beta\,\frac{i_1}{E_1'^2}$$

$$\frac{i_2}{E_2'^2}(a-\alpha) + \frac{i_1}{E_1'^2}(b-\beta) = 0$$

oder

$$\frac{E_1'^2}{E_2'^2} = -\frac{b-\beta}{a-\alpha}\cdot\frac{i_1}{i_2}. \qquad (7$$

Durch Multiplication der Gl. 6 und 7 mit einander ergibt sich

$$\frac{i_1^2}{i_2^2} = \frac{E_1^2}{E_1^2}\cdot\frac{E_1'^2}{E_2'^2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \sqrt{\frac{E_1^2}{E_2^2}\cdot\frac{E_1'^2}{E_2'^2}}; \qquad (8$$

d. h. das richtige Intensitätsverhältnis $\frac{i_1}{i_2}$ der beiden Lichtquellen zu einander ist gleich dem geometrischen Mittel aus denjenigen Intensitätsverhältnissen $\frac{E_1^2}{E_2^2}$ und $\frac{E_1'^2}{E_1'^2}$, welche den beiden Stellungen entsprechen, in denen der Fettfleck links und rechts verschwindet.

Rüdorf weist für den Fall, dass die Normalflamme sich in constanter Entfernung von dem Papierschirm befindet, nach, dass das geometrische Mittel aus den beiden Entfernungen der zu prüfenden Lichtquelle von dem Papierschirm, wenn der Fettfleck links und rechts verschwindet, gleich der Entfernung dieser Lichtquelle von dem Papierschirm ist, wenn dasselbe auf beiden Seiten gleich hell beleuchtet ist.

Für die Rüdorf'sche Annahme ist also

$$E_2 = E'_2 = e_2.$$

Folglich wird Gl. 8

$$\frac{i_1}{i_2} = \sqrt{\frac{E_1^2 \cdot E_2'^2}{e_2^2 \cdot e_2^2}} = \frac{E_1 \cdot E_1'}{e_2^2},$$

und da nach Gl. 2

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{e_1^2}{e_2^2} \text{ ist,}$$

so ist

$$e_1^2 = E_1 \cdot E_1'. \tag{9}$$

Zum Schluss ist noch hinzuzufügen, dass Rüdorf bei der Berechnung seiner Beobachtungen ohne weiteres das allgemeine Gesetz benutzt, welches durch Gl. 8 ausgedrückt wird, während er im Vorhergehenden nur obigen speciellen Fall betrachtet hat und auch die Anordnung seiner Beobachtungen demselben entsprechen; er musste natürlich trotzdem zu richtigen Rechnungsresultaten gelangen.

Kleinere Mittheilungen.

J. Finger, Ueber ein Analogon des Kater'schen Pendels und dessen Anwendung zu Gravitationsmessungen.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1881 Nr. 14.)

Das zu Gravitationsmessungen gewöhnlich zur Verwendung kommende Kater'sche Reversionspendel hat den Nachtheil, dass dasselbe zweischneidig ist, wodurch gewisse, schwer berechenbare und nicht vollständig eliminirbare Fehlerquellen entstehen, die durch die bei beiden Schneiden ungleiche Abstumpfung, durch den nicht strengen Parallelismus der Schneiden u. s. w. veranlasst werden.

Der Verfasser empfiehlt nun ein in besonderer Weise eingerichtetes einschneidiges Pendel, das auf der Commutirung zweier mit dem Pendel mitschwingender ungleicher Massen, durch deren Umsetzung die Schwingungszeit t nicht beeinflusst wird, beruht und das die Vortheile des Kater'schen und Bessel'schen Pendels verbindet.

Befindet sich nämlich der Schwerpunkt der einen Masse m_1 im Abstande x_1, der zweiten ungleichen Masse m_2 im Abstande x_2 von der Drehachse und wird die Schwingungszeit t trotzdem, dass die mitschwingenden Massen m_1 und m_2 und dadurch auch die Schwerpunktsdistanzen x_1 und x_2 commutirt werden, nicht verändert, so ist die reducirte Pendellänge $l = x_1 + x_2$, und zwar besteht dies Gesetz auch für Schwingungen in einem widerstehenden Mittel, wofern nur m_1 und m_2 genau gleich geformt sind.

Es ist sonach analog dem Kater'schen Pendel die Messung von l unabhängig gemacht von der Bestimmung der Trägheitsmomente und des Luftwiderstandes und zurückgeführt auf gleichen Schwingungszeiten entsprechende Distanzmessungen von der Drehachse.

Man kann aber auch, wie weiter gezeigt wird, den Einfluss der Abstumpfung der Schneide und der Reibung auf der Unterlage beheben, wenn man analog dem Bessel'schen Pendel die Messung reducirt auf die Bestimmung der Schwingungszeit jenes Pendels, dessen Länge der messbaren Differenz zweier Pendellängen, deren Schwingungszeiten gemessen wurden, gleich ist.

Andere Vortheile beruhen darin, dass die Messung nicht wie beim Reversionspendel auf eine unabänderliche Schwingungszeit beschränkt ist, sondern man mit demselben Pendel Messungen der verschiedensten Schwingungszeiten vornehmen kann, wodurch der Genauigkeitsgrad des durch diese Messungen gefundenen wahrscheinlichsten Werthes der Länge des Secundenpendels erhöht wird, und dass man ferner in den Stand gesetzt ist, durch Anwendung einer entsprechenden Methode auch den wichtigen Einfluss der Mitschwingungen des Pendelgestells durch Schwingungsversuche allein zu bestimmen, bzw. zu eliminiren.

Weiterhin werden die der entwickelten Theorie dieses Pendels entsprechenden Einrichtungen des Pendelapparates und Methoden der vorzunehmenden Messungen besprochen.

M. Margules, Ueber Bewegungen zäher Flüssigkeiten und über Bewegungsfiguren.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1881 Nr. 16.)

Bewegt man Glycerin auf regelmässige Art, z. B. dadurch, dass man eine die Flüssigkeit berührende Scheibe constant rotiren lässt, so bilden sich schöne Figuren, welche bei rascher Bewegung schon nach wenigen Minuten einen ausgeprägten Charakter haben und einen Einblick in die Verhältnisse der Flüssigkeitsbewegung, namentlich in die Gestalt der Stromflächen und Strombahnen gestatten. Das Entstehen der Bewegungsfiguren ist auf den Wassergehalt des Glycerins zurückzuführen. Ein Wassertropfen auf der Oberfläche wird durch Drehung der Scheibe zuerst in einen Ring ausgezogen; ein Theil des Wassers wird von den unter der Oberfläche befindlichen Glycerintheilchen, an denen es haftet, mitgeführt, und da es sehr langsam in das Glycerin diffundirt, so zeichnet es seinen Weg in dasselbe ein. Wegen der grossen Zähigkeit des Glycerins ist aber der Weg, den das Wassertheilchen darin beschreibt, unmerklich wenig verschieden von dem Wege, den das Theilchen einer homogenen Glycerinmasse beschreiben würde.

Was man regelmässig sieht, sind Stromflächen; man kann aber auch die Strombahnen sichtbar machen.

Ebenso schöne Bewegungsfiguren wie im Glycerin beobachtet man im Ricinusöl, wenn man ihm einen Tropfen Alkohol beimischt. In minder zähen Oelen und in Alkohol, welcher auf einer Oelschicht liegt,

kann man auch Figuren wahrnehmen, doch sind sie hier viel weniger deutlich.

Der Abhandlung sind Zeichnungen beigefügt, die Bewegungsfiguren darstellend, welche man sieht, wenn man Glycerin (oder Ricinusöl) durch die Drehung einer Scheibe, eines ebenen Ringes oder einer Kugel in Bewegung erhält.

In den folgenden Abschnitten werden die allgemeinen Integrale der Bewegungsgleichungen discutirt, insbesondere mit Beziehung auf stationäre Bewegungen, bei denen es geschlossene Stromflächen gibt. Es wird unter anderem die Arbeit berechnet, welche zu leisten ist, um die Bewegung stationär zu erhalten; es wird ferner eine Methode angegeben zur Messung des Widerstandes, welchen die Flüssigkeit entgegensetzt der constanten Rotation einer Umdrehungsfläche um die eigene Achse in einem beliebigen Gefässe, oder der Rotation einer irgendwie gestalteten Fläche um die Achse eines Gefässes, dessen Wand die Form einer Rotationsfläche hat.

Literatur.

E. Dreher und **L. Gaedicke**, Die Ursache der Phosphorescenz. S. A.

L. Grunmach, Ueber die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene der strahlenden Wärme in festen und flüssigen Körpern. Berlin 1881.

——————, Mittheilungen über Vergleichungen von Quecksilber-Thermometern mit dem Luftthermometer. Berlin 1881.

S. Günther, Beiträge zur Geschichte der neueren Mathematik. Ansbach, Brügel & Sohn.

Hartmann, Ueber ein neues Scalenfernrohr für Spiegelablesung. S. A.

F. Kohlrausch, Absolute Messung der Stärke des Erdmagnetismus auf galvanischem Wege ohne Zeitbestimmung. S. A.

J. Moser, Elektrostatische Untersuchungen, insbesondere über die Verzweigung der Induction beim Differential-Inductometer und Elektrophor. S. A.

Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek voor 1880. Eerste Deel. Utrecht, Kemink & Zoon.

Reitlinger und **Wächter**, Ueber Disgregation der Elektroden durch positive Elektricität und die Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren. S. A.

E. Sacher, Einige neue physikalische Versuche, als Beitrag zur Theorie der Erdbildung.

G. Schenzl, Jahrbücher der k. ungar. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. 9. Bd., Jahrgang 1879.

Werner Siemens, Gesammelte Abhandlungen und Vorträge. Berlin, Jul. Springer.

Die Arbeiten von Werner Siemens sind bekanntlich für die Entwickelung der elektrischen Technologie und der Elektricitätslehre überhaupt von fundamentaler Bedeutung gewesen. Wir glauben deshalb unsere Leser auf dieses Werk, durch dessen Herausgabe sich die Verlagshandlung ein grosses Verdienst erworben hat, besonders aufmerksam machen zu müssen.

A. Weinhold, Demonstrationsthermometer. S. A.

XVIII. Band. 2. Heft.



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

D^R PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 2. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Entwurf eines Telemeteorographen.

Von

Dr. Paul Schreiber

in Chemnitz.

(Mit Tafel II u. III.)

Im Nachstehenden unternehme ich es, den Männern der Wissenschaft einen Apparat zu skizziren, welcher bestimmt ist, an irgend einem schwer zugänglichen Ort aufgestellt zu werden, und der daselbst ein selbständiger Beobachter der Vorgänge in der Atmosphäre sein soll. Es besteht der Apparat aus einem Barometer, zwei Thermometern, einer Windfahne und einem Robinson'schen Schalenkreuz, zur Ermittelung der durchschnittlichen Stärke der Strömungen. Von den beiden Thermometern wird das eine gegen Strahlung und Nässe zu schützen sein, während das andere entweder als feuchtes Thermometer einzurichten ist, oder, da dies schwierig sein dürfte, einfach frei allen Einwirkungen der atmosphärischen Vorgänge ausgesetzt wird. Es werden dann die Aufzeichnungen eines solchen Instrumentes mancherlei interessante Schlüsse über Strahlung, Bewölkung etc. etc. zu ziehen gestatten. Der Apparat zeichnet an Ort und Stelle seine Angaben auf Rollenpapier durch Einstechen von Nadeln in dasselbe, und zwar höchstens alle Stunden; eine öftere Markirung an einer isolirten Station halte ich für überflüssig. Diese Markirungen sollen rein mechanisch bewirkt werden.

Ausserdem ist der Apparat auch befähigt, täglich ein- oder mehrere Male seine Angaben nach einem beliebig weit entfernten Ort telegraphisch zu übermitteln, und zwar, da er eigentlich weiter nichts ist als einer der längst bekannten automatischen Telegraphen, überall da, wo überhaupt ein telegraphischer Verkehr mit den jetzigen Mitteln möglich ist.

Wenn man sich mit ein oder zwei Depeschen täglich begnügt, was ja der ausübenden Witterungskunde für Prognosen genügt, so bedarf der Apparat keiner durchgängigen besonderen Leitung. Von der isolirten Station wird dann der Draht oder das Kabel nach der nächsten Telegraphenstation geführt. Alle Tage zu der auf die Minute genau bestimmten Zeit stellen die betreffenden telegraphischen Aemter, vielleicht auf Anrufen der Anfangsstation, die Leitung her, und geht dann die Depesche des Registrirapparates genau so wie jede andere Depesche durch. Von der Empfangsstation wird dann das Zeichen der Beendigung des Gebrauches der Leitung gegeben.

Nach diesen allgemeinen Bemerkungen über das Wesen des Instrumentes beginne ich mit der Beschreibung der einzelnen Theile desselben und wende mich zuerst zu den einzelnen der vereinigten Instrumente.

Der Barograph. Fig. 1 (Taf. II).

Der Barograph ist nach dem System der Wagebarometer eingerichtet. Wegen des Grundprincipes und der Theorie verweise ich auf die verschiedenen vorhandenen Arbeiten, namentlich auf meine Abhandlungen in den früheren Jahrgängen dieses Repertoriums[1]). Das vorliegende Instrument weicht von den schon ausgeführten Constructionen darin wesentlich ab, dass alle Aufhängung an Rollen vermieden ist, soweit dieselbe das Instrument für sich betrifft, und dass das Gewicht der Röhre D des Barometers durch einen in Quecksilber tauchenden Cylinder B getragen ist. Ich will diesen Theil einfach den Hydrostaten nennen. Der Hydrostat ist in den aus zwei Säulen gebildeten Rahmen A eingespannt, und ist so die verticale Lage desselben beim Schwimmen erzielt. Der Hydrostat besteht aus zwei Theilen; der obere ist hohl, dagegen enthält der untere circa 120 ^{ccm} einer Flüssigkeit, deren Ausdehnungscoefficient circa 0,001 beträgt. Durch diese geringe Menge ist das Barometer gegen Temperatureinwirkungen compensirt.

Die Thermographen. Fig. 2.

Die Thermometer sind Luftthermometer, deren manometrischer Theil nach dem Wageprincip construirt ist. Als Thermometergefässe werden weite ohne Naht gezogene Kupferröhren dienen, die aussen und innen gut verzinnt sein müssen, welche weiter mit gut verlötheten Deckeln geschlossen werden, in deren einen ein enges aber stark-

1) Dieses Repertorium: VIII, 245; XI, 1; XIV, 471; XIV, 649; XV, 209.

wandiges Bleirohr eingelöthet ist, durch das die Luft im Thermometergefäss mit der Luft im Manometer communicirt.

Ueber specielle Einrichtung und Theorie dieser Instrumente habe ich mich schon früher a. a. O. ausführlich verbreitet und verweise hier auch darauf.

Auch hier unterscheidet sich das Instrument von den früheren Einrichtungen durch die Aufhängung an dem Hydrostaten *B*, der aber hier einfach aus einer unten und oben geschlossenen Glasröhre besteht, die in dem Rahmen *A* eingespannt ist.

Die bewegliche Röhre des Manometers *D*, welche den Luftraum des Thermometers abschliesst, hängt in dem Rahmen *C*. Durch das eiserne Rohr *E* steht der Luftraum des Manometers mit dem Thermometergefäss in Verbindung.

Die Dimensionen sind so gewählt, dass die Bewegung der Röhre genau so gross ist als die in Quecksilbersäule ausgedrückte Aenderung des relativen Manometerstandes. Demnach wird die Länge eines Grades circa 2—3^{mm} betragen.

Wenn das Gefäss sehr gross gegenüber dem Luftraum des Manometers gemacht wird, so ist der Einfluss der inneren Temperatur sehr klein und kann als Function der äusseren Temperatur in Rechnung gebracht werden.

Der Registrirmechanismus für Baro- und Thermograph. Fig. 3.

Wie aus dem Vorhergehenden bekannt ist, bedürfen weder das Barometer noch eines der Manometer für die Thermometer einer Rollenaufhängung, sondern es wird das Gewicht der Röhren durch Hydrostaten getragen. Zum Zweck der Registrirung auf einen beliebig langen Papierstreifen ist es aber zweckmässig, die verticale Bewegung der Röhren in horizontale Bewegung der Schreibstifte umzusetzen. Zu diesem Zweck befindet sich der Stift *C* an einem Wagen, der horizontal hin und her bewegt wird, und geht der Draht, welcher den Stift mit dem Manometer verbindet, über die Rollen *A* und *B*. Man muss sich die Rolle *A* so gelagert denken, dass unmittelbar unter ihr sich das Barometer oder das eine der Manometer, so wie sie in den Figuren 1 und 2 dargestellt sind, befindet. Es ist der Draht dann an dem Barometer befestigt und über die Rollen *A* und *B* gelegt und trägt an *B* ein Gewicht, das nur so gross gewählt wird, dass der Draht ordentlich gespannt erscheint und die Reibungswiderstände in

der Bewegung der Rollen und des Wagens mit dem Stift *C* überwunden werden können. Man sieht, dass dazu ein sehr kleines Gewicht nöthig sein wird und dass deshalb die Rollen *A* und *B* ausserordentlich leicht gebaut werden können, so dass die Reibungswiderstände ausserordentlich klein werden dürften. Um namentlich die Widerstände in der Stiftführung möglichst zu vermindern, denke ich mir die Vorrichtung, an welcher der Stift sich befindet, als aus einem Schiff bestehend, welches in Quecksilber schwimmt. Das Schiffchen wird aus Holz oder Hartgummi hergestellt und schwimmt in dem Quecksilber, welches im Trog *D* sich befindet. Durch zwei Rollen, die horizontal vorn und hinten an dem Schiffchen angebracht sind, wird das Anlegen desselben an die Trogwandung vermieden. Es sind diese Rollen in der Zeichnung nicht zu sehen.

Durch das Gehänge *EFF* wird die verticale Lage des Schiffchens beim Schwimmen bewirkt. Der Stift *C* ruht direct auf einer Spiralfeder auf, welche auf dem Schiff ihren Stützpunkt hat.

Soll eine Markirung stattfinden, so wird das ganze Schiff gehoben und dabei die Spitze in das Papier eingedrückt, welches sich an dem Cylinder *Q* befindet. Diese Hebung erfolgt durch eine Schiene *GG*, welche unten die Rollen *H* trägt und womit sie auf den Excentern *J* an der Welle *K* aufruht. Sowie die Welle *K* gedreht wird, hebt sich die Schiene, und setzt sich alsbald das Schiff mit den am Gehänge *E* angebrachten Rädern *F* genau auf die Schiene auf; wird mit gehoben; der Stift kommt an das Papier; die Feder, auf welcher er ruht, wird angespannt und drückt den Stift in das Papier ein. Dann senkt sich die Schiene wieder, und der Apparat erhält seine volle Freiheit der Bewegung zurück.

Wie aus der Darstellung des ganzen Instrumentes in Fig. 8 (Taf. III) ersichtlich ist, hat jeder Registrirmechanismus drei Walzen neben einander, zwischen denen das Papier geführt ist und die durch Federkraft aneinander gedrückt werden.

Die Bewegung geschieht durch eine Welle, welche durch ein besonderes Laufwerk mit Windfang oder Centrifugalpendel getrieben wird. Dieses Laufwerk wird durch eine Uhr alle Stunden ausgelöst, und sind die dazu dienlichen Mechanismen zur Genüge bekannt. Es macht die Registrirwelle dabei eine Umdrehung, wobei alle Instrumente markirt werden, und erfolgt dann die Arretirung der Welle. Man sieht diese Welle mit *L* bezeichnet in Fig. 3 im Querschnitt und

erkennt, dass durch dieselbe mittels conischer Räder die Welle *K* getrieben wird. Es treibt aber *L* auch die verticale Welle *M*, durch die wieder ein Zahn an dem conischen Rad *N* in Bewegung gesetzt wird. Dieser Zahn an *N* greift in die Triebstockverzahnung der an der vordersten Papierrolle *Q* befindlichen Scheibe *O* ein und schiebt bei jeder Umdrehung der Welle *L* diese Scheibe um einen Triebstock vorwärts. Man erkennt daraus, dass es so möglich ist, das Papier nach jeder Markirung ein Stück fortzuschieben und es durch eine geeignete Feder in eine bestimmte Stellung zu bringen und darin bis zur nächsten Markirung zu erhalten. Die Welle *P* oben an der Scheibe *O* trägt ebenfalls einen Zahn, der nach jeder telegraphischen Meldung des Apparates ebenfalls das Papier um ein Stück vorwärts schiebt. Dadurch entstehen in gleichen Zeitintervallen grössere Abstände der Punkte auf den Streifen, und wird so eine Zeiteintheilung hervorgebracht. Erfolgt die telegraphische Mittheilung täglich nur einmal, so werden sich so die Markirungen der einzelnen Tage leicht unterscheiden lassen.

Der Registrirmechanismus für die Windfahne. Fig. 4 und Fig. 8.

Wie aus Fig. 8 zu sehen ist, steht die Windfahne mit einer Excenterscheibe in Verbindung, welche nach der Archimedischen Spirale geformt ist. Dieselbe schiebt durch die Stange *A* den in Fig. 4 sichtbaren Wagen *CF* proportional mit der Winddrehung hin und her. Der Wagen ist auf der Schiene *GG* in Geleisen beweglich und hat als markirendes Instrument ein scharf gezacktes Rädchen *C*. Durch die Excenter *J* wird die Schiene *G* während einer ganzen Stunde hochgehoben erhalten, und wird dabei das auf Federn ruhende Rädchen *C* beständig gegen das Papier gedrückt. Eine Bewegung mit der Windfahne ist dabei möglich, und wird, falls eine Aenderung in der Windrichtung während einer Stunde eintreten sollte, statt des Markirpunktes eine mehr oder weniger lange Linie diejenigen Gebiete angeben, in welchen die Windrichtung sich bewegte.

Sowie der Registrirmechanismus zu arbeiten beginnt und die Spitzen der ersten drei Instrumente sich heben, wird die Schiene und mit ihr der Registrirwagen am Anemometer gesenkt. Dabei wird das Papier frei, und es erfolgt eine kleine Verschiebung desselben durch den Zahn an dem Rade *N*, genau wie bei den anderen Instrumenten.

In der letzten Hälfte der Thätigkeit des Registrirmechanismus hebt sich der Wagen des Windapparates wieder, und bleibt die ganze folgende Stunde das Markirrädchen an das Papier angedrückt.

Man gewinnt dadurch den Vortheil, etwas ausführlichere Aufzeichnungen der oft rasch wechselnden Windrichtungen erhalten zu können, und ist auch so die Möglichkeit, dass eine rasche Bewegung der Windfahne während einer Markirung die Spitze abbrechen könnte, vermieden.

Weiter wird aber auch durch die Abspannung der Feder des Windrädchens und die Senkung seiner Schiene während Hebung der anderen Schienen und des Eindrückens der drei Stifte in das Papier dem Triebwerk ein grosser Theil der zu leistenden Arbeit abgenommen.

In der Mittellage kann nun der Markirstift des Anemometers sowohl bei reinem Ost, als auch reinem West sein. Um hier diese beiden Hälften der Windrose unterscheiden zu können, sind an den Enden der Papierrolle die Markirrädchen R_1 und R_2 angeordnet. Diese beiden befinden sich an Hebeln, deren andere Arme auf der über der Excenterscheibe befindlichen Kreisscheibe (Fig. 8) schleifen. Auf der einen Seite hat diese Scheibe einen Wulst, und wird, wenn der eine Hebelarm auf diesen schleift, das betreffende Markirrädchen vom Papier abgedrückt, während das andere eine Marke macht. Es ist von der bildlichen Darstellung dieser leicht denkbaren Vorrichtung abgesehen worden. Die Wirkung wird die sein, dass, wenn die Windrichtung in der Osthälfte der Windrose liegt, vielleicht das Markirrädchen R_1 eine Punktreihe am Ende des Papierstreifens macht, dass aber dies bei allen Winden mit westlicher Componente durch das Rädchen R_2 besorgt wird, welches dann angedrückt ist, während R_1 durch den Wulst auf der Scheibe an der Windfahne abgehoben ist.

Das Telegraphenwerk.

Eine Uebersicht der Gesammtheit des Telegraphenwerkes erhält man aus der Figur 8, während die Figuren 5—7 einzelne Theile desselben darstellen. Getrieben wird das Telegraphenwerk durch ein selbständiges Triebwerk mit Windfang oder Centrifugalpendel. Es ist die Hauptsache, dass dieses Werk möglichst gleichförmig sich bewegt. Die Auslösung erfolgt durch dieselbe Uhr, welche auch das Registrirwerk auslöst, aber seltener: höchstens dreimal des Tages, und dürfte in den meisten Fällen eine einzige Depesche pro Tag vollständig ausreichend sein.

Die Welle, an welcher das Triebwerk direct angreift, macht 12 Umdrehungen und wird dann arretirt. An derselben befinden sich zunächst 4 conische Räder, durch welche eine Anzahl von 11 Schleiffedern in Bewegung um ebensoviel Scheiben gesetzt werden, auf denen sich passende Contactstreifen befinden. Von diesen Scheiben stellen die ersten drei 1, 2 und 3 die zweiten Rollen (*B* Fig. 3) des Barometers und der zwei Thermometer dar, während die Scheiben 4 — 7 dem Anemometer angehören. Diese sämmtlichen Scheiben 1 — 7 führen gewisse Bewegungen aus, während die Scheiben *A* bis *D* fest stehen. Man muss sich nun vorstellen, dass die sämmtlichen Schleiffedern in eine Gerade gestellt sind, und kann ich daher kurz von der Schleiflinie reden. Diese Schleiflinie wird also bei Absendung einer jeden Depesche 12mal um die Contactscheiben herumgeführt und schleift dabei auf den Contacten.

Die Art, wie nun die Depeschen zu Stande kommen, wird besser einleuchten, wenn ich die einzelnen Theile des Telegraphenwerkes, wie sie in den Figuren 5 — 7 dargestellt sind, erläutert haben werde. In Fig. 5 ist so ausführlicher der

Telegraphenmechanismus des Barometers und des Thermometers dargestellt. Hier ist *B* die zweite Rolle des Barometers oder eines der Thermometer. *GG* stellt eine Achse dar, welche durch die Telegraphenwelle in Bewegung gesetzt wird und mit dieser je 12 Umdrehungen macht. Auf der Welle *GG* sitzt lose die hohle Welle *F*, welche auf der ersteren verschiebbar ist, aber durch den Keil *H* gezwungen wird, an ihrer Rotation theilzunehmen. Auf der Welle *F* ist der Stab *E* befestigt, welcher oben die Schleiffeder trägt. Der Contact an der Scheibe *B* wird durch ein Platinrädchen *D* gebildet, welches an dem Stift *C* sitzt und auf demselben sich mit schwacher Reibung bewegen lässt. Für gewöhnlich geht die Schleiffeder an dem Contact seitlich vorüber und schleift erst über denselben, wenn die Welle *F* etwas nach links verschoben wird. Ist diese Verschiebung zu stark, so geht die Schleiffeder hinter dem Contact weg, ohne ihn zu berühren.

Zur telegraphischen Signalisirung der Barometer- und Thermometerstände gehört nun noch die feste Contactscheibe *B* (Fig. 8), welche auch in Fig. 7^{b} abgebildet ist.

Die Verhältnisse sind so gewählt, dass bei mittlerem Barometerstand der Contact *D* gerade an der höchsten Stelle seiner Bahn sich befindet und nie mehr als 60^{0} nach beiden Seiten sich bewegen kann,

also die Rolle eine Gesammtbewegung von nie mehr als 120⁰ ausführt. Es wird demnach der Contact an der Barometerrolle (dasselbe gilt auch von den Thermometern) sich in der Region bewegen, welche an der Scheibe 7^b frei von Contactstiften ist. Die anderen zwei Drittel der Scheibe 7^b sind zu gleichen Abständen mit Contactstiften besetzt. Der unterste dieser Contacte bildet geradezu einen Streifen. Durch diesen Streifen wird der Durchgang der Schleiflinie durch ihren tiefsten Punkt markirt werden.

Der bewegliche Contact des Barometers muss demnach sich stets zwischen den beiden Stiften x und y an der Scheibe 7^b befinden, und wird der Abstand von dem einen oder anderen dieser Stifte ein Maass des Barometerstandes sein, es werden diese Abstände sich proportional mit dem Luftdruck ändern müssen.

Die Art der telegraphischen Uebermittelung ist nun sehr einfach. Der eine Pol einer Batterie wird mit den Contacten beider Scheiben in Verbindung gebracht, während der andere Pol nach der Schleiflinie geführt wird, und wird in den Stromkreis der eine Elektromagnet eines Chronographen, wie dieselben zu astronomischen Zwecken so vielfach verwendet werden, eingeschaltet. Die Batterie und der Chronograph befinden sich an der Empfangsstation. Man denke sich, dass die Schleiflinie in der tiefsten Stellung von einer Depesche zur anderen verharrt. Sowie das Telegraphenwerk zu laufen beginnt, wird die Bewegung der Schleiflinie an den Contactstiften der Scheibe 7^b auf dem Papier des Chronographen Marken in gleichen Zeitintervallen liefern, welche die Geschwindigkeit der Bewegung der Schleiflinie zu bestimmen gestatten und zugleich zeigen, ob diese Geschwindigkeit constant ist oder nicht. Von dem Stift x an hört dann diese Regelmässigkeit der Marken auf, und es beginnt eine mehr oder weniger grosse Pause, bis die in die Ebene des Contactes D an B (Fig. 5) gerückte Schleiffeder diesen erfasst und eine Marke gibt. Diese wird sich durch ihre längere Dauer auszeichnen, da ja durch die Reibung die ganze Rolle etwas mitgenommen und das Barometer etwas gehoben wird, bis die dadurch bedingte Gewichtszunahme des Barometers die Reibung überwindet und ein Abschnappen der Schleiffeder stattfindet. Dann kommt die Schleiflinie nach dem Contact y, und finden nun die gleichmässigen Markirungen wieder statt. Man sieht, dass man aus der Differenz der Zeit des Contactes an x oder y mit der an dem Röllchen D ein Maass des Barometerstandes mit grosser Schärfe erhalten

kann. Die Markirungen durch die Contactstifte an 7^b werden gewissermassen die Scala telegraphiren, und kann man die Contactscheibe 7^b demnach geradezu als die Barometer- und Thermometerscala bezeichnen. Die Fortbewegung der Rollen des Barographen etc. durch die Berührung von *D* mit der Schleiffeder erfordert, dass diese Berührung erst dann stattfinden darf, wenn sie gebraucht wird, und muss daher die Schleiffeder verrückbar angeordnet werden. Es ist das zwar ein Uebelstand, aber man hat auch den Vortheil, dass einmal durch dieses Heben des Barometers die Kuppen gut gewölbt werden und dass weiter die Grösse der Bewegung, die sich ja aus der Contactdauer bestimmen lässt, sich ein Urtheil über die Beschaffenheit des fernen Apparates zu bilden gestattet. Wird dieser Contact plötzlich oder langsam immer kürzer, so können irgend welche Unordnungen am Instrumente vermuthet werden, während bei gleicher Dauer dasselbe entschieden in gutem Zustande sich befinden muss. Die Zuleitung des Stromes zu der beweglichen Rolle, ohne Behinderung derselben in ihrer freien Bewegung, kann durch Ansatz eines Streifens Platinblech an die untere Hälfte der Rolle, welcher sich beständig in Quecksilber im Näpfchen *K* (Fig. 5) bewegt, geschehen. Auf *F* wird man ruhig eine Feder schleifen lassen können.

Der Telegraphenmechanismus für das Anemometer ist in Fig. 6 und zwar in $^1/_3$ nat. Gr. dargestellt. Die Scheibe J_4 sitzt an der in *H* gelagerten hohlen Welle *D* und steht durch die conischen Räder *S* und *B* mit der Windfahne in Verbindung. Demnach wird die Scheibe J_4 genau dieselbe Bewegung wie die Windfahne ausführen. Die Scheiben J_1 bis J_3 sind dagegen mit dem Robinson-Kreuz verbunden, und zwar auf folgende Weise. Durch das Windkreuz, und mit diesem gleich schnell, dreht sich die Schraube *A* und greift diese in das mit tausend Zähnen versehene Schneckenrad *E* ein. *E* sitzt fest an der in *Q* und *H* gelagerten Welle *C*. Der Trieb *C* an dieser Welle greift in das Vorgelege G_1H_1 ein und ertheilt demselben ein Zehntel seiner Geschwindigkeit, welche durch die Räder H_1 und F_1, mit gleicher Zähnezahl, auf die Scheibe J_1 übertragen wird. Ebenso wird durch die weiteren Vorgelege G_2H_2 und G_3H_3 und die Räder F_2 und F_3, sowie die daran sitzenden Triebe, J_2 mit ein Zehntel der Umdrehung von J_1 und J_3 mit ein Zehntel der Geschwindigkeit von J_2 bewegt.

Demnach wird die Scheibe J_1 eine Umdrehung bei 10000 Touren des Schalenkreuzes ausführen, während J_2 eine Umdrehung bei hundert-

tausend, dagegen J_3 bei einer Million Drehungen des Robinson-Kreuzes machen.

Zur Registrirung gelangt das Schalenkreuz nicht, es werden nur die Anzahl der Umdrehungen desselben von einer telegraphischen Mittheilung zur anderen aus der Veränderung der Stellung der Contacte an dem Umfang der Scheiben J_1 bis J_3 erkannt werden können. Wie viel solcher Umdrehungen noch bestimmt werden können, hängt von der Genauigkeit ab, mit welcher sich die telegraphischen Uebermittelungen werden bestimmen lassen. Soll eine Umdrehung des Schalenkreuzes noch bemerkbar sein, so muss die Verrückung des Contactes auf J_1 auf $0{,}1^{mm}$ genau bestimmbar sein, da der Umfang der Scheibe ungefähr 1000^{mm} beträgt.

Die Vorgelege sitzen lose auf der Achse *O*.

Als Lagerung der Welle der Schleiffedern dient zugleich die Achse *C*. Das Lager *H* stellt die vier festen Scheiben mit den Fundamentalcontacten dar und sind die Anordnungen dieser Contacte in den Figuren 7^{a-d} zu erkennen, während Fig. 7 die Form der Contacte auf den beweglichen Windscheiben darstellt. Die Scala zu dem Anemometer gibt die Scheibe *C*. Wie aus Fig. 7^c hervorgeht, enthält dieselbe am obersten Punkt einen kurzen, am tiefsten einen längeren Contact, während die Contacte auf den Windscheiben selbst noch einmal so lang sind. Setzt sich die Schleiflinie in Bewegung, so geben die Markirungen des Chronographen durch die Contacte an *C* sowohl die Geschwindigkeiten der Schleiflinie, als auch die Momente, zu welchen dieselbe die höchste und tiefste Lage passirt. Durch passende Vorrichtungen wird nun während je einer Drehung der Schleiflinie eine der Contactscheiben J_1 bis J_4 in den Stromkreis eingeschaltet, und erfolgt demnach auch eine Markirung bei dem Gang der Schleiflinie über den Contact an der betreffenden Scheibe. So wird die Stellung dieser Contacte bestimmt. Aus der Stellung des Contactes an J_4 wird man sofort die Windrichtung erhalten, während aus der Veränderung der Stellungen der Contacte der drei übrigen Scheiben *J* von einer telegraphischen Mittheilung zur anderen die in der Zwischenzeit ausgeführte Anzahl der Umdrehungen des Robinson'schen Schalenkreuzes hergeleitet werden kann.

Die Contactscheiben *A* und *D* geben die Anruf- und Beendigungssignale vor und nach der eigentlichen Wetterdepesche. Man könnte auf den Umfängen von *A* und *D* geradezu die bei dem gewöhnlichen

telegraphischen Verkehr üblichen Signale anbringen. Ich habe in der Zeichnung den Anruf durch eine Anzahl längerer Contacte in gleichen Distanzen dargestellt, während das Beendigungssignal durch Stifte in gleichen Abständen auf der einen Hälfte der Scheibe *D* gegeben werden soll.

Die Uebertragung des Stromes auf die einzelnen Scheiben, ohne Behinderung ihrer Bewegung, denke ich mir folgendermassen. Die Scheiben *J* selbst sollen aus einem Nichtleiter gedacht sein. In diese Scheiben sind concentrische Metallringe eingelassen, und zwar in J_1 nur einer, während in J_2 deren zwei, in J_3 sich deren drei befinden. An J_3 schleift aussen an jedem Ring eine Contactfeder. Mit den beiden inneren Ringen an J_3 verbunden sind Contactfedern, welche an den beiden Ringen an J_2 schleifen, während eine an dem innersten Ring von J_2 befestigte Feder auf dem Ring an J_1 schleift. So kann der Strom durch J_3 und J_2 nach J_1 gelangen, ohne die Bewegung dieser Scheiben zu hemmen. Die entstehenden Reibungswiderstände sind so klein, dass sie hier nicht in Betracht kommen.

Aehnlich ist die Stromleitung durch *H* nach J_4. Die Contacte der einzelnen Scheiben sind streng isolirt von einander, während die Schleiffedern eine gemeinsame Ableitung des Stromes darstellen. Durch die punktirten Linien werden sich die Stromwege genügend verfolgen lassen.

Das Zusammenwirken der einzelnen Theile wird aus Fig. 8 nun zur Genüge hervorgehen. Es bedarf zunächst der Vorrichtungen, durch welche die Contactfedern der Wagemanometer zu den bestimmten Momenten in die Contactebenen gerückt und daraus entfernt werden und weiter müssen Commutatoren da sein, welche die Leitung des Stromes auf die einzelnen Scheiben besorgen.

Alle diese Vorrichtungen werden durch 6 bestimmt geformte Scheiben getrieben, welche durch eine mit der Telegraphenwelle verbundene Achse bewegt werden, die aber nur eine einzige Umdrehung bei der Absendung einer jeden Depesche machen.

Von der Achse dieser Scheiben aus geht auch die schon früher erwähnte Fortrückung der Papierstreifen des Barometers und der Thermometer während jeder Thätigkeit des Telegraphenwerkes vor sich.

Die Scheiben I—III bewirken die Verrückung der Contactfedern 1—3. Scheibe IV stellt den Commutator für die beweglichen Scheiben *X*, V den für die festen Scheiben *Y*, während Scheibe VI die Unterbrechung und Schliessung des ganzen Stromes hervorbringt.

Die Arbeit des Apparates wird nun folgende sein.

I. Umdrehung der Schleiflinie. Bei Beginn derselben stehen die Scheiben I—VI so, wie es in der Zeichnung dargestellt ist, und soll die Schleiflinie in der tiefsten Lage sich befinden. Sowie die Schleiflinie anfängt sich zu bewegen, springt der Hebel *Z* vorn nach rechts und schliesst den bis dahin unterbrochenen Strom. Es kann derselbe jetzt nur durch die feste Contactscheibe *A* gehen, welche den Anruf darstellt. Zwar ist der Strom auch durch den Commutator *X* nach den Contactscheiben der Manometer geführt, aber die Schleiffedern gehen an den Contacten ohne Berührung vorbei. Die Empfangsstation erhält jetzt lauter gleiche Markirungen als das Signal des Beginnes der telegraphischen Mittheilung und wird den Papierstreifen des Chronographen in Bewegung setzen.

II. Umdrehung der Schleiflinie. Bei dem Durchgang der Schleiflinie durch die tiefste Stellung, also bei Beginn ihrer zweiten Umdrehung, springt der Commutator *Y* und leitet den Strom von *A* auf *B* über, also auf die Scala für das Barometer und die Thermometer, und bleibt hier während drei voller Umdrehungen der Schleiflinie. Der Commutator *X* bleibt unverändert. Dagegen springt zu Beginn der zweiten Umdrehung der Schleiflinie die Contactfeder 1 in die Contactebene, und erfolgt jetzt, ausser den gleichmässigen Markirungen durch *B*, auch die Markirung der Stellung des Barometers.

III. Umdrehung der Schleiflinie. Die Contactfeder 1 springt hinter ihre Contactebene, während die Feder 2 in dieselbe eintritt und die Stellung des ersten Thermometers markirt.

IV. Umdrehung der Schleiflinie. Auch die Contactfeder 2 tritt hinter die Contactebene, dagegen tritt 3 in dieselbe und markirt die Stellung des zweiten Thermometers.

V. Umdrehung der Schleiflinie. Bei Beginn derselben sind alle drei Contactfedern 1—3 hinter ihren Contactebenen und bleiben vorläufig daselbst. Commutator *Y* leitet jetzt den Strom auf die Scheibe *C*, während durch *X* die Contactscheibe 4 in den Stromkreis eingeschaltet wird.

VI—VIII Umdrehungen der Schleiflinie. Während die Scheibe *C* eingeschaltet bleibt, geht der Strom nach und nach durch die Scheiben 5, 6 und 7, wodurch sowohl die Windrichtung als auch, durch die Zahl der seit der letzten Markirung stattgefundenen Drehungen des Schalenkreuzes, die mittlere Windstärke erhalten werden.

IX. Umdrehung der Schleiflinie. Jetzt ist die eigentliche Signalisirung beendet. Der Commutator *X* unterbricht daher ganz die Leitung nach jeder der beweglichen Contactscheiben, während der Commutator *Y* während der ersten Hälfte der neunten Umdrehung die feste Scheibe *D* einschaltet und so das Beendigungssignal gibt, dann aber auch die Leitung nach den festen Scheiben unterbricht. Während der zweiten Hälfte der neunten Umdrehung findet auch die Unterbrechung der Gesammtleitung dadurch statt, dass durch die Scheibe VI der Hebel *Z* wieder zurückgeführt wird, und ist dies am Ende dieser Umdrehung schon vollbracht.

X. Umdrehung der Schleiflinie. Die Scheiben IV und V beginnen die Hebel *X* und *Y* in ihre Anfangslagen zurückzuführen. Weiter fängt aber auch nach Zweidrittel der neunten Umdrehung die Scheibe I an, die Contactfeder 1 zurückzudrücken, und ist damit am Ende des ersten Drittels der zehnten Umdrehung der Schleiflinie fertig. Es ist nöthig, dass die Zurückführung dieser und der anderen Schleiffedern 2 und 3 während dieser Zeiten und nicht in der Mitte einer Umdrehung erfolgt, weil sonst die Contactfedern in Berührung mit den Contacten an den Rollen kommen könnten, was vermieden werden muss.

XI. und XII. Umdrehung der Schleiflinie. Die Hebel *X* und *Y* werden immer weiter zurückgedrückt, und findet die Zurückführung der Schleiffedern 2 und 3 statt, welche am Ende des ersten Drittels der zwölften Umdrehung beendet ist. Am Ende dieser zwölften Umdrehung ist der Apparat wieder in den zu neuer Arbeit nöthigen Stand gekommen, und wird jetzt das ganze Werk arretirt.

Die Apparate der Empfangsstation.

An der Empfangsstation können alle zu dem gewöhnlichen telegraphischen Verkehr brauchbaren Apparate Verwendung finden. Es wird ein gewöhnlicher Morse-Apparat schon verwendbar sein, noch bessere Resultate wird aber ein guter Farbenschreiber liefern. Die besten Resultate werden die mit Capillarfedern versehenen Hipp'schen Chronographen liefern. Spitzen sind nicht gut anwendbar wegen der vorkommenden langen Contacte, es würde dann die Geschwindigkeit des Papieres zu stark geändert werden.

Ist die Leitung sehr lang und unter Wasser geführt, so dass geradezu ein Kabel gelegt werden muss, so wird auch ein Spiegel-

galvanometer an der Empfangsstation Verwendung finden können. Der Beobachter der Ausschläge desselben wird dann diese Momente durch einen Taster auf einen gewöhnlichen Morse-Apparat übertragen müssen, so dass die Signale dauernd erhalten werden können.

Der Telegraphenapparat des Registririnstrumentes gibt an Ort und Stelle eben nur Contacte, und können demnach alle die Apparate Anwendung finden, welche der gewöhnliche telegraphische Verkehr erfordert, sowohl was die Endstation als auch die Uebertragungsstationen etc. betrifft, und überall wird der Apparat dort anwendbar sein, wo überhaupt eine telegraphische Verständigung möglich ist.

Vorzüge und Eigenthümlichkeiten des Projectes.

Bei dem Entwurf des Apparates hatte ich besonders die Möglichkeit einer Aufstellung desselben an irgend einer Gegend im arktischen Gebiete ins Auge gefasst. Da man immer mehr erkennt, dass die Vorgänge im hohen Norden von ganz wesentlichem Einfluss auf die Gestaltung der Witterung bei uns sind, ist jedenfalls die Einrichtung von meteorologischen Stationen und eine telegraphische Verbindung derselben mit Europa nur noch eine Frage der Zeit. Wegen der meteorologischen Zwecke allein wird man aber nicht so bald kostspielige Kabel von irgend einer Insel des hohen Nordens nach Europa legen; es wird nur dann daran gedacht werden können, wenn irgend ein anderes mercantiles Interesse dazu kommt. Deshalb wird man darauf bedacht sein müssen, die Verwendung des Kabels zu wissenschaftlichen Zwecken möglichst zu beschränken, dagegen dasselbe zur Benutzung zu dem freien Verkehr zwischen Rhedern und den von ihnen abgesandten Walfischfängern etc. möglichst disponibel zu machen. Registrirapparate wie dieselben gegenwärtig vorgeschlagen sind, so von Rysselberghe, Sprung etc., werden diesen Vortheil nicht bieten; bei ihnen ist das Kabel ein integrirender Bestandtheil des Registrirapparates und wird so oft, bei dem Sprung'schen Princip sogar ununterbrochen, gebraucht, dass eine anderweitige Verwendung nicht denkbar ist. Es erscheint mir aber ebenfalls nur eine Frage der Zeit, dass derartige meteorologische Stationen mit Registrirapparaten besetzt werden, welche die gewöhnlichen Vorgänge, als Aenderungen des Luftdruckes, der Temperatur etc., soweit sie überhaupt durch Automaten verzeichnet werden können, registriren. Sollten dennoch, wenigstens im Sommer, wissenschaftlich gebildete Beobachter dahingeschickt werden,

so haben diese ein so reiches Feld der Thätigkeit, dass ihre Entbindung von den lästigen regelmässigen Ablesungen der stationären meteorologischen Instrumente von ihnen als eine Wohlthat empfunden werden dürfte, und es wird, indem so die Männer der Wissenschaft nicht an Zeit und Ort gebunden sind, ihre Thätigkeit immer mehr fruchtbringend gemacht werden können. Kommt dann der Winter, so arbeitet der Registrirapparat ruhig fort, und signalisirt sogar der nach meinem System gebaute Apparat die Witterung täglich ein- oder mehrere Male prompt und mindestens ebenso verlässig, als wenn ein Beobachter an Ort und Stelle wäre.

Nun sind aber leider alle telegraphischen Verbindungen gewissen Störungen unterworfen: es werden die Localbatterien schadhaft, und namentlich treten leicht Störungen in der Leitung ein. Dem ersteren Uebelstand ist mein Apparat nicht ausgesetzt, weil er überhaupt keiner Batterie an Ort und Stelle bedarf. Die Batterie befindet sich an der Empfangsstation oder auch, falls dies nöthig sein sollte, an den Relaisstationen unter beständiger Ueberwachung.

Ein Versagen des Telegraphenapparates wegen Störungen in der Leitung wird gleichbedeutend sein mit dem Ausbleiben eines Telegrammes, wie wir es in jedem Winter öfters erleben können. Sowie die Leitung wieder hergestellt ist, wird der Apparat auch ruhig wieder seinen telegraphischen Dienst aufnehmen. Ob allerdings die Leitung leicht wiederherstellbar ist, das ist eine andere Frage, und es kann da leicht möglich sein, dass darüber der ganze Winter vergeht.

Hier tritt uns ein Vortheil meines Apparates entgegen, den alle bisher vorgeschlagenen Einrichtungen nicht haben, dass Störungen im Telegraphenwerk auf die Registrirung der meteorologischen Vorgänge absolut ohne Einfluss sind. Mag die Leitung zerrissen sein oder nicht, die Registrirung geht ruhig weiter, und so ist zwar der eine Zweck des Apparates verfehlt, aber derselbe bleibt doch wenigstens nicht nutzlos stehen, wie dies namentlich bei dem Sprung'schen fernregistrirenden Barometer und wahrscheinlich auch bei v. Rysselberghe's Apparat sein wird. Auch das Windzählwerk arbeitet ruhig weiter und gibt wenigstens die mittlere Windgeschwindigkeit während des Zeitraumes der telegraphischen Unterbrechung.

Nun kann allerdings auch eine Störung in dem nach rein mechanischen Principien construirten Gangwerk des Apparates eintreten: es können die Auslösungen schlecht erfolgen, es kann die Uhr stehen

bleiben etc. Ob es möglich sein wird, sich gegen diese Störungen zu schützen, das muss dahingestellt bleiben. Wir haben aber hier die besten Präcedenzfälle. Wie viele Tausende von Uhrwerken und sonstigen mechanischen Apparaten, Instrumenten und Maschinen gehen nicht jahrelang ohne die geringste Störung, auch unter oft sehr ungünstigen Verhältnissen? Hier kann man mit Recht behaupten, dass, wenn nur alle Constructionstheile sorgfältig ausgeführt sind und ihre ganze Anordnung rationell getroffen ist, man ein Werk wird schaffen können, das nur durch ganz aussergewöhnliche Vorkommnisse zum Stillstand gebracht zu werden vermag. Und dann wird zu einem eventuellen Fortschieben der Uhr oder Entfernung sonstiger Störungen ein Mann ohne jede wissenschaftliche Bildung, mit einfachem gesunden Menschenverstand begabt, wenigstens in den meisten Fällen ausreichen. Ganz sich selbst überlassen wird einen solchen Apparat auch aus anderen Gründen man wohl kaum können; es kann dann aber ein Eingeborener der arktischen Regionen hinzugesetzt werden, der gewöhnlich seinen gewöhnten Beschäftigungen nachgeht und nur von Zeit zu Zeit nachsieht, ob das Werk im Gang ist, ob die Windfahne frei spielen kann etc. Die Hauptsache ist doch, geistig befähigte junge Männer Europas, welche der Erfahrung gemäss meist früher oder später den schädlichen Einflüssen der Ueberwinterung in jenen Gegenden erliegen, vor Leib und Geist tödtender Beschäftigung zu schützen und ihre Kraft dem Vaterland und der Wissenschaft zu erhalten.

Als weiterer Vortheil des Apparates wird zu verzeichnen sein, dass er keiner genau gehenden Uhr bedarf. Zwar wird es im Interesse des Dienstes liegen, dass die Uhr, welche die Auslösung des Telegraphenwerkes besorgt, möglichst genau geht; ob dieselbe aber im Jahr ein oder auch zwei Stunden vor- oder nachgeht, ob sie den Einflüssen der Temperatur etc. folgend bald voreilt, bald zurückbleibt, das hat absolut keinen Einfluss. Von Tag zu Tag wird ein Uhrwerk, wenn es nicht ganz miserabel ist, ziemlich genau gehen. Die telegraphischen Mittheilungen haben den Vortheil, dass sie gleich als Zeitvergleichung dienen, so dass man jederzeit den Stand der Uhr am Ort der meteorologischen Station kennt und darüber Protokoll führen kann.

Von den Laufwerken, sowohl des Registrirwerkes als des Telegraphenwerkes und des Chronographen an der Empfangsstation, wird

nur einigermassen gleichmässiger Gang verlangt, der sich unter allen Umständen leicht erzielen lässt. Der Gang des Registrirwerkes hat gar keinen Einfluss, ebensowenig die Differenz zwischen Geschwindigkeit der Schleiflinie und des Papierstreifens, wenn es auch wünschenswerth ist, dass beide sich gleich rasch bewegen oder doch wenigstens der Papierstreifen des Chronographen rascher als die Schleiflinie läuft. Zur Secundenmarkirung des Chronographen wird jedes gewöhnliche mit Contact versehene Pendel dienen können, welches auch ohne Uhrwerk so lange schwingen wird, als die Depesche Zeit braucht.

Man wird diese Vortheile des Apparates nicht unterschätzen dürfen. Durch ausreichende Grösse der Gewichte und genügende Fallhöhe kann man es auch leicht so weit bringen, dass die zum Betrieb nöthige Kraft jahrelang vorhanden ist, so lange als das Papier reicht, dessen Ausnutzung wegen der stündlichen Registrirungen und geringen Verschiebung auch nicht bedeutend ist. Wenn ein Mann zu dem Apparat gestellt wird, so wird diese Frage ohne Bedeutung sein.

Ich habe auch in früheren Abhandlungen schon darauf aufmerksam gemacht, dass die Vorgänge in der Atmosphäre genug Arbeitsinhalt haben, um zum Betrieb von Registrirapparaten verwendet werden zu können.

Von nicht geringem Werth sind auch die weiteren Controlen der telegraphischen Mittheilungen. So habe ich schon erwähnt, dass durch die Reibung zwischen den Schleiffedern und den Contactröllchen an den Rollen des Barometers und der Thermometer dieselben etwas bewegt und so die Röhren der Wagemanometer etwas gehoben werden. Dadurch werden die Kuppen jeden Tag einmal wenigstens gleichmässig geformt und werden die Markirungen nach jeder telegraphischen Meldung als eine Art von Normalmarkirungen betrachtet werden können. Anderentheils wird aber diese Mitnahme des Contacts durch die Schleiffedern von den Widerständen in den Apparaten selbst beeinflusst werden und wird kleiner werden, wenn vielleicht durch das Entstehen von Reibungswiderstand irgend welcher Art die freie Bewegung der Manometerröhren gehemmt wird. Es wird dies an der Länge der Marken durch die Contacte der Schleiffedern 1—3 wahrgenommen werden können.

Auch die Geschwindigkeit der Schleiflinie, welche ja jeden Tag bei der Aufnahme der Depeschen bestimmt wird, gestattet einen Schluss auf den Zustand des Apparates zu ziehen. Bleibt diese Geschwindigkeit unverändert, so wird man mit Recht vermuthen können, dass der

Zustand des ganzen Apparates ein guter ist, während bei immer langsamerer Bewegung der Schleiflinie Störungen durch Verdicken des Oeles etc. zu befürchten sind.

Es sind dies alles Vortheile, die man erst dann ordentlich wird schätzen lernen, wenn wirklich einmal ein derartiger Apparat in Thätigkeit sein wird.

Ein Hauptgewicht lege ich aber darauf, dass

1. alle Constructionsprincipien schon anderweite Verwendung gefunden und sich als praktisch bewährt haben, dass
2. der Apparat auch unter den ungünstigsten Verhältnissen wird arbeiten können,
3. die Störung in der Leitung auf den Registrirapparat keinen Einfluss hat,
4. eine durchaus eigene Leitung für den Apparat nicht nöthig ist und die Benutzung der gewöhnlichen Telegraphenleitung für ein Telegramm höchstens 15 Minuten Zeit erfordert,
5. eine genau gehende Uhr nicht gebraucht wird und dass last, not least,
6. die telegraphische Uebermittelung des Zustandes der Atmosphäre von irgend einem Orte nach irgend einem anderen dann durch den Apparat ohne Zuthun eines Menschen auf der meteorologischen Station allemal möglich ist, wenn überhaupt an einen telegraphischen Verkehr zwischen diesen Stationen mit den jetzigen und ferneren Hilfsmitteln gedacht werden kann.

Im übrigen bitte ich aber nochmals, den Entwurf in der vorliegenden Form bloss als eine Skizze aufzufassen, durch welche die Principien der Construction dargelegt werden sollten. Sollte er, wie ich hoffe, bald zu einer Ausführung kommen, so würden die einzelnen Theile wahrscheinlich ganz andere Form erhalten; ich hoffe, dass der ohnehin ziemlich einfache Apparat noch mehr sich zusammenziehen lassen wird.

August 1881.

Ueber die Schwingungen der Luft in der chemischen Harmonika.

Von

Dr. Bresina,

Prorector am Archigymnasium zu Soest.

§ 1. Seit mehr als hundert Jahren ist durch Higgins das Phänomen der chemischen Harmonika bekannt. Namhafte Physiker haben sich mit demselben eingehend beschäftigt und die verschiedensten interessanten Beobachtungen gemacht, auch die Entstehung der Erscheinung auf verschiedene Art zu erklären versucht. Unter den neueren Physikern sind es besonders der in Berlin verstorbene Graf Schaffgotsch und Prof. Tyndall in London, welche eine grosse Reihe schöner Versuche angestellt haben. Die Behauptung des Herrn Tyndall (der „Schall" 1869 S. 261), „dass wir in der chemischen Harmonika eine Luftsäule haben, die sich gerade wie bei den Orgelpfeifen in Schwingungsbäuche, getrennt durch Knoten, theilt", welche zwar mit vollem Recht, aber doch nur aus den Tönen, welche man mit der Harmonika erhalten kann, resultirt (vgl. den „Schall" S. 261 und den Anhang zum 8. Kapitel der Wärme), veranlassten mich, der Sache näher zu treten und zu versuchen, ob es mir möglich sei, die Schwingungen der Luft in der Harmonika selbst zu beobachten und die Knoten und Bäuche experimentell nachzuweisen. Dazu kam, dass mir die bisher gegebenen Erklärungen für die Entstehung der Schwingungen nicht einleuchten wollten, und das veranlasste mich, meine Untersuchungen auf den Zusammenhang zwischen der Flammenstellung und -grösse mit dem Ton auszudehnen. Aus diesen Untersuchungen ergab sich dann eine von den bisherigen abweichende Erklärung des Phänomens.

Indem ich nun dazu übergehe, die Resultate meiner Experimente zu beschreiben, sehe ich mich veranlasst, dem Herrn Sch. A. C. Dr. Kind, jetzt Gymnasiallehrer in Stettin, welcher vier Wochen

hindurch täglich seine Vormittagsstunden opferte, um mir hilfreiche Hand zu leisten, meinen besten Dank auch hier auszusprechen.

Meine Versuche, welche im August und September 1879 und vom März bis Mai 1880 ausgeführt wurden, waren folgende:

§ 2. Um festzustellen, welchen Einfluss die Grösse der Flamme und ihre Stellung im Rohr habe, benutzte ich ein Glasrohr von 23^{mm} Weite und 58^{cm} Länge, welches sich nach oben ein wenig verjüngte und durch ein aufgeschobenes Papprohr verlängert werden konnte. In dasselbe wurde von unten ein aus einer spitz ausgezogenen dünnen Glasröhre bestehender und mit Leuchtgas gespeister Brenner eingeschoben. Zunächst beobachtete ich die Aenderung, welche der Ton erfuhr, wenn die an einer bestimmten Stelle feststehende Flamme von unveränderter Grösse längere Zeit auf das Rohr wirkte. Die Spitze des Brenners stand 9^{cm} über der unteren Oeffnung, die Flamme war $2,5^{cm}$ lang; die Flammenspitze stand also $11,5^{cm}$ hoch[1]). Den Ton verglich ich mit dem einer hölzernen Orgelpfeife, welche, vom Mundloch an gerechnet, $58^{3}/_{4}{}^{cm}$ lang war, einen Querschnitt von 14^{qcm} hatte, bei der der Knoten 32^{cm} von oben lag und welche 512 Schwingungen gab. Nach Entstehung des Tons der chemischen Harmonika musste ich diese, um sie zum Einklang mit der Orgelpfeife zu bringen, auf 76^{cm} verlängern. Nach Verlauf einer Viertelstunde erforderte der Einklang eine weitere Verlängerung auf 78^{cm}. Von da an erhielt sich der Einklang constant. Mit zunehmender Erwärmung erhöht sich also der Ton, und man muss mithin so lange warten, bis derselbe constant geworden ist.

§. 3 Ein zweiter Versuch bewies, dass der Ton sich ändert, wenn die Flamme im Rohr seitlich verschoben wird.

Das Versuchsrohr war dasselbe, aber ohne Aufsatz, also 58^{cm} lang. Der Brenner stand 18^{cm} hoch. Zur Vergleichung wurde eine zweite chemische Harmonika von 21^{mm} Durchmesser benutzt. Stand nun der Brenner in der Mitte des Querschnitts, so musste die Vergleichungsröhre 60^{cm} lang sein, um Einklang zu erzielen, dagegen 61^{cm}, wenn der Brenner im Versuchsrohr an die Seite geschoben wurde. Der Ton war also in diesem Falle tiefer, und man muss, um Fehler zu vermeiden, bei Vergleichungen in demselben Rohr stets den Brenner in der Mitte halten.

1) Hier sei ein- für allemal bemerkt, dass, wenn im Folgenden die Höhe der Flamme über dem Ende des Rohrs angegeben ist, damit stets die Höhe der Spitze des Brenners gemeint ist.

§ 4. Eine neue Fehlerquelle entsteht, wenn das Brennerrohr nicht gleichmässig dick ist. Nimmt es, wie bei Messingbrennern mit Hahn, nach unten an Durchmesser zu, so wird beim Hineinschieben in das Harmonikarohr die untere Oeffnung verengt und dadurch der Ton nicht unerheblich tiefer. Ich benutzte deshalb bei den ferneren Versuchen als Brenner nur gerade, gleichmässig dicke Glasröhren. Da sich aber bei den Versuchen mit sehr kleinen Flammen, namentlich bei der Erzeugung der Obertöne, zeigte, dass mit einem Brenner der gewünschte Ton, welchen er eben noch gut gegeben hatte, absolut nicht mehr hervorzubringen war, wenn sich plötzlich der Gasdruck änderte, und da ich deshalb häufig die Brenner wechseln musste, so befestigte ich für diese Versuche kurze, spitz ausgezogene Röhrchen durch ein Stückchen Gummischlauch auf einer langen geraden Glasröhre, die mit der Gasleitung verbunden war.

§ 5. Ich brachte nun in das schon bisher benutzte Versuchsrohr eine Flamme, welche ich so lange verkleinerte, bis der Grundton erfolgte. Sie war dann $2\frac{2}{3}^{cm}$ lang. Die tiefste Stellung des Brenners, bei welcher das Rohr ansprach, war 4^{cm} über dem unteren Ende. Die Flamme wurde langsam hinaufgeführt, sie sprach bei jeder Höhe bis zu $24\frac{1}{2}^{cm}$ ohne äusseren Einfluss an, bis zu 26^{cm} liess sie sich noch ansingen, darüber hinaus nicht mehr. Das Vergleichungsrohr ergab beständig eine Länge von $60\frac{2}{3}^{cm}$ beim Einklang. Nur wenn die Flamme $24\frac{1}{2}^{cm}$ hoch stand, also an der höchsten Stelle, wo sie noch allein ansprach, war der Ton etwas höher. Das Vergleichungsrohr hatte 60^{cm}.

Die Flamme wurde darauf auf 1^{cm} verkürzt. Sie sprach an bei einer Höhe von 6^{cm}, das Vergleichungsrohr war $61\frac{1}{3}^{cm}$ lang; der Ton blieb unverändert, bis die Flamme 20^{cm} hoch stand. Bei 24^{cm} hatte das Vergleichungsrohr $60\frac{1}{3}^{cm}$, bei 29^{cm} hatte es $59\frac{2}{3}^{cm}$. Die Flamme tönte noch bei 35^{cm} und hörte auf bei 36^{cm}. Die Flamme wurde jetzt auf 4^{mm} verkürzt. Sie sprach an bei 7^{cm}. Bei 29^{cm} wurde die Bewegung so heftig, dass die Flamme fast regelmässig verlosch. Schnell über diesen Punkt gehoben sang sie weiter bis 41^{cm}. Das Vergleichungsrohr hatte in den drei Fällen folgende Längen:

Flamme $2\frac{2}{3}^{cm}$ im Versuchsrohr	Vergleichungsrohr
4^{cm} hoch	$60\frac{2}{3}^{cm}$
23 „	$60\frac{2}{3}$
$24\frac{1}{2}$ „	60

Flamme 1^{cm} im Versuchsrohr	Vergleichungsrohr
6^{cm} hoch	61$^1/_3$^{cm}
9 „	61$^1/_3$
20 „	61$^1/_3$
24 „	60$^1/_3$
29 „	59$^2/_3$
35 „	59$^2/_3$
Flamme 4^{mm} im Versuchsrohr	**Vergleichungsrohr**
7^{cm} hoch	64$^1/_3$^{cm}
15 „	63$^1/_3$
25 „	61$^1/_3$
29 „	60$^2/_3$
33$^1/_3$ „	61$^1/_3$
37 „	61$^1/_3$

§ 6. Hierauf verglich ich zwei Röhren von gleicher Länge, aber verschiedener Weite mit einander und fand, dass z. B. eine Flamme von 1$^1/_2$^{cm} Länge in einem Rohr von 59^{cm} Länge und 2,3^{cm} Weite bei 3$^1/_2$^{cm} zu singen anfängt, dagegen in einem Rohr von gleicher Länge, aber 3^{cm} Weite erst bei 5$^1/_3$^{cm}. Ein anderer, engerer Brenner gab bei derselben Flammenlänge in dem engeren Rohr den Ton von 5$^1/_3$ — 31$^1/_3$^{cm}, in dem weiteren von 6$^1/_3$ — 31^{cm}.

§ 7. Diese Versuche lehren:

1. dass die Flamme, um den Grundton zu geben, desto weiter ins Rohr geschoben werden muss, je kleiner sie ist;
2. dass sie an einem desto tieferen Punkt zu singen aufhört, je grösser sie ist;
3. dass dieselbe Flamme in einem weiteren Rohr an einem höheren Punkt zu singen beginnt als in einem engeren Rohr;
4. dass der Grundton desselben Rohres desto tiefer ist, je kleiner die Flamme ist;
5. dass beim Hinaufschieben der Flamme nach der Mitte des Rohres zu der Ton höher wird;
6. dass in der Mitte des Rohres eine besonders heftige Wirkung der Schwingungen auf die Flamme eintritt, so dass eine kleine Flamme leicht ausgelöscht wird.

Diese letztere Erscheinung entspricht dem von Herrn König in Paris für Orgelpfeifen angegebenen Versuch, wonach eine in der Mitte der Pfeife angebrachte manometrische Flamme ausgelöscht wird, wenn die Pfeife den Grundton gibt.

§ 8. Ich machte nun in dem 58^{cm} Rohr die Flamme ganz klein, so dass sie nur noch eine kleine blaue Kugel auf der Brennerspitze

bildete. Von unten in das Rohr geschoben begann sie zu singen bei 8^{cm}, und es enstand der erste Oberton. Dieser hielt an bis zu 12^{cm}. Hier mischte sich der Grundton hinein, und man konnte deutlich beide Töne abwechselnd hören. Das im bewegten Spiegel erhaltene Bild der Flamme war dasselbe, welches man erhält, wenn man auf die in Pogg. Ann. Bd. 155 S. 465 (abgedruckt im Jahrbuch der Erfindungen von Gretschel und Wunder 1876 S. 155) von mir beschriebene Weise zwei singende Flammen gleichzeitig auf einen gemeinschaftlichen freien Brenner wirken lässt, während die Flammen in zwei Röhren singen, wovon die eine die Octave der anderen gibt[1]). Es wechseln in gleichmässigen Abständen eine hohe und eine niedrige Flammenspitze mit einander ab. Bei 13 und 14^{cm} treten starke Schwebungen zwischen beiden Tönen, die jetzt nicht mehr genau zusammen stimmen, auf. Die Flamme zeigt auch dem Auge deutlich die Schwebungen. Der bewegte Spiegel zeigt ein verändertes Bild. Man sieht in regelmässigen Zwischenräumen grössere Flammenspitzen und zu jeder Seite derselben eine kleinere, so dass zwischen je zwei grossen zwei kleinere sich befinden, welche aber keine gleichmässige Stellung zwischen den grossen haben. Bei 15^{cm} hört man den Grundton allein, und dieser klingt nun weiter bis 38^{cm} von unten oder 20^{cm} von oben. Hier hört man wieder ganz schwach den höheren Ton daneben. Bei 19^{cm} von oben treten wieder zwischen beiden Tönen Schwebungen auf. Bei 17$\frac{1}{2}^{cm}$ hört man den Oberton allein bis zu 12^{cm}; hier erlischt auch dieser. — Es geht hieraus hervor und ist für das Folgende von besonderer Wichtigkeit, dass die Flamme den Oberton an zwei von einander getrennten, zu beiden Seiten der Mitte des Rohres gelegenen Stellen hervorruft, während der Grundton nur an einer zusammenhängenden Strecke erzeugt wird.

§ 9. Um auch für die Obertöne die Wirkung der verschiedenen Flammenstellungen und -grössen feststellen zu können, schloss ich hieran folgende Versuche:

Der Ton eines Rohres von 55$\frac{3}{4}^{cm}$ Länge und 2,3^{cm} Weite wurde durch Vergleichung mit einem anderen Rohr festgestellt.

Dann wurde das Rohr durch Aufsetzen eines zweiten darauf passenden bis auf das Doppelte, also 111$\frac{1}{2}^{cm}$, verlängert. Der Ton blieb

1) Aus dem neuesten Katalog des Herrn E. Stöhrer jun. in Leipzig ersehe ich, dass derselbe eine Harmonika aus 4 Röhren mit den von mir angegebenen Brennern construirt.

unverändert. Der Grundton des Rohres von halber Länge war also gleich dem ersten Oberton des Rohres von doppelter Länge, wenn die Flamme dieselbe blieb und dieselbe Stellung behielt. Die Flamme war dabei $1\frac{2}{3}$ cm lang und stand 17 cm hoch. Beim Hinaufrücken der Flamme hörte sie bei 23 cm zu singen auf, während eine Flamme von 1 cm Länge erst bei 32 cm schwieg.

Während also die grössere Flamme bereits $4\frac{1}{2}$ cm unter dem Ende des ersten Viertels der Röhre schwieg, tönte die kleinere noch $4\frac{1}{2}$ cm darüber hinaus.

Bei Vergrösserung der Flamme bis auf stark 3 cm und bei einer Höhe derselben von 15 cm über dem unteren Ende erhielt ich den Grundton der Röhre.

§ 10. Mit demselben Rohr von $111\frac{1}{2}$ cm Länge untersuchte ich nun, bei welcher Höhe die Flammen von verschiedener Länge zu singen begannen. Der Brenner war ein anderer.

Eine	Flamme	von	$4\frac{1}{2}$ cm	gab	den	Grundton	bei	$10\frac{1}{2}$ cm
„	„	„	$3\frac{1}{3}$	„	„	„	„	12
„	„	„	$2\frac{3}{4}$	„	„	„	„	17
„	„	„	$2\frac{1}{2}$	„	„	„	„	20
„	„	„	2	„	„	„	„	30
„	„	„	$1\frac{1}{2}$	„	„	1. Oberton	„	$9\frac{1}{2}$
„	„	„	$\frac{3}{4}$	„	„	„	„	8
„	„	„	$\frac{1}{2}$	„	„	„	„	$8\frac{1}{2}$
„	„	„	2 mm	„	„	„	„	$20\frac{1}{2}$

Ein anderer, weiterer Brenner gab

mit	einer	Flamme	von	$2\frac{2}{3}$ cm	den	Grundton	bei	12 cm
„	„	„	„	1	„	„	„	22
„	„	„	„	$\frac{2}{3}$	„	„	„	31
„	„	„	„	$\frac{2}{3}$	„	1. Oberton	„	12
„	„	„	„	$\frac{1}{2}$	„	Grundton	„	36
„	„	„	„	$\frac{1}{2}$	„	1. Oberton	„	$9\frac{1}{2}$

Anderer Brenner.

Flamme $1\frac{2}{3}$ cm lang gab den 1. Oberton bei $11\frac{1}{2}$—$17\frac{2}{3}$ cm,
sie sprach sehr schwer an.

„	$1\frac{1}{2}$	„	„	„	„	bei	$8\frac{1}{2}$—$23\frac{1}{2}$ cm
„	1	„	„	„	„	„	$7\frac{1}{2}$—30
„	$\frac{2}{3}$	„	„	„	„	von	$7\frac{2}{3}$ cm an

Flamme	4,5^{mm} lang	gab den 1. Oberton bei	8 1/4^{cm}
„	3	„ „ „ „ „	11 1/2
„	2	„ „ „ „ „	18

Anderer, weiterer Brenner, Flamme dick. Flamme 2/3^{cm} gab den Grundton über 30^{cm}, darunter Schwebungen mit dem 1. Oberton, ward aber sehr leicht ausgeblasen. Den Oberton gab sie bis 11^{cm} abwärts. Flamme 1/3^{cm} gab den Grundton über 40^{cm}, von 9—35^{cm} den 1. Oberton, ward aber ebenfalls sehr leicht ausgeblasen.

Anderer Brenner, sehr eng, Flamme schmal.

Flamme	2^{cm}	gab den 1. Oberton von	14 —15^{cm}
„	1 1/2	„ „ „ „	10 1/2—24
„	8^{mm}	„ „ „ „	10 —27
„	5^{cm}	„ „ „ „	10 1/2—33 1/2
„	2	„ „ „ „	15 —34

Anderer Brenner, Flamme dicker.

Flamme	2^{cm}	gab den 1. Oberton von	11 1/4—18^{cm}
„	1 1/2	„ „ „ „	10 —23
„	1	„ „ „ „	10 1/2—27
„	1/2	„ „ „ „	11 1/3—32 1/2
„	1/3	„ „ „ „	13 1/2—33 1/2
„	1^{mm}	„ „ „ bei	14 1/2^{cm} geht aus.

Weiterer Brenner.

Flamme	3^{cm}	gab den Grundton bei	20^{cm}	
„	2	„ „ 1. Oberton „	11 1/3 — 14^{cm}	
„	1 1/2	„ „ „ „	9 —24 3/4	
„	8^{mm}	„ „ „ „	8 —33	
„	4,5	„ „ „ „	9 1/2	weiter nach oben ausgeblasen.
„	2,5	„ „ „ „	12	
„	1,5	„ „ „ „	18 1/2	

§ 11. Diese Versuche modificiren den oben § 7 sub 1 für den Grundton ausgesprochenen Satz: „Die Flamme muss, um den Ton zu erzeugen, desto tiefer ins Rohr geschoben werden, je kleiner sie ist.“ In Bezug auf den Grundton des 111 1/2^{cm} Rohres ergeben die vorstehenden Versuche zwar dasselbe, aber in Bezug auf den Oberton tritt eine Abweichung ein.

Die grössten Flammen nämlich, die überhaupt noch den ersten Oberton geben, thun dies nicht an der möglichst tiefsten Stelle, sondern

überhaupt nur in sehr engen Grenzen und sprechen schwer an. Man sieht dann im Spiegel an der Flamme erst ganz kleine Schwingungen, welche allmählich grösser und grösser werden, bis die Flamme die beim Tönen eigenthümliche langgestreckte Form annimmt und der Ton erfolgt. Erst wenn die Flamme bis zu einer gewissen vom Brenner und Gasdruck abhängigen Grenze verkleinert ist, spricht sie an der tiefsten Stelle an. Wird sie nun noch weiter verkleinert, so folgt sie dem oben ausgesprochenen Satz: sie muss desto höher stehen, je kleiner sie ist. Andererseits hört sie auch beim Oberton an einer desto tieferen Stelle auf, je grösser sie ist.

Es ist also klar, die Flamme kann den Ton nur hervorrufen, wenn sie selbst innerhalb bestimmter, allerdings ziemlich weiter, Grenzen bleibt. Kommt sie in der Grösse der Grenze zu nahe, so muss sie eine besonders günstige Stellung im Rohr haben und spricht nur schwer an, sowohl wenn sie sehr gross, als wenn sie sehr klein ist im Vergleich zu der an der tiefsten Stelle leicht ansprechenden Flamme.

§ 12. Ich versuchte nun weiter, analog dem in § 8 mit dem kürzeren Rohr angestellten Versuch, auch in diesem längeren Rohr die verschiedenen Stellen aufzufinden, wo der erste Oberton erfolgt.

Mit einem Brenner, welcher

bei einer	Flamme	von	3^{cm}	den	Grundton	gab bei	$21-43^{cm}$
„	„	„	$2\frac{1}{2}$	„	„	„	$27-46$
„	„	„	$1\frac{2}{3}$	„	„	„	$30-48$
„	„	„	1,3	„	„	„	$31-67$

während unter 30^{cm} und ebenso über 67^{cm} bis 72^{cm} Schwebungen mit dem 1. Oberton sich ergaben, worauf dann häufig der 1. Oberton allein folgte, erhielt ich den 1. Oberton

	mit einer	Flamme	von	$1\frac{2}{3}^{cm}$	nur bei	$8\frac{1}{2}-24^{cm}$,
dagegen	„	„	„	1	„	$9-30$
					und	$70-82$
	„	„	„	7^{mm}	bei	$9\frac{1}{2}-34\frac{1}{2}$
					und	$69\frac{1}{2}-87$

Ich verkürzte nun die Flamme auf 2^{mm} und erhielt den 3. Oberton

	bei	$8-15^{cm}$,
ferner	„	$38-44$
	„	$68-72\frac{1}{2}$
und	„	$94-100$

Mit einem anderen Brenner erhielt ich den 3. Oberton

bei	9 — 16cm
„	38 — 45½
„	68 — 73
„	96½ — 100

§ 13. Den 2. Oberton konnte ich mit dem bisher benutzten Rohr nicht erhalten. Ich versuchte es deshalb mit einem Rohr von 19mm Durchmesser und 71cm Länge und erhielt mit einer Flamme von 1—2mm Länge

bei	8⅔—13½cm	den	2. Oberton
„	15 —21½	„	1. „
„	31 —36	„	2. „
„	47 —56	„	1. „
„	56½—60	„	2. „

Zwischen 13½ und 15cm und ebenso bei 56—56½cm traten Schwebungen zwischen beiden Obertönen auf, welche ich abwechselnd hörte; bei 36cm wurde die Flamme fast immer ausgeblasen.

§ 14. Die Resultate dieser Versuche entsprechen der in § 8 für den 1. Oberton gefundenen Thatsache.

Der Grundton wird von der passenden Flamme nur an einer nach der Mitte des Rohres zu gelegenen Stelle hervorgerufen, der 1. Oberton dagegen an zwei von einander getrennten zu beiden Seiten der Mitte gelegenen Stellen, der 2. Oberton an drei verschiedenen Stellen, endlich der 3. Oberton an vier getrennten und annähernd gleichmässig im Rohr vertheilten Stellen.

Die Zeichnung auf S. 103 veranschaulicht die Stellungen der Flamme in den drei Röhren bei Entstehung der verschiedenen Töne, und zwar für die kleinsten Flammen, welche die Töne hervorbringen. Die Durchmesser der Röhren sind in natürlicher Grösse, die Längen im Verhältnis 1:5 verkürzt gezeichnet.

Das Rohr gibt mit Flamme von der Länge den

I	*A*	1,3cm	Grundton
I	*a*	7mm	1. Oberton
I	*b*	2	3. Oberton
II	*c*	1—2	1. Oberton
II	*d*	1—2	2. Oberton
III	*e*	1—2	Grundton
III	*f*	1—2	1. Oberton

Bei *g* erfolgen Schwebungen zwischen Grundton und erstem Oberton.

Ich komme nun zur Untersuchung der Luftschwingungen selbst.

§ 15. Die bekannte Methode von Hopkins, die Schwingungen der Luftsäule mittels einer eingesenkten Membran zu untersuchen, ist bei der chemischen Harmonika nicht anwendbar, da der Ton sofort verstummt, sobald man in das Rohr einen Körper von solcher Ausdehnung einführt. Auch die Anwendung von Tabaks- oder Salmiakdampf ermöglicht keine genauere Untersuchung. Als die zweckmässigste Methode, die Schwingungen zu beobachten, erschien mir folgende:

An einem hohen Statif wurde mittels einer Klemme ein gerader Draht so befestigt, dass er sich leicht auf und ab schieben liess. Der Draht war etwas länger als das angewandte Harmonikarohr. Er war am unteren Ende rechtwinklig umgebogen, so dass ein etwa 4^{mm} langes Drahtstückchen horizontal stand. An dieses wurde ein zugespitztes Stückchen unechten Goldschaumes von ca. 5^{mm} Länge und $2-3^{mm}$ Breite geklebt und dasselbe dann durch Verschieben des Drahtes in die darunter gestellte Harmonika gesenkt.

Das Blättchen machte nun die Bewegungen der Luft mit, so dass diese an denen des Blättchens studirt werden konnten. Echten Goldschaum, obgleich dieser noch leichter beweglich ist, wählte ich nicht, da er bei der geringsten Berührung mit dem Glase daran haftete, und ich deshalb gar zu oft gezwungen war, das Blättchen zu erneuern. Auch das gewählte unechte Blättchen wurde erneuert, sobald es durch Anstossen an das Rohr oder durch die Hitze der Flamme gelitten zu haben schien, und diese Vorsicht war sehr nöthig, da häufig ein neues Blättchen noch Bewegungen zeigte, wo mit dem schon längere Zeit benutzten keine mehr wahrzunehmen waren.

Bei Tageslicht zeigte nun das Blättchen keine andere Bewegung als die, dass es durch den das Rohr durchziehenden Luftstrom nach oben getrieben wurde. Es bedurfte deshalb einer hellen Beleuchtung in dunkler Umgebung. Deshalb wurde das Zimmer verdunkelt und das durch eine kleine Oeffnung von einer kräftigen Laterne gesandte Licht mittels eines Linsenkopfes auf die Spitze des Blättchens concentrirt. Dann wurden die Bewegungen desselben mit dem bewegten Spiegel analysirt. Dabei war die Vorsicht nöthig, dass stets die der schwingenden Flamme abgekehrte Seite des Blättchens beleuchtet und betrachtet wurde, damit nicht etwa der Reflex der Flamme selbst auf der ihr zugekehrten Seite des Blättchens für Schwingungen des letzteren genommen würde. Diese Gefahr war zwar, solange das Blättchen

einen erheblichen Abstand von der Flamme hatte, nicht gross, wegen der im Vergleich zu dem Licht der Laterne nur sehr schwachen Leuchtkraft derselben. Bei grösserer Annäherung dagegen wirkte der Reflex störend und musste auf die angegebene Art beseitigt werden. Ausserdem zeigte es sich nützlich, die Flamme selbst mit schwarzem Papier zuzudecken, um ihr störendes Licht vom Auge abzuhalten.

§ 16. Als Versuchsrohr diente das schon benutzte von 58^{cm} Länge. Es wurden zunächst die Schwingungen des Blättchens untersucht, wenn es oben über die Harmonika gebracht wurde. Die Schwingungen zeigten sich dicht über der Oeffnung sehr kräftig, nahmen aber bei Entfernung von derselben (natürlich immer in senkrechter Richtung) schnell ab und waren je nach der Grösse und Stellung der Flamme bis 3, 4, $5\frac{1}{2}^{cm}$ über dem Rohr zu verfolgen. Eine an Stelle des Blättchens über die tönende Harmonika gebrachte kleine Gasflamme zeigte ebenfalls sehr deutlich die Schwingungen: Bei einer Länge der singenden Flamme von 3^{cm} und einer Stellung derselben $5\frac{1}{3}^{cm}$ über der unteren Oeffnung waren die Schwingungen des Versuchsflämmchens bis $7\frac{1}{2}^{cm}$ über dem Rohr erkennbar. Stand die Flamme im Rohr 9^{cm} hoch, so waren jene bis 9^{cm} über dem Rohr zu verfolgen.

Bei einem anderen Versuch ergab sich für eine 3^{cm} lange Flamme und eine Stellung derselben von 8^{cm} Höhe, dass das Versuchsflämmchen bis 8^{cm} über dem Rohr erkennbare Schwingungen zeigte, dagegen bis 9^{cm}, wenn jene 14^{cm} hoch stand. Die Schwingungen unterhalb des Rohrs liessen sich mittels eines Flämmchens nicht beobachten, da es den Ton störte. Auch mit dem Blättchen waren wegen des hindernden Brenners die Versuche unten nur schwer genau auszuführen; doch glaube ich behaupten zu können, dass die Schwingungen nicht so weit unter dem Rohr bemerkbar sind wie über demselben, was sich auch aus der nach oben gehenden Richtung des Luftstromes erklären würde.

§ 17. Nun wurde das Blättchen in das Rohr eingeführt, allmählich von oben nach unten verschoben, beleuchtet und in Abständen von ca. 1^{cm} regelmässig mit dem Spiegel beobachtet.

Ich werde von der grösseren Anzahl der Versuchsreihen nur die hauptsächlichsten hier anführen.

1. Die Flamme, $1\frac{2}{3}^{cm}$ lang, stand 6^{cm} hoch. Die Schwingungen des Blättchens waren am oberen Ende sehr kräftig, wurden beim Herunterschieben allmählich schwächer, waren

bei 27^{cm} von oben noch ganz deutlich,

„ $27\frac{1}{3}$ „ „ schwächer,

bei 28 cm	von oben	ganz schwach,
„ 29	„ „	zuweilen noch sichtbar, zuweilen gar nicht,
„ 30½	„ „	schwach, aber deutlich,
„ 31½	„ „	sehr deutlich,
„ 33	„ „	noch stärker.

2. Wiederholung.

Blättchen:		Schwingungen:
27 cm	von oben	deutlich,
28½	„ „	nicht erkennbar
29½	„ „	nicht erkennbar
30½	„ „	deutlich.

3. Flamme 1⅔ cm lang, 10 cm von unten.

Blättchen:		Schwingungen:
29 cm	von oben	nicht erkennbar,
29¾	„ „	nicht erkennbar,
30⅓	„ „	nicht erkennbar,
30⅔	„ „	nicht erkennbar,
32	„ „	schwach,
32½	„ „	stärker,
33	„ „	ganz deutlich.

4. Wiederholung in umgekehrter Richtung.

Blättchen:		Schwingungen:
33 cm	von oben	sehr kräftig,
32	„ „	kräftig,
31½	„ „	schwächer,
30½	„ „	kaum erkennbar,
29½	„ „	kaum erkennbar,
29	„ „	besser,
28	„ „	ganz deutlich.

5. Flamme 13⅓ cm von unten.

Blättchen:	Schwingungen:
28 cm	deutlich, aber schwach,
28¾	nicht erkennbar,
30	nicht erkennbar,
31	deutlich.

6. Flamme 29 cm von unten, also in der Mitte des Rohres.

Blättchen:		Schwingungen:
16⅔ cm	von oben	sehr kräftig,
19	„ „	kräftig,
22	„ „	deutlich,
23	„ „	noch deutlich,
24½	„ „	schwach,
25⅔	„ „	nicht erkennbar.
26½	„ „	nicht erkennbar.
28	„ „	nicht erkennbar.
29	„ „	nicht erkennbar.

7. In umgekehrter Richtung.

Blättchen:		Schwingungen:
14 cm	von unten	sehr kräftig,
17	„ „	sehr kräftig,
23½	„ „	sehr deutlich,
24½	„ „	deutlich,
26	„ „	nicht erkennbar.
29	„ „	nicht erkennbar.

8. Wiederholung. Flamme in der Mitte, 29 cm hoch.

Blättchen:	Schwingungen:
35 cm von oben, 6 cm unter der Flamme,	deutlich,
33 „ „ 4 „ „ „	sehr schwach,
30 „ „ 1 „ „ „	nicht erkennbar,
28 „ neben der Flamme,	nicht erkennbar,
26½ „ „ 2½ über d. Brenner,	nicht erkennbar,
24¾ „ „ 2½ „ „ „	schwach, aber deutlich,
21½ „ „ 2½ „ „ „	deutlich,
17 „ „ 2½ „ „ „	kräftig.

9. Flamme 1½ cm lang, 25½ cm von oben, also 3½ cm über der Mitte.

Blättchen:		Schwingungen:
42 cm	von oben	sehr kräftig,
35½	„ „	sehr kräftig,
33	„ „	deutlich,
31	„ „	kaum erkennbar,
29	„ „	ganz schwach,
26½	„ „	ganz deutlich,
24	„ „	kräftig.

Durch diese Versuche ist experimentell bewiesen, dass sich in der That, wenn die Harmonika ihren tiefsten Ton gibt, ungefähr in der Mitte des Rohres (29 cm) ein Knoten bildet, und zwar sowohl wenn die Flamme tief unter der Mitte steht, als auch wenn sie höher, ja selbst wenn sie in die Mitte und darüber hinaus nach oben gerückt wird.

§ 18. Um nun weiter die Knoten für den Fall aufzusuchen, wenn das Rohr den ersten Oberton gibt, wandte ich, damit ich eine grössere Flamme benutzen könnte, das schon oben erwähnte, aus zwei auf einander passenden Theilen bestehende Rohr von 111½ cm Länge an, welches den gleichen Ton gab wie das halbe Rohr von 55¾ cm, wenn dieses seinen tiefsten Ton lieferte. Der vierte Theil der Rohrlänge betrug also 28 cm. Ich stellte damit auf die angegebene Art folgende Versuche an:

1. Flamme $1^2/_3$ cm lang, 17 cm von unten.

Blättchen:		Schwingungen:
14 cm	von oben	sehr kräftig,
18	„ „	kräftig,
24	„ „	deutlich,
25	„ „	schwächer,
26, $27^1/_2$	„ „	nicht erkennbar,
$28^1/_2$	„ „	schwach, aber deutlich,
30	„ „	kräftig.

2. Flamme 1 cm lang, 30 cm von unten.

Blättchen:		Schwingungen:
30 cm	von oben	kräftig,
29	„ „	deutlich,
28	„ „	sehr schwach,
$26^2/_3$	„ „	zweifelhaft,
26, 25	„ „	nicht zu erkennen,
$24^1/_2$	„ „	zweifelhaft,
$23^1/_2$	„ „	schwach,
22	„ „	deutlich,
$20^1/_2$	„ „	kräftig.

3. Dieselbe Flamme.

Blättchen:		Schwingungen:
$14^1/_2$ cm	von unten	kräftig,
$16^1/_2$	„ „	deutlich,
23	„ „	nicht zu erkennen.

4. Flamme $12^1/_2$ cm von unten.

Blättchen:		Schwingungen:
$29^1/_2$ cm	von unten	deutlich,
$27^1/_2$	„ „	schwach, aber deutlich,
$25^2/_3$, 25, $24^1/_2$	„ „	nicht erkennbar,
23	„ „	schwach,
$21^1/_2$	„ „	ganz deutlich.

5. Flamme 1 cm lang, 29 cm von unten.

Blättchen:		Schwingungen:
13 cm	von unten	kräftig,
17	„ „	ganz deutlich,
$18^1/_2$	„ „	deutlich,
22	„ „	deutlich,
$23^1/_2$	„ „	schwächer,
$25^1/_2$	„ „	nicht zu erkennen,
$27^1/_2$, 29	„ „	die unmittelbare Nähe der Flamme hindert die Beobachtung,
32	„ „	zweifelhaft,
$33^1/_2$	„ „	schwach,
36	„ „	deutlich,
39	„ „	kräftig.

Um den unteren Knoten, ohne von der Flamme gestört zu werden, besser beobachten zu können, brachte ich dann eine Flamme von 1,3 cm Länge in die Nähe des oberen Knotens in eine Höhe von 74 cm, führte das Blättchen von unten in das Rohr ein und fand bei einer Stellung

	des Blättchens:			die Schwingungen:
6.	$30\frac{1}{2}$ cm	von	unten	sehr kräftig,
	$29\frac{1}{2}$	„	„	ebenso,
	$28\frac{1}{2}$	„	„	kräftig,
	$27\frac{1}{2}$	„	„	deutlich,
	27	„	„	schwach,
	$26\frac{1}{2}$	„	„	zuweilen schwach sichtbar,
	26	„	„	zuweilen gar nicht,
	$25\frac{1}{2}$	„	„	deutlich,
	$24\frac{1}{2}$	„	„	sehr deutlich,
	$23\frac{1}{2}$	„	„	kräftig.
7.	28 cm	von	unten	ganz deutlich,
	$27\frac{1}{3}$	„	„	schwach, aber deutlich,
	$26\frac{2}{3}$	„	„	keine,
	26	„	„	schwach, aber erkennbar.
8.	28 cm	von	unten	sehr deutlich,
	$27\frac{1}{3}$	„	„	schwach, aber deutlich,
	$26\frac{2}{3}$	„	„	keine,
	26	„	„	sehr schwach,
	$25\frac{1}{3}$	„	„	deutlich,
	$24\frac{2}{3}$	„	„	sehr deutlich,
	24	„	„	kräftig.

Diese Versuche beweisen also das Vorhandensein von zwei Knoten, welche von den Enden der Röhre etwas weniger entfernt liegen; als der vierte Theil der Rohrlänge beträgt.

Nach Versuch 1 liegt der obere Knoten bei 26—27 cm vom Ende, nach Versuch 2 bei 25—26 cm. Nach Versuch 3 liegt der untere Knoten über 23 cm, nach Versuch 4 bei 25—26 cm, nach den drei letzten Versuchen zwischen 26—27 cm. Der Versuch 5 gibt den Knoten zu ungenau, da die Flamme selbst der Beobachtung des Blättchens zu hinderlich war.

Dass die Knoten weniger als $\frac{1}{4}$ der Rohrlänge von den Enden abstehen, erklärt sich leicht daraus, dass die Schwingungen, wie oben nachgewiesen, sich über die Enden hinaus erstrecken. Die halbe Wellenlänge zwischen den beiden Knoten beträgt hiernach 60 cm.

Für die höheren Obertöne habe ich die Knoten mit dem Blättchen nicht aufgesucht, da mir der gewünschte experimentelle Beweis durch Vorstehendes hinreichend erbracht schien, auch die Versuche, da sie oft wiederholt wurden, ziemlich zeitraubend waren und meine

Ferienzeit, in der ich mich anhaltend mit Experimenten beschäftigen konnte, inzwischen abgelaufen war. —

§ 19. Ich gebe nun zu der Beantwortung der Frage über: Wie entstehen diese Schwingungen?

Faraday hat die Töne auf Explosionen zurückgeführt, die durch periodische Verbindung des atmosphärischen Sauerstoffs mit dem ausströmenden Strahl von Wasserstoff bewirkt würden. Herr Tyndall accceptirte diese Erklärung (die „Wärme" Anhang zu Kap. VIII) und unterstützte sie durch weitere Untersuchungen der Flamme mit dem rotirenden Spiegel. Er macht weiter darauf aufmerksam, dass die Entstehung und die Höhe des Tons der chemischen Harmonika nicht nur von der Länge des Rohres, sondern auch von der Grösse der Flamme abhängt, indem er nach Anführung der einschlagenden Versuche sagt (S. 322): „So sehen wir, dass, wenn auch die Geschwindigkeit, mit der die Explosionen auf einander folgen, von der Länge der Röhre abhängt, die Flamme auch etwas dabei zu sagen hat: dass, um einen musikalischen Ton hervorzubringen, ihre Länge derart sein muss, dass sie entweder im Einklang mit den Schwingungen der Röhre als Ganzes, oder mit den Schwingungen ihrer harmonischen Theile explodiren kann. Mit einer Röhre von 6′ 9″ Länge habe ich, indem ich die Grösse der Flamme wechselte und sie bis zu verschiedener Tiefe in die Röhre einsenkte, eine Reihe von Tönen erhalten, deren Schwingungszahlen im Verhältnis von 1, 2, 3, 4, 5 standen."

§ 20. Aber wodurch entstehen diese regelmässigen Schwingungen oder Explosionen der Flamme, welche die Schwingungen der Luftsäule erzeugen sollen?

Herr Tyndall spricht sich a. a. O. nicht eingehender darüber aus, sagt aber bei der Beschreibung seiner Untersuchungen über den Zustand der Flamme während des Tönens: „Blasen wir gegen eine leuchtende Gasflamme, so hört man einen Ton, in der That eine kleine Explosion, und durch solch einen Stoss kann das Licht zum Verschwinden gebracht werden. . . . Ich schloss daraus, dass während des Auftretens jeder einzelnen Explosion, deren Wiederholung den musikalischen Ton erzeugte, die Verbrennung so vollständig wurde, dass alle Theilchen von fester Kohle in der Flamme verzehrt wurden" etc.

Hiernach scheint es der in der Röhre erzeugte kräftige Luftstrom sein zu sollen, der diese Explosion hervorruft, dann, sobald wieder genug Kohlenwasserstoff vorhanden ist, eine abermalige Explosion be-

wirkt und so fort. Diese auf einander folgenden Explosionen müssten die Flamme tönen lassen, und die Röhre müsste den Ton verstärken. Bei dieser Erklärung würde es, abgesehen von anderen, weiter unten zu erörternden Gründen, welche dagegen sprechen, meines Erachtens unverständlich sein, wie dann noch die Röhre den Ton bestimmen kann, da die Geschwindigkeit der auf einander folgenden Explosionen sich doch wesentlich nach der Menge des zuströmenden Kohlenwasserstoffs bzw. Sauerstoffs richten müsste.

In seinem „Schall" spricht sich Herr Tyndall weiter über diese Frage aus und erklärt die Entstehung der Töne S. 265 aus der Reibung, welche die Flamme an dem in der Röhre erregten Luftzug erfährt. Diese Reibung soll ein unregelmässiges Geschwirr der Flamme hervorbringen, aus welchem dann die Röhre eine besondere Reihe von Stössen auswählt und sie durch Resonanz zum musikalischen Ton erhebt.

§ 21. Dagegen ist einzuwenden, dass zwar eine Flamme, wenn man seitwärts gegen dieselbe bläst, von Zeit zu Zeit, nachdem sie dem Luftstrom nachgegeben hat, ausweicht, wieder zurückschnellt, vom Luftstrom gefasst wird u. s. w., und dass so ein schwirrendes Geräusch entsteht; dass es aber nicht einleuchtend ist, wie ein in der Richtung der ruhig brennenden Flamme senkrecht aufsteigender Luftstrom ebenso wirken sollte. Warum singt denn die Flamme nicht, wenn sie zu tief oder zu hoch im Rohr steht, wenn sie zu gross oder zu klein ist? Der Luftstrom ist doch in diesem Fall auch vorhanden, und doch hört man auch nicht das geringste Geräusch und sieht im Spiegel auch nicht das geringste Zittern.

Oder was veranlasst die Flamme, an ganz bestimmten durch Zwischenräume von einander getrennten Stellen der Röhre (wie ich oben bei den Obertönen nachgewiesen habe) in regelmässige Explosionen zu verfallen, wenn ein gleichmässiger Luftstrom an ihr vorüber streicht?

Mir scheint ein zureichender Grund dafür nicht vorhanden zu sein.

§ 22. Ich glaube dagegen zunächst behaupten zu können, dass die Schwingungen der Flamme, auch wenn sie tactmässig und mit derselben Geschwindigkeit auf einander folgen, wie in dem Fall, wenn die Flamme das Rohr ertönen lässt, allein einen Ton nicht hervorbringen, sondern dass es nur die stehenden Schwingungen der Luftsäule sind, welche den Ton erzeugen, und dass die Wärme der Flamme nur das Mittel ist, welches die Schwingungen der Luftsäule veranlasst, die dann ihrerseits die Flamme zum Mitschwingen bringen.

Wenn man auf die schon oben erwähnte (in Pogg. Ann. Bd. 155 S. 465 von mir angegebene) Art die Schwingungen einer in einer Röhre singenden Flamme auf eine zweite aus einem ganz gleichen Brenner frei brennende Flamme überträgt, so zeigt diese im Spiegel die ganz gleiche Zahl der Schwingungen wie jene, und doch geht von ihr kein hörbarer Ton aus.

Wenn man ferner die Flamme im Rohr auslöscht und nur aus dem Brenner das Gas ausströmen lässt, während auf dem damit verbundenen frei stehenden Brenner das Flämmchen brennt, wenn man dann den Ton der Röhre kräftig angibt, so sieht man im Spiegel das frei stehende Flämmchen deutlich und tactmässig schwingen, ohne dass man einen von demselben ausgehenden Ton wahrnehmen könnte. Bricht man den angegebenen Ton plötzlich ab, so hört man deutlich aus dem Rohr den Ton noch nachhallen, die Flamme aber ist stumm. Es ist klar, durch den Ton wird die Luft im Rohr in Schwingungen versetzt. Diese wirken auf den im Rohr austretenden Gasstrom; er schwingt mit und versetzt dadurch den das Flämmchen speisenden Gasstrom in Schwingungen von entgegengesetzter Phase.

Die Flamme also für sich, auch wenn sie schwingt, bringt den Ton in der freien Luft nicht hervor.

§ 23. Aber auch wenn die Flamme nicht frei, sondern im Rohr brennt, sind es nicht ihre Schwingungen, die den Ton hervorrufen, sondern diese sind eine secundäre Erscheinung, wie die folgenden Versuche beweisen.

Ich entzündete in zwei Röhren zunächst zwei gleiche und von zwei von einander getrennten Brennern gespeiste Flammen, brachte sie an die tiefste Stelle, an welcher der Ton erfolgte, und stimmte beide Röhren mittels der aufgesetzten Pappröhren unisono. Darauf verband ich beide Brenner, welche, wie a. a. O. beschrieben, oberhalb des Hahnes seitliche Röhrchen trugen, durch einen Schlauch, so dass ein gemeinschaftlicher Gasstrom beide speiste und jede Flamme auf die andere wirken konnte. Der Einklang blieb ungestört. Hierauf zog ich das eine Rohr in die Höhe, so dass in diesem die Flamme einige Centimeter unterhalb der Stelle stand, wo sie den Ton selbständig hervorrufen konnte, während das andere Rohr bei unveränderter Flammenstellung weiter tönte. Diese Flamme setzte nun jene in Mitschwingungen von gleichem Tempo, wie es dem darüber stehenden Rohr entsprach, und doch gab dieses Rohr trotz der darin in ihm adäquatem Tempo schwingenden Flamme keinen wahrnehmbaren Ton,

solange nicht die Flamme wenigstens beinahe wieder bis zu der Stelle hinaufgeschoben wurde, wo sie sich durch einen gleichartigen Ton ansingen liess. Dasselbe zeigte sich, wenn der Brenner in dem Rohr über die Stelle nach oben hinaufgeschoben wurde, wo die Flamme allein zum Singen zu bringen war.

Ich brachte nun wieder beide verbundenen Flammen in die zum Tönen der Röhren passende gleiche Stellung, so dass beide denselben Ton gaben, und verschob dann an dem einen Rohr den Schieber. Sofort änderte sich ihr Ton, und ich erhielt kräftige Schwebungen. Die Flamme accommodirte sich der neuen Rohrlänge, obgleich beide Flammen auf einander wirkten.

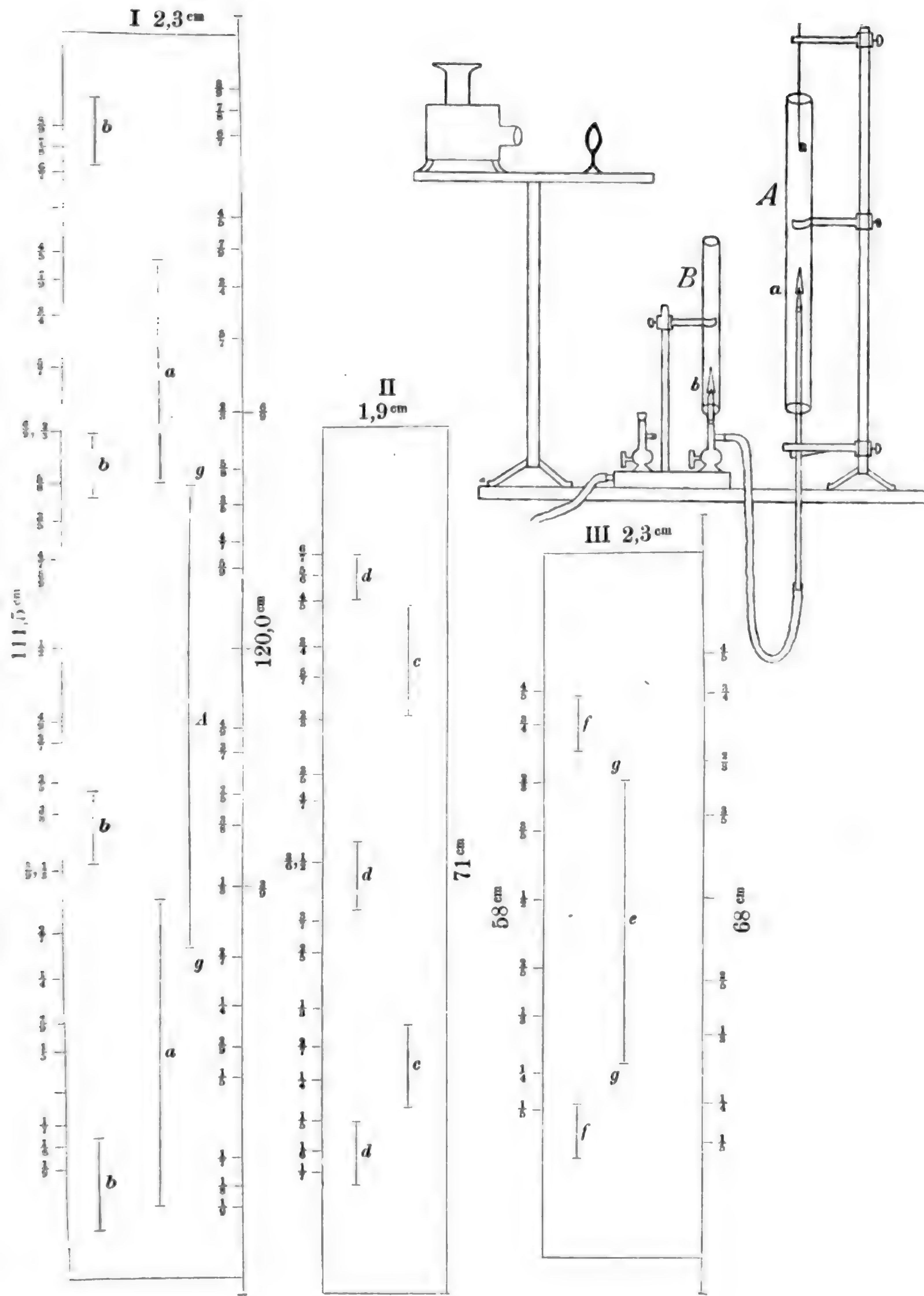
§ 24. Um endlich von dem Ohr unabhängig zu sein, welches, wenn neben einem kräftigen Ton ein gleicher von geringer Stärke erfolgt, nur schwer die Existenz des letzteren erkennen kann, stellte ich noch einige Versuche nach der oben § 15 beschriebenen Methode mit dem im dunklen Zimmer hell beleuchteten Blättchen an, von denen ich wegen der Uebereinstimmung der Resultate nur einen noch hier beschreiben will.

Ich benutzte ein Rohr A von $111{,}5^{cm}$ Länge und ein zweites B, welches ungefähr halb so lang war und durch einen Schieber gestimmt werden konnte. In das Rohr B schob ich einen auf einem Hahn feststehenden Brenner b mit verschliessbarem seitlichem Röhrchen so weit, dass die daraus brennende Flamme β von etwa 6^{mm} Länge den Grundton kräftig erzeugte. In das Rohr A brachte ich einen dem ersteren möglichst gleichen, auf einer 115^{cm} langen dünnen Glasröhre sitzenden Brenner a, verband diese Glasröhre durch einen an einem zweiten Hahn angebrachten Schlauch mit der Gasleitung, regulirte den Hahn so, dass ich eine der ersteren (β) gleiche Flamme α erhielt, und führte diese allmählich durch das Rohr A. Ich erhielt so von diesem Rohr seinen ersten Oberton, welcher übereinstimmte mit dem von B gegebenen Grundton, und bestimmte nun die Stellen, wo die Flamme α diesen Ton selbständig erregte. Es geschah, wie schon oben § 12 gezeigt, an zwei von einander getrennten Strecken, nämlich bei einer Höhe des Brenners a von $9-37\frac{1}{2}^{cm}$ und von $69\frac{1}{2}-89\frac{1}{2}^{cm}$.

Etwas unterhalb und oberhalb dieser Stellen konnte der Ton noch durch einen gleichartigen kräftigen Ton erregt werden. Nun führte ich das Goldblättchen von oben in das Rohr A ein und befestigte es frei beweglich an einer Stelle, wo es stets, sobald der Ton erfolgte,

kräftige Schwingungen zeigte, etwa 8 cm vom oberen Ende. Darauf löste ich den am Brenner *a* befestigten Schlauch von dem besonderen Hahn und streifte ihn auf das Seitenröhrchen des Brenners *b*, so dass die Flamme *β* auf die Flamme *α* wirkte und dieselbe in freier Luft ebenfalls in kräftige Schwingungen versetzte. Nachdem ich den Brenner *a* in sein Rohr vorläufig wieder 9 cm weit eingeschoben und mich überzeugt hatte, dass die Töne beider Röhren noch übereinstimmten, zog ich ihn wieder ganz herunter, führte ihn dann allmählich durch das ganze Rohr *A* hinauf und beobachtete bei jeder Stellung der Flamme das Goldblättchen mit dem Spiegel. Die beiden Töne, der Grundton von *B* und der erste Oberton von *A*, wurden dabei fortwährend unisono gehalten, zu welchem Ende gleichzeitig mit dem Hinaufrücken des Brenners *a* das Rohr *B* (wie früher gesagt) etwas verändert werden musste, da der Ton des Rohres *A* desto tiefer wurde, je kürzer die heisse und je länger die kalte Luftsäule in demselben wurde, also namentlich, wenn die Flamme in der oberen Erregungsstelle stand, tiefer war, als wenn sie sich in der Nähe des unteren Knotens befand. Bei jeder Stellung des Brenners *a* wurde das Rohr *B* mehrmals nach einander durch Verschluss der oberen Oeffnung zum Schweigen und dann durch Fortnahme des Deckels (der natürlich nicht hermetisch schloss) zum Tönen gebracht. Die Beobachtungen des Blättchens gaben folgendes Resultat:

Höhe des Brenners *a* über dem Anfang des Rohres:	Schwingungen des Blättchens im Rohr *A*:
0 cm, 2,5, 3,5	keine;
4,5	im Augenblick des Ansetzens des Tones *B* scheinen ganz schwache Erzitterungen zu erfolgen, später nicht mehr;
6,5	sehr schwach;
8	deutlich;
9—37½ cm	kräftig;
43½	schwach;
46	im Augenblick des Ansetzens, aber sehr schwach;
48—61	keine;
64½	schwach;
69½—90½	kräftig;
93½	noch deutlich;
96 cm und darüber	keine.



I 2,3 cm
120,0 cm
111,5 cm
II
1,9 cm
71 cm
III 2,3 cm
58 cm
68 cm
A
B
a
b
c
d
e
f
g

Das Blättchen zeigt also kräftige Schwingungen der Luft an, wenn die von der Flamme β zum Mitschwingen gebrachte Flamme α an denselben Stellen im Rohr A steht, wo sie auch selbständig den Ton erregt und das Blättchen zum Schwingen bringt, und ferner noch schwache Schwingungen, wenn die Flamme α bis ca. 4^{cm} unter oder über diese Stellungen gerückt wird; dagegen keine, wenn die Flamme an den übrigen Stellen des Rohres steht.

§ 25. Wenn nun schon, wie die vorstehenden Versuche zeigen, der Ton nicht an jeder beliebigen Stelle des Rohres durch die demselben adäquaten Schwingungen der Flamme erregt wird, so kann es offenbar noch viel weniger der Fall sein, wenn die Flamme durch die Reibung an dem Luftstrom in unregelmässige Schwingungen (die Thatsache selbst zugegeben) versetzt wird.

Es ist also meines Erachtens klar, dass nicht die Flammenschwingungen, sondern die Luftschwingungen im Rohr die primäre Erscheinung sind, welche durch die an den passenden Stellen des Rohrs brennende Flamme hervorgerufen werden. Diesen Luftschwingungen accommodirt sich die Flamme innerhalb ziemlich weiter Grenzen und wirkt selbst auf den Ton bei ihrer Verkleinerung oder Vergrösserung nur so weit ein, als sie ihn infolge der im ersten Fall geringeren, im letzteren Fall grösseren Erwärmung der Luft tiefer bzw. höher macht (vgl. § 7 Nr. 4). Werden diese Grenzen überschritten, d. h. wird die Flamme infolge des zu starken Gasstroms zu gross, so kann sie den Luftschwingungen nicht mehr folgen, verhindert deren Regelmässigkeit und zerstört so den Ton. Wird sie zu klein, so erfolgt ebenfalls kein Ton, bis sie so klein wird und diejenige Stellung hat, dass sie den Oberton erzeugt, welchem sie sich wieder in weiteren Grenzen accommodiren kann. —

§ 26. Folgende Erklärung nun scheint mir den beobachteten Thatsachen zu entsprechen.

Wenn eine Flamme unterhalb oder am unteren Ende eines darüber lothrecht aufgestellten Rohres steht, so erfolgt vermöge der Erwärmung der Luft im Rohr eine Differenz zwischen dem am unteren Rohrende ausserhalb und innerhalb bestehenden Luftdruck. Infolgedessen, und weil von allen Seiten der Zugang zur Flamme offen steht, wird die Luft beständig und gleichmässig mit einer bestimmten von der Rohrlänge und der Erwärmung, also der Flammengrösse, abhängenden Geschwindigkeit von unten an der Flamme vorbei ins Rohr einströmen

und die warme Luft beständig nach oben aus dem Rohr verdrängen. Da die Strömung eine gleichmässige ist, erfolgt keine Schwingung, es entsteht kein Ton.

§ 27. Wird aber die Flamme in das Rohr geschoben, so wirkt sie auf die über ihr stehende Luftsäule gerade so, als ob das Rohr unmittelbar an der Flamme abgeschnitten wäre. Da aber jetzt Schwingungen entstehen, welche, wenn das Rohr erst bei der Flamme seinen Anfang nähme, nicht vorhanden sein würden, so muss der Grund darin gesucht werden, dass die Luft von unten zur Flamme nicht frei hinzuströmen kann, sondern sich erst eine Strecke in dem unteren Rohrende hinaufbewegen muss. Die zuströmende Luft erfährt in dem unteren Rohrende durch Reibung an den Wandungen eine Verzögerung, welche zunimmt sowohl absolut, wenn die Länge des zurückzulegenden Weges, als auch relativ (im Vergleich zur Geschwindigkeit, welche eine der oberen warmen Luftsäule gleiche, aber frei bewegliche Luftmasse hat), wenn die Geschwindigkeit, also die Grösse der Flamme und die dadurch hervorgerufene Erwärmung des oberen Rohrendes wächst. Die durch die Flamme ausgedehnte Luft wird also jetzt nicht mehr so rasch nach oben getrieben und abfliessen, und es muss daher über der Flamme eine Stauung oder relative Verdichtung entstehen. Diese Stauung wird nach dem eben Gesagten desto leichter, also bei einer desto tieferen Stellung der Flamme eintreten, je grösser die Flamme und die durch sie hervorgerufene Erwärmung, Ausdehnung und Geschwindigkeit ist; sie wird desto schwerer eintreten, je kleiner die Flamme ist und je weniger sie also die Luft erwärmt und ausdehnt. Eine kleine Flamme wird also im allgemeinen höher hinaufgeschoben werden müssen. In einem weiteren Rohr ferner wird dieselbe Flamme, da sie eine breitere Luftmasse über sich hat, diese Stauung schwerer hervorbringen und wird deshalb ebenfalls höher stehen müssen als in dem engeren Rohr (vgl. § 7 Nr. 3). Hat nun diese relative Verdichtung einen gewissen Grad erreicht, so bringt sie vermöge der Elasticität der Luft den von unten eindringenden Strom zum Stehen und wirft ihn zurück, während gleichzeitig im oberen Rohrende die Luft weiter nach oben getrieben wird. So schreitet von der ursprünglichen Verdichtungsstelle aus jetzt nach beiden Seiten hin eine Verdichtung im Rohr fort bis an die Rohrenden, wo sie ausgeglichen wird, indem die Luft so lange fortfährt an beiden Enden auszuströmen, bis sie dort die Elasticität der umgebenden Luft erhält. Dadurch entsteht an

Stelle der ursprünglichen Verdichtung eine Verdünnung. Gleichzeitig wird durch diesen Rückgang der Luft auch ein Druck auf den Gasstrom von oben nach unten ausgeübt, der Flamme wird der zur Verbrennung nöthige Sauerstoff theilweise (oder ganz) entzogen, sie verkleinert sich und bekommt eine blaue Farbe.

Von dem Grade der ursprünglichen Stauung oder relativen Verdichtung hängt es nun ab, wie weit von dort aus nach beiden Seiten die Verdichtung fortschreitet, bis an ihre Stelle eine entsprechende Verdünnung tritt. Eine grössere Flamme wird eine stärkere und auf eine längere Strecke sich verbreitende Verdichtung hervorrufen, die Lufttheilchen werden im Rohr sich um eine grosse Strecke bewegen, und die Verdichtung wird weiter fortschreiten, bis die Verdünnung eintritt und der Rückgang der Lufttheilchen erfolgt. — Es sind also zwei Fälle möglich: Es können bereits vor der Zeit, zu welcher an der ursprünglichen Verdichtungsstelle die Verdünnung eintritt, die nach beiden Seiten fortschreitenden Verdichtungen die Rohrenden erreicht haben, oder letztere sind dann noch (entweder beide oder nur die eine) im Rohr. Im ersteren Fall kann nur der Grundton, im letzteren ein Oberton entstehen.

§ 28. Betrachten wir zunächst den ersten Fall.

Es sollen also die nach beiden Seiten fortschreitenden Verdichtungen die beiden Rohrenden früher erreichen, als an der ursprünglichen Verdichtungsstelle die Verdünnung folgt. Es werden dann also die an die Enden kommenden Verdichtungen durch Austreten der Luft sich ausgleichen; darauf wird an beiden Enden der äussere Druck das Uebergewicht gewinnen und so von beiden Seiten die Luft in das Rohr hineindrängen und die Lufttheilchen zusammendrücken, so dass eine neue Verdichtung im Rohr hervorgebracht wird.

Entstand nun die ursprüngliche Verdichtung und darauf folgende Verdünnung in der Mitte des Rohres, so wird auch an beiden Enden die Luft wieder gleichzeitig eindringen und in der Mitte eine neue Verdichtung erzeugen, welche unterstützt wird durch die gleichzeitig wieder in die Höhe gehende und die Luft über sich von neuem plötzlich erwärmende und ausdehnende Flamme, welche durch die von unten neu eintretende Luft wieder neue Nahrung bekam. Das Spiel beginnt nun von neuem, die Luft im Rohr geräth in stehende Schwingungen, und es erfolgt der Grundton.

Da übrigens die von unten eindringende Luft beständig kalt, die

im oberen Ende zurückkehrende warm und ausgedehnt ist, so entsteht ein beständiger Ueberschuss der nach oben strömenden Luft und ein beständiges stärkeres Ausströmen oben, so dass trotz der stehenden Schwingungen ein Luftstrom durch das Rohr sich ergibt.

§ 29. Entstand die ursprüngliche Stauung nicht in der Mitte, so wird die Verdichtung an die Oeffnung vom kürzeren Ende früher gelangen als an die vom längeren, und wird hier auch früher ausgeglichen werden. Die Luft dringt also im kürzeren Ende früher ein, drängt die Theilchen zusammen, gleicht die Verdünnung aus und prallt mit den im längeren Schenkel zurückkehrenden Lufttheilchen an einer der Mitte näher gelegenen Stelle zusammen. Die Schwingung beginnt von neuem, und die nächste Verdichtung rückt wieder näher zur Mitte, bis sie nach wiederholtem Hin- und Hergang in die Mitte selbst kommt, und nun regelmässige und gleichmässige Schwingungen erfolgen. Die Schwingungen würden schnell schwächer werden und gänzlich aufhören, wenn sie nicht durch die Flamme immer wieder einen neuen Anstoss bekämen. Aber bei jedesmaliger Rückkehr der Luft bekommt die Flamme neue Nahrung, eine plötzliche stärkere Verbrennung und dadurch bewirkte Ausdehnung und Stauung der Luft über der Flamme tritt ein, welche, da sie eben genau zu der Zeit erfolgt, wenn die frische Luft an die Flamme gelangt, zusammenfällt mit der gerade an derselben Stelle anlangenden und durch die schon eingeleiteten Schwingungen entstehenden Verdichtung und so diese verstärkt. Es werden also anfangs die Schwingungen kürzer sein und allmählich länger werden, bis sich der Knoten in der Mitte gebildet hat. Diese Verschiebung der Verdichtung wird leichter vor sich gehen in der Richtung des durchgehenden Luftstromes, also wenn ursprünglich die Verdichtung unterhalb der Mitte des Rohres lag, als in der entgegengesetzten Richtung, wenn die erste Verdichtung oberhalb der Mitte sich befand. Da nun aber die Flamme auch abhängig ist von dem sie speisenden Gasstrom, welcher dem darauf drückenden Luftstrom einen desto grösseren Widerstand entgegensetzt, je stärker er selbst, je grösser also bei gleichem Gasdruck die Flamme ist, so wird eine grössere Flamme, ähnlich wie eine Zunge, sich schnelleren Schwingungen schwerer accommodiren als eine kleinere, und es wird eine Grenze für die Grösse der Flamme geben, wo sie noch eben den stehenden Schwingungen im Rohr folgen kann, aber keinen kürzeren, und sie muss deshalb dann eine möglichst günstige Stelle im Rohr

haben, bei welcher die Stauung von vorn herein in die Mitte fällt. Sie spricht dann nur an einer eng begrenzten Stelle und schwer an, und man sieht sie im Spiegel erst einige Zeit zittern, bevor der Ton erfolgt (vgl. § 11).

Wird die Flamme verkleinert, so kann sie nun den verschiedenen Anfangsschwingungen leichter folgen, und der Raum, in welchem sie anspricht, ist ein grösserer. Es muss von den verschiedenen Flammen, welche überhaupt den Schwingungen folgen können, wie schon oben gesagt, die kleinere höher stehen, damit die Differenz zwischen der Geschwindigkeit, welche der hervorgerufenen Ausdehnung entspricht, und der durch die Reibung am Rohr verringerten Geschwindigkeit hinreichend gross sei, bis endlich die Flamme so klein wird, dass sie nicht mehr so langsam schwingen kann wie die Luft des Rohres, und deshalb überhaupt keine regelmässigen stehenden Schwingungen erfolgen können. Dass umgekehrt die grössere Flamme bei einer tieferen Stelle zu singen aufhört als die kleinere, erklärt sich daraus, dass die grössere Flamme eine stärkere Erwärmung einer längeren Luftstrecke hervorbringt, und die Stauung der Luft sich also über ein längeres Stück des Rohres erstreckt und dadurch früher das Zurückrücken des Knotens in die Mitte aufhört, als wenn die Flamme kleiner ist. Dass endlich eine Flamme, wenn sie nur wenig zu tief oder zu hoch im Rohre steht, um noch den Ton hervorrufen zu können, durch einen dem Rohr adäquaten Ton zum Mitschwingen gebracht werden kann, erklärt sich daraus, dass nun, wenn die Flamme zu tief steht, der erste Anstoss, für welchen die Differenz der Luftgeschwindigkeiten nicht mehr hinreicht, durch die im Rohr durch den Ton hervorgerufene stehende Schwingung gegeben wird, und dass im anderen Fall, wenn sie zu hoch steht, ebenso durch die äussere Veranlassung bereits eine Schwingung hervorgerufen ist, bei der der Knoten schon da liegt, wohin er dem durchgehenden Luftstrom entgegen selbständig wegen seiner zu hohen Lage nicht mehr durch die zurückschwingende Luft gerückt werden konnte.

§ 30. Betrachten wir nun den zweiten Fall, in welchem durch eine kleinere Flamme im Rohr eine schwächere Stauung hervorgerufen wird und nun von dieser Stelle aus nach beiden Seiten eine Verdichtung fortläuft, welche aber zu der Zeit, wenn an der Stelle der ursprünglichen Stauung eine entsprechende Verdünnung hervorgerufen ist, die Rohrenden noch nicht erreicht hat.

Denken wir uns zunächst, die ursprüngliche Stauung werde in der Mitte des Rohres hervorgerufen, so werden die Verdichtungen auf beiden Seiten gleichmässig fortschreiten und sich also, wenn in der Mitte die Verdünnung entstanden ist, im Rohr gleich weit von beiden Enden befinden. Es müssen jetzt die Lufttheilchen sich zu der in der Mitte befindlichen Verdünnungsstelle hin bewegen und gleichzeitig von den beiden Verdichtungsstellen aus die Verdichtungen zu den Enden fortschreiten, wo sie wie in dem in § 28 betrachteten Fall ausgeglichen werden. Dadurch entsteht wieder in der Mitte eine Verdichtung und an den beiden Stellen, von wo die Luft anfing nach entgegengesetzten Richtungen zu gehen, Verdünnungen. Liegen diese beiden Stellen nun gerade um $^1/_6$ der Rohrlänge von den Enden entfernt, so dass das nach der Oeffnung zu liegende Stück die Hälfte des nach der Mitte zu liegenden ist, so werden die von der Oeffnung her zurückkehrenden Lufttheilchen mit den von der Mitte des Rohres kommenden gerade dort wieder zusammentreffen, weil gerade in der Mitte zwischen Verdichtung und Verdünnung die Luft ihre natürliche Dichtigkeit hat. Es entstehen im Rohr drei Knoten und es erfolgt der zweite Oberton.

Hätten dagegen die beiden seitlichen Verdichtungsstellen anfangs dem Ende näher gelegen als $^1/_6$ der Rohrlänge, so würde die von den Enden eindringende Luft die Knoten zur Mitte hin verschoben haben. Im entgegengesetzten Fall würden sie durch die von der Mitte früher als von den Enden zurückkommende Bewegung von der Mitte fortgerückt sein, bis sie im Sechstel anlangten. — Auch dann noch, wenn die ursprüngliche Stauung nicht in der Mitte eintritt, sondern diese und die beiden seitlichen Verdichtungsstellen anfangs unsymmetrisch im Rohr entstehen, so dass die beiden seitlichen zwar gleich weit von der mittleren, aber ungleich entfernt von den Enden liegen, werden dadurch, dass im kürzeren Rohrende die Luft früher zurückkehrt als im längeren, wie eine der in § 29 angestellten ähnliche Ueberlegung ergibt, die Knoten so verschoben, dass sie in die oben angegebene symmetrische Lage kommen, solange sie nur anfangs nicht so weit gegen diese Lage verschoben sind, dass der eine von ihnen in das Rohrende selbst, oder gar nicht mehr ins Rohr fällt. In diesem Fall würden nur zwei Verdichtungsstellen im Rohr liegen, und es könnte dann der zweite Oberton nicht mehr entstehen, sondern es könnte nur, wenn die Flamme noch hinreichend gross ist, um die entsprechend langsameren Schwingungen mitmachen zu können, der erste Oberton erfolgen.

Ebenso, wie der zweite Oberton entstehen kann, wenn die ursprüngliche Stauung in der Nähe der Mitte des Rohres sich bildet und diese dann zwei Knotenstellen zu beiden Seiten im Rohr erzeugt, kann derselbe Ton hervorgerufen werden, wenn die ursprüngliche Stauung in der Nähe des Endpunktes des unteren oder oberen Sechstels entsteht und im ersteren Fall oberhalb, im letzteren unterhalb noch zwei Knotenpunkte sich bilden dadurch, dass in der Zeit, in welcher an der Stauungsstelle die entsprechende Verdünnung entsteht, die von dort ausgehende Verdichtung weniger als die Hälfte vom längeren Rohrende durchläuft.

Entsteht die ursprüngliche Stauung nicht in der Mitte, sondern näher dem einen Ende des Rohres und schreitet bis zu der Zeit, wo dort Verdünnung erfolgt, die Verdichtung in dem kürzeren Schenkel bis über die Oeffnung fort, während sie im längeren Schenkel noch im Rohr liegt, so bilden sich auf ähnliche Art, wie vorher beschrieben, zwei Knotenpunkte im Rohr, welche, wenn sie nicht von vorn herein in den Endpunkten der äusseren Viertel des Rohres liegen, und wenn die Flamme so gross ist, um vermöge ihrer Elasticität den dieser Lage der Knoten entsprechenden Schwingungen folgen zu können, sich so lange verschieben, bis sie in diesen Punkten liegen. Es entsteht dann der erste Oberton. Niemals aber kann er erzeugt werden, wenn die ursprüngliche Stauung in der Mitte des Rohres liegt. Zugleich ist hiernach leicht einzusehen, dass, wenn die Flamme eine solche Grösse hat, dass die zu beiden Seiten der ursprünglichen Stauungsstelle zuerst entstehenden Verdichtungspunkte von jener Stelle um mehr als $1/3$, aber weniger als $1/2$ der Rohrlänge entfernt sind, je nach der geringeren oder grösseren Entfernung der Flamme von der Mitte, entweder drei oder zwei Knoten sich bilden, also entweder der zweite oder erste Oberton entstehen kann (vgl. § 13). Gerade so kann eine entsprechend grössere Flamme je nach ihrer Stellung im Rohr sowohl den Grundton als den ersten Oberton geben (vgl. §§ 8 u. 12).

In ähnlicher Weise, wie es für diese ersten Obertöne ausgeführt ist, erklärt sich die Entstehung der höheren Obertöne, auf welche ich deshalb nicht weiter eingehe.

Genaue Bestimmung der absoluten Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium.

Von

H. Wild.

(Aus dem Bulletin der Petersburger Akademie vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Durch meine Abhandlung „Ueber die Bestimmung der absoluten Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium“[1]) habe ich gezeigt, dass das Weber'sche Inductions-Inclinatorium bei Benutzung desselben nach der von seinem Erfinder angegebenen Methode eine unter Umständen ebenso grosse, wenn nicht grössere Unsicherheit für die Bestimmung absoluter Werthe der Inclination darbiete als das Nadel-Inclinatorium, und dass diese Unsicherheit auf die von der Weber'schen Theorie vorausgesetzte, in Wirklichkeit aber im allgemeinen nicht erfüllte Constanz der Multiplicatorfunction der angewandten Galvanometer zurückzuführen sei. Die von mir gefundenen bedeutenden Differenzen in den Angaben des Nadel-Inclinatoriums und der von mir benutzten beiden Inductions-Inclinatorien von Meyerstein und von Leyser konnten um so weniger speciellen und ausnahmsweisen Eigenschaften der zu letzteren gehörenden Galvanometer beigemessen werden, als ja auch bei ähnlichen Vergleichungen der Resultate der beiderlei Instrumente im Observatorium zu Buda-Pest[2]), ferner im Observatorium zu Utrecht[3]) etc. sich entsprechende Differenzen ergeben haben.

Infolge der Bemerkung in meiner Abhandlung, dass das Inductions-Inclinatorium bei der üblichen Beobachtungsmethode erst dann sichere absolute Werthe der Inclination werde liefern können, wenn die Gesetze der Bewegung eines Magnets innerhalb eines Multiplicators auch für nicht sehr kleine Amplitüden resp. mit Berücksichtigung der Veränderung der Multiplicatorfunction bei grösseren Ablenkungswinkeln

1) Mémoires de l'Acad. Imp. des Sc. de St.-Pétersbourg T. XXVI No. 8, 1878.

2) Siehe Jahrbücher der k. ungar. Centralanstalt f. Meteorologie u. Erdmagnetismus Bd. 1 ff. Buda-Pest 1864 etc.

3) Siehe Nederlandsch meteorologisch Jaarboek voor 1876, 77 etc. 1. Deel.

mathematisch entwickelt sein werden, haben seither in der That zwei Physiker, nämlich Herr Chwolson in St. Petersburg[1]) und Herr Schering in Göttingen[2]), sich fast gleichzeitig mit diesem Gegenstande befasst und diese Aufgabe mit gewissen Annäherungen gelöst. Herr Chwolson ist noch einen Schritt weiter gegangen und hat seine Theorie speciell auf die von mir in Pawlowsk benutzten beiden Inductions-Inclinatorien von Meyerstein und von Leyser angewendet, die erforderlichen Constantenbestimmungen an deren Multiplicatoren im Sommer 1880 ausgeführt und dann aus meinen Bestimmungen gegenüber den von mir nach der Weber'schen Theorie berechneten Werthen folgende Differenzen zwischen den Angaben des Inductions-Inclinatoriums und des Nadel-Inclinatoriums von Dover erhalten:

	Berechnung nach der Theorie von W. Weber. Methode der		O. Chwolson. Methode der	
	Multipl.	Reflex.	Multipl.	Reflex.
Inductions-Incl. Meyerstein — Incl. Dover:	15,24′	2,88′	0,32′	1,12′
„ Leyser — „ „	4,99	2,14	0,68	0,45

Durch die Berechnung nach der vollkommneren Theorie sind also, wie wir sehen, in der That die Ergebnisse der verschiedenen Beobachtungsinstrumente und Beobachtungsmethoden einander bedeutend näher gebracht worden, so dass das mittlere Resultat für die Differenz

Inductions-Incl. — Incl. Dover: 0,64′

nur noch mit einer Unsicherheit von $\pm$ 0,26′ = $\pm$ 16″ behaftet bleibt.

Inzwischen war ich bemüht gewesen, die Schwierigkeit, welche die Inconstanz der Multiplicatorfunction bei grösseren Ablenkungswinkeln für die Theorie darbietet, auf rein experimentellem Wege zu umgehen. Dies wird in der That möglich sein, wenn wir die beiderlei Stellungen der Drehungsachse der Inductorrolle im magnetischen Meridian so wählen, dass dieselbe mit der Inclinationsrichtung beiderseits annähernd gleiche Winkel einschliesst und somit auch die Ablenkung des Multiplicatormagnets in beiden Fällen nahe gleich gross werden. Alsdann fällt aus dem Resultat der Einfluss der Variabilität

1) O. Chwolson, Ueber die Dämpfung von Schwingungen bei grösseren Amplitüden: Mémoires de l'Acad. Imp. des Sc. de St.-Pétersbourg T. XXVI No. 14, Avril 1879, und Allgemeine Theorie der magnetischen Dämpfer: ebd. T. XXVIII No. 3, Avril 1880.

2) K. Schering, Allgemeine Theorie der Dämpfung, welche ein Multiplicator auf einen Magnet ausübt: Ann. der Physik u. Chemie N. F. Bd. 9, Juni 1879.

der Multiplicatorfunction mit dem Ablenkungswinkel offenbar heraus. Wir erhalten nämlich in diesem Falle folgende Ausdrücke für die Berechnung der Inclination aus den bei Anwendung der Multiplicationsmethode schliesslich constant gewordenen Amplitüden des schwingenden Magnets.

Heissen wir Φ_1 diese constante Amplitüde, wenn die Drehungsachse der Inductorrolle im magnetischen Meridian mit dem Horizont den Winkel a_1 einschliesst, so ist nach S. 13 meiner erwähnten Abhandlung der vom Erdmagnetismus inducirte Strom J_1 gegeben durch

$$J_1 = c \cdot T_1 \cdot \sin(i_1 - a_1) = b \cdot \frac{\Phi_1}{K_1} \cdot \sqrt{H_1}, \qquad (1$$

wo T_1 die totale erdmagnetische Kraft und H_1 die Horizontalcomponente derselben, i_1 die Inclination zur Zeit der Beobachtung, c eine von der Stromfläche des Inductors und dem Widerstand der ganzen Leitung abhängige Constante und b eine vom Trägheitsmoment und magnetischen Moment des Magnets im Multiplicator und von der Dämpfung des letzteren abhängige Constante, endlich K_1 die sog. Constante des Multiplicators darstellt. Diese Constante K_1 ist aber im allgemeinen noch als abhängig vom Ablenkungswinkel des Magnets anzusehen, also noch eine Function von Φ_1.

Mit Berücksichtigung dessen und der Relation

$$T_1 = \frac{H_1}{\cos i_1}$$

kann die Gl. 1 auch so geschrieben werden:

$$\frac{1}{c} \cdot J_1 = \sin(i_1 - a_1) = \frac{C}{K_1} \cdot \frac{\cos i_1}{\sqrt{H_1}} \cdot \Phi_1, \qquad (2$$

wo wir der Kürze halber gesetzt haben:

$$C = \frac{b}{c} \qquad (3$$

Bei der Drehung um eine Achse, deren Neigung zum Horizont a_2 ist, erhält man analog für die Stärke des inducirten Stroms:

$$\frac{1}{c} \cdot J_2 = \sin(i_2 - a_2) = \frac{C}{K_2} \cdot \frac{\cos i_2}{\sqrt{H_2}} \cdot \Phi_2, \qquad (4$$

wenn H_2 und i_2 die für diese Zeit geltenden Werthe der Horizontalintensität und der Inclination, Φ_2 die neue constante Ablenkung im Multiplicator und K_2 die für diese Ablenkung geltende Multiplicator-

constante darstellen. Die Constante C kann dagegen, wenn die beiderlei Messungen rasch nach einander erfolgen, in beiden Fällen als gleich betrachtet werden.

Aus 3 und 4 folgt daher die Relation:

$$\frac{\sin(i_1 - a_1)}{\sin(i_2 - a_2)} = \frac{K_2 \Phi_1}{K_1 \Phi_2} \sqrt{\frac{H_2}{H_1}}. \tag{5}$$

Setzen wir nun

$$i_2 = i_1 + di, \quad H_2 = H_1 + dH, \quad K_2 = K_1 + dK, \tag{6}$$

wo di und dH bei rascher Folge der Beobachtungen und dK bei geringer Verschiedenheit von Φ_1 und Φ_2 kleine Grössen sein werden, so geht Gl. 5 mit genügender Annäherung über in

$$\frac{\sin(i_1 - a_2')}{\sin(i_1 - a_1)} = \frac{\Phi_2'}{\Phi_1}. \tag{7}$$

Hier ist

$$a_2' = a_2 - di$$

$$\Phi_2' = \Phi_2 \left(1 - \operatorname{tg} i_1\, di - \frac{1}{2} \cdot \frac{dH}{H_1} - \frac{dK}{K_1}\right) \tag{8}$$

gesetzt worden, d. h. die unmittelbar beobachteten Grössen a_2 und Φ_2 sind durch solche ersetzt worden, welche vorher in Betreff der Aenderung der Inclination, der Horizontalintensität und der Multiplicatorconstanten corrigirt worden sind.

Aus Gl. 7 ergibt sich aber für die gesuchte Inclination i_1 zur Zeit der ersten Beobachtung:

$$\operatorname{tg} i_1 = \frac{\Phi_2' \sin a_1 - \Phi_1 \sin a_2'}{\Phi_2' \cos a_1 - \Phi_1 \cos a_2'}. \tag{9}$$

Wenn a_1 und a_2 verschiedene Winkel und, wie vorausgesetzt, Φ_2 und Φ_1 doch nahe gleich sein sollen, so ist dies nur möglich, wenn wir die Drehungsachse bei den beiden Beobachtungen um nahe denselben Winkel nach der einen und andern Seite von der Richtung der erdmagnetischen Kraft aus neigen, d. h. also nahezu

$$a_1 = i_1 + v \text{ und } a_2' = i_1 - v$$

machen, wo v diesen Neigungswinkel repräsentirt.

Dann wird auch nahezu sein:

$$\Phi_2' = -\Phi_1.$$

Es frägt sich nun, für welchen Winkel v wird unter übrigens gleichen Umständen das genaueste Resultat für i_1 erhalten werden.

Um dies zu bestimmen, differentiren wir die Gl. 9 nach Φ'_2 und erhalten so:

$$d i_1 = \frac{\sin 2 i_1}{2}\left(\frac{\sin a_1}{\Phi'_2 \sin a_1 - \Phi_1 \sin a'_2} - \frac{\cos a_1}{\Phi'_2 \cos a_1 - \Phi_1 \cos a'_2}\right) \cdot d\Phi'_2. \qquad (10$$

Wenn wir in diesem Ausdruck

$$a_1 = i_1 + v, \quad a_2 = i_1 - v, \quad \Phi_1 = - \Phi'_2 = \Phi$$

setzen, so wird

$$d i_1 = \frac{\operatorname{tg} v}{2\,\Phi} \cdot d\Phi, \qquad (11$$

und diese Gleichung geht schliesslich, da nach Gl. 2

$$\Phi = A \sin v$$

ist, wo A nahezu eine Constante repräsentirt, über in

$$d i_1 = \frac{d\Phi}{2\,A \cos v}. \qquad (12$$

Hieraus folgt, dass für einen gewissen Fehler $d\Phi$ bei Beobachtung des Ablenkungswinkels Φ des Multiplicatormagnets der Fehler $d i_1$ in der Bestimmung der Inclination um so kleiner ausfallen wird, je kleiner der Winkel v der Drehungsachse des Inductors mit der Inclinationsrichtung genommen wird[1]). Da indessen der Cosinus nur langsam mit wachsendem Winkel abnimmt und erst bei 26° gleich 0,9 wird, so kann der Winkel v, wenn andere Umstände es wünschenswerth erscheinen lassen, ohne erhebliche Verminderung der Genauigkeit ganz gut bis zu dieser Grenze vergrössert werden. Wir könnten also z. B. in Pawlowsk, wo die Inclination zur Zeit in runder Zahl 70° 40′ beträgt, sehr wohl bei verticaler Lage der Drehungsachse d. i. $a_1 = 90°$ oder $v = 19° \, 20'$ einerseits und bei einer Neigung derselben um $a_2 = 51° \, 20'$ gegen den Horizont anderseits ohne wesentliche Beeinträchtigung der Genauigkeit des Resultates nach unserer Methode die Beobachtungen ausführen. Wir werden im Verfolg sehen, dass die Wahl dieses Werthes für v d. i. des Complementes zur Inclination von praktischer Bedeutung ist.

Was nun die nach dieser Methode bei gewissen Werthen von v und $d\Phi$ zu erzielende absolute Sicherheit $d i_1$ der Inclinationsbestim-

1) Auf diesen Umstand hat auch schon Dr. Schering aufmerksam gemacht (Tageblatt der 51. Versammlung deutscher Naturforscher in Kassel 1878 S. 42) und zur Erhöhung der Empfindlichkeit des Erdinductors mit demselben Messungen in der Nähe der Inclinationsrichtung angestellt.

mung betrifft, so hängt dieselbe vom Werth der Constante A ab, und diese ist, wie aus Gl. 2 hervorgeht, um so grösser, je grösser die Empfindlichkeit des angewandten Multiplicators (K) ist.

Bei den später mitzutheilenden Versuchen am Meyerstein'schen Inductions-Inclinatorium waren z. B. das eine Mal

$$v = 19^\circ 19', \quad \Phi = 155{,}00, \quad d\Phi = \pm 0{,}05,$$

und das andere Mal

$$v = 51', \qquad \Phi = 7{,}00, \qquad d\Phi = \pm 0{,}05$$

woraus nach Gl. 11 folgt:

$$di_1 = \pm 11{,}7'' \text{ und } di_1 = \pm 10{,}9''.$$

Wollte man also eine grössere Genauigkeit als 11 bis 12″ in Bestimmung der Inclination erzielen, so müsste der Multiplicator dieses Instruments empfindlicher gemacht werden, was z. B. durch Anwendung eines astatischen Doppelmagneten erzielt werden könnte. Nach S. LXXX der Einleitung zu den Beobachtungen im Observatorium zu Pawlowsk von 1878[1]) beträgt aber der Fehler einer einzelnen Beobachtung resp. Registrirung der magnetischen Variationsapparate daselbst für die Inclination: $\pm 0{,}23' = \pm 13{,}8''$, so dass es zur Zeit noch überflüssig erscheint, eine grössere Genauigkeit in der absoluten Inclinationsbestimmung als die vorstehende erzielen zu wollen.

Um Messungen der Inclination nach dieser Methode bequem und sicher, wie es für die normalen Beobachtungen in einem magnetischen Observatorium nöthig ist, ausführen zu können, habe ich folgende Veränderungen an dem in der erwähnten Abhandlung beschriebenen Inductor von Meyerstein im Winter von 1879 auf 80 ausführen lassen.

An dem quadratischen Mahagoniholzrahmen, welcher die Drehungsachse des Inductors trägt, wurde an dem einen der beiden Messingzapfen, welche die auf jener senkrechte horizontale Drehungsachse dieses Rahmens bilden, ein vom Mechanikus Brauer in St. Petersburg in $1/6^\circ$ auf Silber getheilter Verticalkreis von 245^{mm} Durchmesser angebracht. Die Holzstützen dieser Zapfen liess ich ferner mit Lagern aus Hartguss versehen und an demjenigen von diesen, wo sich der Verticalkreis befand, ausserdem einen Träger mit Niveau und zwei Mikrometer-Mikroskopen zur Ablesung der Kreistheilung befestigen. Beim justirbaren Niveau beträgt der Werth eines Theiles:

$$1 \text{ pars} = 4{,}0''$$

---

1) Annalen des Physikal. Central-Observatoriums für 1878 Th. I.

und bei den beiden Mikrometer-Mikroskopen kommen auf einen Theil des Kreises d. s. 10′ zwei Umdrehungen der Schraube. Somit ist ein Theil der in 60 Theile getheilten Trommel:

1 Trommeltheil der Mikrometer = 5,0″.

Zur Nivellirung der Horizontalachse des Rahmens, resp. also der Achse unseres Verticalkreises, diente ein ebenfalls neu angefertigtes messingenes Niveau, dessen Füsse so hoch sind, dass es auch bei verticaler Stellung des Rahmens resp. der Inductorachse über diesen weg aufgesetzt werden kann. Bei diesem Niveau ist

1 pars = 9,2″.

Demzufolge konnte dieses Niveau zugleich mit dem früheren beobachtet werden, welches auf das obere Ende der Drehungsachse der Inductorrolle aufzusetzen ist und das einen Parswerth von 13,2″ besitzt.

Die Brücke, welche zur Nivellirung der Drehungsachse des Inductors in der Horizontallage auf diese aufzusetzen ist, wurde mit einem besondern fixen Niveau von 5,3″ Parswerth versehen, und für die genaue Einstellung jener Achse in den magnetischen Meridian liess ich eine neue 260^{mm} lange Magnetnadel mit umkehrbarem Achathütchen anfertigen und unter deren spitzen Enden auf der Brücke eine Gradtheilung anbringen.

An den Stützen, welche die Drehungsachse des Rahmens tragen, wurden endlich um Messingzapfen drehbare Nasen mit passend abgeschrägten Enden befestigt, an welch letztere man den Rahmen zur Schiefstellung der Drehungsachse des Inductors anlegte und dann wie bei der Horizontal- und Verticallage durch Schraubenbolzen festklemmte. Kleinere Neigungsänderungen wurden durch abgepasste und dazwischen zu legende keilförmige Stücke bewerkstelligt.

Am zugehörigen Galvanometer liess ich zunächst durch einen Untersatz mit Zapfen und Büchse den Multiplicator um seinen Mittelpunkt drehbar machen, was sowohl zur Bestimmung der Multiplicatorfunction als zur besseren Einstellung der Windungsebene in den magnetischen Meridian vortheilhaft erschien. Sodann wurde auch der Suspensionsfaden des Magnets mit einer Glasröhre bis ans obere Ende umschlossen und an der Umhüllungskapsel des Spiegels ein fixer Spiegel so befestigt, dass er von der Scala ein zweites Bild im Fernrohre gab. Derselbe dient zur Messung der Winkel, um welche man den Multiplicator selbst dreht. Da aber bei Entfernung des Kastens behufs Einlegung des Magnets oder Ersetzung desselben durch den Torsions-

stab der fixe Spiegel verschoben wird, so liess ich ausserdem noch eine kleine Theilung nebst Index an der Grundplatte des Galvanometers zur Fixirung der Multiplicatorstellung anbringen.

Der Suspensionsfaden des Magnets wurde zwischen den Beobachtungen durch Einlegung des Torsionsstabs und eventuelles Nachdrehen am Torsionskopf jeweilen detordirt und der Multiplicator so gestellt, dass derselbe Strom bei seiner Umkehr den Magnet nach beiden Seiten gleich viel ablenkte.

Die Justirung des Inductors in allen seinen Theilen erfolgte genau in der früheren Weise (siehe die erwähnte Abhandlung S. 7 ff.).

Beobachtungen im Sommer 1880.

Bei diesen Beobachtungen wurden ausschliesslich solche Neigungen der Drehungsachse des Inductors benutzt, welche nur wenig von der Inclinationsrichtung beiderseits abwichen. Vor jeder Messung machte ich zuerst die Drehungsachse des Inductors vermittels des aufgesetzten Niveaus genau vertical, justirte das Niveau am Mikroskopträger, bis seine Blase in der Mitte stand, und las mit den beiden Mikrometer-Mikroskopen den Verticalkreis ab. Darauf wurde jener Drehungsachse vermittels der erwähnten Nasen eine etwas geringere Neigung als die der Inclinationsnadel gegeben und beim Anziehen der Klemmschrauben des Rahmens darauf gesehen, dass das Niveau des Mikroskopträgers wieder genau auf die Mitte einstand; alsdann las ich den Verticalkreis ab und beobachtete nun am Multiplicator mit Fernrohr und Scala die Elongationen der Magnetnadel, während Herr Mechanikus Döring auf mein Commando den Inductor nach dem Princip der Multiplicationsmethode umlegte. Nach Erzielung genügender Constanz der ersteren brachten wir schliesslich die Drehungsachse des Inductors in die zweite, ungefähr um 100′ abweichende Lage, worauf wieder die Ablesung des Verticalkreises bei unveränderter Lage des Mikroskopträgers erfolgte und entsprechend die Elongationen der Magnetnadel beim Umschlagen der Inductorrolle beobachtet wurden. Eine vollständige Messung dieser Art nahm durchschnittlich 40 Minuten in Anspruch. Es ist kaum nöthig zu bemerken, dass ich die Zeiten, zu denen die constant gewordenen Elongationen beobachtet wurden, jeweilen genau notirte.

Nach dieser Beobachtungsweise erhält man aus der Differenz der Ablesungen am Verticalkreis nicht die in Formel 9 aufgeführten Winkel

a_1 und a_2, sondern deren Complemente. Bezeichnen wir diese entsprechend mit b_1 und b_2, so hat also die Berechnung nach der Formel

$$\operatorname{tg} i_1 = \frac{\Phi'_2 \cdot \cos b_1 - \Phi_1 \cdot \cos b'_2}{\Phi'_2 \cdot \sin b_1 - \Phi_1 \cdot \sin b'_2} \tag{13}$$

zu erfolgen, wo jetzt

$$\left.\begin{aligned} b'_2 &= b_2 + di \\ \Phi'_2 &= \Phi_2\left(1 - \operatorname{tg} i_1\, di - \frac{1}{2} \cdot \frac{dH}{H_1} - \frac{dK}{K_1}\right) \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

ist, wenn wieder b_2 und Φ_2 die unmittelbar beobachteten Grössen bei der zweiten Messung und $+ di$ eine Vergrösserung der Inclination und $+ dH$ eine Vergrösserung der Horizontalintensität von der ersten Messung zur zweiten darstellen.

In der nachstehenden Tabelle theile ich die Beobachtungsdaten mit, welche zur Berechnung der Inclination i_1 aus den einzelnen Messungen nothwendig sind. Die in der Tabelle aufgeführten Werthe von i_1, H_1, di und dH sind für die angegebenen Beobachtungszeiten den Aufzeichnungen des Magnetographen im unterirdischen magnetischen Pavillon entnommen.

Tabelle I.

Datum	Zeit	Φ_1	b_1	i_1	H_1	Zeit	Φ_2	b_2	di	dH
Juni 12.	3h 22m p.	1,00	19°23'10"	70°41'43"	1,6382	3h 35m p.	16,53	20°18'25"	— 4"	+ 0,0001
" "	4 0 p.	16,52	20 19 37	41 22	1,6388	4 12 p.	0,64	19 22 40	— 21	+ 0,0006
" 15.	2 45 p.	26,33	20 54 52	41 52	1,6383	3 0 p.	— 10,00	18 42 25	+ 16	— 0,0004
" 15.	3 35 p.	16,61	20 19 7	41 38	1,6388	3 47 p.	— 10,49	18 41 32	— 22	+ 0,0007
" "	4 20 p.	— 10,57	18 39 35	41 33	1,6391	4 32 p.	16,87	20 20 22	— 16	+ 0,0007
" 17.	2 37 p.	16,94	20 20 17	42 13	1,6377	2 52 p.	— 9,71	18 42 33	+ 11	— 0,0004
" "	3 19 p.	— 10,16	18 42 33	41 48	1,6382	3 31 p.	16,74	20 20 0	— 21	+ 0,0006
" 18.	11 29 a.	17,52	20 20 0	43 45	1,6352	11 46 a.	— 9,21	18 43 7	— 13	+ 0,0003
" "	4 35 p.	— 10,70	18 40 17	41 42	1,6388	4 50 p.	16,86	20 20 32	+ 9	— 0,0002
" "	7 11 p.	16,32	20 18 52	41 36	1,6390	7 22 p.	— 10,70	18 39 57	0	0,0000
" 25.	3 33 p.	14,80	20 12 50	43 1	1,6366	3 46 p.	— 13,68	18 29 17	— 6	+ 0,0002
" "	4 17 p.	— 13,32	18 30 15	42 41	1,6372	4 30 p.	14,60	20 12 17	— 13	+ 0,0004
" 29.	5 18 p.	— 13,65	18 30 40	41 30	1,6389	5 29 p.	14,18	20 12 30	— 8	+ 0,0002
Juli 22.	4 10 p.	14,35	20 10 27	42 33	1,6374	4 22 p.	— 14,40	18 28 45	— 8	+ 0,0002
" "	4 42 p.	— 13,63	18 29 37	42 12	1,6379	4 56 p.	14,00	20 10 17	— 13	+ 0,0003

In der folgenden Tabelle stelle ich die nach den Formeln 13 und 14 mit den vorstehenden Daten berechneten Werthe von i_1 zusammen mit den oben schon mitgetheilten Werthen dieser Grösse, die aus den Angaben des Magnetographen abgeleitet sind und somit solchen

entsprechen, wie sie gleichzeitig mit dem Dover'schen Inclinatorium Nr. 22 erhalten worden wären. Die Differenzen in den letzten Columnen repräsentiren also den Unterschied in den Angaben des Inductions-Inclinatoriums und des Dover'schen Nadel-Inclinatoriums. Da die Grössen $\frac{dK}{K_1}$ unbekannt sind, so sind sie bei der Berechnung stets = 0 gesetzt worden.

Wie ich S. 17 meiner mehrfach erwähnten Abhandlung bereits gezeigt habe, bedürfen die unmittelbaren Angaben des Inductions-Inclinatoriums von Meyerstein wegen des störenden Einflusses seines Multiplicatormagnets noch einer Correction von + 15″. Diese Correction ist in Tab. II an den Werthen von i_1 (Inductor) bereits angebracht.

Tabelle II.

Datum	φ		i_1		Differenz	Mittlere Differenz	Abw. vom Mittel	Mittlere Fehler	
	φ_1	φ_2	Inductor	Magnetogr.				der einzelnen Beob.	des Endresultats
Juni 12.	1,00	16,53	70°40′38″	70°41′43″	− 1′ 5″	− 1′ 6″			
„ „	0,64	16,52	40 14	41 22	− 1 8				
„ 15.	− 10,00	26,23	41 5	41 52	− 0 47	− 0′47″			
„ 15.	− 10,49	16,61	41 10	41 38	− 0 28		− 10″		
„ „	− 10,57	16,87	41 56	41 33	0 23		41		
„ 17.	− 9,71	16,94	41 59	42 13	− 0 14		4		
„ „	− 10,16	16,74	41 2	41 48	− 0 46	− 0′18″	− 28	± 25,9″	± 9,8″
„ 18.	− 9,21	17,52	43 54	43 45	0 9		27		
„ „	− 10,70	16,86	40 59	41 42	− 0 43		− 25		
„ „	− 10,70	16,32	41 8	41 36	− 0 28		− 10		
„ 25.	− 13,68	11,80	41 17	43 1	− 1 44		− 10		
„ „	− 13,32	11,60	41 25	42 41	− 1 16		18		
„ 29.	− 13,65	14,18	39 42	41 30	− 1 48	− 1′34″	− 14	± 21,2″	± 9,5″
Juli 22.	− 14,40	14,35	40 38	42 33	− 1 55		− 21		
„ „	− 13,63	14,00	41 5	42 12	− 1 7		27		

Die Resultate der beiden letzten Beobachtungsreihen sind je zu einem besonderen Mittelwerth vereinigt worden, weil innerhalb derselben das Verhältnis der beiderlei Amplitüden nahe constant blieb, also auch die unbekannte Correctionsgrösse $\frac{dK}{K_1}$ innerhalb jeder dieser Reihen sehr nahe als constant betrachtet werden kann. Die Differenz der Mittelwerthe der einen und andern Reihe zeigt dagegen, dass dies selbst bei so kleinen Amplitüden für unsern Multiplicator nicht mehr gilt, sowie das Verhältnis der beiderlei Amplitüden ein erheblich verschiedenes wird.

Da bei der letzten Reihe die Amplitüden sehr nahe dieselben waren, also da in der That $\frac{dK}{K_1} = 0$ wird gesetzt werden können, so muss dieses Resultat offenbar als das verlässlichste bezeichnet werden. Danach hätten wir also die Relation:

$$\text{Inductions-Incl.} - \text{Incl. Dover} = -1'34'' \pm 9{,}5''$$
$$= -1{,}57' \pm 0{,}16''.$$

Dieser Werth weicht um volle 2′, also weit über die Fehlergrenze hinaus, von dem oben aus meinen früheren Beobachtungen nach der Theorie des Herrn Chwolson abgeleiteten ab. Die Erklärung dieser Abweichung dürfte unschwer in dem schon von Herrn Chwolson (S. 100 u. 109 seiner citirten zweiten Abhandlung) bemerkten Eisengehalt der beiden Multiplicatoren von Meyerstein und Leyser zu suchen sein, der beim Drehen der letzteren um ihre Achse die Ruhelage der Magnete beträchtlich veränderte und deshalb die Anwendung der Theorie auf die Bewegungen der Magnete in ihnen zum Theil illusorisch machen musste.

Ehe ich daher weitere Versuchsreihen und insbesondere auch solche mit grösseren Neigungswinkeln der Drehungsachse des Inductors ($v = 19^0 19'$) unternehmen wollte[1], schien es mir geboten, vorher den Multiplicator von diesem Fehler zu befreien. Die Wahl dieses grösseren Neigungswinkels in der Folge dürfte deshalb von praktischer Wichtigkeit sein, weil es, wie wir gesehen haben, stets für die Bestimmung der Winkel b nöthig sein wird, die Verticallage der Drehungsachse bei jeder Beobachtung zu bestimmen; folglich wird, wenn wir einfach $b_1 = 0$ und $b_2 = 38^0\,40'$ (angenähert) wählen, eine ganze Einstellung erspart werden, und überdies vereinfacht sich dann auch die Formel für die Berechnung der Inclination nicht unbeträchtlich.

Durch eine besondere Untersuchung[2]) hat Herr Chwolson kürzlich noch gezeigt, wie bedeutend die Fehler im Resultat werden können, wenn, wie unvermeidlich, die Stösse bei der Multiplications- und Reflexionsmethode nicht rechtzeitig d. h. im Moment des Durchgangs der Magnetnadel durch die Gleichgewichtslage erfolgen. Diese Fehler heben sich allerdings bei Bestimmung der Inclination durch

1) Einzelne Probeversuche bei solchen grösseren Winkeln sind wohl ausgeführt worden, können aber hier nicht mitzählen, da der Inductor dabei noch nicht die gehörige Festigkeit besass.

2) Bulletin de l'Acad. Imp. des Sc. de St.-Pétersb. T. XXVII p. 265, Mars 1881.

die Drehung um zwei verschiedene Achsen im Resultat auf, wenn die Verzögerungen oder Verfrühungen der Stösse bei den beiderlei Beobachtungen dieselben sind. Nun zeigte mir die Erfahrung, dass diese Zeiten bei einer und derselben Person offenbar von der Geschwindigkeit des Durchgangs der Nadel durch die Gleichgewichtslage resp. der Amplitüde der Schwingungen abhängen und daher nur bei gleicher Amplitüde auch gleiche Verfrühungen resp. Verspätungen der Stösse zu erwarten sind. Auch von diesem Gesichtspunkte aus bietet also die Wahl gleicher Amplitüden einen besonderen Vortheil dar.

Der mittlere Fehler von $\pm 21{,}2'' = \pm 0{,}35'$, welcher unsern einzelnen Bestimmungen für die Differenz von Inductions-Inclinatorium und Nadel-Inclinatorium resp. Magnetograph (der letzten Reihe) noch anhaftet, ist zusammengesetzt aus dem Fehler des Inductions-Inclinatoriums für sich betrachtet und dem Fehler, mit welchem man aus den Aufzeichnungen des Magnetographs die Inclination ableiten kann. Dieser letztere Fehler ist nun, wie schon oben mitgetheilt wurde, $\pm 0{,}23' = \pm 13{,}8''$. Demzufolge ergibt sich für den mittleren Fehler einer Bestimmung der Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium nach unserer Methode der Werth:

$$di_1 = \sqrt{21{,}2^2 - 13{,}8^2} = \pm 16{,}1'' = \pm 0{,}27',$$

welcher also wenig grösser ist als der a priori S. 7 für diesen Fall ausgerechnete, wobei eben der bei der Beobachtung des Winkels v (resp. b_1 und b_2) begangene Fehler nicht mit in Anschlag gebracht worden war.

Es muss schliesslich noch ausdrücklich hervorgehoben werden, dass zwischen den ersten drei und den zwei andern Messungen der letzten Gruppe nahezu ein Monat verstrichen war, dass vor den letzteren Messungen der ganze Apparat von Herrn R. v. Trautvetter und mir gemeinsam neu justirt wurde und dass dann auch Herr v. Trautvetter die letzte Messung der Reihe ausführte.

Obschon also des erwähnten Fehlers im Multiplicator halber die ganze Untersuchung durch die Beobachtungen im Sommer 1880 noch nicht als abgeschlossen betrachtet werden kann, so haben die letzteren doch bereits folgende Resultate ergeben:

1. Bei der Anwendung solcher Stellungen der Drehungsachse des Inductors, bei welchen die letztere um gleiche, 30° nicht über-

schreitende Winkel nach der einen und andern Seite von der Inclinationsrichtung abweicht, also nahe gleiche und entgegengesetzte Ausschläge der Multiplicatornadel erhalten werden, kann man eine relative Genauigkeit von mindestens $\pm 16''$ in den einzelnen Bestimmungen der Inclination mit dem Inductions-Inclinatorium erzielen.

2. Es ist sehr wahrscheinlich, dass bei Anwendung dieser Methode unabhängig von der Inconstanz der Multiplicatorfunction auch dieselbe absolute Genauigkeit der Inclinationsbestimmung erreicht wird. Zur Zeit ist wegen des dem Meyerstein'schen Multiplicator anhaftenden Fehlers durch Benutzung der neuen Beobachtungsweise die Unsicherheit über die absolute Correction unseres Nadel-Inclinatoriums freilich erst bis $\pm 1'$ verringert worden, wenn wir nämlich vor der Hand das Mittel des Resultates aus den neuen Beobachtungen und des nach der Chwolson'schen Theorie aus meinen früheren Beobachtungen berechneten als richtig voraussetzen.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber die spectrale Vertheilung der strahlenden Wärme.

Von Dr. E. Lecher.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1881 Nr. 19.)

Ich gelangte infolge verschiedener Ueberlegungen und experimenteller Untersuchungen, welche ich im Laufe dieses Jahres im Wiener Physikalischen Institute ausgeführt habe, zu einigen neuen Ansichten über die spectrale Vertheilung der strahlenden Energie.

Zunächst lässt sich leicht durch blosse Speculation zeigen, dass die verschiedenen Wellenlängen aus verschiedenen Tiefen des strahlenden Körpers herauskommen, so dass die spectrale Vertheilung der ausgesandten Aetherschwingungen bis zu einem gewissen Grade von der Dicke des strahlenden Körpers abhängt. Wenn ich ferner mit $\alpha_{t_1 t_2}$ denjenigen Factor bezeichne, mit welchem ich die Strahlung $F(t_2)$ einer schwarzen Fläche von der Temperatur t_2 multipliciren muss, um die in einer beliebigen Schichte irgend eines Körpers, dessen Temperatur t_1, dessen Ausstrahlungsvermögen $f(t_1)$ ist, absorbirte Wärmemenge zu erhalten, so gelangte ich zu folgenden Gleichungen:

$$\alpha_{t_1 t_2} = \alpha_{t_2 t_2} = \alpha_{t_1 t_1}.$$

Ich habe nun ein dünnes Platinblech durch einen elektrischen Strom glühend gemacht und gegen zwei Flächen, wovon die eine geschwärzt, die andere aber mit verschiedenen Substanzen in verschiedener Dicke belegt war, strahlen lassen. War die Entfernung so regulirt, dass bei irgend einer Temperatur des strahlenden Platinbleches die absorbirten Wärmemengen, welche entweder mittels Luftthermometers oder mittels Thermosäule und Galvanometer gemessen wurden, einander gleich waren, dann blieben sie auch gleich gegenüber der Strahlung von jeder beliebigen Temperatur zwischen 100° und 800° C. Es ist also

$$\alpha_{t_1 t_1} = \alpha_{t_1 t_2} = \alpha_{t_1 t_3} = \ldots \alpha_{t_m t_n},$$

und daraus folgt mit Rücksicht auf obige Gleichung, dass

$$\alpha_{t_1 t_1} = \alpha_{t_2 t_2} \text{ oder } \frac{f(t_1)}{f(t_2)} = \frac{F(t_1)}{F(t_2)}.$$

Es gilt also dasselbe Gesetz über den Zusammenhang zwischen Temperatur und Strahlung für alle festen (möglicherweise auch für alle anderen) Körper in jeder beliebigen Dicke. Da ich ferner infolge der eingangs erwähnten Erscheinung durch Veränderung dieser Dicke einzelne Wellenlängen auf Kosten anderer verstärken kann, muss eben dasselbe Gesetz auch für jede einzelne Wellenlänge gelten. Ein weiterer Schluss ist dann der, dass sämmtliche Wellenlängen im ganzen Spectrum schon bei der niedersten Temperatur ausgesandt werden.

Würde sich also z. B. das Stefan'sche Gesetz der vierten Potenzen bewahrheiten, dann müsste für jede einzelne Wellenlänge die Intensität der ausgestrahlten Aetherschwingungen proportional mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur zunehmen. Soweit meine diesbezüglichen Versuche bis jetzt reichen, d. h. zwischen 0 und 320° habe ich das Stefan'sche Gesetz mit grosser Annäherung richtig befunden.

Kröttlinger's dynamoelektrische Maschine mit Handbetrieb für Laboratoriumszwecke.

Im verflossenen Sommer hatte ich Gelegenheit, eine dynamoelektrische Maschine des Mechanikers F. Kröttlinger in Wien (V. Schlossgasse 4) näher zu untersuchen, welche derselbe auch auf der Naturforscherversammlung in Salzburg vorzeigte und die aus mehrfachen Gründen eine allgemeinere Verbreitung verdient.

Erstens liefert sie einen Strom, der für die allermeisten Vorlesungsversuche ausreicht.

Zweitens kann dieselbe durch einen Mann leicht in Bewegung erhalten werden.

Drittens ist ihr Preis ein derartig niederer[1]), dass sie auch von Mittelschulen beschafft werden kann.

Der ganze Apparat, von welchem Fig. 1 die Seitenansicht und Fig. 2 die Vorderansicht darstellt, besteht aus einem starken hölzernen Tische, zwischen dessen Füssen die Dynamo-Maschine befestigt ist. Unter dem Tischblatte ist eine Stahlachse für das Schwungrad S angebracht, das durch einen Riemen ohne Ende mit der Achse des

1) Die von mir benutzte Maschine kam sammt Verpackung und Fracht bis München nebst einer kleinen Glühlichtlampe auf 340 Mark zu stehen.

Gramme'schen Inductors in Verbindung steht, so dass letzterer in sehr rasche Rotation versetzt werden kann. Der erregende Hufeisen-

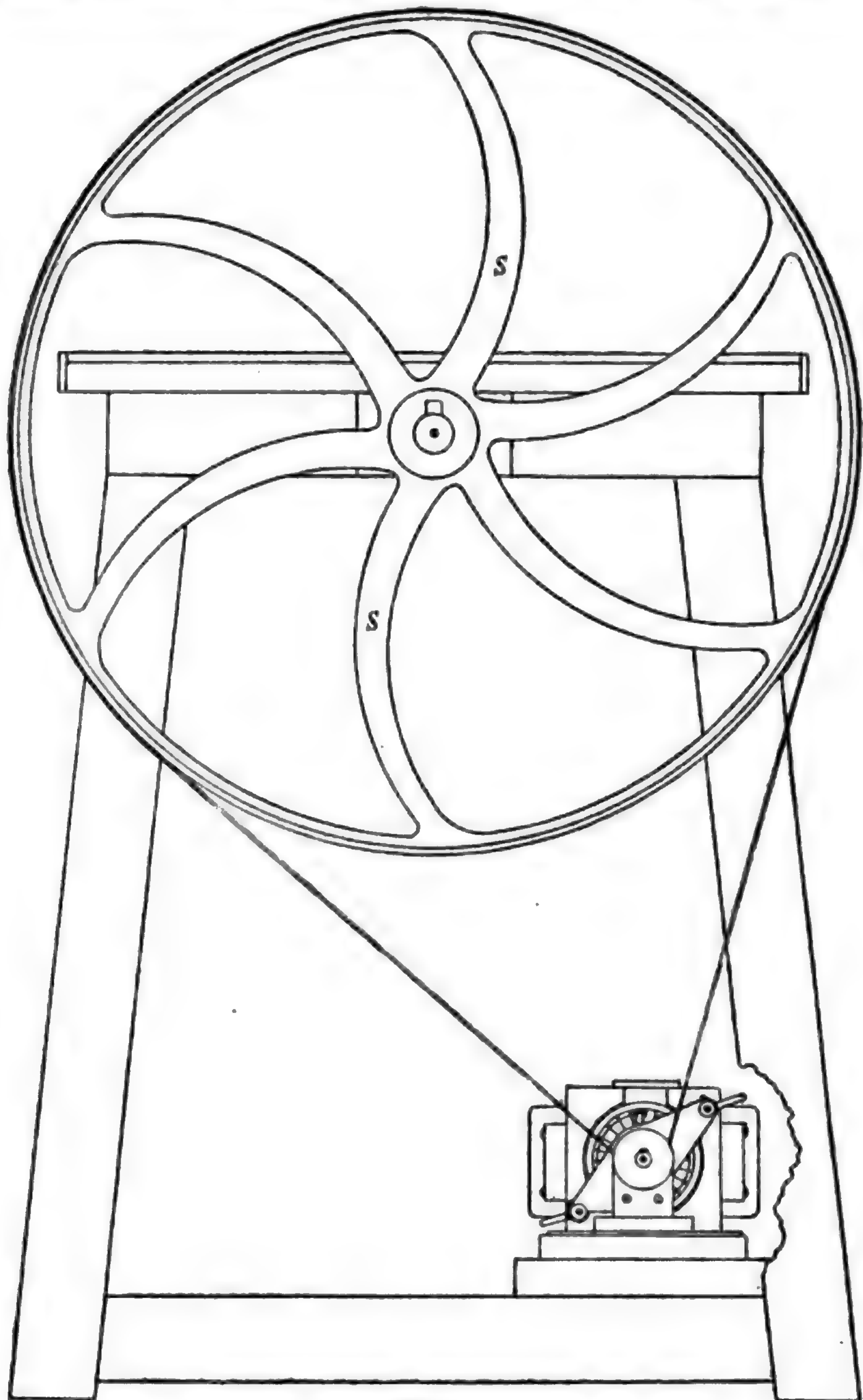


Fig. 1.

Elektromagnet *E* trägt an seinen Polen eiserne Ansätze, die in das Innere des Gramme'schen Inductors hineinreichen in der gleichen Weise, wie dies von Fein bei seinen grossen Maschinen ausgeführt

wurde[1]). Die Drahtenden sind zu den Klemmschrauben K, K' geführt, in welche die Leitungsdrähte des Schliessungsbogens eingeschaltet werden.

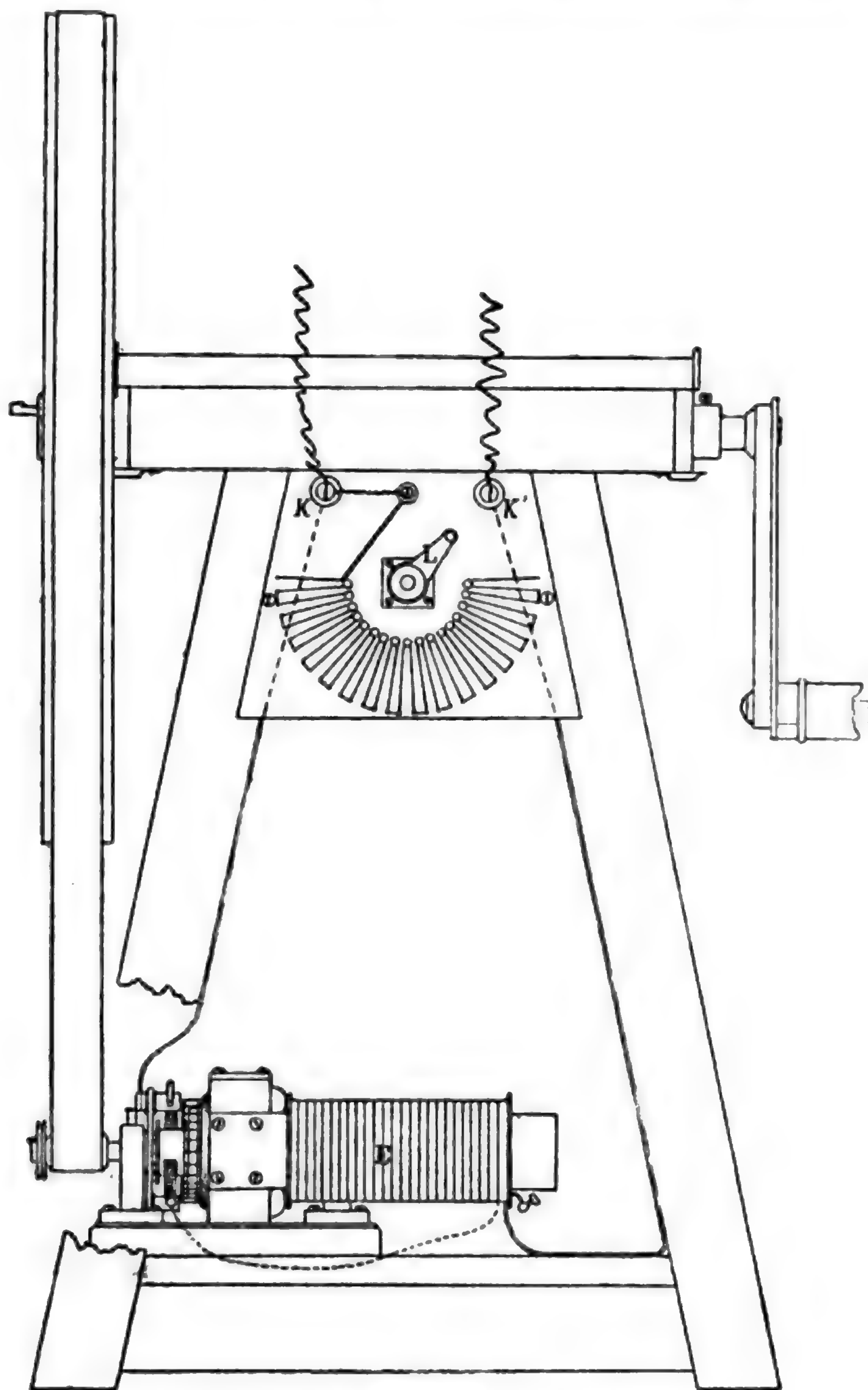


Fig. 2.

Eine sehr nützliche Beigabe ist der an der Seite des Tisches auf einem Brette angebrachte Rheostat. Derselbe besteht aus einem zick-

1) Repertorium Bd. 17 S. 579.

zackförmig aufgezogenen feinen Drahte, von dem durch Drehen der Kurbel *L* über die darunter befindlichen Knöpfe . . eine beliebige Länge als Zweigleitung eingeschaltet werden kann.

Von den vielen Versuchen, die ich mit der Maschine angestellt habe, mögen einige wenige besonders hervorgehoben werden.

Eine elektrische Glühlichtlampe nach Reynier's System, welche gleichfalls von Herrn Kröttlinger construirt wurde, liefert ein hinreichend intensives Licht, um mittels des Stöhrer'schen Skioptikons die Projectionen mit dem besten Erfolge ausführen zu können, so dass die Petroleumlampe nicht mehr nöthig ist.

Ein dünner Platindraht von etwa 50^{cm} Länge kann zur Weissgluth erhitzt werden. Der Inductor einer Gramme'schen Handmaschine mit Stahlmagneten, bei der das Zahnrad entfernt worden war, konnte durch die Kröttlinger'sche Maschine in rasche Rotation versetzt werden, so dass sich das Princip der Uebertragung der Kraft mittels Elektricität im Hörsaale sehr anschaulich demonstriren lässt, etc. *C.*

Internationales elektrisches Maasssystem.

Der Elektrische Congress in Paris hat in der Plenarsitzung vom 21. September 1881 die folgenden Beschlüsse gefasst:

1. Man adoptirt für die elektrischen Maasse die Fundamentaleinheiten: Centimeter, Gramm-Masse, Secunde.
2. Die praktischen Einheiten behalten ihre gegenwärtige Definition bei: 10^9 für das Ohm und 10^8 für das Volt.
3. Die Widerstandseinheit (Ohm) wird dargestellt durch eine Quecksilbersäule von einem Quadratmillimeter Querschnitt bei der Temperatur 0° C.
4. Eine internationale Commission wird beauftragt, durch neue Experimente für die Praxis die Länge der Quecksilbersäule von einem Quadratmillimeter Querschnitt bei 0° C. zu bestimmen, welche den Werth des Ohm darstellt.
5. Man nennt Ampère den Strom, welchen ein Volt in einem Ohm hervorbringt.
6. Man nennt Coulomb die Quantität der Elektricität, welche durch die Bedingung definirt ist, dass ein Ampère per Secunde ein Coulomb gibt.
7. Man nennt Farad die Capacität, welche durch die Bedingung definirt ist, dass ein Coulomb in einem Farad ein Volt gibt.

XVIII. Band. 3. Heft

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 3. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bezugsquellen-Liste.

Bezeichnung der Firma	Fabrikate und Angabe der Specialität
Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Kohl, Max, Chemnitz, Poststrasse 21.	Physikalische Instrumente und Apparate neuester Constructionen. Preiscourant neu.
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4.	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamo-elektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Sickler, Karl, Karlsruhe.	Astronom. und geodät. Instrumente und physik. Lehrapparate.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.
Wesselhöft, M., Halle a. S.	Physikalische Vorlesungsapparate, speciell elektrische und akustische.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

DREHBÄNKE
und Werkzeuge empfehlen:
J. G. WEISSER SÖHNE
St. Georgen, Baden
(16a/3)

FRANZ KRÖTTLINGER, Mechaniker in Wien, V, Schlossgasse 4.

Empfehle als Specialität meine bekannten patentirten:

Dynamo-elektrischen Cabinetsmaschinen für Handbetrieb. mit Tisch, Schwungrad und Rheostat, ersetzen **8 Bunsen-Elemente**, Wasserzersetzung **65 – 70 ccm pr. Minute** garantirt, bereits in vielen Anstalten sowie bei Galvaniseuren eingeführt; auch grössere zur **Vernickelung** etc. für Motorbetrieb.

Incandescenz-Lampen neuester Construction, speciell für Vorlesungszwecke, mit obigen Maschinen ein helles elektr. Licht gebend, selbstthätig functionirend.

Dynamo-elektr. Lichtmaschinen für einzelne oder Theilungslichter, von vorzüglichster Leistung, sowie die dazu gehörigen Regulatoren.

Sehr mässige Preise. — Gewissenhafte Ausführung.

Prospect und Preisliste gratis und franco. (1/3)

Das Mechanische Atelier
von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung (2/3)

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous.

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Nutzung der Gauss'schen Reihe für die Experimentalphysik.

Von

Dr. Tammen

in Zwickau.

Experimente sind Fragen an die Natur; dieser Definition entsprechend hat das Experiment nur die Aufgabe, über aus irgend welcher Theorie hergeleitete Gesetzmässigkeiten pro oder contra zu entscheiden und dabei Constante ihrem numerischen Werthe nach festzustellen. Es werden kaum jemals dem Experimentator durch aus Experimenten direct entnommene gesetzmässige Beziehungen deutliche Directiven für seine theoretischen Betrachtungen gegeben, sondern es werden demselben durch theoretische Betrachtungen Ziele gesteckt für seine experimentellen Untersuchungen. So hat z. B. Galilei das Gesetz der Proportionalität zwischen den Fallräumen und den Quadraten der Fallzeiten nicht aus seinen Beobachtungsreihen herausgelesen und sich durch die Kenntnis dieses Gesetzes zu der Anschauung von einer gleichförmig beschleunigten Bewegung hinführen lassen. Wenigstens sagt Lagrange, Mécanique anal. P. II Sect. 1 p. 223: „Cependant il ne paraît pas que Galilée ait découvert de cette manière les lois de la chute des corps pesans. Il a commencé, au contraire, par supposer la notion d'un mouvement uniformément accéléré, dans lequel les vîtesses croissent comme les temps; il en a déduit géométriquement les principales propriétés de cette espèce de mouvement et surtout la loi de l'accroissement des espaces en raison des carrés des temps; ensuite il s'est assuré par des expériences, que cette loi a lieu effectivement ...“

Gleichwohl muss man in den durch Experimente erhaltenen Reihen auch dann noch gesetzmässige Beziehungen zu erkennen im Stande sein, wenn keine Theorie Anleitung gibt, so gut wie Kepler seine berühmten Gesetze aus den Tychonischen und eigenen Beobachtungen herauslesen konnte. Denn es stehen der Speculation als Hilfsmittel die Normen der Grössenlehre zu Gebote, weil alle Erscheinungen im

Raume und in der Zeit vor sich gehen. Deshalb lassen alle Gesetzmässigkeiten im Geschehen mathematischen, ja sogar stets relativ einfachen mathematischen Ausdruck zu, und wenn sich auch dieser einfache mathematische Ausdruck in den Beobachtungsreihen wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler nie vollkommen genau darstellen kann, und wenn auch der Natur der inductiven Methode gemäss der Schluss von einer vielleicht sehr grossen Anzahl von Fällen auf alle unumgänglich ist, so kann doch ein Zweifel an der Richtigkeit der durch vorsichtige Induction erkannten Gesetze wenigstens dann nicht mehr bestehen, wenn sich durch geometrische Interpretation mit Zuhilfenahme des Princips der Stetigkeit aus den erkannten Gesetzmässigkeiten eine Theorie hat herleiten lassen, welche eine ganze Gruppe oder gar ein ganzes Gebiet von Erscheinungen mit einander in Beziehung setzt.

Verschafft man sich z. B. eine Versuchsreihe zur Festsetzung der Beziehung zwischen Fallraum s und Fallzeit t, so liegt es gewiss schon nahe, wenn man erkannt hat, dass eine lineare Beziehung nicht besteht, zu probiren, ob vielleicht die Abhängigkeit eine quadratische Gleichung in t ergibt, so wie Kepler die Ellipse probirte, nachdem er erkannt hatte, dass die Annahme kreisförmiger Bahnen den Beobachtungen nicht genüge. Aber solches Probiren dürfte doch wohl nur in seltenen Fällen Erfolg gewähren; deshalb scheint mir ein Verfahren nicht ganz werthlos zu sein, welches jedes Probiren überflüssig macht.

Die Potenzreihe kann als möglichst allgemeine Function zur Darstellung der gesuchten Grössenbeziehung stets verwerthet werden. Ich kann also setzen:

$$1.\quad s = a + bt + ct^2 + dt^3 + \cdots$$

oder

$$2.\quad s = a + b\frac{1}{t} + c\left(\frac{1}{t}\right)^2 + d\left(\frac{1}{t}\right)^3 + \cdots,$$

und wenn ich aus guten Versuchsreihen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die ersten Coefficienten a, b, c der convergenten resp. 1. oder 2. Potenzreihe bestimme, so muss sich für c stets sehr nahe derselbe Werth Γ ergeben, während die andern Coefficienten stets sehr nahe gleich Null werden.

Mit $s = \Gamma t^2$ ist ein einfacher Ausdruck für die gesuchte Grössenbeziehung gewonnen, welcher als streng richtig angenommen werden darf, trotzdem die Versuchsresultate kleine Abweichungen von demselben zeigen, schon der Berechtigung wegen, mit welcher man einen

einfachen Ausdruck für die Gesetzmässigkeit vermuthen durfte. Es bleibt aber noch zu zeigen übrig, dass der Ausdruck unbedingt streng richtig ist, indem vermittels einer Theorie Zusammenhang mit einer möglichst grossen Gruppe anderer Gesetze hergestellt wird.

Eine klare Definition für Geschwindigkeit ist unmittelbar nur für die gleichförmige Bewegung möglich; dementsprechend kann ich bei der auf den ersten Blick als ungleichförmig erkannten Bewegung eines frei fallenden Körpers die Geschwindigkeit für die Zeit t gar nicht anders definiren als durch den Weg, welchen der Körper von der Zeit t an in einer Secunde bei im Momente t gleichförmig gewordener Bewegung zurücklegen würde. Nehme ich nun an, die Bewegung sei für $\frac{1}{n}$ Sec. gleichförmig, und bezeichne mit σ den Weg, welchen der fallende Körper in der Zeit t bis $t+\frac{1}{n}$ zurücklegt, so gibt $n\sigma$ die Geschwindigkeit im Moment t um so genauer an, je grösser n gewählt ist. Nach der Formel $s = \Gamma t^2$ muss der Körper, nachdem er t Sec. gefallen ist, in $\frac{1}{n}$ Sec. den Weg zurücklegen:

$$\sigma = \Gamma\left(t+\frac{1}{n}\right)^2 - \Gamma t^2 = \frac{2\Gamma t}{n} + \frac{\Gamma}{n^2},$$

und die Geschwindigkeit v am Ende der t. Sec. ist also:

$$v = n\sigma = 2\Gamma t + \frac{\Gamma}{n}$$

oder

$$v = 2\Gamma t, \text{ für } n = \infty.$$

Die Geschwindigkeit ist der Fallzeit proportional; demnach ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte. Nehme ich als Maass für die Beschleunigung g die Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde, so ist $g = 2\Gamma$, also $s = \frac{1}{2} g t^2$.

In diesem einfachen Falle wäre es also entschieden möglich gewesen, allein aus den Beobachtungen nicht nur das Gesetz zu entnehmen, sondern auch die theoretische Grundlage — die gleichförmige Beschleunigung herauszuschälen, selbst wenn keine Vermuthung die Erkenntnis nach diesem Punkte hindirigirte. Ob dies in allen Fällen möglich ist? Die Beantwortung dieser Frage hängt jedenfalls in erster Linie davon ab, welche Schärfe dem menschlichen Geiste zugetraut werden darf. Weitere Beispiele dürften jedoch ein Urtheil vorbereiten.

Es sei aus Beobachtungen von mit kleinen Amplituden schwingenden Pendeln das Gesetz zu erforschen, nach welchem die Schwingungsdauer von der Pendellänge abhängt, und weiter der Zusammenhang mit den übrigen von der Gravitation abhängigen Erscheinungen darzulegen. Zu diesem Zwecke ist die Beobachtung dienlich, welche sich bei der Betrachtung eines Centrifugalregulators oder eines Centrifugalpendels aufdrängt, die Beobachtung nämlich, dass die Geschwindigkeit der Kugel in fester Beziehung steht zu der Entfernung der Ebene, in welcher sich die Kugel bewegt, vom Aufhängepunkte der Kugel, so dass diese Entfernung abnimmt, wenn die Geschwindigkeit der Kugel zunimmt. Setze ich nun, um diese Beziehung aus guten Beobachtungsreihen genau zu ermitteln, für ein Centrifugalpendel die Potenzreihe:

$$h = a + bt + ct^2 + dt^3 + \cdots,$$

in welcher h den Abstand des Aufhängepunktes der Kugel von der Ebene, in der sich ihr Schwerpunkt bewegt, und t die Rotationsdauer bezeichnet, so muss sich aus den Beobachtungsreihen ergeben:

$$a = b = d = e = 0 \ldots; \quad h = ct^2.$$

Ich nehme jetzt als Längeneinheit den Radius des Kreises, auf welchem sich für ein gegebenes h die Kugel des Centrifugalpendels bewegt; alsdann ist die Peripherie $= 2\pi$, und die constante Geschwindigkeit v, mit welcher dieselbe durchlaufen wird, $= 2\pi : t = \Gamma : \sqrt{h}$, wenn $\Gamma = 2\pi \sqrt{c}$ gesetzt ist.

Die Bewegung der Kugel des Centrifugalpendels ist entstanden durch einen einmaligen Antrieb, also aus einer geradlinigen Bewegung, durch Hinzutritt einer nach dem Mittelpunkt des beschriebenen Kreises gerichteten Bewegung. Der Antrieb aber zu dieser nach dem Mittelpunkt gerichteten Bewegung ist bei der Geschwindigkeit v, dem Radius r und der Masse m: $F = mv^2 : r$, also im vorliegenden Falle, wenn noch die Masse der Kugel gleich der Masseneinheit gesetzt wird:

$$F = \Gamma^2 : h. \qquad (1$$

Zur Aufdeckung der Gleichung $F = mv^2 : r$ muss bekannt sein, dass sich Bewegungen und Bewegungsantriebe nach dem Parallelogramme zusammensetzen. Doch auch diese Kenntnis hätte gewonnen werden können allein durch richtige Ausnutzung von Beobachtungsreihen, welche Bestimmungen enthalten von Geschwindigkeiten, mit denen Kugeln bei möglichster Vermeidung aller Reibung auf schiefen Ebenen mit verschiedenen Neigungen herabrollen. Hierüber s. S. 139.

Berechnet man nun aus dem experimental bestimmten c den Werth der in $F = \Gamma^2 : h$ vorkommenden Constante $\Gamma^2 = 4\pi^2 c$, so kann es einem nicht entgehen, dass Γ^2 sehr nahe gleich der Gravitationsconstante g ist, und da die Gravitation ohne Zweifel bei der Bewegung des Centrifugalpendels mitbetheiligt ist, so leuchtet die Berechtigung ein, die kleinen Abweichungen, welche sich vielleicht zwischen dem berechneten Werthe für Γ^2 und g zeigen, auf unvermeidliche Ungenauigkeiten in Rechnung und Beobachtung zu schieben, demnach $\Gamma^2 = g$ zu setzen. Es ist also

$$v = \sqrt{\frac{g}{h}}; \quad F = \frac{g}{h}.$$

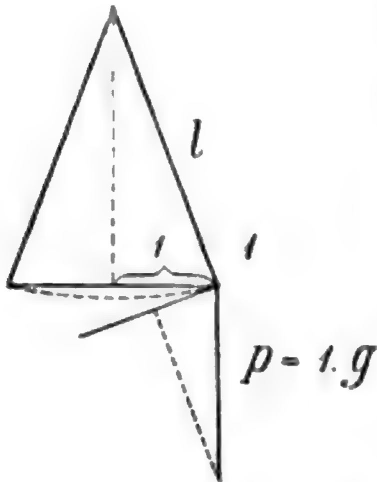
Im allgemeinen wird man durch einen Stoss gegen die Pendelkugel nicht kreisförmige, sondern elliptische Schwingungen erhalten. Wenn aber die Oeffnung des Kegels, welchen der Pendelfaden beschreibt, eine sehr geringe ist, so werde ich je eine Hälfte der angenähert elliptischen Bahn der Pendelkugel durch Projection der Kreisbahn auf eine durch ihren Mittelpunkt gelegte entsprechend geneigte Ebene erhalten können. Wenn man ferner die geradlinige Anfangsbewegung und die Bewegung in der Richtung nach dem Kreismittelpunkt nach dem Parallelogramme zusammensetzt und diese Parallelogramme zugleich mit der Kreislinie projicirt, so erhält man in der Projectionsfigur wieder Parallelogramme. Aber die ursprünglich gleichen Linien, welche die Bewegung nach dem Kreismittelpunkt darstellten, sind in der Projectionsfigur in dem Verhältnis gekürzt, in welchem auch die entsprechenden Halbmesser der Ellipse gegen den Kreishalbmesser verkürzt sind, so dass also die Projectionsfigur die Bewegung eines Körpers unter dem Einfluss einer Centralkraft darstellt, welche der jeweiligen Entfernung von dem festen Mittelpunkte proportional ist. Das gleiche muss ohne Zweifel für sehr kleine ebene Schwingungen mit gleicher Approximation gelten. Für den Abstand h der Ebene der Kreisbahn vom Aufhängepunkt kann ich aber wieder unter der Voraussetzung sehr kleiner Amplituden die Pendellänge l setzen und erhalte wegen $\Gamma^2 = 4\pi^2 c = g$:

$$t = 2h\sqrt{l : g}$$

und aus Gl. 1: $$k = g : l,$$

wenn k die Kraft, welche die Pendelkugel nach der Ruhelage zurücktreibt, für die Umkehrpunkte bezeichnet. Hieraus erkennt man sofort,

da die Masse der Pendelkugel als Masseneinheit und die Entfernung des Umkehrpunktes von der Ruhelage als Längeneinheit gewählt ist, dass sich die Pendelkugel in jedem Augenblicke unter dem Einfluss einer Kraft bewegt, welche man erhält durch Projection der Kraft $p = 1 \cdot g$, mit welcher die Pendelkugel von der Erde angezogen wird, auf die Normalebene zur jeweiligen Richtung des Pendelfadens. Die Kugel bewegt sich bei ebenen Schwingungen auf einem Kreisbogen infolge des durch den Faden auf sie ausgeübten Zwanges ganz ebenso wie wenn sie durch eine kreisförmig gebogene Rinne die Kreisbahn einzuhalten gezwungen würde, da ich ja eine kreisförmig gebogene Rinne als aus unendlich vielen schiefen Ebenen zusammengesetzt vorstellen kann (s. S. 139).



Die beiden soeben behandelten Beispiele haben neben grosser Einfachheit noch die Eigenthümlichkeit gemein, dass in der Potenzreihe die Coefficienten bis auf einen gleich Null werden, weshalb dieselbe sofort eine der Interpretation zugängliche Beziehung lieferte. Diese Eigenthümlichkeit wird sich natürlich nur in den seltensten Fällen zeigen; und es gilt jetzt, hiervon unabhängig zu werden.

Seit dem Erscheinen der „Disquisitiones generales circa seriem infinitam etc." ist es unbeschadet der Allgemeinheit der Betrachtung ermöglicht, die allgemeine Potenzreihe durch eine specielle zu ersetzen. Gauss hat nämlich a. a. O. gezeigt, dass seine Reihe $F(a, b, c, x)$, je nachdem die Grössen a, b, c so oder etwas anders bestimmt werden, algebraische, logarithmische, trigonometrische oder höhere transcendente Functionen darstellen, und dass man wohl behaupten kann, es sei noch kaum irgend eine transcendente Function von den Mathematikern untersucht, die sich nicht auf diese Reihe zurückführen lasse. Wenn man also, wie dies im allgemeinen der Fall sein wird, nicht im Stande ist, aus den mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate möglichst genau bestimmten Werthen der Coefficienten der Potenzreihe zu erkennen, durch welche Function der in der Potenzreihe enthaltenen Abhängigkeit genügt wird, so kann man die Potenzreihe in eine Gauss'sche Reihe überführen und alsdann aus den Werthen der Argumente a, b, c direct den Charakter der zu bestimmenden functionellen Abhängigkeit herauslesen.

Sollte sich übrigens doch einmal die Gauss'sche Reihe als noch nicht allgemein genug erweisen, so würde dadurch das in Folgendem zu zeigende Verfahren keine wesentliche Aenderung erfahren, sondern nur noch etwas langwieriger werden. Es ist nämlich die Gauss'sche Reihe diejenige geometrische Reihe II. Ordn., bei welcher der Nenner der Definitionsgleichung

$$\frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} = \frac{\alpha_2 n^2 + \alpha_1 n + \alpha_0}{\beta_2 n^2 + \beta_1 n + \beta_0} x$$

die Wurzel — 1 enthält, und so wie es sich dem heutigen Stande der Mathematik entsprechend empfiehlt, die Potenzreihe durch diese geometrische Reihe II. Ordn. zu ersetzen, anstatt die einfachere allgemeine geometrische Reihe I. Ordn. zu wählen, so dürfte es sich später ja vielleicht empfehlen, gleich die allgemeine geometrische Reihe II. Ordn. oder gar die meines Wissens besonders von Pfaff behandelte hypergeometrische Reihe III. Ordn. einzuführen. Scheibner hat in seiner Gratulationsschrift bereits hypergeometrische Reihen n. Ordn. behandelt.

Es ist

$$\mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \cdots = \mu_0 \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_0} + \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_0} + \frac{\mu_3}{\mu_2} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} + \cdots \right),$$

und die Klammer auf der rechten Seite der Gleichung enthält eine geometrische Reihe I. Ordn., wenn zwischen den Quotienten der auf einander folgenden Glieder die Beziehung besteht:

$$\frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} = \frac{\alpha_1 n + \alpha_0}{\beta_1 n + \beta_0} x;$$

dagegen enthält sie eine geometrische Reihe II. Ordn., wenn erfüllt ist:

$$\frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} = \frac{\alpha_2 n^2 + \alpha_1 n + \alpha_0}{\beta_2 n^2 + \beta_1 n + \beta_0} x.$$

Eine geometrische Reihe III. Ordn. enthält sie, wenn die Bedingung besteht:

$$\frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} = \frac{\alpha_3 n^3 + \alpha_2 n^2 + \alpha_1 n + \alpha_0}{\beta_3 n^3 + \beta_2 n^2 + \beta_1 n + \beta_0} x,$$

u. s. w.

Zur Illustration des Verfahrens bei der Eruirung der functionellen Abhängigkeit aus der Potenzreihe mit ihren experimentell bestimmten Coefficienten soll untersucht werden, in welcher Weise die Geschwindigkeit, mit welcher eine Kugel eine schiefe Ebene hinabrollt, von der Neigung der schiefen Ebene gegen die Horizontalebene abhängt.

Zu dem Zwecke bestimme ich für verschiedene Neigungswinkel φ die Geschwindigkeiten γ, welche die Kugel am Ende der ersten Secunde erlangt hat, nach demselben Verfahren, nach welchem vorhin die Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde beim freien Fall gefunden wurde.

Die Aenderung der Reibung mit der Aenderung der Neigung φ darf sich bei mit Sorgfalt ausgeführten Experimenten nicht als störend erweisen. Es muss die Reibung, wie beim freien Fall der Luftwiderstand, als zu vernachlässigende Grösse behandelt werden können, damit sich durch nichts gestört die gerade untersuchte gesetzmässige Abhängigkeit in voller Einfachheit zeigen kann. Sollte einmal eine Elimination derartiger secundärer Ursachen experimentell nicht möglich sein, so müsste die Potenzreihe nach zwei oder mehr Variablen fortschreiten, was natürlich die schliessliche Erkenntnis der bestehenden Gesetzmässigkeiten bedeutend erschweren, aber doch wohl nicht unmöglich machen würde. Wenigstens sind von Scheibner auch schon hypergeometrische Reihen mit mehreren Variablen behandelt worden.

Für die Potenzreihe

$$\gamma = a + b\varphi + c\varphi^2 + d\varphi^3 + \cdots$$

erhält man zunächst gleich im vorliegenden Falle die Bemerkung $a = 0$ aus der Beobachtung, dass sich die Kugel auf horizontaler Ebene nicht in Bewegung setzt. Ferner aber zeigt sich, wenn man die Coefficienten der Potenzreihe mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt, dass die Coefficienten der Potenzen mit geraden Exponenten gleich Null oder wenigstens sehr nahe gleich Null werden, wenn man φ, in Bruchtheilen von π ausgedrückt, nicht zu gross gewählt hat, damit die Reihe rasch convergirt und man sich mit der Berechnung der 7 bis 8 ersten Coefficienten begnügen kann. Ein solches Ergebnis berechtigt zu dem Schlusse, dass sich bei vollkommen genauer Rechnung für die Coefficienten der Potenzen mit geraden Exponenten genau der Werth Null ergeben haben würde. Man darf also setzen:

$$\gamma = \varphi (b + d\varphi^2 + f\varphi^4 + h\varphi^6 + k\varphi^8 + \cdots).$$

In dieser Reihe bestimmt man wieder mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die fünf ersten Coefficienten: b, d, f, h, k und bildet die vier Quotienten:

$$\frac{d}{b} = A; \; \frac{f}{d} = B; \; \frac{h}{f} = C; \; \frac{k}{h} = D.$$

Zur Bestimmung der fünf Grössen

$$\frac{\alpha_0}{\alpha_2} = x_1; \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = x_2; \quad \frac{\beta_0}{\beta_2} = y_1; \quad \frac{\beta_1}{\beta_2} = y_2; \quad \frac{\alpha_2}{\beta_2} = z$$

in der Definitionsgleichung der hypergeometrischen Reihe

$$\frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} = \frac{\alpha_2 n^2 + \alpha_1 n + \alpha_0}{\beta_2 n^2 + \beta_1 n + \beta_0} \varphi^2 = z \frac{n^2 + n x_2 + x_1}{n^2 + n y_2 + y_1} \varphi^2$$

sind nämlich zwar fünf Gleichungen erforderlich, aber die Gauss-sche Reihe $F(a, b, c, x)$ liefert noch eine Gleichung, da in ihr der Nenner der Definitionsgleichung: $\beta_2 n^2 + \beta_1 n + \beta_0$ die Wurzel -1 hat. Aus $\beta_2 n^2 + \beta_1 n + \beta_0 = (n + c)(n + 1)$ folgt:

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = c + 1 = y_2$$

$$\frac{\beta_0}{\beta_2} = \quad c \quad = y_1.$$

Zur Bestimmung der fünf Grössen x_1, x_2, y_1, y_2, z habe ich also die Gleichungen

$$y_2 = 1 + y_1$$

$$A = z \frac{x_1}{y_1}$$

$$B = z \frac{1 + x_2 + x_1}{1 + y_2 + y_1}$$

$$C = z \frac{4 + 2x_2 + x_1}{4 + 2y_2 + y_1}$$

$$D = z \frac{9 + 3x_2 + x_1}{9 + 3y_2 + y_1},$$

und wenn ich zur Abkürzung setze: $z = u$; $z x_2 = v$; $z x_1 = w$, so folgt aus denselben:

$$1. \quad \begin{cases} y_1 = w : A \\ y_2 = 1 + w : A \end{cases}$$

und

$$2. \quad \begin{cases} 2B = u + v + w\left(1 - \frac{2B}{A}\right) \\ 6C = 4u + 2v + w\left(1 - \frac{3C}{A}\right) \\ 12D = 9u + 3v + w\left(1 - \frac{4D}{A}\right). \end{cases}$$

Aus den Gleichungen unter 2. folgt:

$$3.\quad \begin{cases} u = \dfrac{AB - 6AC + 6AD + qBC + 6CD - 16BD}{A - 6B + 9C - 4D} \\ v = \dfrac{-5AB + 24AC - 18AD - 27BC - 6CD + 32BD}{A - 6B + 9C - 4D} \\ w = \dfrac{A(6B - 18C + 12D)}{A - 6B + 9C - 4D}. \end{cases}$$

Durch experimentelle Bestimmung der Werthe der Beschleunigung γ für die Neigungswinkel $\varphi = 5^0,\ 6^0,\ 7^0,\ 8^0,\ 9^0$ nach dem für den freien Fall durchgeführten Verfahren erhält man:

$$\begin{aligned} \gamma_5 &= 9{,}8 \cdot 0{,}08716 = 0{,}85417 \\ \gamma_6 &= 9{,}8 \cdot 0{,}10453 = 1{,}02439 \\ \gamma_7 &= 9{,}8 \cdot 0{,}12187 = 1{,}19433 \\ \gamma_8 &= 9{,}8 \cdot 0{,}13917 = 1{,}36387 \\ \gamma_9 &= 9{,}8 \cdot 0{,}15643 = 1{,}53301; \end{aligned}$$

mithin ergibt die Potenzreihe

$$\gamma = \varphi\,(b + d\varphi^2 + f\varphi^4 + h\varphi^6 + k\varphi^8 + \cdots)$$

die fünf Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0{,}85417 &= 0{,}08727 \cdot b + 0{,}00066 \cdot d \\ 1{,}02437 &= 0{,}10472 \cdot b + 0{,}00115 \cdot d + 0{,}00001 \cdot f \\ 1{,}19433 &= 0{,}12217 \cdot b + 0{,}00182 \cdot d + 0{,}00003 \cdot f \\ 1{,}36387 &= 0{,}13963 \cdot b + 0{,}00272 \cdot d + 0{,}00005 \cdot f + 0{,}0000001 \cdot h \\ 1{,}53301 &= 0{,}15708 \cdot b + 0{,}00388 \cdot d + 0{,}000096 \cdot f + 0{,}000002 \cdot h + \\ &\quad + 0{,}00000006 \cdot k. \end{aligned}$$

Aus diesen fünf Gleichungen berechnen sich die Werthe:

$b = +9{,}8;\ d = -1{,}667;\ f = +0{,}082;\ h = -0{,}0002;\ k = +0{,}000003.$

Demnach ist

$A = -0{,}17;\ B = -0{,}05;\ C = -0{,}024;\ D = -0{,}015,$

und mit diesen Werthen berechnet sich aus 3.:

$$u = -0{,}01;\ v = -1{,}11;\ w = -0{,}31,$$

oder mit Rücksicht auf die Abkürzungen $z = u,\ zx_2 = v,\ zx_1 = w$ und auf 1.:

$$z = -0{,}01;\ x_2 = +111;\ x_1 = +31;\ y_2 = +28;\ y_1 = +1{,}8.$$

Für die Definitionsgleichung der Gauss'schen Reihe erhalte ich also:

$$\frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} = z\,\frac{n^2 + n \cdot 111 + 31}{n^2 + n \cdot 2{,}8 + 1{,}8} \cdot \frac{\varphi^2}{-100} = \frac{(n + 110{,}7)(n + 0{,}3)}{(n + 1{,}8)(n + 1)} \cdot \frac{\varphi^2}{-100}.$$

Es ist die Potenzreihe

$$\gamma = \varphi\,(9{,}8 - 1{,}667\,\varphi^2 + 0{,}082\,\varphi - 0.0002\,\varphi^6 + 0.000003\,\varphi^8 - + \cdots)$$

$$= \varphi\, F\left(110{,}7;\ 0{,}3;\ 1{,}8;\ -\frac{\varphi^2}{100}\right),$$

und es kann bei Betrachtung der von Gauss zusammengestellten Tafel (Gauss' Werke, Göttingen 1866, Bd. 3 S. 127) kein Zweifel bleiben, dass diese F-Function den Charakter der Sinusfunction trägt; denn wenn auch 1,8 nicht genau $= \frac{3}{2}$, wenn auch 110,7 und 0,3 nicht sehr gross sind, so ist doch angenähert $110{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot 4 = 100$, die Reihe schreitet nach ungeraden Potenzen von φ fort, und die Variable hat in der F-Function das negative Vorzeichen. Vor allen Dingen aber lässt der in der Rechnung festgehaltene Grad der Genauigkeit gar keine bessere Uebereinstimmung erwarten.

Die Reihe

$$\gamma = 9{,}8 \cdot \varphi - 1{,}667\,\varphi^3 + 0{,}082\,\varphi^5 - 0{,}0002\,\varphi^7 + 0{,}000003\,\varphi^9 - + \cdots$$

verglichen mit der Reihe

$$\sin\varphi = 1 \cdot \varphi - \frac{1}{6}\varphi^3 + \frac{1}{120}\varphi^5 - \frac{1}{5040}\varphi^7 + \frac{1}{362880}\varphi^9 - + \cdots$$

lässt leicht erkennen:

$$\gamma = 9{,}8 \cdot \sin\varphi = g \cdot \sin\varphi,$$

und indem man den Sinus geometrisch interpretirt, erfährt man, dass die beschleunigende Kraft auf der schiefen Ebene gleich der zur schiefen Ebene parallelen Componente der Schwerkraft ist. —

Die Zahl der Beispiele, welche sich nach obigem Verfahren behandeln liessen, könnte ich leicht beträchtlich vermehren. Ich habe obige drei Beispiele nur deshalb gewählt, weil das erste das Trägheitsgesetz, das dritte das Gesetz vom Parallelogramm, das zweite bei besonderer Beleuchtung des Satzes vom Parallelogramm Hindeutungen auf den Satz von den virtuellen Bewegungen ergibt, und weil die Verknüpfung der drei betrachteten Bewegungen durch dieselbe Theorie der Erdanziehung eine möglichst enge ist, also die Bedeutung des allgemeinen Satzes vom Zusammenhange unseres Wissens deutlich illustrirt wird.

Es kam mir darauf an zu zeigen, dass und wie das Experiment im Stande ist, nicht bloss über mehr oder weniger sichere Schlüsse aus hypothetischen Voraussetzungen zu entscheiden, sondern auch

selbständig zur Erkenntnis von neuen nicht vermutheten Gesetzmässigkeiten im Naturgeschehen hinzuführen und damit der Theorie Aufgaben zu stellen, anstatt solche von ihr zu empfangen. Ich wurde hingelenkt zu obigen Untersuchungen durch erkenntnistheoretische Fragen, besonders durch die Frage Kant's: Wie und unter welchen Bedingungen ist erfahrungsmässige Erkenntnis, Erfahrung als Wissenschaft, methodisch geordnete Erfahrung möglich? und speciell der dritten Unterfrage: Wie entsteht aus den Erfahrungswahrheiten Wissenschaft oder eine methodisch geordnete Erkenntnis der Erscheinungswelt?

Gewiss werden viele an die praktische Verwendbarkeit des vorgezeichneten Verfahrens zur Auffindung von Gesetzmässigkeiten im Naturgeschehen wegen übergrosser Länge der nothwendigen Rechnungen nicht recht glauben mögen; doch aber ist die Möglichkeit zur Vereinfachung der Rechnung nie ausgeschlossen. Wie mühselig erscheinen die Rechnungen des Astronomen Euler und wie elegant dagegen diejenigen des Astronomen Gauss. Aber auch für diejenigen, welche in die Experimentalphysik nicht Rechnungen von solcher Ausdehnung einführen möchten, wie sie bis jetzt nur die Astronomie kennt, dürfte obige Untersuchung vielleicht nicht alles Interesse entbehren, eben wegen ihrer Beziehung zu den erwähnten trotz Kant noch unbeantworteten Fragen der Erkenntnistheorie. Gewiss ist es sehr wenig, was in Obigem der Erkenntnistheorie an Material zugeführt ist; aber es unterscheidet sich ja die Jetztzeit in ihrem Schaffen von den verflossenen Jahrhunderten dadurch, dass durch viele mit Arbeitstheilung in den einzelnen Räumen des grossen Baues der Wissenschaft geschaffen wird, was früher einzelne grosse Geister allein in Angriff nahmen, und dabei nähert sich der grosse Bau mindestens sicherer und ich glaube auch schneller als früher seiner Vollendung, freilich der Natur der Sache nach nur asymptotisch.

Geschwindigkeit und Dauer des Ausflusses aus einem theils mit Flüssigkeit, theils mit Luft gefüllten, oben verschlossenen Gefässe.

Von

P. v. Schäwen.

Aus einem grösseren Gefässe fliesst eine incompressible Flüssigkeit von der Dichtigkeit D durch eine feine Oeffnung q aus, welche in dem unteren Theil der Seitenwand oder im Boden angebracht ist. Die xy-Ebene des Coordinatensystems befindet sich in der freien Oberfläche der Flüssigkeit, die z-Achse ist vertical abwärts gekehrt. Ausser der Schwere wirken die beiden Druckkräfte: P auf die Einheit der freien Oberfläche vertical abwärts, und in entgegengesetzter Richtung p auf die Ausflussöffnung. Die freie Oberfläche der Flüssigkeit sei Q, ihre Erhebung über das Niveau der Ausflussöffnung sei h. Das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft gibt für die Geschwindigkeit v der ausfliessenden Theilchen die Gleichung

$$v^2\left[1-\left(\frac{q}{Q}\right)^2\right]=\frac{2}{D}(P-p)+2gh.$$

Wenn das Niveau um z gesunken ist, wird die dann vorhandene Geschwindigkeit v_z aus der Gleichung

$$v_z^2\left[1-\left(\frac{q}{Q_z}\right)^2\right]=\frac{2}{D}(P_z-p_z)+2g(h-z)$$

erhalten. Q_z ist die freie Oberfläche an jener Stelle, P_z und p_z sind die dann wirksamen Druckkräfte. Hierbei wird aber vorausgesetzt, dass an der Ausflussstelle die Wand des Gefässes so dünn ist, dass beim Ausfliessen der Flüssigkeit keinerlei Reibungswiderstände eintreten. Auch sollen die Flüssigkeitstheilchen sich nicht gegenseitig in ihrer Beweglichkeit stören. Für die Folge wird ferner angenommen, dass q im Verhältnis zu den Dimensionen des Gefässes so klein ist, dass $\left(\frac{q}{Q}\right)^2$ gegen die Einheit vernachlässigt werden kann, und auch

so klein, dass ein gegenseitiges Ausweichen von Luft und Flüssigkeit nicht gestattet ist. Dann geht die Gleichung für die Geschwindigkeit über in

$$v^2 = \frac{2}{D}(P - p) + 2gh$$

und wenn das Niveau sich um z gesenkt hat:

$$v_z^2 = \frac{2}{D}(P_z - p_z) + 2g(h - z).$$

Es sollen nun drei Fälle untersucht werden.

I. Das Gefäss ist oben offen, das Niveau wird auf irgend eine Weise constant erhalten.

In diesem einfachsten Falle sind P und p constant und gleich dem Atmosphärendrucke. Daher erhält man constante Ausflussgeschwindigkeit

$$v^2 = 2gh,$$

das bekannte Theorem von Torricelli.

II. Das Gefäss ist oben offen, aber das Niveau wird nicht mehr constant erhalten.

P und p sind wieder gleich dem Atmosphärendrucke. Die Geschwindigkeit ist nicht mehr constant, sondern nimmt mit wachsendem z ab:

$$v^2 = 2g(h - z).$$

Während des Zeitelements dt sinke das Niveau um dz, so fliesst an der Ausflussstelle $\alpha q v dt$ aus, wo α der Contractionscoefficient, also αq der kleinste Querschnitt des ausfliessenden Strahls ist. Andererseits ist dieses ausgeflossene Volumen offenbar gleich Qdz, so dass

$$dt = \frac{Qdz}{\alpha q v},$$

folglich in diesem Falle

$$dt = \frac{Qdz}{\alpha q \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h - z}}.$$

Daher senkt sich das Niveau um z in der Zeit

$$t = \frac{1}{\alpha q \sqrt{2g}} \int_0^z \frac{Qdz}{\sqrt{h - z}}.$$

Wenn Q als Function von z gegeben ist, so kann die Integration stets ausgeführt und das Resultat experimentell geprüft werden. Der

einfachste Fall tritt ein, wenn das Gefäss prismatisch oder cylindrisch, also Q constant ist. Dann wird

$$t = \frac{2\,Q\,(\sqrt{h} - \sqrt{h - z})}{\alpha q \sqrt{2g}}.$$

Wegen der Gleichförmigkeit und Ruhe, mit welcher der Ausflussprocess vor sich geht, eignen sich gerade diese Versuche zur Bestimmung des Coefficienten α. Man findet

$$\alpha = \frac{2\,Q\,(\sqrt{h} - \sqrt{h - z})}{q t \sqrt{2g}}.$$

III. Das Gefäss ist allseitig geschlossen, mit einer feinen Ausflussöffnung unten in der Seitenwand versehen und zum Theil mit Luft, zum Theil mit Flüssigkeit gefüllt.

Die soeben untersuchten beiden Fälle sind bekanntlich vielfach theoretisch wie experimentell Gegenstand der Untersuchung gewesen. Dagegen scheinen für diesen dritten Fall bisher weder die theoretische Untersuchung noch Versuche angestellt zu sein.

p ist constant und gleich dem Atmosphärendrucke. P ist der Druck der von den Gefässwänden und dem Flüssigkeitsspiegel eingeschlossenen Luft. Dieser Druck ist nicht constant, sondern wird um so kleiner, je mehr Flüssigkeit ausfliesst, je grösser das Volumen der eingeschlossenen Luft wird. Er wird also eine Function von z sein, was dadurch angedeutet werden soll, dass P den Index z erhält. Man erhält folglich die Geschwindigkeit des Ausflusses aus der Gleichung

$$v^2 = \frac{2}{D}(P_z - p) + 2g\,(h - z).$$

In den ersten beiden Fällen ging D aus der Formel heraus, so dass die Natur der Flüssigkeit ganz gleichgültig war. Hier bleibt D in der Formel. Daher ist die Ausflussgeschwindigkeit in diesem Falle auch von der Natur der Flüssigkeit abhängig. Der Einfachheit wegen soll im Folgenden $D = 1$ gesetzt werden.

Wenn für $z = 0$ das Volumen der eingeschlossenen Luft V_0, ihr Druck P_0, für die Niveausenkung z ihr Volumen V_z, ihr Druck P_z ist, so ist nach dem Mariotte'schen Gesetze

$$V_z P_z = V_0 P_0,$$

folglich
$$v^2 = \frac{2\,V_0 P_0}{V_z} - 2p + 2g\,(h - z).$$

Das Wasser wird in einem continuirlichen Strahle ausfliessen, so-lange die rechte Seite dieser Gleichung positiv ist. Es tritt kein Wasser mehr aus, wenn $v = 0$ geworden ist. Wenn V_z als Function von z gegeben ist, so gibt die Gleichung

$$\frac{V_0 P_0}{V_z} - p + g\,(h - z) = 0$$

den Grenzwerth von z, für welchen dieses Aufhören des Ausflusses eintritt.

Es soll nun die Geschwindigkeit und Dauer des Ausflusses für eine bestimmte Gefässform herechnet werden und zwar für den einfachsten Fall. Das Gefäss ist ein gerader Cylinder mit dem Querschnitte Q. Es ist bis zur Höhe h über dem Niveau der Ausflussstelle mit Wasser gefüllt, darüber befindet sich die Luftsäule von der Höhe H. Da sich die Volumina zweier Cylinder von gleichem Querschnitt wie ihre Höhen verhalten, ist

$$V_0 : V_z = H : (H + z),$$

daher
$$v^2 = \frac{2\,P_0 H}{H + z} - 2p + 2g\,(h - z)$$

oder
$$v^2 = \frac{2g}{H + z}\left[\frac{P_0 - p}{g} \cdot H + Hh - z\left(\frac{p}{g} + H - h\right) - z^2\right].$$

Es sei nun
$$p = gk \quad \text{und} \quad P_0 = g\,(k + K),$$

so wird
$$v^2 = \frac{2g}{H + z}\,[H(K + h) - z\,(k + H - h) - z^2].$$

Die beiden Grössen k und K, welche hier lediglich eingeführt wurden, um die Rechnung bequemer zu gestalten, lassen eine einfache physikalische Deutung zu. Der Druck eines Gases wird durch die Höhe einer Quecksilbersäule gemessen, ist aber nicht mit dieser identisch, sondern er ist gleich der Wirkung der Schwere auf diese Quecksilbersäule. Demnach ist k die Barometerhöhe, multiplicirt mit der Dichtigkeit des Quecksilbers 13,596, und K der ebenfalls mit 13,596 multiplicirte Niveauunterschied im offenen Quecksilbermanometer zu Anfang des Ausflusses. Wenn die aus dem Gefässe ausfliessende Flüssigkeit Quecksilber ist, so sind k und K die Barometer- resp. Manometerhöhe selbst.

Die für v gefundene Formel gibt die Ausflussgeschwindigkeit für jede Niveausenkung z. Die Formel lehrt, dass ein Ausfluss stets eintritt, wenn $K+h$ positiv ist. Der Ausfluss dauert so lange, als v^2 einen positiven Werth hat. Er hört auf, wenn $v=0$ wird. Den Grenzwerth von z liefert die Gleichung

$$z^2+(k+H-h)z-(K+h)H=0.$$

Bei Gefässen von gewöhnlicher Höhe ist der Coefficient von z positiv. Daher hat die Gleichung eine positive und eine negative Wurzel. Die positive Wurzel ist der Grenzwerth von z.

Man kann das Resultat experimentell prüfen. Jedes ausfliessende Wassertheilchen beschreibt eine Parabel, deren Gleichung

$$\xi^2=\frac{2v^2\zeta}{g}.$$

Der Anfangspunkt des $\xi\eta\zeta$-Systems ist die Ausflussstelle, die Achsen sind denen des xyz-Systems parallel und gleichgerichtet. Da v variabel, beschreibt jedes ausfliessende Theilchen eine andere Parabel. Für den Beginn des Ausflusses ist

$$v_0^2=2g(K+h), \quad \text{also } \xi_0^2=4\zeta_0(K+h),$$

wo ξ_0 und ζ_0 direct zu messen sind.

Um die Dauer des Ausflusses zu berechnen, ist der Werth von v einzusetzen in

$$dt=\frac{Q\,dz}{\alpha q v}.$$

Nach dem Obigen muss v sich in der Form darstellen lassen

$$v=\sqrt{\frac{2g(m+z)(n-z)}{H+z}}.$$

Daher
$$dt=\frac{Q}{\alpha q\sqrt{2g}}\cdot\frac{\sqrt{H+z}\cdot dz}{\sqrt{(m+z)(n-z)}}.$$

Folglich sinkt der Wasserspiegel um z in der Zeit

$$t=\frac{Q}{\alpha q\sqrt{2g}}\cdot\int_0^z\frac{\sqrt{H+z}\cdot dz}{\sqrt{(m+z)(n-z)}}.$$

Ich setze nun
$$z=n-(H+n)\sin^2\varphi$$

und
$$\frac{H+n}{m+n}=\lambda^2,$$

so wird

$$\begin{aligned} dz &= -2(H+n)\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi \\ H+z &= (H+n)\cos^2\varphi \\ n-z &= (H+n)\sin^2\varphi \\ m+z &= (m+n)(1-\lambda^2\sin^2\varphi). \end{aligned}$$

Daher wird das Integral

$$2\lambda\sqrt{H+n}\cdot\int_{\varphi_2}^{\varphi_1}\frac{\cos^2\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi}}$$

$$\varphi_1 = \arc\sin\sqrt{\frac{n}{H+n}},\quad \varphi_2 = \arc\sin\sqrt{\frac{n-z}{H+n}}.$$

Der Werth dieses elliptischen Integrals zweiter Gattung ist nun zu bestimmen. Es sei

$$\int\frac{\cos^2\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi}} = J.$$

Wenn λ ein sehr kleiner echter Bruch ist, so kann man setzen

$$(1-\lambda^2\sin^2\varphi)^{-\frac{1}{2}} = 1+\frac{\lambda^2}{2}\sin^2\varphi.$$

Daher

$$\begin{aligned} J &= \int\cos^2\varphi\, d\varphi + \frac{\lambda^2}{2}\int\sin^2\varphi\, d\varphi \\ &= \frac{\varphi}{2}+\frac{1}{4}\sin(2\varphi)+\frac{\lambda^2\varphi}{16}-\frac{\lambda^2\sin(4\varphi)}{64}. \end{aligned}$$

Folglich wird die gesuchte Ausflussdauer

$$\begin{aligned} t &= \frac{\lambda Q\sqrt{H+n}}{\alpha q\sqrt{2g}}\left(\varphi_1-\varphi_2+\frac{1}{2}(\sin 2\varphi_1-\sin 2\varphi_2)+\frac{\lambda^2}{16}(\varphi_1-\varphi_2)-\frac{\lambda^2}{64}(\sin 4\varphi_1-\sin 4\varphi_2)\right) \\ &= \frac{\lambda Q\sqrt{H+n}}{\alpha q\sqrt{2g}}\left(\varphi_1-\varphi_2+\sin(\varphi_1-\varphi_2)\cos(\varphi_1+\varphi_2)+\frac{\lambda^2}{32}[2(\varphi_1-\varphi_2)-\sin 2(\varphi_1-\varphi_2)\cos 2(\varphi_1+\varphi_2)]\right) \end{aligned}$$

Der specielle Fall, dass $H=0$, also das Gefäss vollständig mit Wasser gefüllt ist, ist kein Ausnahmefall. Die Rechnung wird aber wesentlich vereinfacht. Denn man erhält

$$v^2 = 2g(h-k-z).$$

Es tritt also ein Ausfluss nur ein, wenn $h > k$ ist. Man muss daher mit Gefässen von enormer Höhe beobachten. In dem oberen

Theil des Gefässes bildet sich eine Luftleere. Der Ausfluss hört auf, wenn $z = h - k$ geworden ist. Man findet die Ausflusszeit

$$t = \frac{2\,Q}{\alpha q \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h-k} - \sqrt{h-k-z}\right)$$

und gelangt also zu derselben Formel wie beim oben offenen Cylinder mit gleichem Querschnitte Q und der Niveauhöhe $h - k$, ein Resultat, dessen Richtigkeit ohne weiteres einleuchtet.

Bei den von mir mit cylindrischem Gefässe angestellten Versuchen war λ so klein, dass das letzte in $\frac{\lambda^2}{32}$ multiplicirte Glied vernachlässigt werden konnte. Der Gang der Rechnung war folgender:

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{2\sqrt{H(K+h)}}{k+H-h}$$

$$m = \sqrt{H(K+h)} \cdot \cot \frac{1}{2}\mu, \qquad n = \sqrt{H(K+h)} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2}\mu$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{H+n}{m+n}}$$

$$\varphi_1 = \arcsin\sqrt{\frac{n}{H+n}}, \qquad \varphi_2 = \arcsin\sqrt{\frac{n-z}{H+n}}$$

$$t = \frac{\lambda Q \sqrt{H+n}}{\alpha q \sqrt{2g}} \left[\varphi_1 - \varphi_2 + \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\cos(\varphi_1 + \varphi_2)\right].$$

Ich experimentirte mit einem cylindrischen Glasgefässe (Fig. 1 auf folgender Seite) von 40^{cm} äusserer Höhe. Die Flasche hatte drei Tubuli, zwei an der Decke zur Aufnahme eines Thermometers und eines offenen Quecksilbermanometers, sowie einer langen Glasröhre mit Glashahn, und einen Tubulus unten an der Seitenwand zum Anbringen der Ausflussöffnung. Der Mittelpunkt dieses letzten Tubulus befand sich $2{,}5^{\mathrm{cm}}$ über dem äusseren Boden des Gefässes. Die Seitenwand der Flasche trug zwei einander diametral gegenüberstehende Scalen von 28^{cm} Höhe, deren Nullpunkt im Niveau der Ausflussöffnung lag. Ein rundes Loch in dünner Weissblechplatte diente als Ausflussöffnung, so dass $q = 0{,}010586^{\mathrm{qcm}}$ war. Die Scheibe war auf einem Gummistopfen mit weiter cylindrischer Bohrung festgelackt und wurde so in dem unteren Tubulus angebracht. Diese Einrichtung war nur getroffen, um die Flasche bequem füllen zu können. Geschlossen

wurde die Ausflussöffnung durch einen Gummistopfen, welcher durch ein 3 kg schweres Eisenstück gegen die Blechplatte gepresst wurde. Durch eine einfache Hebelvorrichtung konnte der Verschluss ruhig und leicht entfernt werden, ohne dass der Apparat erschüttert wurde.

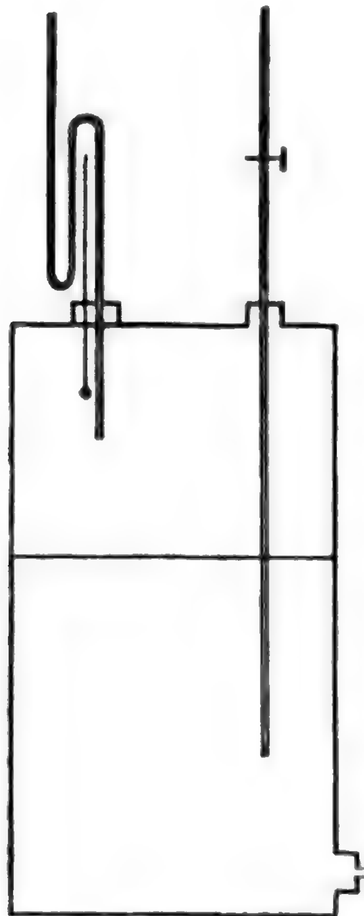


Fig. 1.

Um die Dimensionen der Flasche zu bestimmen, wurden im ganzen 230 Beobachtungen angestellt. Es wurde das Gewicht der zwischen der Decke und verschiedenen Scalenstrichen enthaltenen Wassermasse bestimmt. Die Flasche erwies sich in dem Intervall 0—20 cm als recht gut cylindrisch. Im Mittel wurde $Q = 206{,}89$ qcm gefunden.

Die Höhe der eingeschlossenen Luft für den Wasserspiegel 20 cm war $H = 17{,}122$ cm. Zur Erhöhung des Druckes dieser eingeschlossenen Luft diente die Röhre mit Glashahn. Das untere Ende tauchte immer unter den Wasserspiegel. Durch das obere Ende der Röhre, welche durch andere Röhren und Gummischläuche bis zur Zimmerdecke verlängert werden konnte, wurde bei geöffnetem Hahn so lange Wasser eingefüllt, bis P_0 die gewünschte Höhe erreicht hatte, und dann der Hahn geschlossen.

Der Contractionscoefficient α wurde, wie vorstehend angegeben, bei oben offenem Gefässe bestimmt. 10 Beobachtungen ergaben im Mittel $\alpha = 0{,}752285$. Der sonst für kleine Oeffnungen in dünner Wand angegebene Coefficient ist kleiner. Der hier gefundene grössere Werth findet seine Erklärung in dem Umstande, dass die Ausflussöffnung nicht direct in der Glaswand des Gefässes, sondern am Ende eines cylindrischen Kanals angebracht war.

Endlich wurde die Dichtigkeit des Quecksilbers zu 13,596 und die Beschleunigung der Schwere zu 9,809 m, der Breite 49° 13′ 59″ des Beobachtungsortes gemäss, festgesetzt.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate von 20 Beobachtungen zusammengestellt. Die zweite Columne gibt den Niveauunterschied im Manometer beim Beginn des Ausflusses. Die geringen Unter-

schiede zwischen beobachteter und berechneter Ausflusszeit — im Maximum 7% der beobachteten Zeit — lassen die Annahme gerechtfertigt erscheinen, dass diese Unterschiede in den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern ihren Grund haben, und dass somit zwischen Rechnung und Beobachtung genügende Uebereinstimmung herrscht.

Barometer cm	Manometer cm	Temperatur C.	h cm	z cm	Zeit in Secunden beobachtet	Zeit in Secunden berechnet
75,52	1,8	17	10,75	0,75	110	104
75,53	4,5	16,4	12,45	2	200	213,5
75,9	5,15	15	17,45	1,55	150	158,5
75,86	0	16,75	13,35	0,25	60	56,4
75,87	0	16,9	13	0,25	60	57,6
75,86	0	16,9	12,525	0,275	70	71,5
75,55	0,1	16	10,55	0,25	60	58,3
75,55	5	16,25	11,9	1,3	100	107,3
75,9	5,1	15	17,45	1,5	150	149
75,9	5,25	15	17,1	1,35	120	118
75,52	10,4	16,9	13,5	2,9	200	196
75,52	2,6	16,9	10,6	0,65	100	107,2
75,85	9,7	17	15,15	3	240	254,4
75,83	10,4	17,25	13,6	3,425	300	291,5
75,6	9,8	22,25	20,875	1,825	120	121,4
75,6	1,55	22,25	19,05	0,7	120	120,7
75,6	2,65	22,25	19,3	0,95	145	141,1
75,6	10,65	22,75	14,4	3,475	330	322,5
75,6	2,4	22,5	11,8	1,075	180	174,8
75,6	2,2	22,625	11,45	1	150	158,1

Die Mariotte'sche Flasche bietet eine einfache und sinnreiche Combination der drei soeben untersuchten Fälle. Sie ist ein cylindrisches Gefäss (Fig. 2 auf folgender Seite) mit zwei Tubulis, einem in der Decke zur Aufnahme einer geraden Röhre CD und einem andern unten in der Seitenwand für die Ausflussöffnung A. Die Röhre geht so weit in das Gefäss, dass das untere Ende D sich zwischen dem Wasserspiegel EF und dem Querschnitte AB der Ausflussstelle befindet. Wenn zu Anfang das Wasser in der Röhre ebenso hoch steht wie im Gefässe, so ist die Spannung der eingeschlossenen Luft gleich dem Atmosphärendrucke. Die Röhre dient, solange sie Wasser enthält, offenbar als offenes Wassermanometer. Nach und nach wird alles Wasser bis zum Querschnitte AB ausfliessen. Aber man muss drei Phasen unterscheiden. Solange die Röhre noch Wasser enthält,

findet der dritte Fall statt. Denn das Gefäss ist allseitig geschlossen und theils mit Wasser, theils mit Luft gefüllt. Die Röhre dient,

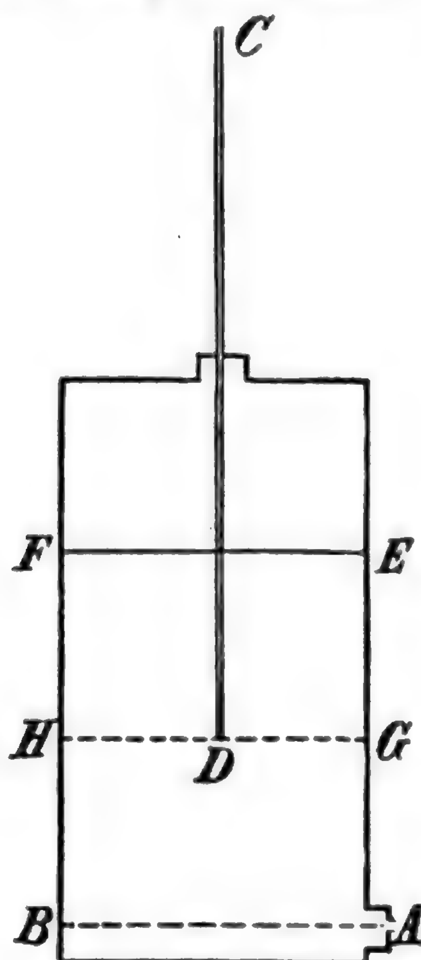


Fig. 2.

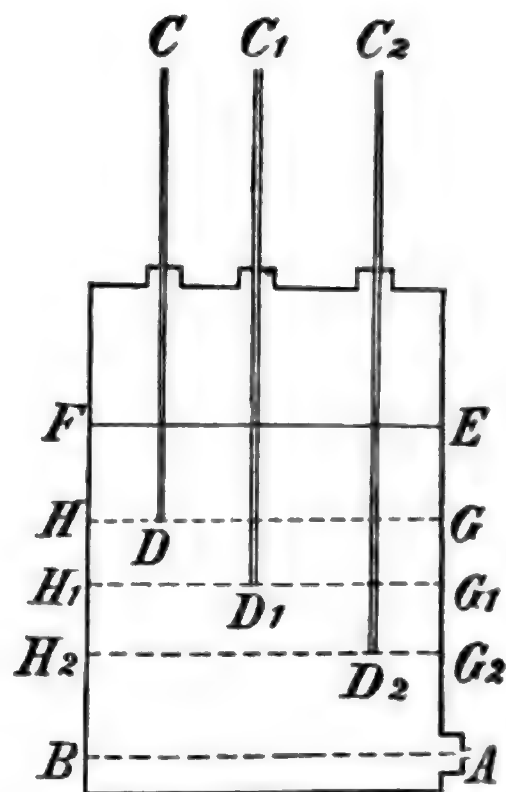


Fig. 3.

wie schon gesagt, während dieser Zeit lediglich als Manometer. Dabei darf freilich nicht übersehen werden, dass die Röhre so eng sein muss, dass der Zufluss des in ihr enthaltenen Wasserquantums unberücksichtigt bleiben kann.

Die zweite Phase beginnt in dem Augenblicke, in welchem das Wasser in der Röhre bis D gesunken ist. Dann tritt eine Luftblase bei D in das Gefäss und vermehrt die Spannung der eingeschlossenen Luft. Solange in der Flasche Wasser über dem durch D gehenden Querschnitte GH enthalten ist, gilt der erste Fall: Ausfluss aus oben offenem Gefäss bei constantem Niveau.

Endlich beginnt die dritte Phase, wenn der Wasserspiegel bis GH gesunken ist. Von da ab hat man ein oben offenes Gefäss mit variabler Niveauhöhe, also den zweiten der vorstehend untersuchten Fälle.

Wenn man zwei, drei oder mehr gerade Röhren (Fig. 3) durch die Decke der Flasche steckt: CD, C_1D_1, C_2D_2, . . . so sinkt in allen Röhren das Wasser gleichmässig bis zum Querschnitte GH. Natürlich treten die Luftblasen nur bei D in die Flasche. Der Aus-

fluss findet unter dem Drucke der Wassersäule AG statt. Schliesst man das obere Ende C der ersten Röhre hermetisch, z. B. mit einem benetzten Finger, so sinkt in allen übrigen Röhren das Niveau gleichmässig bis zum Querschnitte G_1H_1. Dann treten Luftblasen durch das untere Ende D_1 der zweiten Röhre ein. Der Ausfluss erfolgt unter dem Drucke der Wassersäule AG_1.

Während der zweiten Phase findet aus der Mariotte'schen Flasche constante Ausflussgeschwindigkeit unter dem Drucke der Wassersäule AG statt. Denn der durch die Röhre hindurch bei D wirksame Luftdruck hält sowohl dem Drucke der Wassersäule GE, vermehrt um den Druck der eingeschlossenen Luft, als auch dem an der Ausflussstelle wirksamen Luftdruck das Gleichgewicht. Indessen ist die Geschwindigkeit des Ausflusses keine absolut gleichförmige. Sie erreicht ihr Maximum, sobald eine Luftblase aus der Röhre tritt, und nimmt dann ab, bis sie ihr Minimum in dem Augenblicke erreicht, in welchem die nächste Blase sich anschickt, die Röhre zu verlassen. Diese Oscillationsphasen der Geschwindigkeit sind um so kleiner, je kleiner die einzelnen Luftblasen sind und je rascher sie einander folgen. Daher ist es praktisch, das untere Ende der Röhre in eine Spitze auszuziehen.

Bekanntlich findet gerade diese Eigenschaft der Mariotte'schen Flasche, in so einfacher Weise ein constantes Niveau zu bieten, in der Praxis Anwendung.

Wenn das untere Ende D der Röhre in AB oder darunter liegt, so hört der Ausfluss auf, sobald das Niveau in der Röhre bis AB gesunken ist. Denn dann hält die Spannung der eingeschlossenen Luft, vermehrt um den Druck der Wassersäule AE, dem Atmosphärendrucke das Gleichgewicht. Diesen Versuch beschreibt Mariotte in seinem Traité du mouvement des eaux. Mariotte beweist durch dieses Experiment die Existenz des Luftdrucks. Andere Versuche scheint Mariotte mit dem von ihm erfundenen Apparate nicht angestellt zu haben. Er scheint nicht bemerkt zu haben, dass seine Flasche eine so einfache Vorrichtung ist, ein constantes Niveau zu erhalten. Denn wo er mit constantem Niveau arbeitet, verschafft er sich dasselbe in anderer, minder einfacher Weise.

Ueber die Wärmeausdehnung des Schwefels, Kautschuks, Hartgummis, der Guttapercha und des Paraffins, sowie über die Verwendbarkeit des Hartgummis zu Compensationspendeln.

Von

Johannes Russner,

Assistent an der kgl. Höheren Gewerbeschule in Chemnitz.

Nach einer Untersuchung von Kohlrausch gehört das Hartgummi unter den bisher untersuchten festen Körpern zu denjenigen, die eine sehr grosse Wärmeausdehnung besitzen; er fand dieselbe bei 0° gleich der des Quecksilbers und mit steigender Temperatur noch grösser[1]).

Wie bekannt, erhält man das Hartgummi durch Behandlung eines Gemisches von Kautschuk und Schwefel bei einer Temperatur von 150° bis 200°. Die Ausdehnung des Schwefels ist von Kopp im Mittel zu 0,000183 für 1° zwischen 15° und 50° gefunden worden[2]), und Kohlrausch vermuthete deshalb, dass die starke Ausdehnung von dem Gehalte des Hartgummis an Schwefel abhängig sein werde. Wir untersuchten auch ein Stück Hartgummi und fanden eine noch grössere Ausdehnung als Kohlrausch, nämlich 0,000280 zwischen 20° und 40°. Da dieser Werth viel grösser ist als der des Schwefels, wurden wir veranlasst, den Schwefel und das Kautschuk auf ihre Ausdehnung zu untersuchen, um zu erfahren, welcher von den zwei Bestandtheilen des Hartgummis die grössere Ausdehnung besitzt. Nach Untersuchung dieser beiden Körper folgte noch die Bestimmung der Ausdehnung der Guttapercha und des Paraffins.

Zunächst war eine Methode zu wählen, nach der die Untersuchungen vorgenommen werden sollten. Oft ist die im Princip sehr einfache Methode versucht worden, das Verhältnis der specifischen Gewichte eines festen Körpers und einer Flüssigkeit bei verschiedenen Temperaturen aus der bekannten Dichtigkeitsänderung der Flüssigkeit zu bestimmen, ferner das specifische Gewicht des festen Körpers bezogen auf das der Flüssigkeit von einer bestimmten Temperatur zu

1) Pogg. Ann. Bd 149.

2) ebd. Bd. 81.

ermitteln und daraus die Ausdehnung des festen Körpers abzuleiten. Allein die Abweichungen der nach dieser Methode gefundenen Werthe von denen nach anderen, genaueren Methoden sind sehr bedeutend, so dass wir aus diesem Grunde, und da es für die Wägungen nur von Vortheil ist, wenn die Vorrichtung, die verschiedene Temperaturen hervorzubringen und längere Zeit constant zu halten im Stande sein soll, von der Wage möglichst entfernt ist, diejenige nach Dulong und Petit wählten, welche gute Resultate gibt. Diese Methode besteht darin, dass der zu untersuchende Körper, dessen Volumen bekannt ist oder aus seinem Gewicht und seiner Dichtigkeit bestimmt werden kann, in ein Gefäss gebracht und dann dasselbe in eine sehr enge Röhre ausgezogen wird. Der Apparat wird bei einer Temperatur t vollständig mit Wasser oder Quecksilber gefüllt und gewogen. Subtrahirt man von dem Gesammtgewichte dasjenige des in dem Gefässe enthaltenen Körpers sowie das Gewicht des Gefässes, so erhält man das Gewicht des in dem Gefässe enthaltenen Wassers oder Quecksilbers; das Volumen dieses Wassers oder Quecksilbers gibt uns den von dem zu untersuchenden Körper nicht ausgefüllten Raum des Gefässes. Darauf wird der Apparat bis zur Temperatur t_1 erwärmt und das Gewicht der zurückbleibenden Flüssigkeit bestimmt, und man kann dann aus der bekannten Ausdehnung des Gefässes und der der angewandten Flüssigkeit den bei der Temperatur t_1 von dem zu untersuchenden Körper eingenommenen Raum, somit auch den Ausdehnungscoefficienten desselben, bestimmen.

So einfach diese Methode ist, so erfordert sie dennoch grosse Uebung, bis man hinlänglich genau übereinstimmende Werthe erhält, da man nicht von der Veränderung einer Grösse, sondern mehrerer abhängig ist. Kopp, der eine grosse Anzahl Körper auf ihre Ausdehnung nach dieser Methode untersuchte, bestimmte die Ausdehnung des Quarzes

mit Wasser zu 0,000042
mit Quecksilber zu 0,000039,

die von Orthoklas

mit Wasser zu 0,000026
mit Quecksilber zu 0,000017.

Jeder Versuch erfordert ein neues Gefäss, da man den Körper aus demselben nur herausbringen kann, wenn man dasselbe zerschlägt. Die Ausdehnungscoefficienten dieser Gefässe wurden stets mittels Queck-

silber zwischen dem Gefrier- und Siedepunkt des Wassers bestimmt. Das Ende dieser Gefässe wurde zu einer Capillarröhre ausgezogen, luftleer gemacht und mit warmem Quecksilber gefüllt; das Ende der Capillarröhre tauchte in Quecksilber, damit bei der Abkühlung auf 0° durch fein zerstossenes Eis das Gefäss sich füllt. Um das Gefäss nebst Körper auf die Siedetemperatur des Wassers zu erwärmen, wurde ein ähnlicher Apparat angewendet wie zur Bestimmung des Siedepunktes bei einem Thermometer, nämlich ein Gefäss mit doppelter Wandung, um eine Abkühlung des Dampfes im innern Raum, in welchen das Gefäss gebracht wird, zu verhindern. Aus dem Quecksilbergewicht, das von 0° bis zur jedesmaligen Siedetemperatur des Wassers ausfliesst, kann man den Ausdehnungscoefficienten ermitteln. Die Versuche wurden mehrmals wiederholt und zur Berechnung des Mittelwerths genommen. Die Ausdehnung des Quecksilbers wurde berechnet nach Bosscha's Formel aus Regnault's Beobachtungen:

$$V_t = V_0 e^{\alpha t},$$

wobei $\alpha = 0{,}00018077$ zu setzen ist.

Die Ausdehnung des Wassers bei den angestellten Versuchen wurde nach der Tabelle von Rosetti bestimmt, welche die mittleren der von den verschiedenen Experimentatoren erhaltenen Werthe, somit, wenn den verschiedenen Beobachtungen gleiches Gewicht beigelegt wird, die wahrscheinlich richtigsten Werthe gibt.

Die grösste Vorsicht ist nun nothwendig, die adhärirende Luftschicht und, wie es bei der Untersuchung des Kautschuks der Fall war, absorbirte Gase zu entfernen. Verwendet man als Hilfsflüssigkeit Wasser, so geschieht dies am besten durch andauerndes Sieden; bei Anwendung von Quecksilber wurde das Gefäss mit dem Körper sorgfältig mit einer Quecksilberluftpumpe ausgepumpt und in diesem Zustande eine Zeit lang stehen gelassen, bis sich keine Luft mehr zeigte. Erwärmung des Gefässes und des Körpers ist hierbei von grossem Vortheil, allein bei den zu untersuchenden Körpern konnte dieselbe nicht sehr gesteigert werden, da sonst Zersetzung oder Schmelzung eingetreten sein würde. Um die unvermeidlichen Fehler auf ein Minimum zu bringen, wendeten wir stets ein grosses Körpervolumen an, und soweit es thunlich war, möglichst wenig Hilfsflüssigkeit. Diese war aber immer noch beträchtlich, da man beim Ausziehen des Gefässes in eine enge Röhre einen Raum zwischen dem Körper und dem auszuziehenden Ende frei lassen muss, um den Körper durch die grosse

Hitze nicht zu verändern. Das angewendete grosse Körpervolumen erforderte auch eine lang andauernde constante Temperatur, um sicher zu sein, dass dieselbe den ganzen Körper durchdrungen habe. Um dieses zu erreichen, benutzten wir ein kupfernes Gefäss von ca. 5 Liter Inhalt, mit Wasser gefüllt, auf einem kleinen Gasofen. Da der Gasdruck nicht constant bleibt, schalteten wir einen Elster'schen Experimentir-Gasdruckregulator ein, der sich sehr gut bewährte. Sobald aber das Wasser nicht umgerührt wird, erhält man bei constanter Flamme immer noch keine gleichmässige Temperatur. Um daher das Wasser in fortwährender Bewegung zu erhalten, benutzten wir den Weinhold'schen Rührapparat[1]); mit Hilfe desselben sowie mittels obiger Regulirung der Flamme konnte jede Temperatur beliebig lange Zeit constant gehalten werden.

Die Temperatur wurde anfangs mit einem Ausflussthermometer und einem Normalthermometer, das sorgfältig kalibrirt war, beobachtet. Da die Uebereinstimmung immer eine gute war, so begnügten wir uns später mit dem Normalthermometer allein.

Wurde die Untersuchung mit Quecksilber als Hilfsflüssigkeit vorgenommen, so endigte die enge Röhre des Gefässes in ein kleines Schälchen mit Quecksilber; aus der Zu- oder Abnahme des Gewichts dieses Gefässes erhält man das Gewicht des aus- oder eingelaufenen Quecksilbers. Mit Wasser erhielt das Gefäss die Form eines gewöhnlichen Pyknometers mit engem Hals und Marke, bis zu welcher das Wasser immer weggenommen wurde. Die Bestimmung mit Quecksilber ist bequemer und sicherer, nicht bloss wegen der genauer bestimmten Ausdehnung desselben, sondern auch deshalb, weil man den ganzen Apparat nicht jedesmal auf die Wage zu bringen hat, wie dieses bei Anwendung von Wasser nothwendig ist.

I. Bestimmung der Wärmeausdehnung des Schwefels.

Kopp untersuchte Bruchstücke durchsichtiger Krystalle von Girgenti[2]). Da wir keine Krystalle zur Verfügung hatten, so bestimmten wir die Ausdehnung des im Handel vorkommenden Schwefels. Derselbe ist sehr porös, und wir waren bemüht, ein dichteres Stück dadurch herzustellen, dass wir einen dünnen Glasstab wiederholt in geschmolzenen Schwefel tauchten, so dass beim jedesmaligen Eintauchen eine neue

1) Dieses Repertorium Bd. 9 S. 80.

2) Pogg. Ann. Bd. 81.

Schicht hängen blieb. Auf diese Weise kann man Stäbe von beliebigen Dimensionen herstellen, die sehr dicht und ziemlich gut haltbar sind, so dass man solche Schwefelstäbe wie Hartgummistäbe zu elektrischen Reibungsversuchen verwenden kann. Nachdem sich der Schwefel abgekühlt hat, lässt sich der Glasstab wieder herausziehen, was leichter geht, wenn man denselben mit Stanniol umwickelt hat, an das der Schwefel nicht so fest wie am Glase haftet.

a) Mit Wasser.

Gewicht des angewendeten Schwefels = 73,447gr.
Ausdehnungscoefficient des Gefässes = 0,0000294.

t	Gewicht des ausgeflossenen Wassers	Abweichung vom Mittel für 1°
16,5 bis 62,7	0,672	+ 0,00032
16,5 „ 63,2	0,650	— 30
63,2 „ 18,9	0,643	+ 29
18,9 „ 62,9	0,625	— 01
62,9 „ 17,4	0,650	+ 06
17,4 „ 61,2	0,607	— 36
61,2 „ 17,4	0,614	— 20

Im Mittel ist für 1° zwischen diesen Temperaturen 0,014220gr Wasser ausgelaufen.

Derselbe Apparat wurde nochmals ausgekocht und eine neue Versuchsreihe angestellt.

t	Gewicht des ausgeflossenen Wassers	Abweichung vom Mittel für 1°
18,1 bis 64,6	0,642	— 0,00041
64,6 „ 16,7	0,711	+ 62
16,7 „ 61,8	0,622	— 43
61,8 „ 19,2	0,614	+ 19
19,2 „ 62,8	0,621	+ 02
62,8 „ 17,7	0,660	+ 41
17,7 „ 61,7	0,616	— 22

Im Mittel für 1° sind 0,01421gr Wasser ausgelaufen. Der wahrscheinliche Fehler des Resultates ergibt sich zu 0,00006. Aus den gleichmässigen Abweichungen kann man schliessen, dass der Apparat die jedesmalig abgelesene Temperatur angenommen hatte.

Das Körpervolumen ergab sich aus dem Gefäss- und Wasservolumen wie folgt:

t	Gefäss-Volumen	Wasser-Volumen	Körper-Volumen
20,2	61,7594 ccm	24,9505 ccm	36,8089 ccm
65,2	61,8411	24,7470	37,0941

Der Ausdehnungscoefficient des Schwefels ist aus den beiden Werthen des Volumens bei 20° und 65° für 1°:

0,0001722.

Nach dem wahrscheinlichen Fehler soll die 5. Decimalstelle noch richtig sein.

b) Mit Quecksilber.

Der angewendete Schwefel hatte eine sehr glatte Oberfläche, weshalb eine Verunreinigung des Quecksilbers durch Bildung von Schwefelquecksilber nicht zu befürchten war. Wir überzeugten uns auch durch einen vorläufigen Versuch davon und fanden, dass nur ganz oberflächlich sich ein Ueberzug von Schwefelquecksilber gebildet hatte, der keinen merklichen Fehler in der Ausdehnung bewirken konnte.

Gewicht des angewendeten Schwefels = 103,680 gr.
Ausdehungscoefficient des Gefässes = 0,0000290.

t	Gewicht des ausgeflossenen Quecksilbers	Abweichung vom Mittel für 1°
62,7 bis 16,5	7,402	− 0,00015
16,5 „ 63,2	7,510	+ 44
63,2 „ 18,9	7,115	+ 24
18,9 „ 62,9	7,072	+ 36
62,9 „ 17,4	7,280	− 37
17,4 „ 64,6	7,576	+ 14
64,6 „ 18,3	7,397	− 61
16,7 „ 61,8	7,221	− 26
61,8 „ 19,2	6,885	+ 07
19,2 „ 62,8	6,999	+ 16

Im Mittel für 1° ist zwischen diesen Temperaturen 0,16037 gr Quecksilber ausgelaufen.

Wahrscheinlicher Fehler einer Bestimmung = 0,00022.
„ „ des Resultates = 0,00007.

Berücksichtigt man, dass die Gewichte sich auf Quecksilber beziehen, so sollte das Resultat noch die 6. Decimalstelle genau geben.

Aus den obigen Werthen erhält man:

t	Gefäss-Volumen	Quecksilber-Volumen	Körper-Volumen
17,7	81,3925	25,8046	55,5879
62,7	81,4987	25,4791	56,0196

und hieraus den Ausdehnungscoefficienten des Schwefels zwischen 17,7° und 62,7° zu 0,0001725, also mit dem vorigen Werthe genau übereinstimmend.

c) Um die Zunahme der Ausdehnung mit höherer Temperatur zu ermitteln, stellten wir einen dritten Versuch an, und zwar diesmal mit kleinen Krystallen, die aus einer Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff erhalten wurden.

Gewicht des angewendeten Schwefels = 135,864gr.
Ausdehnungscoefficient des Gefässes = 0,0000270.

t	Gewicht des Apparates	Gewicht des ausgeflossenen Wassers	Mittel für 1°
0	296,734		
20,2	296,417	0,317	
18,0	296,479	0,255	0,292
18,3	296,469	0,265	
17,5	296,491	0,243	

t	Gewicht des Apparates	Gewicht des ausgefl. Wassers von 0 bis *t*	Mittel von 0 bis *t*
49,8	295,112	1,622	
50,5	295,071	1,663	1,646
51,35	295,026	1,708	
70,1	293,824	2,910	
70,0	293,832	2,902	2,908
70,6	293,800	2,934	

t	Gefäss-Volumen	Wasser-Volumen	Körper-Volumen	Differenz von 0 bis t
0	175,727	108,945	66,782	0,213
20	175,822	108,827	66,995	0,612
50	175,964	108,570	67,394	0,859
70	176,059	108,418	67,646	

Setzt man die Werthe für das erhaltene Körpervolumen bei den verschiedenen Temperaturen in die Formel

$$V_t = V_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3)$$

ein und bestimmt aus den so erhaltenen drei Gleichungen α, β, γ, so erhält man das Volumen V_t aus jenem V_0 nach der Formel

$$V_t = V_0(1 + 0{,}000128\,t + 0{,}00000186\,t^2 - 0{,}0000000153\,t^3).$$

Die Ausdehnungscoefficienten ergeben sich bei nachstehenden Temperaturen wie folgt:

10°	0,000147	40°	0,000178
20°	0,000160	50°	0,000183
30°	0,000170	60°	0,000186

Die Uebereinstimmung der gefundenen Werthe unter einander ist eine ganz gute, aber alle sind kleiner als die von Kopp bestimmten, dessen Werthe zwischen den Temperaturen 15° und 50° von 0,0001766 bis 0,0001853 schwanken.

Die Metalle sind vorzugsweise auf ihre lineare Ausdehnung untersucht worden, und für mehrere unter diesen sind von verschiedenen Beobachtern übereinstimmende Werthe erhalten worden. Aber selbst bei einem der am häufigsten und genauesten untersuchten Metalle, dem Eisen, ist die Ausdehnung zwischen 0° bis 100° nur auf etwa $^1/_{12}$ des ganzen Werthes mit Sicherheit bekannt; beim Zinn steigt die Unsicherheit sogar bis auf $^1/_6$ nach Vergleichung der zuverlässigsten Resultate. Da nun zur Messung der Volumänderungen keine solchen Hilfsmittel, welche direct das Resultat ergeben, vorhanden sind, wie es bei den Längenänderungen durch den Fühlhebel, die Mikrometerschraube oder das Mikroskop möglich ist, so sind die obigen Abweichungen leicht erklärlich.

2. Bestimmung der Wärmeausdehnung des Kautschuks.

a) Mit Wasser.

Es wurde ein Stück des rohen im Handel vorkommenden Kautschuks dazu verwendet, das eine schmutzig graue Farbe besitzt, aber

bald bei der Behandlung die schwarze Farbe annimmt. Zur Untersuchung diente als Gefäss ein Glaskolben, wie man sie als Vorlage bei Destillationen benutzt. Die Versuche wurden mehrmals wie beim Schwefel bei derselben Temperatur wiederholt und die Mittelwerthe in Rechnung genommen, wie dieselben in folgender Tabelle zusammengestellt sind.

Gewicht des angewendeten Kautschuks = 80,653gr.
Ausdehnungscoefficient des Gefässes = 0,0000304.

t	Kolben-Volumen	Wasser-Volumen	Körper-Volumen
0,25	340,197	234,724	105,473
12,65	340,314	233,988	106,326
33,70	340,510	232,685	107,825
53,40	340,695	231,486	109,209

Nach diesen Werthen kann man die Ausdehnung durch die Gleichung ausdrücken:

$$V_t = V_0 (1 + 0{,}000636\,t + 0{,}00000150\,t^2 - 0{,}0000000174\,t^3).$$

Die Zunahme der Ausdehnung mit steigender Temperatur ist sehr gering, so dass die graphische Darstellung des Volumens eine fast gerade Linie ergibt; beim Schwefel ist diese Zunahme merklich grösser.

b) Mit Quecksilber.

Gewicht des angewendeten Kautschuks = 99,81gr.
Ausdehnungscoefficient des Gefässes = 0,0000275.

Auch hier wurden die Versuche öfters wiederholt und folgende Mittelwerthe erhalten:

t	Kolben-Volumen	Quecksilber-Volumen	Körper-Volumen
0	377,057	272,107	104,950
25,6	377,350	270,590	106,760
53,0	377,664	268,840	108,825
75,1	377,917	267,292	110,625

Man erhält das Volumen bei t^0 aus jenem bei 0^0 nach der Gleichung

$$V_t = V_0 (1 + 0{,}000662\,t + 0{,}000000242\,t^2 + 0{,}0000000073\,t^3).$$

Rechnet man die Ausdehnungscoefficienten für einzelne Werthe von t nach beiden Formeln aus, so erhält man:

t	Ausdehnungscoefficienten		Mittel
	I. Versuch	II. Versuch	
10	0,000650	0,000667	0,000657
20	0,000660	0,00067	0,000665
30	0,000665	0,000676	0,000670

Nach Abschluss dieser Untersuchung fanden wir in Rühlmann's mechanischer Wärmetheorie, dass Joule bei seinen Untersuchungen über das abweichende Verhalten des Kautschuks auch den Wärmeausdehnungscoefficienten von vulkanisirtem Kautschuk bestimmt hat, indem er Stücke dieser Substanz in Wasser von verschiedenen Temperaturen abwog. Er fand, dass mit wachsender Temperatur die Dichte ungemein rasch abnahm, und bestimmte den Ausdehnungscoefficienten zu 0,000526. Derselbe ist kleiner als der von uns gefundene Werth für reines Kautschuk und bestätigt somit die Richtigkeit der Untersuchung.

3. Bestimmung der Wärmeausdehnung der Guttapercha.

Die rohe im Handel vorkommende Guttapercha ist sehr porös und verunreinigt. Auf unser Ansuchen war die Firma Felten u. Guilleaume in Mülheim am Rhein so freundlich, uns gereinigte und gewalzte Guttapercha zu überlassen, wie die Firma sie zur Kabelfabrikation verwendet. Das Verfahren der Untersuchung war dasselbe wie beim Kautschuk.

Gewicht der angewendeten Guttapercha = 78,286gr.
Ausdehnungscoefficient des Gefässes = 0,0000282.

t	Gewicht des ausgel. Quecksilbers
0 bis 41,38	38,293
0 „ 14,46	11,185
14,46 „ 40,58	25,843
14,46 „ 41,78	27,191
41,78 „ 13,70	27,936
13,70 „ 40,88	26,614

t	Gefäss-Volumen	Quecksilber-Volumen	Körper-Volumen
0	176,849	98,278	78,571
13,7	176,911	97,718	79,193
41,78	177,056	96,155	80,901

Es ergibt sich demnach das Volumen bei t^0 aus jenem von 0^0 nach der Gleichung

$$V_t = V_0 (1 + 0{,}000496\,t + 0{,}00000496\,t^2)$$

und die Ausdehnungscoefficienten für 1^0 bei folgenden Temperaturen:

t	Ausdehnungscoefficienten
1	0,000501
10	0,000546
20	0,000595
30	0,000646
40	0,000695

Die Ausdehnung der Guttapercha ist somit kleiner als die des Kautschuks, dagegen die Zunahme derselben mit der Temperatur eine viel grössere, was sich wohl daraus erklärt, dass die Guttapercha schon bei einer Temperatur von 50^0 eine ganz weiche, unelastische Masse bildet, während das Kautschuk bei dieser Temperatur noch vollkommen elastisch ist. Bei höheren Temperaturen würde man wahrscheinlich auch beim Kautschuk eine stärkere Zunahme der Ausdehnung erhalten.

4. Bestimmung der Wärmeausdehnung des Paraffins.

Das im Handel vorkommende Paraffin wurde durch Filtriren mittels eines Wärmetrichters gereinigt und in dünne Platten gegossen, da in stärkeren Stücken im Innern immer weisse, undurchsichtige Stellen entstanden, die wahrscheinlich durch Auskrystallisiren eines Bestandtheiles herrührten. Aus den Platten wurden Stückchen geschnitten, dieselben in das zur Untersuchung dienende Gefäss gebracht und weiter verfahren wie bei den früheren Versuchen.

Nach der ersten Versuchsreihe erhielten wir folgende Körpervolumina:

t	Körper-Volumen	Differenz
0	173,584	
		0,475
4	174,059	
		1,199
10	174,783	
		1,731
15,5	175,315	
		2,700
21,4	176,284	
		3,037
26,1	176,621	
		3,972
31,0	177,556	
		4,640
35,7	178,224	
		9,758
41,1	183,342	
		10,939
45,1	184,523	
		12,123
50,2	185,707	
		15,388
54	188,972	

Aus den Differenzen ersieht man, dass von 35,7° bis 41,1° eine starke Zunahme der Ausdehnung stattfindet und dass dieselbe dann wieder regelmässig verläuft. Um uns zu überzeugen, dass kein Versuchsfehler vorlag, stellten wir eine zweite Versuchsreihe an mit engeren Temperaturintervallen und fanden die starke Ausdehnung oberhalb 35° bestätigt. Zu beiden Versuchen diente als Hilfsflüssigkeit Quecksilber.

Gewicht des angewendeten Paraffins = 155,76^{gr}.
Ausdehnungscoefficient des Gefässes = 0,0000275.

Volumen in Ccm.

t	Gefäss	Quecksilber	Körper	Differenz
0	333,1606	165,6946	167,4660	
4,95	2059	165,2878	167,9182	0,4522
10,0	2522	164,8080	168,4442	0,9782
15,3	3008	164,2634	169,0373	1,5713
17,8	3237	164,0189	169,3048	1,8388
18,3	3283	163,9583	169,3699	1,9039
20,75	3507	163,7088	169,6419	2,1759
21,25	3553	163,6300	169,7253	2,2593
23,75	3782	163,3537	170,0245	2,5585
26,20	4006	163,0761	170,3245	2,8585
29,25	4286	162,7063	170,7223	3,2563
30,90	4437	162,5115	170,9322	3,4662
32,05	4542	162,2988	171,1554	3,6894
33,50	4675	162,1774	171,2901	3,8241
35,00	4813	161,5973	171,8840	4,4180
36,10	4913	161,5134	171,9779	4,5119
37,0	4996	160,5651	172,9345	5,4685
37,65	5056	160,3447	173,1609	5,6949
39,2	5200	158,6004	174,9194	7,4534
40,0	5271	157,7495	175,7776	8,3116
41,7	5427	156,3546	177,1881	9,7221
43,0	5546	156,0820	177,4726	10,0066
45,0	5729	155,6817	177,8912	10,4252
46,9	5903	155,3100	178,2830	10,8143
49,0	6095	154,8567	178,7529	11,2869
50,9	6270	154,4616	179,1654	11,6994
53,05	6466	153,5662	180,0825	12,6145
53,65	6522	138,5968	195,0553	27,5893
55,8	6718	131,2757	202,3961	34,9301
56,9	6819	121,0067	212,6753	45,2093

Die graphische Darstellung der Zahlen (Fig. 1) lässt erkennen, dass von 0° bis 33,5° die Ausdehnung eine fast gleichförmige ist, dass ferner

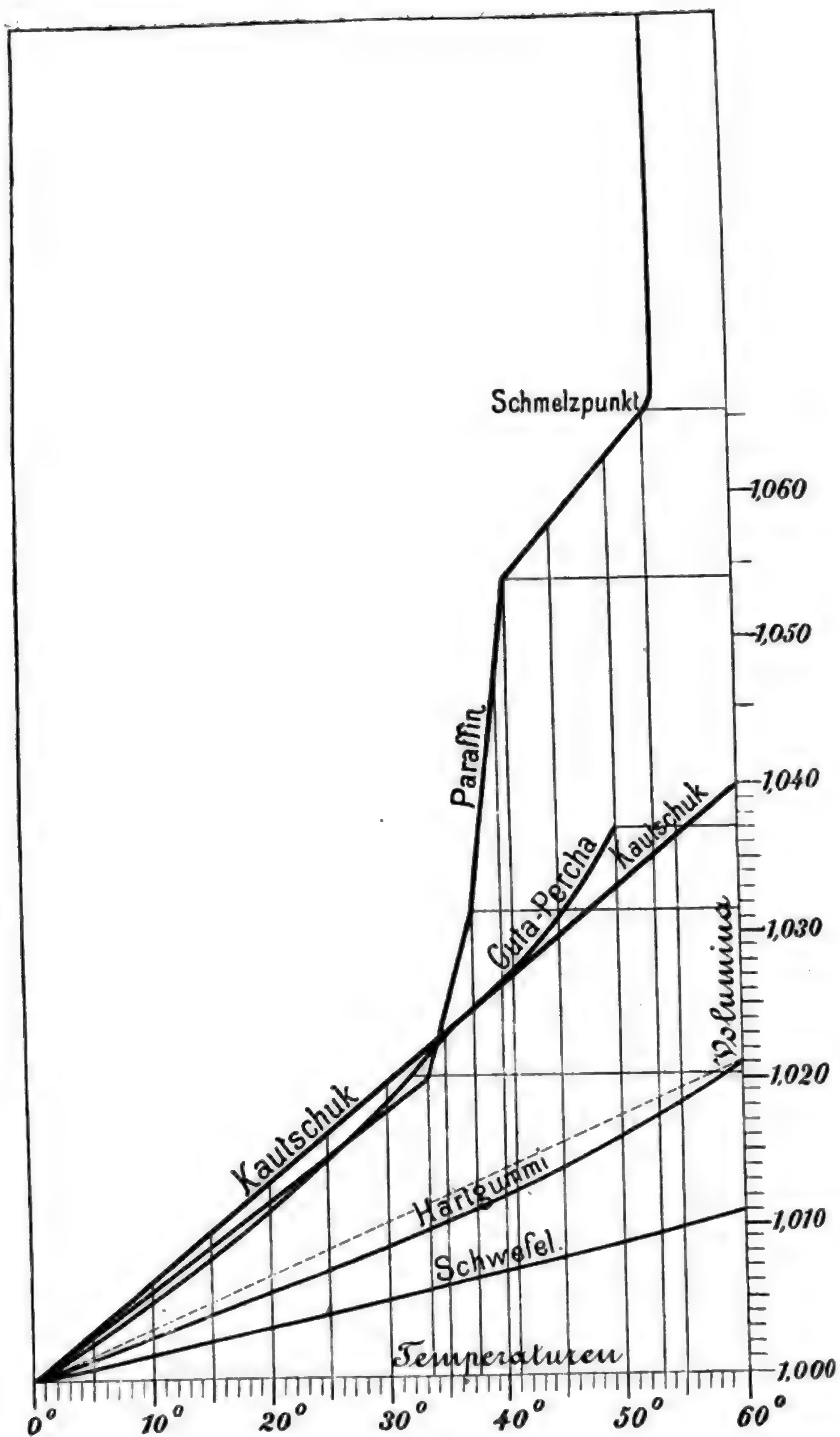

Schmelzpunkt
Paraffin
Kautschuk
Guta-Percha
Kautschuk
Hartgummi
Schwefel
Temperaturen
Volumina
1,060
1,050
1,040
1,030
1,020
1,010
1,000
0°
10°
20°
30°
40°
50°
60°

Fig. 1.

bei 33,5° eine stärkere Zunahme in der Ausdehnung beginnt und dass bei 37,7° nochmals eine noch grössere Ausdehnung sich anschliesst, welche bei 41° wieder in eine gleichförmige kleinere Ausdehnung bis zum Schmelzpunkte übergeht. Die stärkeren Ausdehnungen erfolgen aber nicht plötzlich, sondern continuirlich. Es scheint somit, dass ein Bestandtheil des Paraffins bei 33,5° und ein anderer bei 37,7° zu schmelzen beginnt, welche dann mit den noch nicht geschmolzenen Bestandtheilen in Lösung übergehen. Wie hier die Volumenzunahme keine ganz plötzliche war, so war dies auch der Fall beim Schmelzen der ganzen Masse; dieselbe begann bei 53° und dauerte bis 57°, welcher Umstand wohl wieder auf mehrere Bestandtheile, die naheliegende Schmelzpunkte besitzen, hinweist, aus denen das Paraffin zusammengesetzt ist.

Sowie das Paraffin sich eigenthümlich verhält, verhält sich bekanntlich nach Kopp auch das Stearin, das aber statt einer stärkeren Ausdehnung bei 50° eine plötzliche Zusammenziehung aufweist, um sich dann wieder stark auszudehnen.

Von 0° bis 33° kann man die Ausdehnung des Paraffins ausdrücken durch die Gleichung

$$V_t = V_0 (1 + 0,000584 t + 0,000000992 t^2).$$

Der Ausdehnungscoefficient für 1° zwischen 33,5° und 37,7° beträgt 0,00260, jener zwischen 37,7° und 41° beträgt 0,00666.

Die Ausdehnung, welche zwischen 41° und 52° regelmässig verläuft, lässt sich ausdrücken durch die Gleichung

$$V_t = V_{11} (1 + 0,00115 t + 0,0000069 t^2).$$

Die Volumenzunahme von 53° bis 57°, also bis zur Schmelzung der ganzen Masse, beträgt 32,6 ccm oder 18%, und die Volumenvergrösserung von 0° bis zur vollständigen Schmelzung 45,2 ccm oder 27% des Volumens von 0°.

Vergleicht man die Ausdehnungscoefficienten der drei untersuchten Kohlenwasserstoffe zwischen 0° und 30°, so weichen die einzelnen Werthe von einander nicht sehr ab, und man könnte daher vermuthen, dass die Wärmeausdehnung von der chemischen Zusammensetzung abhängig sei. Kopp fand aber aus seiner grossen Anzahl von Versuchen, dass man aus der chemischen Zusammensetzung nicht auf die Ausdehnung schliessen kann, obzwar die Ausdehnungen bei Temperaturen bestimmt sind, welche bei den verschiedenen Substanzen von den Schmelzpunkten sehr ungleich weit abstehen und deshalb nicht streng

vergleichbar sind. Er bestimmte z. B. den Ausdehnungscoefficienten des kohlensauren Kalks als Arragonit und als Kalkspat; für ersteren fand er den Coefficienten 0,000065, für letzteren 0,000018. Der Unterschied der Ausdehnung von diesen beiden Körpern ist so gross, dass an eine Aufsuchung einer Abhängigkeit der Ausdehnung von der Zusammensetzung nicht zu denken ist.

5. Untersuchung über die Verwendbarkeit des Hartgummis zu Compensationspendeln.

Das Kautschuk hat nach dieser Untersuchung eine mehr als viermal so grosse Ausdehnung als der Schwefel, und man kann wohl deshalb ohne Zweifel annehmen, dass dasselbe auch die Ursache der grossen Ausdehnung des Hartgummis ist; die Ausdehnung desselben wird daher wesentlich vom Gehalt an Kautschuk abhängen. Um dieses festzustellen, verschafften wir uns zwei verschiedene Sorten Hartgummi und untersuchten dieselben sowohl auf die Ausdehnung als auch auf die chemische Zusammensetzung.

Stab I ergab folgende Werthe:

Volumen in Ccm.

t	Gefäss	Quecksilber	Körper
0	130,731	32,653	98,078
20	130,804	32,154	98,650
40	130,877	31,591	99,286
60	130,951	30,850	100,101

Seine Ausdehnung lässt sich ausdrücken durch die Formel

$$V_t = V_0(1 + 0{,}000266t + 0{,}0000013t^2).$$

Stab II.

t	Gefäss	Quecksilber	Körper
0	275,545	73,106	202,439
20	275,700	72,480	203,220
40	275,854	71,723	204,131
60	276,009	70,475	205,533

Man erhält hieraus die Formel:

$$V_t = V_0(1 + 0{,}000162t + 0{,}00000154t^2).$$

Die chemische Untersuchung geschah nach dem Verfahren von Eschka, welches im wesentlichen auf der Oxydation des Schwefels durch den Sauerstoff der Luft bei Gegenwart von Magnesia und kohlensaurem Natron und auf der Ueberführung der dabei theilweise gebildeten schwefligsauren Salze in schwefelsaure durch salpetersaures Ammon beruht.

Besser übereinstimmende Resultate erzielt man mit der Methode durch Oxydation des Schwefels mit rauchender Salpetersäure. Wir wählten das erstere Verfahren, weil es für eine grosse Anzahl von Versuchen einfacher ist als das zweite und die Genauigkeit für diesen Zweck eine genügende war.

Der erste Stab hat bei 20° den Ausdehnungscoefficienten 0,00031 und einen Schwefelgehalt von 18 %; der Ausdehnungscoefficient des zweiten Stabes, der 27 % Schwefel enthält, bei derselben Temperatur ist 0,00021. Dieser Versuch bestätigte unsere Vermuthung, und um einer Täuschung sicher zu entgehen, nahmen wir die Untersuchung noch an mehreren andern Sorten Hartgummi vor, welche uns die Hamburg-Londoner Gummiwaaren-Fabrik bereitwilligst zur Verfügung gestellt hatte. Die Untersuchung ergab folgendes Resultat:

	Schwefelgehalt	Ausdehnungscoefficienten für 1° zwischen 20° u. 60°
1	30,7 %	0,00023
2	36,4	38
3	27,0	35
4	26,5	34
5	24,9	34
6	22,2	40
7	31,0	41
8	25,4	29
9	28,5	33

Aus diesen neun Versuchen hingegen ersieht man, dass der Procentgehalt der Bestandtheile nicht allein für die Ausdehnung maassgebend ist; die Höhe der Temperatur und die Dauer derselben bei der Vulkanisation dürften noch von Einfluss auf die Ausdehnung sein. Um eine Untersuchung nach dieser Richtung anstellen zu können, stellte uns die Harburger Gummikamm-Compagnie zwei Stücke Hart-

gummi zur Verfügung, von denen das erste Stück 6 Stunden, das zweite Stück 9 Stunden lang der Erhitzung unterworfen war. Die Höhe der Temperatur wurde uns nicht mitgetheilt. Der Schwefelgehalt betrug von beiden Stücken 26%; die Ausdehnung des ersten Stabes wurde zu 0,00024, die des zweiten Stabes zu 0,00023 bestimmt. Um sicher zu sein, dass bei der Bestimmung der Ausdehnung die 5. Decimalstelle noch genau erhalten werde, wurden beide Stücke Hartgummi in Gefässe von derselben Glasröhre gebracht und dann auch gemeinschaftlich erwärmt.

Es war zu erwarten, dass der Unterschied in der Ausdehnung nicht gross sein werde, da bei der 6 Stunden langen Erwärmung die Veränderung des Kautschuks durch den Schwefel fast vollständig vor sich gegangen sein wird, und dass nur noch eine höhere Temperatur eine grössere Verschiedenheit hervorzubringen im Stande wäre.

Wie man aus den gefundenen Zahlen ersieht, gibt es oder lassen sich Hartgummisorten herstellen, welche eine sechs- bis zehnmal grössere Ausdehnung besitzen als das Eisen, und es ist daher Hartgummi wegen dieser grossen Ausdehnung schon zu Compensationen vorgeschlagen worden. Pendel würden sich danach einfach compensiren lassen, indem man die Pendellinse auf einer Hartgummiröhre, welche über das untere Ende der Pendelstange geschoben und unten von einer Schraube festgehalten wird, aufsitzen lässt. Durch die Ausdehnung der Hartgummiröhre wird die Pendellinse gehoben, und wenn die Länge der Röhre richtig gewählt ist, wird dadurch der Schwingungsmittelpunkt, der sonst durch die Verlängerung des Pendelstabes tiefer zu liegen kommt, unverändert erhalten. Da aber die Pendellinse unter Umständen ein erhebliches Gewicht erhalten kann und das Hartgummistück dieselbe zu tragen hat, so untersuchten wir dasselbe auch auf seine Festigkeit, indem wir den Elasticitätsmodulus desselben ermittelten. Der dazu verwendete Stab hatte 17 ^{mm} Durchmesser und 780 ^{mm} Länge. Der Schwefelgehalt betrug 18%, der Ausdehnungscoefficient 0,00031 bei 20°. Der Stab wurde an beiden Enden mit Gewinden versehen, um Haken zur Aufhängung und Belastung anschrauben zu können. Die zu untersuchende Länge des Stabes wurde durch zwei Marken, welche mit einer sehr feinen Nadelspitze in zuvor gut polirte ebene Flächen des Stabes eingeritzt waren, begrenzt; bei 19° betrug dieselbe 768,62 ^{mm}. Die Längenänderung sollte mit dem Kathetometer gemessen werden, und es musste, um die Marken im

Fernrohr scharf sehen zu können, künstliche Beleuchtung angewendet werden, wozu ein Stativ mit verschiebbarer Lampe diente, so dass man die günstigste Stellung der Flamme leicht finden konnte. Um den Stab vor Wärmestrahlung zu schützen, wurde er zwischen den Marken von einer Blechröhre umgeben. Zur Geradstreckung des Stabes diente eine Belastung von 5^{kgr}, die Mehrbelastung betrug 10^{kgr} bis zu einer Gesammtbelastung von 110^{kgr}. Kohlrausch hatte bei der Bestimmung der Wärmeausdehnung beobachtet, dass der untersuchte Stab Hartgummi nach der Erwärmung immer sehr geraumer Zeit bedurfte, bevor er eine constante Länge angenommen hatte. Dasselbe beobachteten wir auch bei unseren Belastungsversuchen. Die Messungen konnten erst 20 bis 30 Minuten nach der Belastung oder Entlastung vorgenommen werden, bis man sicher war, die neue Länge sei constant geworden. In nachstehender Tabelle sind die Mittelwerthe von 4 Versuchsreihen angegeben.

Belastung in Kgr.	Dehnung	Abweichung vom Mittel
10	0,14	— 0,02
20	0,30	— 02
30	0,52	+ 04
40	0,60	+ 04
50	0,77	— 03
60	1,01	+ 04
70	1,13	— 00
80	1,27	— 02
90	1,48	+ 03
100	1,64	+ 02
110	1,78	+ 01

Wahrscheinlicher Fehler des Resultates = 0,007.

Auf eine Mehrbelastung von 10^{kgr} erfolgt somit eine Dehnung von $0,16^{mm}$, und diese ist der Zunahme der Belastung ziemlich gut proportional. Der Querschnitt des Stabes beträgt $2,258^{qcm}$, und es berechnet sich der Elasticitätsmodulus zu 21300^{kgr} bei einer Temperatur von 19°, als Einheit des Gewichtes das Kilogramm, als Einheit des Querschnittes das Quadratcentimeter angenommen.

Bei den meisten Körpern nimmt mit höherer Temperatur der Elasticitätsmodulus ab. Wir versuchten nun auch beim Hartgummi diese Abnahme zu bestimmen, indem der Elasticitätsmodulus bei 50° ermittelt wurde. Um den Stab auf diese Temperatur zu bringen und

auch lange Zeit hindurch ihn auf dieser zu erhalten, wurde derselbe zwischen den Marken von einem weiten Glascylinder umgeben, dessen unteres Ende durch eine Korkscheibe geschlossen war und den Stab in der Mitte durchgehen liess. Der Cylinder wurde sodann mit Wasser gefüllt und dasselbe mit zwei Gasflammen seitlich von unten erwärmt. Die durch diese Erwärmung entstehende Circulation des Wassers bewirkte, dass dasselbe in der ganzen Tiefe eine ziemlich gleichmässige Temperatur annahm, die man auch lange Zeit constant erhalten konnte. Die Gesammtbelastung betrug 50^{kgr}. Nachstehende Tabelle enthält die Mittelwerthe aus 5 Beobachtungsreihen.

Belastung in Kgr.	Dehnung	Abweichung vom Mittel
10	0,27	— 0,01
20	0,56	0
30	0,80	— 0,04
40	1,15	+ 0,03
50	1,42	+ 0,02

Auf eine Mehrbelastung von 10^{kgr} erfolgt hier eine Dehnung von $0{,}28^{mm}$, und der Elasticitätsmodulus ergibt sich somit bei dieser Temperatur zu 12200^{kgr}. Die Abnahme ist eine sehr starke, und es beträgt hier der Elasticitätsmodulus nur noch die Hälfte von jenem bei 20°.

Um auch sicher zu sein, dass durch constante Belastung und bei oftmaligem Temperaturwechsel eine dauernde Längenänderung nicht eintritt, wurde der Stab mit 50^{kgr} zwei Monate hindurch belastet und die Temperatur öfters von 14° bis 40° wechseln gelassen; von Zeit zu Zeit wurden Messungen vorgenommen, die eine merkliche bleibende Dehnung nicht erkennen liessen.

Die Festigkeit des Hartgummis wäre somit gross genug, um zur Compensation bei Pendeln verwendet werden zu können. Ein Umstand ist jedoch noch zu berücksichtigen, nämlich die starke Zunahme der Ausdehnung des Hartgummis mit der Temperatur. Wird der Pendelstab aus weichem Eisen angefertigt, so ist die Ausdehnung desselben nach Fizeau

$$l_t = l_0\,(1 + 0{,}00001136\,t + 0{,}00000000925\,t^2).$$

Vergleicht man diese Coefficienten mit jenen des Hartgummis, so findet man, dass der erste Coefficient beim Hartgummi sechsmal, der

zweite aber dreissigmal grösser ist als die des Eisens. Die Zunahme der Ausdehnung mit wachsender Temperatur ist bei diesen beiden Körpern somit eine sehr verschiedene. Ein Pendel, mit Hartgummi compensirt, wird nur bei zwei Temperaturen die verlangte Länge haben, nämlich bloss bei denen, für welche die Hartgummilänge berechnet wurde. Für Temperaturen, die zwischen diesen beiden liegen, ist die berechnete Länge des Hartgummis zu kurz und somit die Pendellänge zu lang; für die ausserhalb der beiden liegenden Temperaturen wird dagegen die Pendellänge zu kurz. Um zu sehen, welche Grössen diese Abweichungen erlangen können, wurde die Berechnung der Compensationsvorrichtung eines Pendels vorgenommen, und danach ein solches zur experimentellen Prüfung der Resultate hergestellt.

Die erforderliche Hartgummiröhre wird desto kürzer zu sein brauchen, je grösser das Gewicht der Linse ist gegenüber dem des Stabes, da dann die Verschiebung des Schwingungsmittelpunktes hauptsächlich nur von demjenigen des Linsenschwerpunktes und nur wenig durch den des Stabes bewirkt wird. Der Stab bestand aus 1,5 ^{mm} starken und 15 ^{mm} breiten Eisen, die Linse war aus Blei und hatte in der Mitte eine Stärke von 3,7 ^{cm} und 14 ^{cm} Durchmesser. Die Gewichte der einzelnen Bestandtheile des Pendels, sowie ihre Massen für 9,801 ^{m} Beschleunigung der Schwerkraft sind folgende:

	Gewicht	Masse
Stab	0,250 ^{kgr}	0,025482
Linse	2,700	0,275207
Hartgummi, Schraube	0,050	0,005096

Die Länge des isochronen mathematischen Pendels l ist

$$l = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Drehungsmoment}}.$$

Das Trägheitsmoment des Stabes, des Hartgummicylinders und der Schraube in Bezug auf ihre Schwerpunktsachse wurde nach bekannten Formeln berechnet; dasjenige der Linse erhält man aus der Formel für das Trägheitsmoment der Kugel:

$$T = \pi \frac{q}{g} \int_0^r (r^2 - x^2)^2 dx,$$

wenn man die Integration, statt von 0 bis r, von $r-h$ bis r ausführt, wobei h die halbe Dicke der Linse bedeutet. Man erhält

$$T = \frac{2}{3} Mh \left(r - \frac{5}{12} h + \frac{1}{90} \cdot \frac{h^2}{r - \frac{1}{3} h} \right)$$

Das letzte Glied in der Klammer ist gewöhnlich so klein, dass man ohne merklichen Fehler setzen kann

$$T = \frac{2}{3} Mh \left(r - \frac{5}{12} h \right),$$

in welcher Formel M die Masse der ganzen Linse bedeutet. Ist a der halbe Durchmesser der Linse, so kann man auch das Trägheitsmoment berechnen nach der Formel

$$T = \frac{1}{3} M \left(a^2 + \frac{1}{6} h^2 \right).$$

Bezeichnen T_1, T_2, T_3, T_4 die Trägheitsmomente der einzelnen Theile des Pendels in Bezug auf ihre Schwerpunktsachse, z_1, z_2, z_3, z_4 die Abstände der Schwerpunkte von der Drehungsachse und m_1, m_2, m_3, m_4 die einzelnen Massen, so ist

$$l = \frac{\Sigma T + \Sigma m z^2}{\Sigma m z}.$$

Für verschiedene Temperaturen ändern sich auch die Trägheitsmomente und die statischen Momente; es soll aber auch dann

$$l = \frac{\Sigma T' + \Sigma m z'^2}{\Sigma m z'}$$

sein.

Aus diesen beiden Gleichungen ist die Hartgummilänge zu bestimmen. In denselben kommt aber das Trägheitsmoment und das statische Moment des Hartgummistückes schon vor, und da beide Werthe anfänglich noch nicht genau bekannt sind, wird man zuerst einen angenäherten Werth in Rechnung nehmen und mit Hilfe dieses die genauere Hartgummilänge bestimmen.

Das Trägheitsmoment der Linse und der Schraube in Bezug auf ihre Schwerpunktsachse ändert sich bei verschiedenen Temperaturen so wenig, dass man dieselben als constant annehmen kann. Bei der Berechnung der Entfernung des Schwerpunktes der Linse von der Drehungsachse bei verschiedenen Temperaturen muss die Ausdehnung

der Linse selber berücksichtigt werden. Die Ausdehnung des Bleies ist nach Fizeau

$$l_t = l_0 (1 + 0{,}00002829\, t + 0{,}00000001195\, t^2).$$

Unser Pendel, das Secunden geben soll, wurde so berechnet, dass es bei 17° und 5° seine richtige Länge hat. Die Ausdehnung des angewendeten Hartgummis wurde aus mehreren Versuchen abgeleitet und gefunden

$$l_t = l_0 (1 + 0{,}0000643\, t + 0{,}0000002422\, t^2).$$

Es sind davon 196 mm zur Compensation des Pendels erforderlich. Die Rechnung ergibt folgende Werthe für einige Temperaturintervalle:

t	Trägheits-moment	Statisches Moment	isochrone math. Pendel-länge	Δl
— 10	0,2998898	0,30169145	0,994029	0,000014
— 4	0,2998940	0,30169358	0,994035	0,000007
+ 5	0,2998974	0,30169514	0,994042	0
11	0,2998981	0,30169510	0,994044	0,000002
17	0,2998971	0,30169514	0,994042	0
26	0,2998942	0,30169320	0,994036	0,000006

Ohne diese Compensation beträgt die Aenderung in der Pendellänge bei einer Temperaturänderung von 10° mehr als 0,1 mm, mit dieser Compensation dagegen, wie man aus obigen Zahlen ersieht, nur noch etwa 0,007 mm. Da die Pendellängen wie die Quadrate der Schwingungszeiten sich verhalten, entsprechen den obigen Längenänderungen die Aenderungen in der Schwingungsdauer wie folgt:

T — 10°	0,0000065	Secunden
— 4	0,0000035	„
+ 5	0	„
11	0,000001	„
17	0	„
26	0,000003	„

und da auf einen Tag 86400 Secunden kommen, betragen diese Abweichungen für einen Tag bei

— 10°	+ 0,6	Secunden
— 4	0,30	„
+ 5	0	„
11	— 0,09	„
17	0	„
26	+ 0,26	„

In einem ungeheizten Raume wird eine Uhr mit einem solchen Pendel bald etwas vor-, bald nachgehen, und diese entgegengesetzten Abweichungen werden sich bei einer grösseren Zeitdauer gegenseitig aufheben, so dass die Uhr immer ziemlich gut die mittlere Zeit angeben wird. Als Temperaturen, für welche die Compensation ausgerechnet wird und bei denen das Pendel seine richtige Lage hat, wird man die wählen, welche an dem betreffenden Orte am häufigsten vorkommen.

Man kann jedoch diese Fehler, welche durch die ungleiche Zunahme der Ausdehnung beim Eisen und Hartgummi entstehen, verkleinern, wenn man anstatt Eisen gehärteten Gussstahl für die Pendelstange anwendet. Nach Fizeau ist die Ausdehnung desselben

$$l_t = l_0(1 + 0{,}00001162\,t + 0{,}0000001995\,t^2).$$

Der erste Coefficient ist um wenig grösser als beim Eisen, dagegen beträgt der zweite Coefficient mehr als das Doppelte; die Zunahme der Ausdehnung des gehärteten Gussstahles mit der Temperatur ist somit eine ganz merkliche und daher für diese Compensationsmethode günstiger als das Eisen. Eine Pendelstange aus diesem Material erfordert wegen der etwas grösseren allgemeinen Ausdehnung ein längeres Hartgummistück; dasselbe beträgt, wenn man die Dimensionen des vorigen Pendels beibehält, 206 mm, und wenn die Rechnung für 17° und 11° ausgeführt wird, für Temperaturen, wie man sie in einem mässig geheizten Raume annehmen könnte. Die Rechnung ergibt folgende Werthe:

Entfernungen der Schwerpunkte der einzelnen Theile des Pendels von der Drehungsachse.

t	Stab	Linse	Hartgummi	Schraube
— 4	0,6668377	0,989066	1,1673749	1,2777285
+ 5	9034	0603	4483	1,2778620
11	9510	0545	4976	1,2779535
14	9755	0512	5226	1,2780003
17	0,6670000	0472	5472	1,2780472
26	0750	0328	6215	1,2781910

t	Trägheitsmoment	Statisches Moment	isochrone math. Pendellänge	Δl
— 4	0,2998522	0,3016514	0,9940350	0,0000070
+ 5	550	526	400	20
11	558	531	420	0
14	553	527	430	10
17	558	531	420	0
26	540	521	400	20

Man ersieht aus diesen Abweichungen, dass dieselben nur noch die Hälfte von jenen betragen, die sich bei einem Pendelstabe aus weichem Eisen ergaben.

Zur experimentellen Prüfung der Richtigkeit dieser theoretischen Ergebnisse dienen zwei Uhren aus der Fabrik Fehrenbach in Furtwangen, die mit solchen Compensationspendeln versehen wurden. Nachdem der Gang derselben mittels Zeitbestimmungen aus der Sonnenhöhe ein richtiger ist, wird die eine Uhr möglichst constanter, die andere verschiedenen Temperaturen ausgesetzt und durch Registrirung der Pendelschwingungen mit einem elektromagnetischen Chronographen mit doppelter Capillarfeder die Abweichungen beobachtet.

Die Zeitbestimmungen aus der Sonnenhöhe geschehen mit einem Prismenkreis von Wanschaff in Berlin und einem künstlichen Horizont. Als Flüssigkeit für letzteren dient gebrauchtes, dickflüssiges Oel, damit nicht bei jeder geringsten Erschütterung, wie dieses bei Anwendung von Quecksilber der Fall ist, eine genaue Beobachtung unmöglich gemacht wird. Um die Oberfläche der Flüssigkeit gegen Wind zu schützen, dient ein Glimmerdach.

Zur Registrirung der Pendelschwingungen muss mit dem Pendel eine Contactvorrichtung verbunden werden. Die anfänglich angewendete war ein Quecksilbercontact und wie Fig. 2 zeigt eingerichtet.

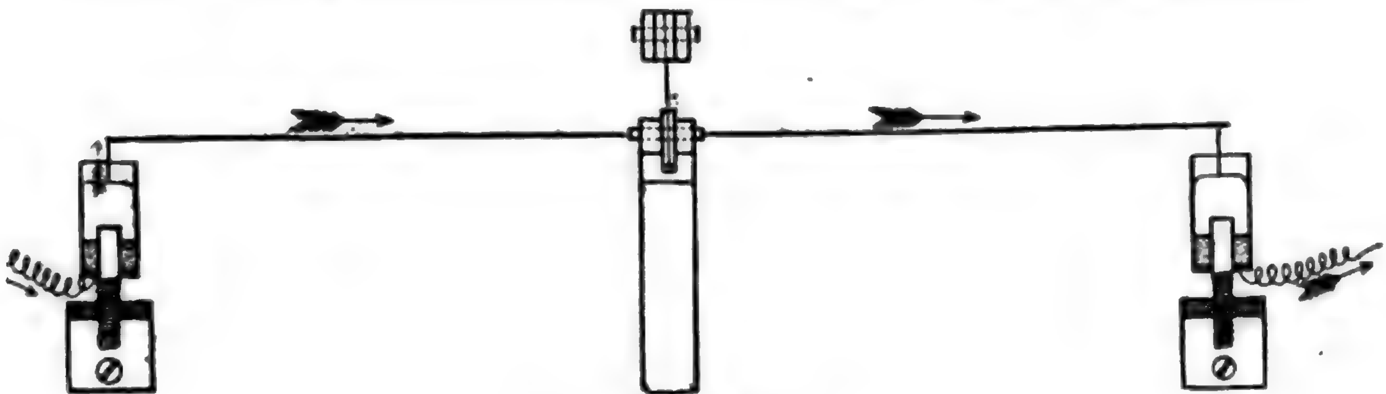


Fig. 2 (1/3 natürl. Grösse).

Mit dem Pendel ist ein 3^{cm} langer Eisendraht verbunden, an dessen beiden Enden Platindrähte senkrecht abwärts angebracht sind, die in Quecksilbernäpfchen eintauchen, zu denen der Strom zugeführt wird. Die Quecksilbernäpfchen sind verstellbar und so regulirt, dass in der Gleichgewichtslage des Pendels beide Platindrähte eben eintauchen und somit die Schliessung eines Stromes bewirken können. Bewegt sich das Pendel aus seiner Gleichgewichtslage heraus, so entfernt sich auch der eine Platindraht aus dem Quecksilber und unterbricht den

Strom, welche Unterbrechung sicher und schnell erfolgt, da das Pendel hier noch grosse Geschwindigkeit besitzt. Da diese Vorrichtung symmetrisch zur Pendelachse angebracht ist, ist der Widerstand, den dieselbe verursacht, jedenfalls sehr gering. Damit die Platindrähte sich im Quecksilber möglichst vertical bewegen und somit den Widerstand auf ein Minimum reduciren, ist auch diese Vorrichtung möglichst nahe der Drehungsachse angebracht. Würde man mit directem Strome arbeiten, so wäre durch die Funkenbildung bei der Unterbrechung das Quecksilber bald so verunreinigt, dass der Contact unsicher oder gar nicht mehr erfolgte; es wurde daher stets mit Nebenschliessung gearbeitet. Nach einiger Zeit entstand doch eine Oxydschicht auf dem Quecksilber, welche durch die zwar kleinen aber doch merklichen Funken des Inductionsstromes, der im Elektromagneten hervorgerufen wird, erzeugt wurde. Um aber jederzeit sicheren Contact zu haben, entfernten wir diese Contactvorrichtung, die aber für viele Zwecke ganz gut brauchbar ist, und brachten auf Vorschlag von Weinhold einen von ihm construirten und auch in Anwendung befindlichen Platincontact an, wie er in Fig. 3 dargestellt ist. Zu beiden Seiten des Pendels sind an dünnen Kupferfedern je zwei parallele, rechtwinklig umgebogene Messingdrähte aufgehängt, die an der Umbiegungsstelle durch einen Platindraht mit einander verbunden sind. An die Pendelstange selbst ist auch ein ⊓förmiger Platindraht so befestigt, dass die vorigen Platindrähte diesen berühren. Leitet man den Strom zu dem einen Paar Messingdraht zu und von dem andern weg, so ist der Strom durch die Berührung der drei Platindrähte geschlossen.

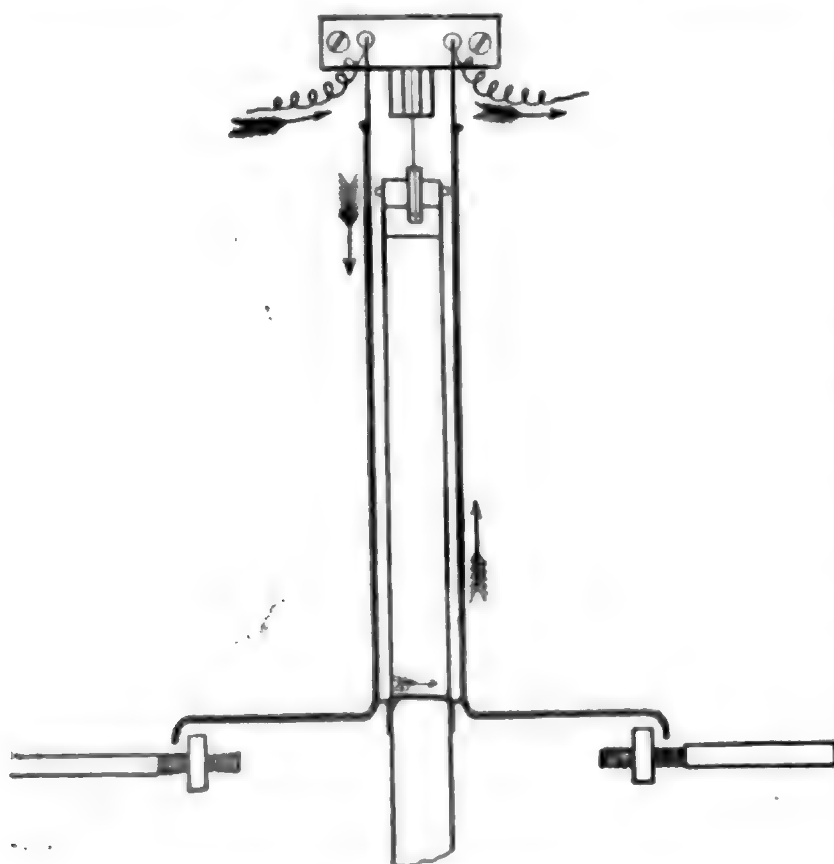


Fig. 3 (1/3 natürl. Grösse).

Bewegt sich nun das Pendel, so machen die sehr leicht beweglichen Drähte diese Bewegung mit, ohne eine Stromunterbrechung zu bewirken. Damit aber eine Unterbrechung stattfinde, werden die Drähte durch eine verstellbare Aufhaltevorrichtung, wie sie in der Figur ersichtlich ist, verhindert, über die Gleichgewichtslage des Pendels mit hinauszugehen, was dann eine Unterbrechung des Stromes zur Folge hat. Wendet man Nebenschliessung an, so ist bei der Berührung der Platindrähte schon ein gewisser Druck auf einander erforderlich, damit der Widerstand in der Nebenleitung nicht zu gross wird; es ist zweckmässig, dann in der Hauptleitung den Widerstand reguliren zu können, wozu eine Widerstandssäule mit willkürlichen Einheiten dient. —

Die vorläufig angestellte Untersuchung ergibt ein ganz günstiges Resultat, und werden wir nach Beendigung der noch längere Zeit andauernden Untersuchungen das Endresultat mittheilen.

Am Schlusse sei noch dankend der freundlichen Unterstützung meines Lehrers, des Herrn Prof. Dr. Weinhold gedacht, der auch durch Anschaffung und Ueberlassung der nöthigen Apparate die Arbeit wesentlich beförderte.

Kleinere Mittheilungen.

Resultate des Thermographen auf dem Faulhorn und in Mürren.

Von Dr. G. Hasler.

(Mit Tafel IV.)

In einer Sitzung der Bernischen Naturforschenden Gesellschaft beschloss letztere, einen Beitrag an die bedeutenden Kosten der zu gründenden meteorologischen Höhenstation auf dem Säntis zu leisten. Bei diesem Anlass machte ich die Mittheilung, dass gleichzeitig der Schweizerische Alpenklub, Section Oberland, beabsichtige, eine meteorologische Station auf dem Gipfel des Faulhorns zu errichten, weshalb letztes Frühjahr Herr K. Hecht, Vorsteher des Telegraphenbüreaus Interlaken und damaliger Sekretär der Section Oberland (nunmehriger Präsident), sich mit mir in Verbindung setzte.

Es handelte sich zuerst um die Wahl von passenden Instrumenten.

Durch den Schweizerischen Alpenklub wurde seiner Zeit ein Maximum- und Minimum-Thermometer auf dem Schreckhorn placirt. Diese allerprimitivste Einrichtung, welche die einmalige höchste und sodann die niedrigste Temperatur angibt, scheint mir einen sehr zweifelhaften Werth zu haben.

Schon im Jahr 1867 habe ich im Auftrage des Herrn Prof. H. Wild, damaligen Directors der Berner Sternwarte, ein selbstregistrirendes Instrument zur Angabe der Temperatur, der Windstärke und der Windrichtung construirt, welches bestimmt war, auf dem Schreckhorn aufgestellt zu werden. Eine Uhr mit Secundenpendel, ein Jahr lang gehend, wurde durch ein 40 ^{kgr} schweres Gewicht in Gang gesetzt; ein gleiches Gewicht bewirkte die Markirung des Temperatur- und des Anemometerstandes auf einen endlosen Papierstreifen. Auf das ganze Jahr vertheilt bleiben sonach kaum 110 ^{gr} pro Tag zum Betriebe der Uhr. Es braucht somit einer ganz kleinen Störung, um die Uhr zu arretiren. Die mühsame Bergbesteigung, das grosse

Gewicht des Instrumentes, die schwierige Montirung, verbunden mit dem Risico, dass der Erfolg den Opfern nicht entsprechen werde, waren die Gründe, weshalb das Instrument niemals an seinem Bestimmungsort aufgestellt worden ist.

Herr Hecht schlug vor, ein Registririnstrument durch eine elektrische Uhr zu betreiben, welche ihrerseits durch den galvanischen Strom einer Batterie im Gang erhalten wird. Auch mit diesem Project konnte ich mich nicht befreunden, weil von einer solchen elektrischen Uhr voraussichtlich kein günstiges Resultat zu erwarten war.

Im Mai vorigen Jahres einigten wir uns dahin, auf dem 2683^{m} hohen Gipfel des Faulhorns versuchsweise während des Sommers ein selbstregistrirendes Thermometer aufzustellen, welches stündlich vermittels einer alle 8 Tage aufzuziehenden Uhr und einer Batterie von 6 Leclanché-Elementen markiren würde. Wegen unzureichender Unterstützung von Seite des Alpenklubs übernahm ich es, passende Instrumente anzufertigen und dem Alpenklub leihweise zur Verfügung zu stellen, während dessen Vertreter, Herr Hecht, die mit dem Montiren verbundenen Kosten und die Aufstellung selbst übernehmen wollte. Nachdem die Apparate fertig waren, gab ich Herrn Hecht die nöthige Anleitung, um dieselben zweckmässig aufzustellen.

Am 22. Juni brach Herr Hecht mit vier Knechten von Interlaken auf und brachte die Instrumente, trotz des stürmischen Wetters, unversehrt auf die Höhe des Faulhorns, wo sie am 24. Juni montirt wurden. Die Uhr mit Halbsecundenpendel wurde im Esszimmer des Gasthauses aufgehängt; das Registrirthermometer, von einem besonderen Schutzgehäuse umgeben, wurde auf der Nordseite des Gebäudes aufgestellt, wofür vorher noch grosse Schneemassen weggeräumt werden mussten. Nachdem Herr Hecht nach 4 Wochen nochmals das Faulhorn erstiegen, um den Gang der Instrumente zu beobachten, controlirende Vergleichungen der Curven mit einem Quecksilberthermometer anzustellen, wurden die Apparate von Herrn Hecht am 15. September 1880 demontirt und wieder zu Thal gebracht. Die vorliegenden Instrumente haben während dieser Zeit von 84 Tagen ordentlich functionirt und durchaus nicht gelitten, wozu auch der Besitzer des Gasthauses auf dem Faulhorn sein Möglichstes beigetragen hat.

Herr Hecht hat die markirte Curve vom Originalstreifen in sehr anschaulicher und sinnreicher Weise auf 12 Blätter in Millimeter eingetheilten Papieres übertragen, wobei jedes Blatt 7 Tage umfasst (siehe

Tafel IV). Bei der stündlichen Markirung des Thermographen bilden je 24 Punkte eine Tagescurve, und sind durch eine rothe Linie mit einander verbunden. Auf der linken Seite eines jeden Blattes ist die Scala in Celsius eingezeichnet, so dass man für jede Tagesstunde die Temperatur leicht ablesen kann. Die höchste Temperatur + 25,5° fällt auf den 17. Juli, die niedrigste — 5° auf den 15. September 1880.

Der Versuch, die Temperatur auf dem Faulhorn während der Sommermonate zu registriren, ist somit günstig ausgefallen und unser Zweck, mit wenig Mitteln gute Resultate zu erhalten, erreicht.

Wir kamen nun überein, den gleichen Thermographen auf einer während des Winters bewohnten Höhenstation aufzustellen. Dem freundlichen Entgegenkommen von Herrn Grossrath Sterchi ist es zu verdanken, dass Herr Hecht das Instrument am 2. November 1880 beim Hôtel Mürren in Mürren in einer Höhe von 1636^{m} aufstellen konnte. Die gleiche Batterie wurde in einem Zimmer placirt und zur Vermeidung des Einfrierens mit einer dicken Lage von Sägespänen umgeben. Der unermüdliche Klubbist begab sich schon am 11. November nach Mürren, um den Gang der Apparate zu beobachten, ferner am 12. December, sowie am 17. Februar 1881. Das Instrument hat trotz einer Kälte von — 18° und 3 Fuss tiefem Schnee immer regelmässig fortregistrirt, während die Uhr seit 3 Monaten keine Minute differirte. Am 25. Mai wurden die Instrumente durch Herrn Hecht von Mürren abgeholt, um sie hierher zu schicken, da ich dieselben nebst anderen Apparaten auf der internationalen Ausstellung für Elektricität in Paris auszustellen beabsichtige.

Die Curven vom 2. November 1880 bis 17. Februar 1881, 108 Tage umfassend, sind in gleicher Weise wie diejenigen für das Faulhorn, jedoch auf 16 Blättern eingetragen. Die höchste Temperatur + 10,7° C. fällt auf den 16. November 1880, die niedrigste — 18,7° auf den 24. Januar 1881. Für die Temperaturaufzeichnungen vom 7. Februar bis 25. Mai 1881 liegt der Originalstreifen vor. Die markirten Punkte dieser 97 Tage sind zu leichterer Uebersicht durch eine rothe Linie verbunden. Diese Curve wird durch eine schwarz gezeichnete, dem Nullpunkt entsprechende Linie durchschnitten. Ebenso sind von 5° zu 5° über und unter 0° C. punktirte Linien gezogen, so dass diese 97 Tage auf dem 2,80^{m} langen Papierstreifen ein deutliches Bild der Temperaturverhältnisse für Mürren während des Winters geben.

Die vorliegenden Instrumente, Thermograph und Uhr, welche auf dem Faulhorn und in Mürren functionirt haben, sind mir in völlig unversehrtem Zustande abgeliefert worden und bereit neuerdings aufgestellt zu werden. Die Batterie von 6 Leclanché-Elementen hat sich bei stündlichem, sehr kurzem Stromfluss durch die Uhr vorzüglich bewährt.

Durch diese überaus günstigen Erfolge ermuthigt, beschloss ich, die Construction eines automatischen Registrirapparates zu versuchen. Dieser Apparat, bei welchem als bewegende Kraft eine Uhr dient, welche durch den Wind aufgezogen wird, geht seiner Vollendung entgegen. Sollte derselbe den Anforderungen entsprechen, so hoffe ich, dass das Instrument allgemeine Anwendung finden wird, sowohl zu Aufzeichnungen der meteorologischen Vorgänge auf unbewohnten Höhenpunkten, als auch in den unbewohnbaren Polarregionen.

J. Moser, Die mikrophonische Wirkung der Selenzelle.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1881 Nr. 20.)

Bei Beginn seiner Untersuchungen war Verfasser auch der allgemeinen Ansicht, dass es zwei Arten von Photophonen und drei Arten von Lichtstrahlen gibt. Er vermuthete, dass das Selenphotophon Aufschluss geben könnte über eine unmittelbare Beziehung zwischen Licht und Elektricität. Durch seine Untersuchungen indessen gewinnt er die einfachere Ueberzeugung, dass im Selenphotophon eine mikrophonische Wirkung vorliegt.

Das Selenphotophon ist im Princip nichts anderes als ein Mikrophon und stimmt am meisten mit der Form desselben überein, welche als Thermoskop beschrieben ist. Im Selen im allgemeinen können die Lichtstrahlen noch Aenderungen der Modification erzeugen. Diese aber sind nicht wesentlich für das Selenphotophon. Es gibt nur eine Art von Lichtstrahlen, allerdings von verschiedener Wellenlänge und Intensität; ein und derselbe Strahl kann wärmend, leuchtend, chemisch wirken. Und es gibt nur eine Art ihrer photophonischen Wirkung. Demnach sieht Verfasser keinen Grund, der photophonischen Wirkung wegen das Selen von allen anderen Körpern zu trennen, und hat nicht mehr die Hoffnung, im Selenphotophon einen neuen Zusammenhang der Naturkräfte zu finden.

Hartmann, Ueber ein neues Scalenfernrohr für Spiegelablesung.

(Aus den Sitzungsberichten der Würzburger Phys.-med. Gesellschaft vom Herrn Verfasser eingesandt.)

Nach einigen einleitenden Betrachtungen über die bisherigen Constructionen des Scalenfernrohres für Spiegelablesung fährt Herr Hartmann fort:

Es schien deshalb wohl der Mühe werth, ein weiteres Ablesefernrohr zu construiren. Es war ein Leichtes, jene Unvollkommenheiten zu vermeiden und unter Beibehaltung der guten Eigenschaften der drei genannten Constructionen und Hinzufügung einiger weiteren Einrichtungen ein Instrument herzustellen, dessen constructive Vorzüge neben seinem cabinetfähigen Aeussern ihm eine grössere Verbreitung zu sichern geeignet sind.

Die Vorbedingungen für die Construction des nebenstehend in ¼ natürlicher Grösse abgebildeten Instrumentes waren: Stabilität und hiermit zusammenhängend symmetrische Anlage aller Theile, resp. Balancirung der ausser der Mitte liegenden Scale, grosse Neigung des Fernrohres und Feinstellung der beiden Drehungsebenen, grosses Gesichtsfeld desselben, Möglichkeit, auf ganz kurze Entfernung beobachten zu können, selbständige Verstellbarkeit des Fernrohres in verticaler Richtung und des Scalenträgers in jeder Richtung, Möglichkeit, Scalen von verschiedenem Querschnitt leicht und sicher befestigen zu können.

Für den Unterbau ist die Form der Theodoliten unter Hinweglassung der Kreise adoptirt, und zwar hauptsächlich, um dem Fernrohr grössere Neigungen in verticaler Ebene zu gestatten und es hierdurch auch zu kleineren astronomischen Beobachtungen fähig zu machen. Zu diesem Zweck kann auch eine Reitlibelle auf der Drehungsachse des Fernrohrs, event. auf der Basis des Lagerstückes angebracht werden. Letzteres setzt sich nach oben in der Mitte zusammenlaufend fort und trägt einen Cylinder, an dem sich der Scalenträger leicht gleitend verstellen lässt. Dieser Cylinder kann abgenommen und auf beiden Seiten am Lagerstück oberhalb der Fernrohrzapfen in horizontaler Lage eingeschraubt werden. Seitlich am Cylinder befindet sich eine Rippe, welche bewerkstelligt, dass nach jeder Verschiebung des Scalenträgers die Scale dieselbe Richtung zur optischen Achse des Fernrohrs beibehält.



Der Scalenträger ist so eingerichtet, dass Scalen von Holz mit beliebigem Querschnitt ebensowohl wie Scalen von Glas sicher befestigt und auch in der Längsrichtung verschoben werden können, um einen beliebigen Theilstrich mit dem Fadenkreuz des Fernrohrs zur Einstellung zu bringen. Die Unterlage der Scalen hat in der Mitte einen Ausschnitt, welcher gestattet, das Instrument mit der Scale dicht an von der Decke des Beobachtungsraumes herabhängende Senkel zu rücken. Nach Lösung der Schraubenmutter unterhalb der Unterlagplatte des Scalenträgers lässt sich diese gegen das Fernrohr verstellen, resp. die rechtwinklige Lage der Scale zur optischen Achse des Fernrohres corrigiren.

Das Objectiv des Fernrohres hat eine Oeffnung von 40^{mm} und eine Brennweite von 32^{cm}; dieses günstige Verhältnis verleiht dem Fernrohr grosse Helligkeit. Die Oculare, die sich leicht auswechseln lassen, bestehen aus 3 planconvexen Linsen und geben mit einem scheinbaren Gesichtsfeld von 52^0 24, 32 und 40malige Vergrösserung. Das Auszugrohr lässt sich mittels Zahn und Trieb so weit herausschieben, dass man noch auf 120^{cm} Entfernung (also auf 60^{cm} Entfernung vom Spiegel) beobachten und ablesen kann. Zwei seitliche, gegen die Zahnstange drückende Schrauben dienen einestheils zur Normalstellung des Fadenkreuzes, anderntheils zum Festklemmen des Auszugrohrs, nachdem das Fernrohr auf eine bestimmte Entfernung eingestellt ist. Durch Klemmarme und Mikrometerschrauben mit Gegendruckfeder ist das Fernrohr in seinen beiden Bewegungsrichtungen einzustellen, während nach Lösung der Klemmschrauben eine sanfte Drehung aus freier Hand vorgenommen werden kann. Um das Objectiv theilweise abblenden zu können, ist der Deckel mit einer Vorrichtung versehen, die gestattet, dass Diaphragmen von verschiedener Oeffnung vor das Objectiv gesetzt werden können. Bei Beobachtung mit sehr kleinen Spiegeln wird hierdurch eine Erhöhung der Deutlichkeit der Scalenbilder erzielt.

Das ganze Instrument kann man zur bequemeren Einstellung nach Art einer Winde aus dem Fusse mit Leichtigkeit herausheben und senken und in jeder Lage mittels einer einarmigen Klemmschraube feststellen. Besondere Sorgfalt wird der Anfertigung der Scalen gewidmet. Dieselben werden aus drei Theilen von altem trockenen Holze verleimt, mit Papier überzogen und dann erst mit der Theilmaschine getheilt, um so eine durch Eingehen des Papiers stattfindende Un-

genauigkeit der Theilung zu vermeiden. Scalen aus Spiegelglas verdienen den Vorzug; allerdings ist es gut, wenn auch diese der Helligkeit wegen mit weissem Papier überzogen werden, indessen ist ein hierdurch veranlasstes Verziehen der Glasscalen bei genügender Dicke nicht zu befürchten. Die besten Erfolge werden mit Scalen aus Milchglas erzielt, welche ich nun in Längen bis $1\frac{1}{2}^{m}$ anfertigen lasse.

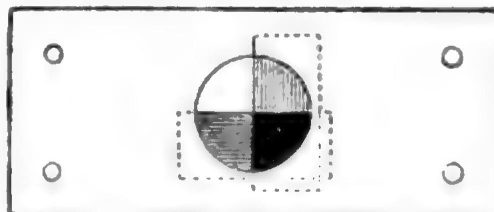
Diese Ablesefernrohre werden in drei verschiedenen Grössen angefertigt; die Abbildung auf Seite 183 zeigt es in $\frac{1}{4}$ natürlicher Grösse der mittleren Sorte. Die kleinere Sorte hat ein Fernrohr von 30^{mm} Oeffnung, 25^{cm} Brennweite, die grössere eine solche von 55^{mm} Oeffnung und 55^{cm} Brennweite.

In einem jüngst ausgegebenen Preisverzeichnis eines Mechanikers ist das Instrument ebenfalls abgebildet; so erfreulich die hierdurch documentirte Anerkennung für den Constructeur auch sein mag, so soll hier nicht unerwähnt bleiben, dass in jenem Verzeichnis die Quelle anzugeben versäumt ist.

E. Dubois, Optisches Experiment.

(Journal de Physique, Octobre 1881.)

Bekanntlich kann man weisses Licht vollständig auslöschen, wenn man es durch zwei verschiedenfarbige Gläser, z. B. ein rothes und ein grünes Glas, hindurchgehen lässt. Um dies in Vorlesungen zu demonstriren, nimmt man zwei Holzbrettchen mit kreisförmigen Löchern, wie sie zum Projiciren von Zeichnungen etc. verwendet werden; man befestigt am einen Brettchen ein rothes, am andern ein grünes Glas so, dass sich beide Gläser im Mittelpunkte der kreisförmigen Oeffnung unter einem rechten Winkel schneiden, wie dies folgende Figur zeigt, und schraubt nun die beiden Brettchen mit vier Holzschrauben zusammen.



Die Projectionsfigur zeigt dann vier Quadranten, wovon der eine weiss, der zweite roth, der dritte grün und der vierte schwarz ist; der letztere ist derjenige, in welchem die beiden Gläser auf einander liegen.

Der Versuch ist der umgekehrte von demjenigen, bei welchem mittels zweier Projectionsapparate auf einem weissen Schirm ein rother und ein grüner Lichtbüschel zur Deckung gebracht werden, was, da roth und grün complementär sind, dann weiss ergibt.

Přibram und Handl, Ueber die specifische Zähigkeit der Flüssigkeiten und ihre Beziehung zur chemischen Constitution. III.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1881 Nr. 20.)

Die Verfasser haben ihre Studien über diesen Gegenstand fortgesetzt und ihr Beobachtungsmaterial durch fünfzig neu dargestellte Substanzen erweitert. Sie gelangen zu folgenden Hauptergebnissen:

1. Von zwei isomeren Estern, deren Isomerie durch einfachen Umtausch des Alkohol- und Säureradicals hervorgerufen ist, besitzt in der Regel jener die grössere Zähigkeit, welcher das in der homologen Reihe höher stehende Alkoholradical enthält.

2. Die Unterschiede in der specifischen Zähigkeit für gleiche Volumina werden im allgemeinen grösser, wenn die Differenzen der Moleculargewichte der in den verglichenen Estern enthaltenen Radicale anwachsen.

3. Von isomeren Estern, bei welchen die Isomerie durch verschiedene Anordnung der Atome im Radical bedingt ist, zeigt der das normal constituirte Radical enthaltende Ester stets die grössere Zähigkeit, und dies gilt, mag die Isomerie im Alkohol- oder im Säureradical stattfinden.

4. Auch bei den Aldehyden, Propylalkoholen (bei 50°), Nitropropanen, Buttersäuren und Butyljodiden haben die normalen Verbindungen eine grössere Zähigkeit als die ihnen isomeren, während für die Propylhalogene, die Butylalkohole und Nitrobutane das entgegengesetzte Verhalten gilt.

5. Beim Vergleich von Propyl- und Allylverbindungen zeigen die Acetate und Halogenverbindungen nahezu gleiche, die Alkohole hingegen sehr verschiedene Zähigkeit, und zwar ist die Zähigkeit des Allylalkohols, welcher um zwei Wasserstoffatome ärmer ist als der Propylalkohol (nach den herrschenden Anschauungen Doppelbindung zwischen Kohlenstoffatomen) bedeutend kleiner als die des Propylalkohols.

6. Bei dem Uebergang vom Alkohol zum Aldehyd, welcher letztere um zwei Wasserstoffatome ärmer ist als der erstere, (Doppelbindung zwischen Kohlenstoff und Sauerstoff) findet ebenfalls und zwar in beträchtlicher Weise eine Herabminderung der Zähigkeit statt. Dieselbe ist in Procenten der Zähigkeit des Alkohols ausgedrückt in allen Fällen (bei derselben Temperatur) nahezu gleich, mag man dabei die Zahlen für gleiche Volumina oder jene für äquivalente Mengen zu Grunde legen.

7. Die Zunahme der Zähigkeit ist im allgemeinen der Zunahme des Moleculargewichts proportional; der Zuwachscoefficient

$$Q = \frac{\Delta Z}{\Delta m}$$

ist aber von dem Baue der Moleküle abhängig und nur dann constant, wenn die Glieder der homologen Reihe, als binäre Verbindungen betrachtet, ein constantes und nur ein veränderliches Glied enthalten.

Atwood's Fallmaschine

angefertigt von

H. Köpping, Mechaniker in Nürnberg.

(Mit Tafel V Figg. 1—4.)

Den bei Atwood's Fallmaschinen in physikalischen Lehrbüchern häufig abgebildeten hölzernen Dreifuss habe ich schon bei den ersten von mir angefertigten Fallmaschinen im Jahre 1868 für die Realgymnasien in München, Nürnberg und Regensburg durch einen gusseisernen ersetzt. Die bei demselben aus der Zeichnung ersichtliche Klemmvorrichtung, bestehend aus Beilageplatten und Druckschrauben, gestattet eine vollkommen feste Verbindung mit den beiden hölzernen Säulen, so dass hierdurch alle störenden Schwankungen verhindert werden. An die mit dem Secundenpendel schwingenden und den Secundenschlag bewirkenden Arme sind Kugeln mittels ganz kurzer Schnur befestigt, welche den Anschlag an das Glöckchen rein und voll geben, sowie jeden nachtheiligen Stoss vermeiden. Die Auslösung der Fallklappe erfolgt wie früher durch das Pendel. Um nun mit dem Secundenschlag auch das Auffallen des Fallgewichts besser zu markiren, ist die Platte des betreffenden Schiebers beweglich eingerichtet und unter derselben ein Glöckchen mit tieferem Ton als der Ton des Glöckchens vom Secundenpendel angebracht, so dass man durch das Zusammenklingen beider Glöckchen den präcisen Aufschlag des Fallgewichts, schon nach kurzem Fallraum, noch aus weiter Entfernung in einem grossen Hörsaal deutlich vernimmt.

Bei einer von mir für die kgl. Industrieschule hier abgeänderten, so ziemlich neu angefertigten Fallmaschine sind nach Anordnung des Herrn Rector Füchtbauer die Zwischenräume der halben Decimeter abwechslungsweise mit schwarzen Streifen versehen, so dass neben sehr grossen, in die Augen fallenden Zahlen auch die Eintheilung allen Anforderungen entsprechen dürfte.

Spectroskop mit constanter Ablenkung.

Von H. Goltzsch.

(Mit Tafel V Fig. 5.)

Bei der gewöhnlichen Einrichtung des Spectroskops ist bekanntlich der Winkel, welchen das Spalt- oder Collimatorrohr mit dem Beobachtungsfernrohr bildet, veränderlich je nach der Strahlengattung, für welche die Prismen auf minimale Ablenkung eingestellt sind. Durch Einführung der totalen Reflexion im Innern der Prismen ist es jedoch möglich, diesen Winkel ein- für allemal constant zu machen und die Einstellung für die verschiedenen Farben allein durch Drehung der Prismen zu bewirken, so dass die Messung der Spectrallinien durch einfaches Ablesen eines Gradbogens erfolgen kann.

Die Prismen, welche in solcher Weise dienen sollen, müssen stets drei vollständige Flächen und einen genauen rechten Winkel besitzen; die andern Winkel sind willkürlich. Sei also in der Figur 5 Tafel V das Dreieck ABC der Durchschnitt eines Prisma von 90, 60 und 30° Winkel. Denken wir uns zunächst die Fläche BC, welcher die Winkel von 90 und 30° anliegen, hinweg und die Glasmasse von der erweiterten Fläche AB begrenzt, so haben wir ein gewöhnliches zweiflächiges Prisma mit einem brechenden Winkel von 60° bei A. Construiren wir für dasselbe den Gang irgend eines farbigen Strahls bei minimaler Ablenkung $DEFG$ so, dass er die Fläche BC in H schneiden würde, so wird das Dreieck AEF ein reguläres, der Eintrittswinkel des Strahls bei E wird gleich seinem Austrittswinkel bei F, und seine Gesammtablenkung ist gleich der Summe der beiden einander gleichen Partialablenkungen bei E und F; sie ist grösser für stärker, kleiner für schwächer brechbare Strahlen. Denken wir uns jetzt statt dessen den Strahl an der Fläche BC, die er unter einem Winkel von 30° trifft, total reflectirt, so verläuft er zunächst parallel der Fläche AC, trifft die Fläche AB in J und erfährt hier eine Brechung ganz gleich der vorhin in E angenommenen, jedoch in entgegengesetzter Richtung. Demzufolge vergrössert die zweite Brechung die erste nicht um einen gleichen Betrag, sondern hebt sie vielmehr vollständig auf, und es bleibt als Ablenkung nur die von der Reflexion herrührende übrig, und diese ist, wie leicht zu ersehen, gleich dem brechenden Winkel des Prisma bei A, hier also bei 60°, und zugleich gänzlich unabhängig von der Brechbarkeit des Strahls. Eine einfache Drehung des Prisma, welche Ein- und Austrittswinkel stets gleichmässig ändert, genügt

also, um für jeden beliebigen Strahl die Ablenkung von 60° zu erzeugen, und wenn das Collimatorrohr sowie das Fernrohr diesem Winkel entsprechend fest angebracht sind, so ist das Minimum der Ablenkung für jeden Strahl, der in der Mitte des Feldes gesehen wird, von selbst hergestellt; die Zerstreuung aber ist keineswegs aufgehoben, sondern sie ist die Summe der Zerstreuungen an jeder brechenden Fläche, gleich der in einem gewöhnlichen Prisma von 60°; man erkennt dies leicht durch Construction eines stärker oder schwächer brechbaren, ebenfalls in der Richtung DE eintretenden Strahls. Mit dem drehbaren Prisma kann nun leicht ein Gradbogen von etwas grossem Radius verbunden werden, durch dessen Ablesung, nöthigenfalls mit dem Mikroskop, jede im Fernrohr eingestellte Linie direct gemessen werden kann mit einer wenigstens für viele Zwecke hinreichenden Genauigkeit.

Stärkere Zerstreuung liefern zunächst zwei solcher Prismen. Man kann sie so stellen wie die in der Figur mit 2 und 3 bezeichneten, bei denen die Winkel von 60° einander zugekehrt sind, doch könnte dies ebensogut mit denen von 30° geschehen. In beiden Fällen summiren sich die beiden einzelnen constanten Ablenkungen von je 60° zu einer ebenso constanten von 120°. Wollte man brechende Winkel von 45° anwenden, so würde die constante Ablenkung gerade 90° betragen, und dies könnte für manche, besonders astronomische Zwecke erwünscht sein. Wichtiger aber ist diejenige Combination, welche die mit 1 und 2 bezeichneten Prismen zeigen. Hier fällt die constante Ablenkung des einen entgegengesetzt zu der des andern aus, beide heben sich auf, und der austretende Strahl wird dem eintretenden parallel; man hat also ein Spectroskop mit gerader Durchsicht. Die zur Einstellung nöthige, für beide Prismen gleiche, aber entgegengesetzte Drehung muss hier um die Punkte E, bzw. L, d. h. um den Ein- sowie Austrittspunkt des Strahls in Bezug auf das ganze System erfolgen; es ist dies in der Praxis leicht durch eine gegen beide Prismafassungen zugleich wirkende Schraube zu bewerkstelligen, deren Spindel senkrecht zu JK in der Mitte zwischen den Drehungspunkten E und L liegt. Mit Uebergehung der Vereinigung dreier Prismen sei nur noch die von vieren erwähnt. Die Prismen 3 und 4 in der Figur bilden ein den beiden ersten ganz gleiches, symmetrisch zu diesen angebrachtes Paar mit entsprechend symmetrisch gelegenen Drehungspunkten. Durch eine einfache Vorrichtung können alle vier Prismen in dem erforderlichen Sinne um gleiche Winkel gedreht werden, um das System für

jede Brechbarkeit einzustellen. Die Durchsicht ist hier wieder eine gerade, wie bei 2 Prismen, jedoch fällt nunmehr auch die Achse des Collimators mit der des Fernrohrs in eine und dieselbe gerade Linie. Da die zur Einstellung dienende Drehung bei zwei oder mehr Prismen offenbar stets gleich der für ein einzelnes erforderlichen ist, so genügt es, wenn eins der Prismen mit dem Gradbogen versehen ist, insofern man nicht der Controle halber solche auch bei den andern anbringen will. Noch sei bemerkt, dass die Anordnung von 4 Prismen mit derselben Wirkung auch noch in anderer Weise möglich ist, als die Figur zeigt.

In allen diesen Fällen sind stets Prismen von genau übereinstimmender Gestalt und Glasmasse vorausgesetzt. Die Art, wie dergleichen angefertigt werden, bringt eine solche Uebereinstimmung schon von selbst mit sich; es verdient jedoch Erwähnung, dass bei einer jeden geraden Anzahl der combinirten Prismen sich auch ein etwaiger pyramidaler Fehler derselben, der dann bei allen der gleiche sein wird, vermöge ihrer eigenthümlichen Anordnung compensirt. In dieser Hinsicht ist es auch von Wichtigkeit, bei Verwendung von Prismen mit 45° brechendem Winkel die wirklich gleichzeitig hergestellten Flächen auf irgend eine Weise kenntlich zu machen, um die anscheinend gleichen Winkel jedes Prismas bei der Zusammenstellung des Systems in derselben Weise unterscheiden zu können, wie es bei den ungleichseitigen von selbst geschieht.

Messung des Brechungsexponenten während des Unterrichtes.

Von A. Kurz.

Während der bloss mit der ersten Decimale angegebene Brechungsexponent das Brechungsvermögen n der betreffenden Substanz im allgemeinen, abgesehen von der Farbenzerstreuung derselben, charakterisiren mag, wird diese letztere durch die zweite Decimale hauptsächlich bestimmt. Bei Substanzen von geringem Streuungsvermögen muss zur ersten Annäherung wohl auch eine ungefähre Kenntnis der dritten Decimale, wie etwa bis zur halben Einheit der zweiten Decimale, hinzukommen.

In analoger Stufenfolge wird n durch den Einfalls- und Brechungswinkel α und β, und die Farbenzerstreuung durch den Prismenwinkel γ und den kleinsten Ablenkungswinkel δ in bekannter Weise bestimmt $\left(n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\frac{\gamma+\delta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}\right)$, indem nämlich der letztere für das rothe

und violette Ende des Spectrums gemessen werden muss; δ_B und δ_H liefern alsdann n_B und n_H; die Differenz der beiden letzteren beträgt z. B. bei Wasser $1\frac{1}{3}$, bei Kronglas 2, bei gewöhnlichem Flintglas 4, bei stärkeren Sorten des letzteren und bei Schwefelkohlenstoff bis zu 7 Einheiten der zweiten Decimale.

In diesem Jahre habe ich zum ersten Male bei Gelegenheit der Vorzeigung des Sonnenspectrums (und der Fraunhofer'schen Linien) mittels des Messbandes δ_B und δ_H für ein Flintglasprisma und dann für ein Wasserprisma von $\gamma = 60^0$ bestimmt, auf folgende Weise:

Die Zimmerbreite, genauer der Abstand des Prismas von der Wand, an welcher die Linse ohne das Prisma das Bild des Spaltes entwarf, betrug 7^m; die Entfernung des rothen Spectralrandes von dieser Bildstelle betrug 10^m; die Breite des Spectrums auf einem weissen Schirme, welcher tangential an den Kreisbogen von 7^m Radius (Centrum beim Prisma) gehalten wurde, war 1^m. Daraus berechnet sich für die violetten Strahlen der Abstand 12 (statt $10)^m$ in elementarer Annäherung. Also ist

$$\operatorname{tg} \delta_B = \frac{10}{7} = 1{,}43 \text{ und } \operatorname{tg} \delta_H = \frac{12}{7} = 2{,}0.$$

Zu stetem Gebrauch hängt an der Wand ein Carton, auf welchem ein Kreisquadrant, von 5 zu 5^0 getheilt, und längs seiner zwei Radien je ein in 100 Theile getheilter Maassstab sich befindet[1]). Man kann auf diese Weise Sinus, Cosinus und Tangente auf 2 Decimalen ablesen, und findet, diesmal den umgekehrten Weg einschlagend, auf etwa $\frac{1}{2}^0$ genau

$$\delta_B = 55^0 \qquad \delta_H = 63\tfrac{1}{2}^0$$

und daraus nach oben citirter Formel

$$n_B = 1{,}69 \qquad n_H = 1{,}76$$

Für das Wasserprisma erhielten wir statt 10 nur 3 und statt 12 nur $3{,}2^m$, also

$$\operatorname{tg} \delta_B = \frac{3}{7} = 0{,}43 \text{ und } \operatorname{tg} \delta_H = \frac{3{,}2}{7} = 0{,}457$$

$$\delta_B = 23\tfrac{1}{4}^0 \qquad \delta_H = 24\tfrac{1}{2}^0$$

$$n_B = 1{,}328 \qquad n_H = 1{,}344$$

Auf diese Weise ist das Minimum der Ablenkung experimentell dargethan und, was noch mehr, messend verfolgt; zweitens die praktische Anwendung der sonst nur rechnend dargelegten Formel für die

1) In Kohlrausch' Leitfaden der prakt. Physik findet sich zu gleichem Zwecke eine entsprechende Tabelle.

Bestimmung des Brechungsexponenten und dem Minimum der Ablenkung gemacht, und drittens auch die Dispersion einer experimentellen Abwägung unterworfen.

Diese Notiz habe ich im vergangenen September auf der Naturforscherversammlung zu Salzburg während der ersten Sitzung der physikalischen Section zum Vortrage gebracht, aber im dortigen Tagblatte nicht abdrucken lassen.

Literatur.

R. Arendt, Technik der Experimentalchemie. Leipzig, L. Voss. 1881. Bd. I und II Lief. 1. 2.

Dieses Werk gibt eine Anleitung zur Anstellung chemischer Experimente und enthält eine Menge von praktischen Winken, welche namentlich für angehende Lehrer an Mittelschulen von Nutzen sein werden.

———, Grundriss der anorganischen Chemie. 2. Aufl. Leipzig, L. Voss.

Bericht über die Verhandlungen und Ergebnisse der III. Internationalen Polar-Conferenz, abgehalten in St. Petersburg in den Tagen vom 1. bis 6. August 1881.

Bulletin Astronomique et Météorologique de l'Observatoire Impérial de Rio de Janeiro. No. 1 et 2.

Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchatel. Tome XII, 2me cahier.

H. Bunte, Die elektrische Beleuchtung auf der Ausstellung in Paris.

A. Forster, Jahrbücher des Tellurischen Observatoriums zu Bern. 1880.

F. Klocke, Ueber einige optische Eigenschaften optisch anormaler Krystalle und deren Nachahmung durch gespannte und gepresste Colloide. S. A.

N. v. Konkoly, Beobachtungen, angestellt am Astrophysikalischen Observatorium in O Gyalla. Bd. III.

Thomas H. Huxley, Grundzüge der Physiologie, herausgegeben von J. Rosenthal. Leipzig, L. Voss.

J. Mielberg, Meteorologische Beobachtungen des Tifliser Physikalischen Observatoriums im Jahre 1880.

A. Naccari, Intorno al riscaldamento degli elettrodi prodotto dalla scintilla del rocchetto d'induzione. S. A.

P. Paganini, La Fototopografia. Roma 1881.

Protokolle der III. Internationalen Polar-Conferenz im Physikalischen Central-Observatorium zu St. Petersburg.

Rayleigh and **A. Schuster,** On the Determination of the Ohm in Absolute Measure. S. A.

B. Schell, Die Terrainaufnahme mit der tachymetrischen Kippregel von Tichy und Starke. Wien, Seidel & Sohn. 1,60 M.

G. Schenzl, Beiträge zur Kenntnis der erdmagnetischen Verhältnisse in den Ländern der ungarischen Krone. Budapest 1881.

———, Jahrbücher der k. ungarischen Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Bd. VIII und IX, Jahrgang 1878. 1879.

Arthur Schuster, The Teachings of Modern Spectroscopy. S. A.

———, On Harmonic Ratios in the Spectra of Gases. S. A.

A. Wassmuth, Ueber die Magnetisirbarkeit des Eisens bei hohen Temperaturen. S. A.

XVIII. Band. 4. Heft.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 4. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Ueber den Einfluss der Wärme auf die Molecularstructur des Zinks.

Von

S. Kalischer.

Wenn gewalztes Zink auf eine höhere Temperatur erwärmt wird, so erleidet es eine Reihe bleibender Aenderungen, ohne dass das äussere Ansehen unmittelbar ein anderes würde. Es verliert seinen hellen Klang und erweist sich als fast gänzlich klanglos, wie Blei; es lässt sich leichter biegen, bricht aber auch leichter und gibt beim Biegen ein Geräusch, welches völlig dem „Schreien" des Zinns gleicht. Alle diese Aenderungen sind die Folge davon, dass das Zink seine Molecularstructur ändert, dass es krystallinisch wird. Diese Krystallisation lässt sich leicht sichtbar machen, wenn man den Zinkstreifen, nachdem er erwärmt worden, in eine Lösung von Kupfervitriol taucht. Die Wirkung ist eine augenblickliche; man braucht das Zink nur eben in die Lösung einzutauchen und das darauf niedergeschlagene Kupfer mit Wasser abzuspülen, um deutliche Anzeichen der Krystallisation auf der Oberfläche zu erhalten; lässt man es etwa $^{1}/_{2}$ Minute in einer concentrirten Lösung, so ist die Krystallisation vollkommen scharf ausgebildet.

Dass dies nicht etwa eine blosse Oberflächenwirkung ist, ergibt sich schon daraus, dass das gewalzte Zink, nachdem es erwärmt worden, sich auf dem Bruche krystallinisch zeigt und, bis zu welcher Dünne es auch von der Kupfervitriollösung geätzt wird, seine krystallinische Structur beibehält. Die Art der Abkühlung ist hierbei ohne merklichen Einfluss; ob das Zink langsam erkaltet oder ob es abgeschreckt wird, indem es heiss in die kalte Lösung getaucht wird, der Erfolg ist immer derselbe, und zwar habe ich diese Wirkung erhalten mit Blechen von nur $^{1}/_{20}$ ^{mm} bis über 5 ^{mm} Dicke; stärkere Platten standen mir nicht zur Verfügung.

Ob und welchen Einfluss die fremden Beimengungen des Zinks ausüben, vermag ich nicht zu sagen, da ich bisher keine Gelegenheit hatte, verschiedene Zinksorten zu prüfen; das von mir untersuchte gewalzte Zink ist das schlesische.

Um annähernd die Temperatur zu ermitteln, bei welcher die Umwandlung in den krystallinischen Zustand erfolgt, habe ich die Zinkstreifen im Luftbade erwärmt und daraus entfernt, sobald eine bestimmte Temperatur erreicht war. Die auf diese Weise erhaltenen Resultate waren nicht immer ganz gleich. In jedem Falle muss das Zink über 150° hinaus erwärmt werden, um deutliche Anzeichen der Krystallisation durch Aetzen darzubieten. Zuweilen habe ich erst nach Erwärmung auf 170° Spuren von Krystallisation nachweisen können, oftmals war dieselbe schon zwischen 150° und 160° deutlich; von da ab wird sie immer deutlicher und bleibt bis zur Temperatur des Schmelzpunktes vollkommen. Früher aber als der Nachweis der Krystallisation durch Aetzen gelingt, lässt sich das „Schreien" wahrnehmen, meist schon nach der Erwärmung auf etwa 130°. Je höher die Temperatur war, desto stärker ist das „Schreien" und desto dumpfer der Klang. Das krystallinische Gefüge erweist sich auch, insoweit die Krystallgestaltung hierüber ein Urtheil zulässt, abhängig von der Temperatur, bis zu welcher das Zink erhitzt war. Im allgemeinen erscheint die Krystallisation bei Anwendung von Temperaturen unter 300° eisblumenähnlich, moiréartig, während, wenn die Temperatur eine höhere war, die Krystalle schärfer ausgebildet, gleichsam individualisirt sind. Zinkstreifen, die nicht auf die genannten Temperaturen erwärmt waren, zeigen auch nicht die geringste Spur einer Krystallisation.

Die hier mitgetheilte Beobachtung ist nicht nur an und für sich von Interesse, als ein Beispiel einer directen und raschen Umwandlung der Molecularstructur eines Metalles durch die Wärme, sondern auch dadurch, dass hiermit dem „schreienden" Zinn ein anderes ähnlich sich verhaltendes Metall an die Seite tritt, und die Annahme, dass das „Schreien" des Zinns die Folge einer krystallinischen Structur sei, findet in dem Verhalten des Zinks eine neue Bestätigung[1]). Da die

---

1) In Gmelin's Handbuch der Chemie (1844) Bd. 3 S. 3 findet sich, wie ich nach Abschluss dieser Arbeit sehe, folgende Angabe: Das Zink ... „gibt, nach dem Schmelzen gebogen, ein schwächeres Geräusch als das Zinn". Weder Berzelius noch Graham-Otto haben diese Notiz.

gesammten Operationen zum Nachweis der Krystallisation desselben nicht mehr als eine Minute Zeit in Anspruch nehmen, so ist dies zugleich ein sehr geeigneter Vorlesungsversuch, um den Einfluss der Wärme auf die Molecularstructur eines festen Körpers zu zeigen.

Vielleicht ist es nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, dass die vorliegende Beobachtung möglicherweise auch für die Technik nicht ohne Bedeutung ist. Denn da die Festigkeit des gewalzten Zinks sich mit der Umwandlung in den krystallinischen Zustand verringert, und dieser durch Erwärmung herbeigeführt wird, so tritt unter Umständen die Aufgabe an die Technik heran, die Temperatur beim Walzen nicht zu hoch zu steigern. Und da das „Schreien" unzweifelhaft ein Anzeichen der beginnenden Krystallisation ist, dasselbe aber in der Regel schon nach Erwärmung auf 130° wahrgenommen wird, so wird es gut sein, die Temperatur unter 130° zu halten. Man wird auch in dem Umstande, ob das Zink „schreit" oder nicht, einen Anhalt für den Grad der Festigkeit finden können. Freilich bleibt noch die Frage offen, ob nicht die mechanische Einwirkung des Walzens unter allen Umständen das Zustandekommen der krystallinischen Structur verhindert.

Es war von vorn herein wahrscheinlich, dass die Umwandlung der Molecularstructur des Zinks auch für andere physikalische Eigenschaften desselben Folgen haben werde, und ich verglich zunächst das specifische Gewicht des auf 320—330° im Luftbade erhitzten und dann erkalteten mit dem des gewöhnlichen gewalzten Zinks. Ich habe vier Bestimmungen ausgeführt, welche das merkwürdige Resultat einer geringen Zunahme der Dichtigkeit des durch die Wärme krystallinisch gewordenen Zinks ergeben haben. Die erste dieser Bestimmungen wurde mit einem Zinkstreifen von $0{,}45^{mm}$ Dicke, die drei anderen mit solchen von $0{,}9^{mm}$ Dicke ausgeführt. Die Gewichte an der Luft waren der Reihe nach in Grammen: 5,9368; 10,5818; 10,8875; 10,7727. Die Wägungen führte ich so aus, dass ich in die Zinkstreifen nahe dem Rande einer der kürzeren Seiten ein sehr feines Loch stach, so dass eben ein Coconfaden hindurchging, und sie mit demselben an der Waage aufhängte. Das Gewicht des Fadens wurde natürlich besonders bestimmt und in Rechnung gezogen. Nachdem das specifische Gewicht eines Zinkblechs im gewöhnlichen Zustande bestimmt war, wurde dasselbe auf die oben genannte Temperatur erwärmt, nach dem Erkalten abermals an der Luft, wobei sich in den

ersten drei Fällen sehr kleine Differenzen gegen die erstere Wägung ergaben, und dann in Wasser gewogen.

In der folgenden kleinen Tabelle enthält die erste Columne das in üblicher Weise corrigirte und auf 0° reducirte specifische Gewicht der Zinkstreifen im gewöhnlichen Zustande, in der oben durch ihre Gewichte an der Luft bezeichneten Reihenfolge, in welcher sie auch bestimmt wurden, die dritte das entsprechende specifische Gewicht nach der Erwärmung, die zweite und vierte Columne die respectiven Abweichungen aus den vier Bestimmungen.

	I	II	III	IV
	7,1816	+ 0,0004	7,1856	+ 0,0015
	7,1805	− 0,0007	7,1844	+ 0,0003
	7,1808	− 0,0004	7,1836	− 0,0005
	7,1819	+ 0,0007	7,1829	− 0,0012
Mittel:	7,1812		7,1841	

Der Quotient der beiden Mittelwerthe gibt uns das Verhältnis des specifischen Gewichts des gewalzten Zinks im krystallinischen zu dem im gewöhnlichen Zustande = 1,0004 : 1, oder eine Zunahme des ersteren um $^{4}/_{100}$ Procent.

Nachdem ich mich überzeugt hatte, dass auch der Zinkdraht durch Erwärmen krystallinisch wird und bleibt, verglich ich den elektrischen Widerstand des Drahtes von 0,48 ^{mm} Durchmesser in diesem mit demjenigen im gewöhnlichen Zustande. Nach der Messung des Widerstandes wurde der Draht auf 300° im Luftbade erwärmt, und nach dem Erkalten der Widerstand abermals gemessen. Auf eine höhere Temperatur habe ich den Draht deshalb nicht erwärmt, weil er mit der Steigerung der Temperatur immer brüchiger wird. Die Messungen wurden mittels der Wheatstone'schen Brücke ausgeführt und als Vergleichswiderstand eine Siemens'sche Einheit benutzt, welche bei 22,5° C. ausgeglichen war. Dies war auch nahezu die Temperatur der Drähte, weshalb ich eine weitere Reduction der gemessenen Werthe nicht vorgenommen habe.

In der folgenden Tabelle gibt die erste Columne die Längen der Drähte an, deren Widerstand die zweite Columne enthält; die fünfte gibt den Widerstand des derselben Horizontalreihe angehörigen Drahtes nach dem Erwärmen auf 300° an, in der dritten und sechsten ist der Widerstand auf die Länge eines Meters angegeben resp. berechnet, die vierte und siebente enthalten die Abweichungen vom Mittel des Widerstandes pro Meter.

I	II	III	IV	V	VI	VII
1 Meter	0,3874	0,3874	+ 0,0015	0,3788	0,3788	+ 0,0042
1 „	0,3865	0,3865	+ 0,0006	0,3783	0,3783	+ 0,0037
0,4945 „	0,1912	0,3866	+ 0,0007	0,1827	0,3694	– 0,0052
0,748 „	0,2860	0,3822	– 0,0037	0,2771	0,3704	– 0,0042
0,5 „	0,19296	0,3859	0,0000	0,1858	0,3716	– 0,0030
1 „	0,3869	0,3869	+ 0,0010	0,3792	0,3792	+ 0,0046
	Mittel	0,3859			0,3746	

Die Division der Mittelwerthe gibt das Verhältnis des Widerstandes des Zinkdrahtes im gewöhnlichen zu dem im krystallinischen Zustande = 1,0302 : 1, oder eine Abnahme des letzteren um 3 Procent. Vernachlässigen wir die durch den Einfluss der Wärme etwa eintretende bleibende Volumänderung, so gibt uns der Quotient direct das Verhältnis der specifischen Leitungsfähigkeiten des Zinkdrahtes in den verschiedenen Zuständen, also für den krystallinischen Draht eine Zunahme um 3 Procent. Die bleibende Volumänderung infolge der Erwärmung des Drahtes dürfte kaum eine irgend erhebliche sein, da sich wenigstens eine Längenänderung durch einfache Messung nicht nachweisen lässt. Nehmen wir an, dass der Draht sich ähnlich verhält wie das gewalzte Zink, legen wir demnach das von mir für dieses in den beiden Zuständen gefundene specifische Gewicht der Berechnung zu Grunde und schreiben die gesammte Aenderung dem Querschnitte zu, so würde sich der Werth desselben nur um eine Einheit in der vierten Decimale verringern. Denken wir uns dagegen, dass nur die Länge sich ändere, so würde sich das Meter um kaum $^{3}/_{10}$ mm verkürzen.

Zu einer erheblichen Fehlerquelle bei der Widerstandsbestimmung des Zinkdrahtes kann seine grosse Dehnbarkeit werden, insbesondere wenn man, wie ich ursprünglich that, längere Drähte nimmt und sie schraubenförmig, beispielsweise auf eine Glasröhre aufwindet, da der Draht sich durch den hierbei unvermeidlichen Zug beträchtlich ausdehnt. Ich habe daher zu den Messungen, wie obige Tabelle ergibt, die Drähte höchstens einen Meter lang genommen, sie durch ein Glasrohr gesteckt, so dass die Enden hervorragten, und nach der ersten Widerstandsbestimmung letztere unter Vermeidung jedes Zuges umgelegt und gegen das Glasrohr seiner Länge nach lose angedrückt, um so den Draht mit dem letzteren im Luftbade zu erwärmen. Nichtsdestoweniger weichen die einzelnen Bestimmungen noch mehr als wünschenswerth von einander ab, und ich glaube dies eben der grossen Dehnbarkeit des Zink-

drahtes zuschreiben zu müssen, in deren Folge bei der Abmessung der Länge durch einfache Anlegung an einen Maassstab, wobei man es nicht in der Hand hat, den Draht stets in gleicher Weise gespannt zu erhalten, leicht ein Irrthum um einige Millimeter pro Meter begangen werden kann. Natürlich hat dies keinen Einfluss auf das Resultat der Vergleichung der Widerstände vor und nach der Erwärmung des Drahtes, aber wohl auf die endgültige Feststellung des Mittelwerthes für den Widerstand einer bestimmten Länge. Handelte es sich um eine absolute Werthbestimmung der specifischen Leitungsfähigkeit des Zinkdrahtes im krystallinischen Zustande, so müsste natürlich auf die Längenmessung die grösste Sorgfalt verwandt werden. Die Abweichungen der Werthe des Widerstandes nach der Erwärmung resp. der Verhältniszahlen dürften sich zum Theil daraus erklären, dass die Bestimmung der Temperatur im Luftbade nur eine angenäherte ist, und es wahrscheinlich ist, dass die Aenderung des Widerstandes abhängig ist von der Temperatur, welche der Draht in seiner ganzen Ausdehnung wirklich angenommen hatte, um in den krystallinischen Zustand übergeführt zu werden.

Die Vermuthung liegt nahe, dass auch noch andere physikalische Eigenschaften des durch die Wärme krystallinisch gewordenen Zinks gegen das gewöhnliche eine Aenderung zeigen werden, so das elektromotorische und thermoelektrische Verhalten, die Wärmeleitungsfähigkeit und die specifische Wärme, und ich behalte mir vor, hierüber in der einen oder anderen Richtung Versuche anzustellen.

Wichtiger als dies ist die Frage, ob auch andere Metalle ein dem Zink ähnliches Verhalten zeigen. Ich habe in dieser Hinsicht bisher Bleche von Kupfer, Messing, Eisen und Aluminium untersucht, ohne eine Krystallisation nachweisen zu können; ich halte diese Versuche jedoch um so weniger für abgeschlossen, als beim Eisen, wenn es zur Rothgluth erhitzt worden, Spuren einer Krystallisation vorhanden zu sein scheinen, und ich gefunden habe, dass das gewalzte Kupfer, wenn es zur beginnenden Rothgluth und darüber erhitzt wird, seinen Klang, wie das Zink, dauernd verliert. Das Kupfer wird bekanntlich durch Erwärmen weich, aber der Verlust des Klanges kann nicht wohl diesem Umstande zugeschrieben werden, da auch das Messing und das Aluminium durch Erwärmung weich werden und dennoch ihren Klang unverändert beibehalten. Es gewinnt hiernach die Vermuthung, dass auch das Kupfer ein dem Zink ähnliches Verhalten zeigen möchte, an

Wahrscheinlichkeit, und vielleicht habe ich bisher nur noch nicht die geeignete Aetzflüssigkeit aufgefunden, um die Krystallisation am Kupfer nachzuweisen. Die Anwendung verdünnter Säuren ergab ein negatives Resultat. Uebrigens wäre es nicht besonders auffallend, wenn sich nicht leicht andere Metalle finden liessen, welche die hier beschriebene Erscheinung des Zinks darbieten, da dieses Metall bekanntlich eine ausserordentliche Neigung hat, beim Erstarren zu krystallisiren. Der Vorgang kann demnach so gedacht werden, dass das Zink seine krystallinische Structur, die es beim Erstarren annimmt, durch das Walzen verliert und, wenn es auf eine Temperatur erhitzt wird, welche diejenige, die es beim Walzen erhält, überschreitet, die krystallinische Structur wiedergewinnt. Die grösste Wahrscheinlichkeit für ein dem Zink gleiches Verhalten bietet das Cadmium.

Schliesslich dürfte es noch von Interesse sein, mitzutheilen, was mich auf diese Untersuchung geführt hat. Ich tauchte zu anderen Zwecken einen einseitig mit Graphit bekleideten Zinkstreifen in eine Lösung von Kupfervitriol und bemerkte zu meiner Ueberraschung nach dem Abspülen des auf der metallischen Fläche niedergeschlagenen Kupfers, dass dieselbe krystallinisch geworden war. Da ich zunächst an eine galvanische Erscheinung dachte, so sagte ich mir, dass in diesem Falle der weit bequemer aufzutragende Russ dieselbe Wirkung haben müsse. In der That entsprach der Erfolg der Erwartung, und ich konnte, indem ich das Zink vermittels einer Flamme einseitig berusste und in den Russ schrieb, die durch die Schriftzeichen freigelegten Stellen vermittels der Kupfervitriollösung in krystallinischer Form geätzt erhalten. Erst als ich den Verlust des Klanges und das „Schreien“ des Zinks beobachtete, kam ich auf die Vermuthung, dass die Wärme die Ursache dieses Phänomens sei, indem ich mich zugleich erinnerte, dass ich den Zinkstreifen, behufs Auftragung des Graphitpulvers, mit Schellacklösung bestrichen und ihn, um diese rascher in die geeignete Consistenz zu bringen, einigemal durch die Flamme gezogen hatte. Ich überzeugte mich alsdann, dass der Russ gar keinen Einfluss auf die beschriebene Erscheinung hatte, wenn ich ihn möglichst kalt auftrug, indem ich das Zink in weiter Entfernung über brennenden Kampher hielt. In diesem Falle trat keine Spur von Krystallisation auf.

Berlin, Anfang December 1881.

Neubegründung der Fundamentalformel für Luftbewegung infolge von Temperaturdifferenz.[1])

Von

P. Käuffer,

Leipzig.

In den jetzigen Lehrbüchern sind zwei Formeln angegeben, die eine für Bewegung kalter Luft in warme und die andere für Bewegung warmer Luft in kalte; die erstere lautet:

$$v = \sqrt{\frac{2gH(T-t)}{273+T}} \quad \text{oder} \quad \sqrt{2gH\left(1-\frac{s_1}{s}\right)},$$

die zweite:

$$v = \sqrt{\frac{2gH(T-t)}{273+t}} \quad \text{oder} \quad \sqrt{2gH\left(\frac{s}{s_1}-1\right)}.$$

Bei Berechnung von Lüftungsanlagen und zumal bei oft wiederholter Berechnung von Luftheizungsanlagen fand ich eine Widersinnigkeit jedesmal, wenn ich eine Heizungsanlage mit circulirender Luft, z. B. in einer Kirche, Halle etc., nachrechnete. Ich griff dann zurück auf den einfachsten Fall, indem ich mir eine geschlossene Röhre dachte, wie hierneben gezeichnet, mit Luft von atmosphärischer Spannung gefüllt. Bei E dachte ich mir diese Luft auf 100° C. erwärmt, bei A dieselbe auf 0° abgekühlt, die Höhe der Säulen oder Schenkel gleich 6 m.

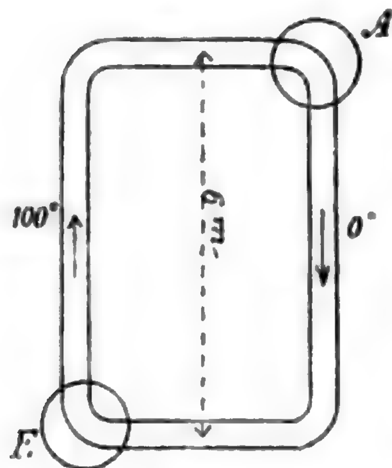


Fig. 1.

Bei durchgängig gleichem Querschnitt der Röhren müssen die Geschwindigkeiten der Lufttheile im directen Verhältnis ihrer Volumina stehen oder im umgekehrten ihrer Dichtigkeiten.

1) Einsendung des Herrn Käuffer, nach seiner ausführlicheren Behandlung dieser Frage im „Gesundheitsingenieur 1881", welches Fachblatt er dieses Jahr redigirt. Anm. d. Red.

Ist die Dichte der Luft bei 0° = 1, so ist sie bei 100° = 0,7318. Nach der ersten der obigen Formeln ist dann die Geschwindigkeit im rechten Schenkel (niedergehender Strom) $v = \sqrt{\frac{19{,}62 \cdot 6(100-0)}{273+100}}$ $= 5{,}62^{\mathrm{m}}$, im linken Schenkel (aufwärts gerichteter Strom) nach der zweiten Formel $v = \sqrt{\frac{19{,}62 \cdot 6\,(100-0)}{273+0}} = 6{,}57^{\mathrm{m}}$.

In beiden Fällen muss aber das Product aus Dichte und Geschwindigkeit dieselbe Zahl ergeben, da hier eine unveränderliche Gewichtsmenge Luft circulirt. Diese beiden Producte sind hier:

$$5{,}62 \cdot 1 = 5{,}62$$
$$6{,}57 \cdot 0{,}7318 = 4{,}807926.$$

Sie sind also nicht gleich; demnach ist entweder eine der beiden Formeln falsch, oder sie sind beide falsch.

Hiernach ging ich bis zur Entstehung der Formel zurück und habe gefunden, dass nur die eine der zwei Formeln überhaupt Existenzberechtigung hat, nämlich die: $v = \sqrt{2g H \left(1 - \frac{s_1}{s}\right)}$, die im vorhin angewendeten Beispiel die Geschwindigkeit der niedergehenden kälteren Luft zu $5{,}62^{\mathrm{m}}$ angibt und wonach dann die Geschwindigkeit der aufwärts geschobenen warmen Luft $v = \frac{5{,}62}{0{,}7318} = 5{,}62 \cdot 1{,}3665 = 7{,}6797^{\mathrm{m}}$ sein muss, bei gleich weitem Kanal.

Unter Einsetzung der Dichtigkeiten der Luft berechnet man sonach im obigen Beispiel

$$v = \sqrt{19{,}62 \cdot 6 \cdot \frac{1 - 0{,}7318}{1}}$$

oder

$$v = \sqrt{19{,}62 \frac{6 \cdot 1 - 6 \cdot 0{,}7318}{1}}.$$

Diese letzte Formel ist die deutlichste; sie zeigt, dass unterm Wurzelzeichen der Werth $2g$ zu multipliciren ist mit der Differenz der Producte aus Höhe mal Dichte der beiden gegenüberstehenden (kämpfenden) Flüssigkeitssäulen, dividirt durch die Dichte der schwereren, fallenden Luft.

Ich schreibe sonach

$$v = \sqrt{2g \frac{Hs - Hs_1}{s}}.$$

Den Nachweis, dass in allen Fällen, wo Luftbewegung infolge von Temperaturdifferenz eintritt, diese eine Formel anzuwenden ist, liefert folgende vergleichende Rechnung aller Möglichkeiten, unter denen ein U-Rohr, mit zwei Luftsorten verschiedener Dichte gefüllt, umgeben von Luft der leichteren oder schwereren Sorte gedacht werden könnte.

Zur Erleichterung des Vergleiches habe ich in diesen folgenden Figuren beide oder doch einen der beiden Schenkel 6 m hoch gemacht, und bedeutet einfache Schraffirung Luft von $s_1 = 0,7318$ (100° C.), doppelte Schraffirung Luft von $s = 1$ (0° C.)

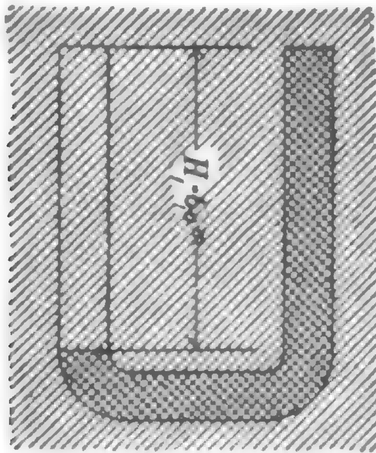


Fig. 2.

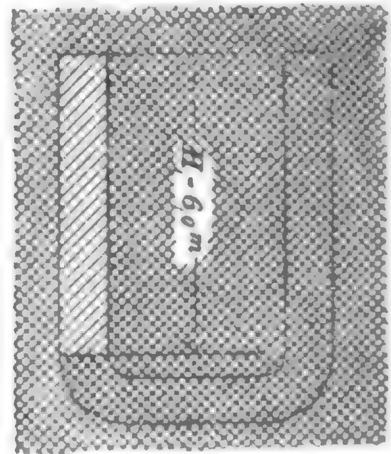


Fig. 3.

Fig. 2 ergibt $v = \sqrt{19,62\,(6 \cdot 1 - 6 \cdot 0,7318)} = 5,62^m$.

Fig. 3 ergibt $v = \sqrt{19,62\,(6 \cdot 1 - 6 \cdot 0,7318)} = 5,62^m$.

Beide Fälle ergeben also dieselbe Geschwindigkeit, gleichgültig ob das gleichschenklige U-Rohr von der dichteren oder von der dünneren der beiden Luftsorten umgeben ist.

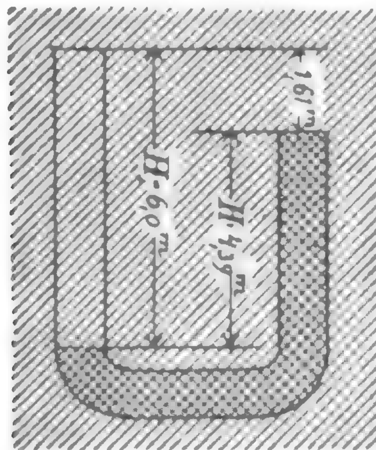


Fig. 4.

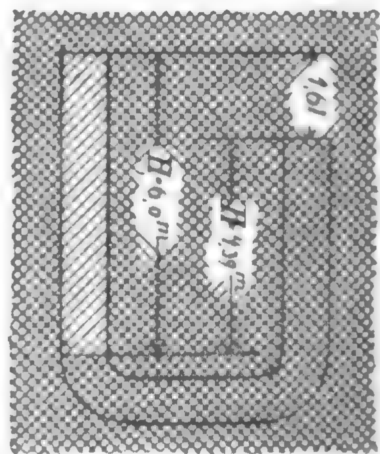


Fig. 5.

Fig. 4 ergibt $v = \sqrt{19,62\,(4,39 \cdot 1 + 1,61 \cdot 0,7318 - 6 \cdot 0,7318)} = 4,811^m$.

Fig. 5 ergibt $v = \sqrt{19,62\,(4,39 \cdot 1 + 1,61 \cdot 1 - 6 \cdot 0,7318)} = 5,62^m$, weil dies identisch mit Fig. 3, nur anders gezeichnet.

Fig. 6 ergibt $v = \sqrt{19{,}62\,(6 \cdot 1 + 2{,}2 \cdot 0{,}7318 - 8{,}2 \cdot 0{,}7318)} = 5{,}62^{m}$, weil identisch mit Fig. 2, nur anders gezeichnet.

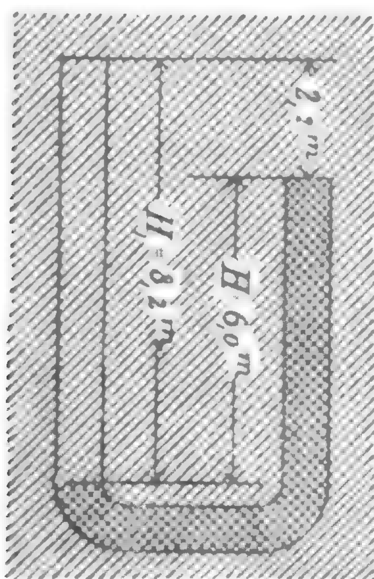


Fig. 6.

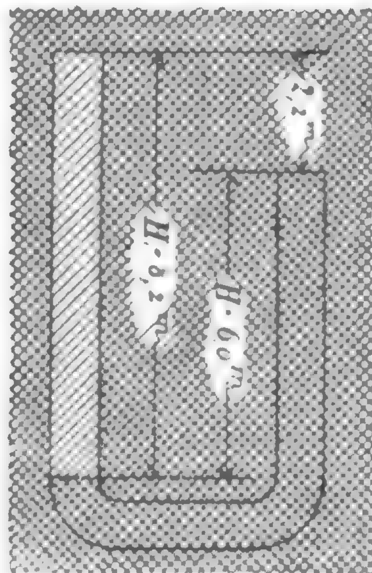


Fig. 7.

Fig. 7 ergibt $v = \sqrt{19{,}62\,(6 \cdot 1 + 2{,}2 \cdot 1 - 8{,}2 \cdot 0{,}7318)} = 6{,}57^{m}$.

Hier haben wir den Werth gefunden, den die verworfene Formel bei $t = 0^{0}$, $T = 100^{0}$, $H = 6^{m}$ im aufsteigenden Strom gibt. Aber hier ist doch $H = 8{,}2^{m}$; oder sollte die Bewegung im umgekehrten Sinn erfolgen, sollte die leichte Luft die schwere hinausschieben? Dies tritt, wie wir sehen, nie ein; die Luftbewegung ist immer so: es fällt die schwere Luft und es wird infolge dessen die leichte Luft gehoben.

Nur bei noch leichterer umgebender Luft, als die leichte Luft im einen Schenkel ist, kann bei geringer Höhe der schwereren Säule Bewegung im entgegengesetzten Sinne eintreten, so dass die leichtere Luft fällt und diese die schwerere hebt. Dies tritt aber bei keiner Lage in der Natur ein, sondern kann nur künstlich im Laboratorium erzeugt werden.

Wir leben nur unter den Verhältnissen nach Fig. 2 und Fig. 3. Fig. 3 findet ausnahmsweise bei künstlicher Kühlung im Sommer statt, Fig. 3 fast immer im Herbst, Winter und Frühjahr, wenn wir behufs Erzeugung einer Luftbewegung kältere Aussenluft im Haus erwärmen.

Nicht einmal Gleichgewicht ist unter diesen Verhältnissen zu erwarten, bei Luftsäulen von verschiedener Dichte. Gleichgewicht kann ausser im Laboratorium, im luftverdünnten oder luftleeren Raume, nur bei gleichen Dichtigkeiten in den beiden Schenkeln entstehen.

Die Fig. 8 (mit denselben Schenkellängen wie Fig. 4 und 5) und 9 (mit denselben Schenkellängen wie Fig. 6 und 7) zeigen dieses Gleichgewicht im luftleeren Raum, wenn einer der beiden Schenkel 6ᵐ hoch, $s = 1$, $s_1 = 0{,}7318$ ist, wie in den bisher betrachteten Fällen.

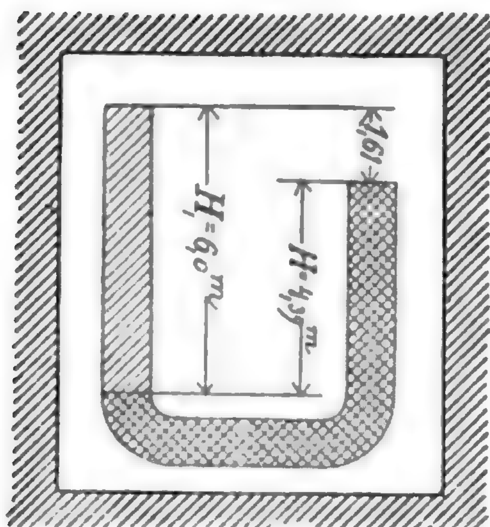


Fig. 8.

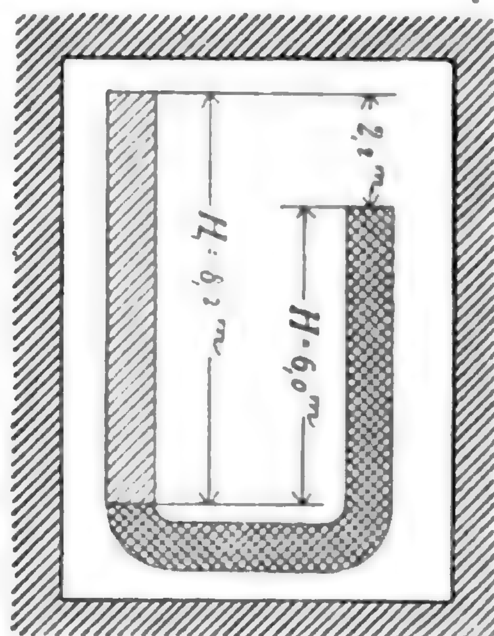


Fig. 9.

So ist also nun Sicherheit bezüglich der Grundformel für Luftbewegung infolge von Temperaturdifferenzen an Stelle der bisherigen Unklarheit bei solchen Rechnungen getreten; alle Lüftungs- und Luftheizungsanlagen mittels Calorifère, Dampf- oder Wasserheizöfen werden allein richtig nunmehr nach dieser einen Formel berechnet werden.

Ich arbeite nun nicht mehr mit Einsetzung der Temperaturen der Luft in die Formel, sondern mit Einsetzung der Dichten derselben, reducirt auf 0° gleich 1. Dann ist bei -20^0 $s = 1{,}079$; $+10^0$ $s = 0{,}965$; $+20^0$ $s = 0{,}931$; $+38^0$ $s = 0{,}877$; $+50^0$ $s = 0{,}845$.

Ich arbeite mit beliebig viel Theilstrecken von H im niedergehenden und im aufsteigenden Strom, wobei ich entweder den Werth unterm Wurzelzeichen durch die Summe aller Widerstände dividire oder den berechneten Werth mit einem Pauschalcoefficienten, der zwischen 0,3 und 0,625 schwankt, je nach Sachlage, multiplicire. Dies nach meinen eigenen Messungen.

Ich schreibe z. B.

$$v = 0{,}4\sqrt{2g\frac{Hs - H_1 s_1 \mp H_2 s_2 \pm H_3 s_3 \mp H_4 s_4 \pm \cdots}{s}}$$

oder, wenn der niedergehende Strang in H_1 und H_2 zerfällt, mit Temperaturänderung in der Strecke H_2, so:

$$v = 0{,}38 \sqrt{2g \frac{H_1 s_1 + H_2 s_2 - H_3 s_3 \pm H_4 s_4 \mp H_5 s_5 \pm \cdots}{\frac{H_1}{H_1 + H_2} s_1 + \frac{H_2}{H_1 + H_2} s_2}}$$

Selbstverständlich geben allemal die Summen von $H_1 \pm H_2 \mp H_3 \pm H_4$ etc. gleiche Höhe für beide Flüssigkeitssäulen oder Schenkel, und es ist $H_1 \pm H_2 \mp H_3$ etc. $= 0$, da die Differenz zweier gleichen Höhen Null ist. Wir arbeiten stets mit Schenkeln gleicher Höhe.

Die ermittelte Geschwindigkeit ist dann die erreichbare Maximalgeschwindigkeit im kleinsten Querschnitt des Zutrittskanales der dichtesten Luft, die durch Vergrösserung des Querschnittes beliebig, und mit Vortheil, verringert werden kann.

Will man alle Kanäle im Haus auf gleiche Luftgeschwindigkeit construiren, so sind die auf Grund der ermittelten Geschwindigkeit der kälteren Luft berechneten Kanalquerschnitte im umgekehrten Verhältnis der Dichtigkeiten, also um die Volumzunahme gegen die eintretende kalte Luft zu vergrössern.

Ueber das scheinbar abnorme Verhalten des gespannten Kautschuks und der Guttapercha.

Von

Dr. J. Russner,

Assistent an der kgl. Höheren Gewerbschule zu Chemnitz i. S.

Bei unserer Untersuchung über die Wärmeausdehnung des Kautschuks[1]) wurden wir durch den interessanten Abschnitt über das abweichende Verhalten des Kautschuks in Rühlmann's „Handbuch der mechanischen Wärmetheorie" auf die daselbst behandelten eigenthümlichen physikalischen Eigenschaften des Kautschuks aufmerksam. Die hier ausgesprochene, noch unvollkommene Lösung der Erscheinung forderte zu weiteren Versuchen über diesen Gegenstand auf und veranlasste uns, dieser Frage näher zu treten.

Es ist bekannt, dass gespanntes Kautschuk sich bei Erwärmung nicht wie andere Körper verlängert, sondern verkürzt. Gough[2]) scheint der erste gewesen zu sein, welcher diese Erscheinung beobachtete; später haben Joule, Govi, Villari, Schmulewitsch und Exner diese Erscheinung näher untersucht.

Schmulewitsch[3]) suchte eine Erklärung für dieselbe und glaubte sie darin gefunden zu haben, dass die Wärme einerseits das Kautschuk in normaler Weise ausdehne, gleichzeitig aber seinen Elasticitätscoefficienten vergrössere, welcher letztere aber bei allen bisher untersuchten Körpern mit Erhöhung der Temperatur kleiner wird. Um seine Theorie experimentell zu bestätigen, befestigte er die Enden eines ziemlich starken Kautschukfadens in mit Haken versehene Klemmschrauben. Mittels eines dieser Haken wurde das eine Ende des Kautschuks an den Boden eines schmalen blechernen Kastens befestigt; mit dem zweiten Haken wurde es mit einer Darmsaite verbunden, die

1) S. oben S. 152 ff.

2) Nicholson's Journal vol. XIII.

3) Pogg. Ann. Bd. 144.

über eine Rolle zu einem Resonanzkasten führte. Goss er in den Blechkasten Wasser von 8°, so erhielt er auf der Saite für eine bestimmte Spannung einen Ton; gab er dann Wasser von 50° hinein, so nahm die Tonhöhe im Verhältnis von 1 : 1,128 zu. Bei einer stärkeren Spannung war die Zunahme noch grösser, nämlich 1 : 1,208.

Auch noch ein zweiter Versuch bestätigte diese Zunahme der Spannung mit der Temperatur. Auf einem Brette befestigte er einen Kautschukfaden und brachte denselben zum Tönen. Erwärmte er nun denselben durch Eintauchen in heisses Wasser, so trat stets eine Erhöhung des Tones ein, welche eine beträchtliche Zunahme der Spannung, somit eine Vergrösserung des Elasticitätscoefficienten andeutete.

Diese Versuche bestätigten scheinbar die Annahme, welche Schmulewitsch zur Erklärung aufgestellt hatte. Exner, der wenig Vertrauen zu dieser Hypothese zu haben schien, kam auf die Vermuthung, ob nicht vielleicht auch andere Umstände hier mit im Spiele seien, welche durch die Art der Verfertigung des Kautschuks, seine Structur u. dgl. bedingt sein können. Um die Richtigkeit oder Unrichtigkeit des von Schmulewitsch vermutheten Zusammenhanges zwischen Temperatur und Elasticität auch experimentell nachzuweisen, suchte er die Elasticitätscoefficienten bei verschiedenen Temperaturen nach einer andern Methode zu bestimmen, und zwar aus der Schallgeschwindigkeit.

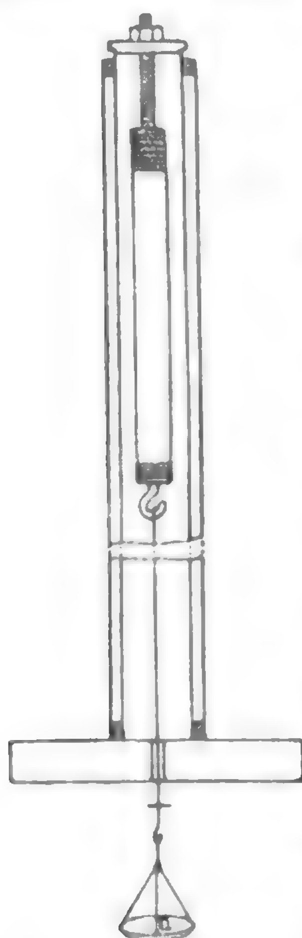
Eine Kautschukschnur wurde durch einen Faden gespannt, dann hob man durch Abbrennen des Fadens die Spannung plötzlich auf und mass die Zeit, welche die Contractionswelle brauchte, um bis an das andere Ende der Schnur zu gelangen. Diese sehr kleine Zeit wurde mit einem Hipp'schen Chronoskope gemessen. Die Versuche bei verschiedenen Temperaturen zeigen bei zunehmender Temperatur eine beträchtliche Abnahme der Schallgeschwindigkeit und mithin eine Abnahme des Elasticitätscoefficienten.

Exner schliesst aus seinen Versuchen, dass die von Schmulewitsch gegebene Erklärung des abnormen Verhaltens des Kautschuks eine irrige sei und dass eine derartige Erklärung überhaupt eher in besonderen, durch die Bereitungsweise hervorgerufenen Structurverhältnissen als in abnormen physikalischen Eigenschaften des Materiales zu suchen sei, und führt weiter die Thatsache an, dass bei einer andern Art von Körpern mit eigenthümlicher Structur, nämlich bei

den thierischen Muskeln, ein ganz gleiches abnormes Verhalten gegen die Wärme sich zeige.

Der Widerspruch der Resultate beider Untersuchungen, welche beide auf guten Beobachtungen beruhen, bewog uns, die Frage von neuem aufzunehmen. Exner sagt zwar, dass er sich zu seinen Versuchen selbstverständlich nicht der gewöhnlichen, bei Bestimmung der Elasticitätscoefficienten angewendeten Methode bedienen konnte, welche auf Messung der durch Gewichte bewirkten Längenausdehnung beruht; da aber diese Methode von allen die einfachste und bequemste ist, so versuchten wir dieselbe dennoch anzuwenden.

Zur Untersuchung benutzten wir massive Gummicylinder, welche wir uns zu diesem Zwecke eigens anfertigen liessen. In die beiden Enden wurden Schrauben mit Haken eingeschraubt und damit dieselben bei grösseren Belastungen und Erwärmungen noch festhielten, mit Bindfaden festgebunden. Die Erwärmung wurde mittels Luft vorgenommen, damit nicht etwa bei Anwendung von Wasser Aenderungen im Kautschuk eintreten konnten. Auf einem Stativ befand sich eine vertical stehende starke Glasröhre, die mit einem festen Deckel versehen war, an welchen das zu untersuchende Kautschukstück befestigt wurde, wie nebenstehende Figur andeutet.


Fig. 1.

Um Belastungen anbringen zu können, wurde mit dem Kautschuk ein Eisendraht verbunden und an denselben die Schale für Gewichte sowie eine Marke angebracht, da die Dehnungen mit dem Kathetometer gemessen wurden.

Sollten die Längenänderungen bei anderen Temperaturen als der des Zimmers vorgenommen werden, so wurde die erste Glasröhre mit einer zweiten, weiteren umgeben und der Zwischenraum mit Wasser gefüllt, das durch seitlich angebrachte Flammen auf eine beliebige Temperatur gebracht und bei dieser constant erhalten werden konnte. Drei in verschiedener Höhe angebrachte Thermometer in der inneren Röhre gaben die jeweiligen Temperaturen an.

Die erste Erscheinung, die wir bei unseren vorläufigen Beobachtungen wahrnahmen, war die, dass die Zusammenziehung des gespannten Kautschuks nur sichtbar wird, wenn die Erwärmung rasch vor sich

geht, da sonst durch die continuirlich stattfindende Dehnung die Erscheinung verdeckt wird; je rascher die Erwärmung erfolgt, desto grösser ist dann auch die Zusammenziehung. Ferner nahmen wir wahr, dass die Contraction nur so lange andauert als die Erwärmung und dass dann, wenn die Temperatur constant geworden ist, eine viel stärkere Verlängerung stattfindet als zuvor. Nach diesen Erscheinungen richteten wir dann unsere eigentlichen Versuche ein. Das Kautschuk wurde im unbelasteten Zustande zuerst auf die betreffende Temperatur gebracht und immer etwa eine Stunde auf dieser gehalten, so dass man sicher sein konnte, der Körper habe die Temperatur angenommen; dann erst wurden die Belastungen vorgenommen. Da aber die Verlängerung des Kautschuks durch Belastung sich sehr lange fortsetzt, ja selbst nach 12 Stunden immer noch merkliche Veränderungen eintreten, so bemühten wir uns, die Dehnung zu bestimmen, welche unmittelbar bei der Mehrbelastung eintritt. Dieses gelang uns mit Zuhilfenahme der Zeit. Die Verlängerungen wurden von Minute zu Minute beobachtet, und man konnte mit den erhaltenen Zahlen die bei einer Mehrbelastung eintretende Verlängerung berechnen; in den folgenden Tabellen sind nur diese so berechneten Werthe angegeben. Die in der ersten Minute der Mehrbelastung eintretende Dehnung setzt sich zusammen aus der durch die neue Belastung hervorgerufenen und der continuirlichen Dehnung während dieser Minute, welche aus denen der folgenden Minuten bestimmt werden konnte.

Die Versuche wurden mit drei Sorten Kautschuk vorgenommen. Der Querschnitt des noch ungedehnten Kautschuks wurde aus dem Volumen und der Länge berechnet und bei dem gedehnten die Volumenzunahme nach den Versuchen von Wertheim berücksichtigt.

I. Versuchsreihe.

Querschnitt = 0,37 ^{qcm}

Länge = 382^{mm}

E = Elasticitätscoefficient; Einheiten: Kilogramm u. Quadratcentimeter.

Belastung in Grammen	16°	19°	39°	56°	69°
10	1,55	1,68	2,40	2,50	3,30^{mm}
20	1,63	1,72	2,42	2,52	3,25
30	1,75	—	2,45	2,55	3,40
40	1,68	1,74	2,48	2,58	3,45

Belastung in Grammen	16°	19°	39°	56°	69°
50	1,83	—	2,52	2,63	3,53mm
60	1,79	1,79	2,56	2,68	3,60
70	1,79	1,82	2,60	2,73	3,68
80	1,80	1,86	2,67	2,80	3,76
90	1,82	1,88	2,73	2,85	3,88
100	2,00	1,93	2,80	2,94	4,00
110	2,06	1,93	2,87	3,08	4,18
120	2,04	2,00	2,95	3,28	4,35
130	2,02	2,05	3,07	3,59	—
140	2,05	2,09	3,20	—	—
150	2,08	—	—	—	—
E	**6,662**	**6,145**	**4,302**	**4,130**	**3,130**

II. Versuchsreihe.

Querschnitt = 0,906 qcm

Länge = 466 mm

Belastung in Grammen	16°	56°	84,5°	Belastung in Grammen	16°	56°	84,5°
10	—	1,15	1,90mm	125	1,80	3,36	6,25mm
20	0,71	1,25	1,95	150	1,85	3,42	6,75
30	0,74	1,21	2,01	175	1,85	3,68	6,70
40	0,73	1,26	1,98	200	1,90	3,68	—
50	0,75	1,26	2,05	225	1,94	3,78	—
60	0,74	1,18	2,10	250	1,93	—	—
70	0,75	1,34	2,14	275	1,96	3,83	—
80	0,72	1,33	2,26	300	2,02	3,80	—
90	0,74	1,33	2,35	*E*	**6,95**	**4,11**	**2,71**
100	0,74	1,37	2,46				

III. Versuchsreihe.

Querschnitt = 1,13 qcm

Länge = 516 mm

Belastung in Grammen	23°	46°	66°	Belastung in Grammen	23°	46°	66°
10	0,82	1,05	1,39mm	175	2,24	3,00	4,61mm
20	0,85	1,16	1,40	200	2,30	3,00	4,68
30	0,82	1,08	1,48	225	2,25	3,13	4,75
40	0,86	1,00	1,42	250	2,26	2,98	4,80
50	0,85	0,94	1,60	275	2,38	3,22	4,88
60	0,86	1,05	1,60	300	2,28	3,28	4,98
70	0,83	1,07	1,57	325	2,33	3,29	—
80	0,80	1,08	1,63	350	2,35	3,37	—
90	0,88	1,07	1,68	375	2,41	3,50	—
100	0,86	1,10	1,64	400	2,45	3,45	—
125	2,17	2,78	—	*E*	**5,71**	**4,35**	**3,26**
150	2,25	2,88	—				

Zur Berechnung der Elasticitätscoefficienten wurden nicht alle Beobachtungen berücksichtigt, sondern nur die erste und letzte, da es hier nicht auf grosse Genauigkeit ankommt. Die Versuchsreihen ergeben eine starke Abnahme des Elasticitätscoefficienten mit wachsender Temperatur. Da die Dehnungen eines Stabes innerhalb der Elasticitätsgrenze (welche bei unseren Versuchen nicht überschritten wurde) proportional sind der Belastung und der Länge desselben, so wird, wenn λ die Grösse der Dehnung, l die momentane Länge des Stabes und q die Belastung bedeutet, für irgend eine Temperatur t die Dehnung $\lambda = \alpha \cdot l \cdot q$ sein, wobei α einen Zahlencoefficient bedeutet. Da nun die jeweilige Länge für den vorliegenden Fall direct proportional der Belastung ist, so wird $l = \beta \cdot q$, mithin $\lambda = \alpha \cdot \beta \cdot q^2 = \gamma \cdot q^2$. Wenn nun die Belastungen q als Abscissen, die Werthe λ als Ordinaten aufgetragen werden, so muss die entstehende Curve eine Parabel sein. Die graphische Darstellung dieser Werthe in grösserem Maassstabe ergab nur bei wenig Werthen Abweichungen von dieser Curve.

Es wurden bei diesen Messungen absichtlich keine grösseren Belastungen vorgenommen, da sonst die Dehnungen zu gross geworden und somit deren genaue Bestimmungen mittels des Kathetometers unmöglich gewesen sein würden. Dass auch bei grösseren Dehnungen dasselbe Resultat sich ergibt, bewiesen mehrere Versuche.

Unsere Versuche ergaben somit nach einer anderen Methode dasselbe Resultat, welches schon Exner aus seinen Versuchen gefunden hatte, und es erscheint somit ganz sicher, dass der Elasticitätscoefficient beim Kautschuk wie bei allen andern Körpern mit steigender Temperatur kleiner wird.

Schmulewitsch würde ebenfalls dasselbe Resultat erhalten haben, wenn er mit der Bestimmung der Tonhöhe der Saite abgewartet hätte, bis der Kautschukfaden die höhere Temperatur des Wassers angenommen haben würde. Mit der Erwärmung zieht sich, wie schon erwähnt, das Kautschuk zusammen, und es musste daher die Spannung und somit die Tonhöhe eine grössere werden.

Dieses eigenthümliche Verhalten des Kautschuks steht nicht vereinzelt da, sondern Reusch[1]) hat dieselbe Beobachtung auch an der Guttapercha gemacht. Wir versuchten auch an diesem Körper die Elasticitätsverhältnisse bei verschiedenen Temperaturen kennen zu

1) Pogg. Ann. Bd. 134.

lernen und wendeten zur Bestimmung derselben dasselbe Verfahren an wie beim Kautschuk.

Querschnitt = 0,636 qcm
Länge = 465 mm

Belastung in Kilogramm	19°	35°	45°
1,0	—	—	—
1,5	0,30	—	—
2,0	0,24	—	2,50mm
2,5	0,30	—	—
3,0	0,28	1,10	2,63
3,5	0,29	—	—
4,0	0,29	1,25	2,68
4,5	0,31	—	—
5,0	—	1,30	2,73
6,0	—	1,27	2,70
7,0	—	1,28	2,73
E	**1218,6**	**332,3**	**140,6**

Wie man aus diesen Resultaten ersieht, nimmt der Elasticitätsmodulus in einem viel rascheren Verhältnisse mit der Temperatur ab, als dies beim Kautschuk der Fall ist.

Ausser der Zusammenziehung der beiden Körper bei der Erwärmung wurde von Joule und Reusch eine Erwärmung bei der Dehnung beobachtet, statt einer Abkühlung, die man nach Analogie des Verhaltens bei allen andern Körpern hätte erwarten können. Wie aus den Joule'schen Beobachtungen hervorgeht, findet aber die Erwärmung erst statt, wenn das Kautschuk über ein gewisses Maass hinaus gedehnt wird. Bei einem 4 Zoll langen Kautschukstück dauerte die Abkühlung fort, bis dasselbe zu einer Länge von 4,8 Zoll gedehnt war, und erst bei der weiteren Dehnung trat eine Erwärmung ein, die 0,2° betrug, als die doppelte Länge erreicht war.

Schmulewitsch sagt, dass die Zusammenziehung des Kautschuks erst eintrete, wenn er auf die doppelte Länge gebracht worden ist. Allerdings wird die Zusammenziehung bei Erwärmung erst bei dieser Spannung deutlich sichtbar, allein das Bestreben sich zusammenzuziehen ist schon bei mässiger Spannung wahrzunehmen, indem die Dehnung durch die Belastung während der Erwärmung kleiner ist, als dieselbe sein sollte, und desto kleiner wird, je stärker die Dehnung ist. Bei einer bestimmten Dehnung ist das Bestreben sich zusammenzuziehen ebenso gross als das der Gewichte, den Faden zu dehnen; es herrscht Stillstand während der Erwärmung. Oberhalb dieser

Grenze tritt dann die Zusammenziehung ein, die um so grösser wird, je stärker die Dehnung bewirkt wird. Wahrscheinlich tritt das Bestreben sich zusammenzuziehen bei derjenigen Dehnung ein, wo bei den Joule'schen Versuchen der Uebergang von Abkühlung zur Erwärmung stattfindet.

Weinhold hat diese Erscheinung zu einem Vorlesungsversuche eingerichtet (dessen „Physikalische Demonstrationen" S. 373), indem er einen Kautschukschlauch an einem Haken der Zimmerdecke aufhängt, denselben auf mehr als die dreifache Länge durch Anhängung von Gewichten dehnt und dann einen kräftigen Dampfstrom hindurchgehen lässt, damit die Erwärmung rasch vor sich gehe. Der Schlauch zieht sich so stark zusammen, dass die spannenden Gewichte mehr als 1^{dm} gehoben werden.

Puschl[1]) suchte auf theoretischem Wege aus Vergleichung der Untersuchungen von Schmulewitsch und Exner die Erscheinung, welche das Kautschuk zeigt, zu erklären. Er geht von der Erscheinung aus, dass bei einer gewissen mittleren Belastung weder Dehnung noch Zusammenziehung erfolgt, und folgert, weil der thermische Ausdehnungscoefficient Null ist, dass ein Dichtigkeitsminimum hier stattfindet. Da nun aber ungedehntes Kautschuk sich bei Erwärmung ausdehnt, nimmt er ferner an, dass das Dichtigkeitsminimum im unbelasteten Zustande oberhalb der gewöhnlichen Beobachtungstemperaturen liegt und durch Dehnung die Temperatur desselben erniedrigt wird. Mit Hilfe dieses Dichtigkeitsminimums erklärt er dann die Zusammenziehung des stark gespannten Kautschuks.

Als wir die Wärmeausdehnung von Kautschuk und der Guttapercha bestimmten[2]), war uns diese Hypothese von Puschl noch unbekannt. Aus unsern damaligen Untersuchungen ersieht man, dass das Kautschuk und die Guttapercha kein Dichtigkeitsminimum haben können; die Ausdehnung wächst mit der Temperatur. Es war fast mit Bestimmtheit zu erwarten, dass auch im gespannten Zustande keine derartigen Veränderungen mit dem Kautschuk eintreten, die ein Dichtigkeitsminimum zur Folge haben könnten. Um uns aber davon experimentell zu überzeugen und um zu erfahren, was mit dem Kautschukvolumen bei der Zusammenziehung geschieht, stellten wir Versuche darüber an.

1) Dieses Repertorium Bd. 11 S. 102.
2) an diesem Orte S. 152 ff.

An die Enden eines starken Kautschukschlauches wurden Glasröhrchen festgebunden, von denen das eine zu einem Haken umgebogen war, um einen Draht zur Dehnung anbringen zu können. So vorgerichtet kam dasselbe in eine lange Glasröhre, an deren einem Ende eine sehr enge Röhre angeschmolzen war und durch die der Draht hindurchging. Um den Kautschukschlauch in der Röhre dehnen zu können, wurde das Glasrohr an demselben an das Ende der weiteren Röhre angeschmolzen (wie die nebenstehende Figur ersichtlich macht) und der Draht an das Ende eines gleicharmigen Hebels befestigt, an dessen anderem Ende Gewichte zur Dehnung angebracht werden konnten. Die Röhre wurde bis zur Verengerung mit Wasser gefüllt und dasselbe immer bis zur Siedetemperatur mittels Dampf erwärmt. Der Stand des Wassers im engen Rohre gab die Volumsänderungen an.

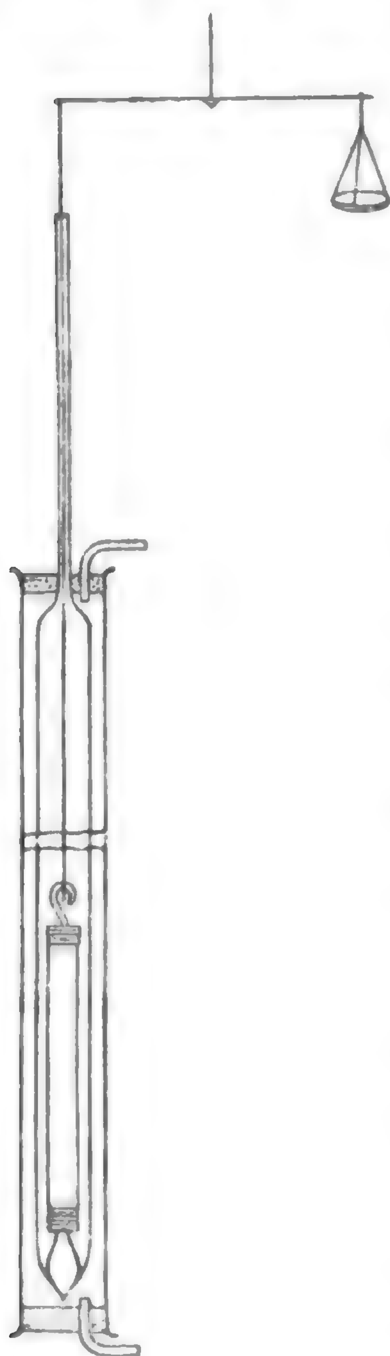


Fig. 2.

Anfangs wurde die Erwärmung vorgenommen, ohne dass das Kautschuk gespannt war, und die eintretende Volumsänderung in der engen Röhre genau beobachtet; nach stattgefundener Erwärmung wurde durch Eintauchen des Apparates in kaltes Wasser die Anfangstemperatur wieder hergestellt. Wir beobachteten sodann die Volumsänderung, nachdem der Kautschuk gedehnt war, welche Dehnung nach und nach schliesslich bis zur dreifachen Länge des angewendeten Stückes bewirkt wurde. Die Volumsänderungen gingen bei allen Versuchen ebenso regelmässig vor sich als beim ersten Versuch, auch wenn das Kautschuk sich verkürzte. Die Contraction war bei diesen Versuchen nicht sehr gross, da die Erwärmung wegen der grösseren Wassermenge verhältnismässig langsam vor sich ging.

Diese Versuche ergaben somit, dass das Kautschuk auch im gespannten Zustande kein Dichtigkeitsminimum besitzt und dass die Volumvergrösserung dieselbe ist wie im ungespannten Zustande.

Bei diesen Versuchen war die Belastung des Kautschuks immer constant; um auch die Volumsänderung bei constanter Länge desselben zu erfahren, wurde folgendes Verfahren angewendet. Es sollte nicht der wahre Werth der Ausdehnung des gespannten Kautschuks bestimmt werden, sondern nur der Unterschied gegenüber des ungespannten. Es war vorauszusehen, dass, wenn überhaupt ein solcher stattfindet, derselbe nur gering sein kann, und musste deshalb sehr genau verfahren werden. Von einer starken Kautschukschnur wurden zwei gleich grosse Stücke abgeschnitten und von dem einen die Ausdehnung im ungespannten, vom andern im gespannten Zustande ermittelt. Die Spannung erfolgte dadurch, dass die Kautschukschnur mehrmals um eine Glasröhre in der Längsrichtung gezogen und mit Draht festgebunden wurde. Um die Ausdehnung der hier angewendeten Glasröhre nicht berücksichtigen zu müssen, wurde dem ungespannten Kautschuk eine ebenso schwere Röhre beigegeben. Beide Sorten kamen in Glasgefässe, die zu einer Capillarröhre ausgezogen und mit Wasser oder Quecksilber gefüllt wurden. Aus den bei verschiedenen Temperaturen aus den Apparaten ausgetretenen Flüssigkeitsmengen und denen der angewendeten Flüssigkeit ergibt sich die Gleichheit oder Ungleichheit der Ausdehnung. Die Versuche wurden sowohl mit zwei verschieden starken Kautschuksorten als auch mit Wasser und Quecksilber als Hilfsflüssigkeit ausgeführt, und immer ergab sich die Ausdehnung in beiden Fällen gleich.

Der Ansicht von Exner, diese Erscheinung aus den durch die Bereitungsweise hervorgerufenen Structurverhältnissen zu erklären, konnten wir nicht beistimmen, da dieselbe sowohl bei massiven und hohlen Kautschukcylindern als auch bei Platten und vulkanisirtem Kautschuk stattfindet.

Die Erklärung von Puschl, der als Voraussetzung ein Dichtigkeitsminimum annimmt, ist durch unsere Versuche hinfällig geworden, und es soll nun eine andere an deren Stelle gesetzt werden. Wir waren bestrebt, das angeblich abnorme Verhalten, welches Kautschuk und Guttapercha zeigen, mit dem anderer Körper in Uebereinstimmung zu bringen, da an demselben keine andern physikalischen Eigenschaften gefunden wurden als die, welche, mit wenigen Ausnahmen, allen andern Körpern zukommen. Zusammenziehungen nach einer Richtung sind auch bei anderen Körpern schon beobachtet worden, nämlich bei mehreren Krystallen. Die Ausdehnung der Krystalle ist

ausführlich untersucht worden von Mitscherlich, Pfaff und besonders von Fizeau. Die Untersuchungen ergaben, dass die Ausdehnungscoefficienten nach verschiedenen Richtungen verschieden sind, dass einer derselben sogar nach einer Richtung negativ sein kann, dass also nach einer der Ausdehnungsachsen Zusammenziehung eintreten kann, wie es z. B. beim Kalkspat der Fall ist.

Im gespannten Kautschuk haben wir nun aber keinen isotropen Körper mehr, bei welchen die Ausdehnung nach allen Richtungen dieselbe ist, sondern einen anisotropen Körper. Die Elasticität in der Längs- und Querrichtung ist beim gespannten Kautschuk verschieden, und es wird deshalb auch die Wärmeausdehnung nach diesen Richtungen eine verschiedene sein und eine Zusammenziehung bei einer bestimmten Dehnung eintreten können, wie es von einigen Krystallen schon lange bekannt ist.

In dieser Ansicht wurden wir bestärkt, als uns Prof. Weinhold die Mittheilung von der beobachteten Eigenschaft der Doppelbrechung beim gespannten Kautschuk machte. Von dieser Eigenschaft kann man sich leicht selbst überzeugen, wenn man einen frischen Kautschukstreifen so stark dehnt, bis er durchscheinend wird, und ihn dann durch eine dichroskopische Lupe betrachtet.

Die Zusammenziehung des gespannten Kautschuks und der Guttapercha ist sehr gross, weil diese Körper stark gedehnt werden können, ohne zu zerreissen. Guttapercha ist weniger elastisch als Kautschuk; wenn dasselbe bei gewöhnlicher Temperatur stark gedehnt wird, so behält es nach den Versuchen von Reusch die neue Länge bei. Wird dasselbe nun aber auf etwa 50° erwärmt, so zieht es sich wieder zur ursprünglichen Länge zusammen. Nach dieser Erscheinung ist es nun sehr wahrscheinlich, dass auch andere stark gestreckte Körper bei Erwärmung sich zuerst zusammenziehen, um nachher sich durch Belastung zu verlängern. Da aber die Mehrzahl der Körper nur geringe Dehnungen zulassen, ohne zu zerreissen, so wird, wenn überhaupt eine Zusammenziehung bei Erwärmung im unbelasteten Zustande stattfindet, dieselbe sehr gering sein; in den meisten Fällen aber bloss eine sehr kleine verschiedene Längenausdehnung stattfinden, welches Regnault[1]) schon andeutete, indem nach ihm aus der Längenausdehnung eines Körpers nicht die genaue kubische Ausdehnung berechnet werden kann.

1) Regnault, Mém. de l'Acad. de france XXI, 274.

Spectralspalt mit symmetrischer Bewegung der Schneiden.

Deutsches Reichs-Patent Nr. 17092.

Eine technische Verbesserung der Methode der quantitativen chemischen Spectralanalyse

von

Dr. Hugo Krüss

in Hamburg.

Die quantitative chemische Spectralanalyse beruht bekanntlich auf der Messung der Helligkeit von Absorptionsspectren und zwar auf der einfachen Ueberlegung, dass, je mehr Licht absorbirt wurde, um so mehr absorbirende Substanz vorhanden gewesen sein muss.

Die wesentlichste Veränderung des Spectralapparates zu diesem Zwecke, wie sie von Vierordt[1]), dem Vater der quantitativen Spectralanalyse, zuerst angegeben wurde, besteht darin, dass der gewöhnliche Eintrittsspalt des Apparates ersetzt wird durch einen Doppelspalt. Die eine Schneide desselben ist fest, die andere aber in eine obere und eine untere Hälfte getheilt; jeder derselben kann eine mittels einer Mikrometerschraube genau messbare Weite gegeben werden. Diesen beiden Spalthälften entsprechen im Beobachtungsfernrohre zwei über einander liegende Spectren, welche gleich lichtstark sind, sobald beide Hälften des Spaltes dieselbe Breite besitzen. Zur Messung der Helligkeit von Absorptionsspectren wird der absorbirende Körper vor die eine Spalthälfte gebracht; derselbe schwächt die Helligkeit des Spectrums einer Normalflamme (Petroleumlampe), welche die andere Hälfte des Spaltes ungeschwächt erreicht. Die Intensitätsgleichheit der beiden Spectren im Beobachtungsfernrohre wird dann dadurch wieder hergestellt, dass man die freie Spalthälfte verengt.

Die Lichtstärke in beiden Spectren wurde nun von Vierordt als proportional der Spaltbreite angenommen. Obgleich eine grosse

1) Vierordt, die Anwendung des Spectralapparates zur quantitativen Spectralanalyse. Tübingen 1873.

Anzahl von Versuchen, welche Vierordt selbst u. a. auf Grund dieser Annahme gemacht haben, eine sehr befriedigende Genauigkeit der Methode ergeben haben, ist ein gegen dieselbe von mehreren Seiten[1]) erhobener Einwand nicht abzuweisen, da derselbe theoretisch vollkommen berechtigt ist. Es gelangen nämlich nicht genau gleichgefärbte homogene Stellen in den beiden Spectren zum Vergleich, da an über einander liegenden Stellen derselben Strahlen von etwas verschiedener Wellenlänge vorhanden sind.

Zerlegt man den Eintrittsspalt in eine grosse Anzahl den Schneiden paralleler, sehr schmaler Lichtlinien, so wird durch eine jede derselben ein Spectrum erzeugt und jedes dieser Spectren, welche sich über einander lagern, ist gegen das benachbarte um die Breite dieser Lichtlinien verschoben, so dass im Beobachtungsfernrohre die Helligkeit eines jeden Punktes des Spectrums erzeugt wird durch sich über einander lagernde Strahlen von verschiedener Wellenlänge. Je breiter der Spalt ist, desto grösser wird die Verschiedenheit in den Wellenlängen derjenigen Strahlen, welche auf einen Punkt des Spectrums zusammenfallen. Da die beiden Spalthälften bei der Messung eine verschiedene Breite haben, so resultirt hieraus der bereits oben ausgesprochene Fehler der Vierordt'schen Methode. Derselbe wird um so bedenklicher dadurch, dass bei der von Vierordt zuerst angegebenen Einrichtung des Doppelspaltes die Verbreiterung der beiden Spalthälften eine einseitige ist, so dass sich das ganze Spectrum nach einer Seite verschiebt, und zwar verschieben sich die beiden im Beobachtungsfernrohre über einander liegenden Spectren in verschiedenem Maasse, wenn den beiden Spalthälften eine verschiedene Breite gegeben wird. Bei der praktischen Ausführung der Versuche zeigt sich diese Verschiebung der Spectren sofort dadurch, dass in den beiden Spectren an den zur Vergleichung kommenden über einander liegenden Stellen ein etwas verschiedener Farbenton herrscht, welcher erst durch Uebung überwunden werden muss.

Dieser Umstand hat zur Construction von Spectrophotometern geführt, bei welchen die Lichtschwächung nicht durch Verschmälerung der einen Spalthälfte, sondern durch Polarisation hervorgebracht wird. Es sind hier zu nennen die Apparate von Glan[2]) und Hüfner[3]).

---

1) Glan, Wied. Ann. 1877 Bd. 1 S. 351. — Hüfner, Kolbe Journ. 1877 Bd. 16.

2) a. a. O. 3) a. a. O.

Sicherlich bietet die Drehung des Nicols ein vollkommen exactes Maass für die Abschwächung des Lichtes, dafür treten aber eine Reihe von störenden Umständen ein.

Es muss von vorn herein der Nullpunkt der Theilung, an welcher die Drehung des Nicols abgelesen wird, so festgelegt sein, dass bei dieser Stellung das ordentliche Bild verschwindet. Ist diese Stellung vom Mechaniker nicht genau getroffen worden, so muss sie vom Beobachter erst bestimmt werden. Bei dem Glan'schen Apparate grenzen die beiden Theile der Petroleumflamme, von welcher die obere und die untere Spalthälfte Licht empfangen, nicht unmittelbar an einander, sondern stehen um die Breite des Querplättchens von einander ab. Dadurch haben sie leicht verschiedene Helligkeit, was erst durch Drehung des Nicols corrigirt werden muss, so dass bei jedem Versuche die Stellung des Nicols, bei welcher beide Spectren gleiche Helligkeit haben, eine andere ist. Bei Drehungen des Nicols verschiebt sich leicht das Bild der Scala gegen das Spectrum, herrührend von mangelndem Parallelismus der Endflächen des Polarisationsprismas. Eine vollkommene Berührung beider Spectren ist infolge der Dispersion des doppeltbrechenden Prismas nur für eine Farbe zur Zeit möglich; um sie für andere Farben herzustellen, muss die Entfernung des Spaltes vom Collimatorobjectiv geändert werden. Dadurch rückt der Spalt aus dem Brennpunkte dieses Objectives, das Beobachtungsfernrohr muss neu eingestellt werden und die Scala erscheint dann undeutlich[1]). Beim Hüfner'schen Apparate sind ferner das Bild des Spaltes selbst und dasjenige des Randes des davor lagernden Polarisationsspiegels, durch welches die Grenze zwischen den beiden Spectren erzeugt wird, nicht gleichzeitig scharf einzustellen.

Alle Polarisations-Spectrophotometer besitzen endlich durch die Absorption in den polarisirenden Mitteln eine geringe Lichtstärke, was sich hauptsächlich in den lichtschwächeren Theilen des Spectrums unangenehm fühlbar macht[2]). Es muss demzufolge dem Eintrittsspalte eine grosse Breite gegeben werden, und wenn diese, wie bei dem Hüfner'schen Apparate, gar bis auf 1^{mm} gebracht werden muss, so ist die Exactheit der Messung jedenfalls erheblich beeinträchtigt.

1) Glan, Pflüger's Archiv 1881 Bd. 24 S. 320. — Pulfrich, Wied. Ann. 1881 Bd. 14 S. 179.

2) Vierordt, Wied. Ann. 1879 Bd. 3 S. 359 und 1881 Bd. 13 S. 346.

Es ist also die gute Herstellung der Polarisationsapparate, weil sie complicirter sind, schwieriger als diejenige der Vierordt'schen Einrichtung, das Arbeiten mit ihnen ist umständlicher, und dazu kommt der nicht zu unterschätzende Vortheil, welchen ein Vierordt'sches Spectrophotometer dadurch bietet, dass es sofort in einen Spectralapparat gewöhnlicher Art verwandelt wird durch einfaches Auswechseln des Doppelspaltes gegen einen einfachen und so zu allen qualitativen Arbeiten geeignet ist, während die Polarisationsvorrichtungen natürlich nicht entfernt werden können und dadurch die Anwendung des Apparates auf den speciellen Zweck der Spectrophotometrie beschränken.

Es ist deshalb von wesentlichem Interesse für die Ausbreitung der Methode der quantitativen chemischen Spectralanalyse, zu untersuchen, wie gross denn der theoretisch unbestreitbare Fehler der Vierordt'schen Methode ist und ob derselbe nicht etwa durch Veränderung der Versuchsanordnung unschädlich gemacht werden kann.

Die experimentelle Prüfung des seiner Methode anhaftenden Fehlers hat Vierordt selbst unternommen[1]). Er wendete zu diesem Zwecke einen Doppelspalt an, bei welchem nicht nur die rechte Schneide desselben in eine obere und eine untere Hälfte getheilt war, sondern auch die linke. Wenn er nun die Intensitätsmessung eines Absorptionsspectrums einmal mit der rechten Hälfte des Spaltes allein, das andere Mal mit der linken allein vornahm, so wichen die beiden erlangten Resultate von einander ab. Diese Differenz stellt den doppelten Fehler jeder einzelnen Messung dar, und es ergab sich ferner, dass das arithmetische Mittel aus den beiden Resultaten, also das richtige Resultat, gleich dem bei symmetrischer Spaltöffnung erhaltenen Ergebnis ist. Vierordt bestimmte den Fehler der einseitigen Spaltöffnung bei der Messung der Helligkeit des Absorptionsspectrums eines Rauchglases und fand ihn in den am meisten benutzten Spaltregionen von C bis F kleiner als $\frac{1}{100}$ ($\frac{1}{109}$ — $\frac{1}{180}$), so dass derselbe hier wohl zu vernachlässigen ist; in der Region A — C steigt er dagegen bis auf $\frac{1}{20}$.

Eine ziffermässige theoretische Ableitung des Fehlers aus der von der Spaltbreite abhängigen Lichtvertheilung im Spectrum ist deshalb unmöglich, weil die genügende Kenntnis der Lichtstärke der einzelnen Spectralbezirke fehlt. Jedoch hat vor kurzem Dietrich[2]) die

1) Vierordt, Wied. Ann. Bd. 3 S. 359 ff.

2) Dietrich, die Anwendung des Vierordt'schen Doppelspaltes in der Spectralanalyse. Stuttgart 1881.

Frage einer theoretischen Behandlung unterworfen unter Zugrundelegung einer mechanischen Intensitätscurve des Spectrums. Durch dieselbe wird erlangt eine Kenntnis der Entstehung des Fehlers bei der Vierordt'schen Methode, sowie seines relativen Werthes, während absolute Werthe aus obigem Grunde nur die experimentelle Untersuchung liefern kann.

Die Resultate der Dietrich'schen Untersuchungen, soweit sie wichtig sind für die praktische Benutzung der Vierordt'schen Methode, sind folgende.

Im allgemeinen ist der Fehler um so grösser, je grösser die Intensitätsunterschiede in den mit einander zu vergleichenden Spectralbezirken sind. Bei einseitiger Spaltverbreiterung ist der Fehler ein Maximum, wenn die Intensität des Absorptionsspectrums etwa halb so gross als diejenige des Normalspectrums ist; er wird gleich Null, wenn die Helligkeit beider Spectren dieselbe ist. Deshalb rathet Dietrich, bei einseitiger Spaltverbreiterung stets das Normalspectrum durch Rauchgläser so zu dämpfen, dass die Intensität beider Spectren nahezu die gleiche wird.

Ferner fand Dietrich in Uebereinstimmung mit Vierordt, dass das arithmetische Mittel aus den Beobachtungsresultaten bei rechts- und bei linksseitiger Oeffnung des Spaltes (nahezu) gleich dem durch symmetrische Verbreiterung des Spaltes erhaltenen Resultate ist.

Bei symmetrischer Spaltbreitenänderung erhält man ein vollkommen genaues Resultat, wenn die Intensitätscurven des Absorptions- und des Normalspectrums innerhalb des zur Beurtheilung vorliegenden Spectralbezirkes als geradlinig betrachtet werden können. Bei dem als Normalspectrum gewöhnlich benutzten Spectrum des Petroleumflammenlichtes ist diese Annahme bei dem schmalen Bezirk, welcher überhaupt benutzt wird, wohl vollkommen zutreffend; bei dem Absorptionsspectrum ist sie es natürlich nicht an Stellen von schroffen Intensitätswechseln; die Benutzung derselben muss also vermieden werden bei Anwendung der Vierordt'schen Methode. Vor allem wird man jedoch die Breite des Ocularspaltes so gering wie möglich anzunehmen haben, denn ein je kleinerer Theil des Spectrums überhaupt in Betracht kommt, mit um so kleinerem Fehler wird man die diesem Theile entsprechende kleine Strecke der Intensitätscurve als gerade ansehen können.

Um den im Obigen dargelegten, wenn auch häufig nur geringen, Fehler der Vierordt'schen Methode zu vermeiden oder zu corrigiren, bieten sich eine Reihe von Mitteln dar, welche sich natürlich verschieden bequem bei der praktischen Handhabung erweisen.

Es liegt zuvörderst nahe, den gewöhnlichen Vierordt'schen Spalt mit nur zwei beweglichen Platten beizubehalten, die Messungen in der vorgeschriebenen Weise vorzunehmen und hierauf die von Vierordt bestimmten Correctionen an den erlangten Resultaten anzubringen. Hierdurch wird man auch nahezu richtige Lichtstärkebestimmungen erhalten können, doch darf man nicht vergessen, dass die Vierordt-schen Correctionszahlen streng genommen nur für das Absorptionsspectrum eines bestimmten Rauchglases gelten und nicht für irgend ein anderes Spectrum mit anderer Intensitätscurve.

Vollkommen richtige Resultate wird man ferner auch mit dem ursprünglichen Vierordt'schen Spalte erhalten, wenn man unter Benutzung von Rauchgläsern beiden Spectren nahezu die gleiche Helligkeit ertheilt und nun die kleine übrig bleibende Differenz der Intensitäten durch Vergleichung der wirksamen Spaltbreiten bestimmt. Die Benutzung von Rauchgläsern setzt aber eine genaue Kenntnis der Absorption derselben in allen Spectralbezirken voraus; ausserdem verursachen sie wieder eine Aenderung im Farbenton des Normalspectrums, weil die von ihnen ausgeübte Absorption nicht gleichmässig über das ganze Spectrum ist.

Endlich kann man, nachdem man eine Messung mit dem Vierordt-schen Doppelspalt in seiner gewöhnlichen Stellung vorgenommen hat, bei welcher also die beiden beweglichen Schneiden auf der rechten Seite liegen, den Spalt um 180 Grad um die optische Achse drehen, so dass sich nun die beweglichen Schneiden an der linken Seite befinden, und in dieser Stellung eine zweite Messung machen. Das Mittel aus beiden ergibt nach den mitgetheilten Untersuchungen von Vierordt und Dietrich ein richtiges fehlerfreies Resultat.

Die zuletzt beschriebene Versuchsanordnung führt darauf, gleich von vorn herein auch die linke Schneide des Spaltes in eine obere und eine untere Hälfte zu theilen, so dass der Spalt aus vier, jede für sich messbar, beweglichen Platten besteht, wie ihn Vierordt zu seinen Untersuchungen benutzt hat. Man kann hier in derselben Weise verfahren wie vorhin, indem man erst die rechtsseitige Spalthälfte, dann die linksseitige zur Messung benutzt und aus beiden das

Mittel nimmt. Oder man betrachtet die erste Messung mit der rechten Spaltseite nur als eine vorläufige und öffnet dann zur endgültigen Messung die beiden linken Schneiden um die Hälfte der Weiten, welche vorher den entsprechenden rechten gegeben werden mussten. Hierauf wird durch die rechtsseitigen Schrauben die Gleichheit der Helligkeit in beiden Spectren hergestellt und die Angaben je zweier einander gegenüberliegenden Schraubentrommeln addirt.

Diese Construction des Vierordt'schen Doppelspaltes hat den grossen Nachtheil, dass das Arbeiten mit derselben unbequem ist wegen der nothwendigen Schraubendrehungen an der linken Seite des Spaltes. Ausserdem aber ist die mechanische Herstellung schwierig, weil hier die Gleichheit von vier verschiedenen Schrauben gefordert wird; ferner können leicht Beschädigungen der Spaltschneiden vorkommen dadurch, dass etwa bei geöffneter oberer rechter und unterer linker Schneide die Spitzen der unteren rechten und der oberen linken Schneide durch Zuschrauben sich berühren. Endlich muss durch besondere Vorkehrungen dafür Sorge getragen werden, dass die Mittellinie stets in der Achse des Collimatorrohres bleibe, denn man kann ja die eine Seite des Spaltes um ebenso viel vorschrauben als die andere zurückgeschraubt wurde; dann ist, obgleich der Spalt wiederum geschlossen ist, die Mittellinie seitwärts verrückt, und wenn nun in solcher Stellung eine Messung ausgeführt wird, so fallen die Resultate leicht noch ungenauer aus als bei dem einfachen einseitigen Vierordt-schen Spalte.

Allen diesen Uebeln wäre mit einem Male abgeholfen, wenn man durch nur zwei auf der rechten Spaltseite befindliche Mikrometerschrauben beide Plattenpaare bewegen könnte, also je zwei einander gegenüberliegende Schneiden stets in gleichem Maasse und im entgegengesetzten Sinne. Vor einigen Jahren wurde in dem Optischen Institut von A. Krüss in Hamburg auf Wunsch des Herrn Prof. v. Vierordt in Tübingen eine derartige Vorrichtung angefertigt. Bei derselben wurden die beiden gegenüberliegenden Schneiden durch Drehung einer einzigen Schraubenspindel bewegt, auf welcher sich ein rechts- und ein linksgängiges Gewinde befand. Wenn die Herstellung dieser Einrichtung auch damals nach dem Zeugnis des Herrn Prof. v. Vierordt vorzüglich gelang[1]), so ist diese Construction doch zu schwierig aus-

1) Vierordt, Wied. Ann. Bd. 13 S. 344.

zuführen und der Erfolg zu sehr abhängig von dem Zufall des glücklichen Gelingens, dass man wohl kaum in Versuchung geräth, diese Construction in die Technik einzuführen. Es wird hier nämlich wiederum verlangt die Gleichheit von vier Schrauben, von denen aber zwei rechtsgewundene und zwei linksgewundene sind.

Deshalb habe ich die Construction einer besseren Vorrichtung zur symmetrischen Erweiterung des Vierordt'schen Spectralspaltes nicht aus dem Auge gelassen und vor kurzem eine neue Lösung der

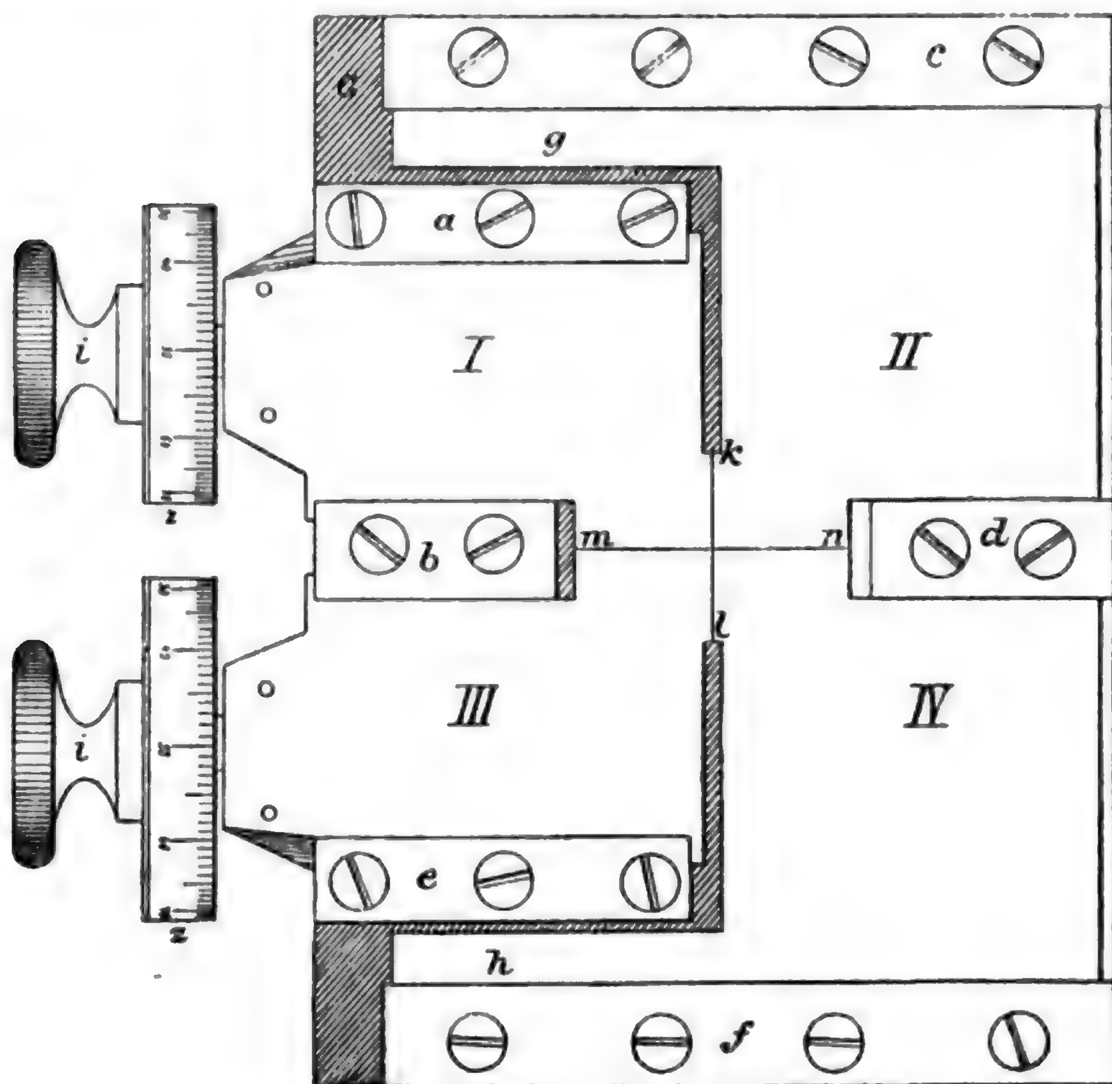


Fig. 1.

Aufgabe angegeben, welche in dem Optischen Institut von A. Krüss in Hamburg angefertigt wurde und, wie ich glaube, die bisherigen Einwände gegen die Vierordt'sche Methode, sowie die Schwierigkeiten, welche vorstehend entwickelt sind, vollständig hebt. Einzelne Exemplare dieses symmetrischen Spaltes sind bereits in Gebrauch und haben vollkommene Anerkennung gefunden. Es sei mir an dieser Stelle gestattet, dem bekannten Arbeiter in der quantitativen Spectralanalyse, Herrn C. H. Wolff in Blankenese meinen Dank auszu-

sprechen für das rege Interesse, welches er von jeher dieser Angelegenheit zuwandte und dadurch anregend und fördernd auf sie einwirkte.

Es soll also bei dieser Construction erreicht werden, dass bei einem vierfachen Spectralspalt jedes gegenüberliegende Schneidenpaar durch einen einzigen Handgriff in messbarer Weise bewegt werden könne und zwar symmetrisch zur optischen Achse, dass also wie bei dem ursprünglichen Vierordt'schen Spalte nur zwei Mikrometerschrauben und zwei getheilte Trommeln angewendet werden.

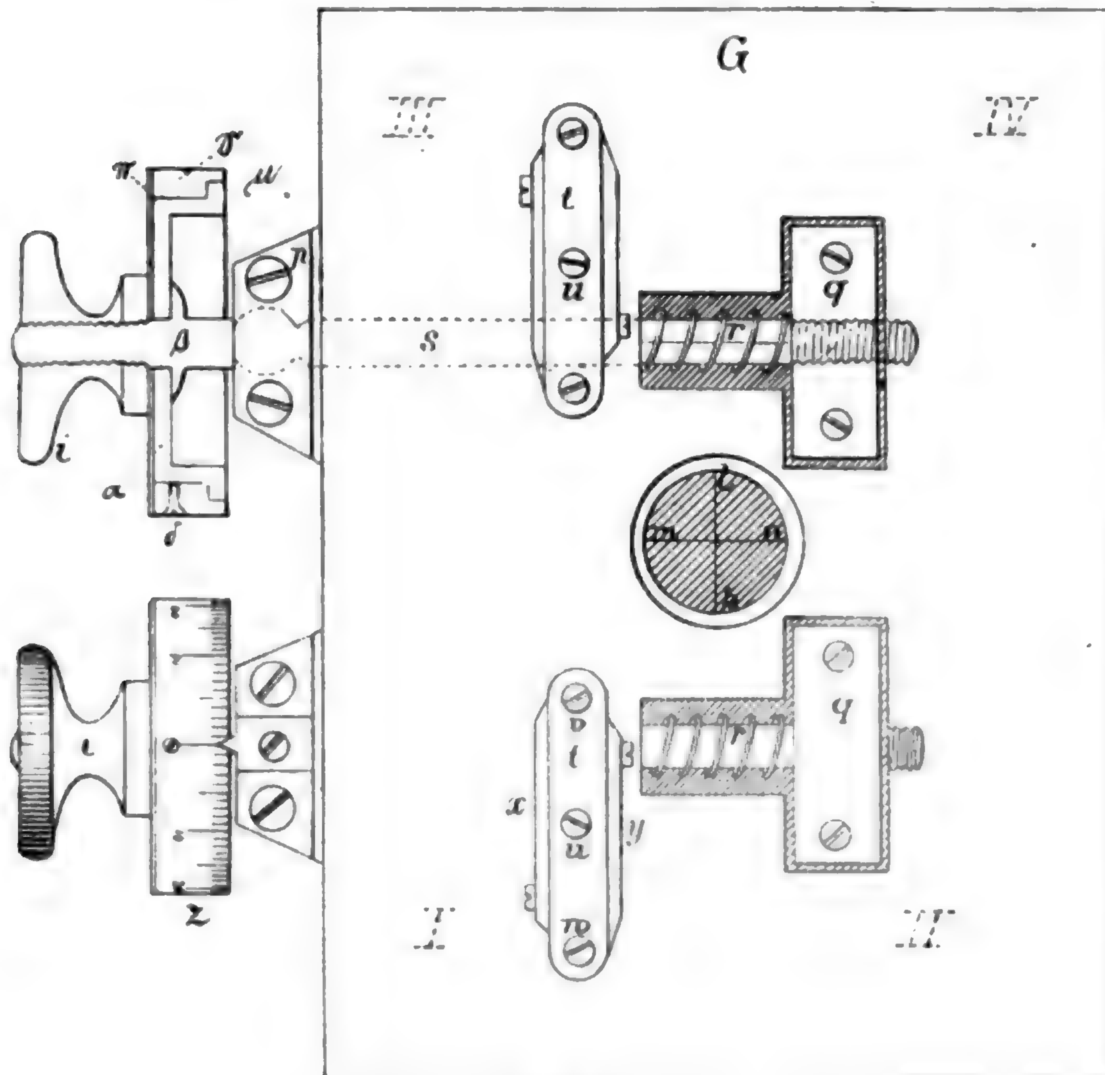


Fig. 2.

Fig. 1 stellt eine Vorderansicht, Fig. 2 eine Hinteransicht des Spaltes dar. Die Schlitten I, II, III und IV bewegen sich zwischen den parallelen Führungsleisten *a* und *b*, *c* und *d*, *b* und *e*, *d* und *f*, so dass die (in der Figur) rechtsseitigen Schlitten II und IV mit den Verlängerungen *g* und *h* auf die linke Seite des Spaltes hinüberreichen und die vier Schlitten in den Mittellinien *kl* und *mn* lichtdicht schliessen.

Die Führungsleisten *a, b, c, d, e, f* sind auf eine Grundplatte *G* aufgesetzt, deren hintere Ansicht in Fig. 2 dargestellt ist; die obere Hälfte dieser Figur lässt die Wirkungsweise der angebrachten Vorrichtungen erkennen. Auf der Hinterseite der Schlitten I und II befindet sich ein Lager *p*, in welches die Mikrometerschraube *s* mit einer Kugel eingeschliffen ist, während auf den gegenüberliegenden Schlitten II und IV sich die Mutter *q* findet, in welcher das feine Gewinde der Mikrometerschraube sich bewegt. Zwischen dieser Mutter und dem Schlitten I (resp. III) liegt eine starke Spiralfeder *r*, welche die beiden gegenüberliegenden Schlitten von einander zu entfernen strebt. Infolge dieser Einrichtung werden sich je zwei gegenüberliegende Schlitten (I und II resp. III und IV) bei Drehung der betreffenden Mikrometerschraube von einander entfernen oder sich einander nähern und zwar bei einmaliger Umdrehung der Mikrometerschraube um die Höhe eines Schraubenganges.

Um nun zu bewirken, dass sich je zwei gegenüberliegende Schlitten symmetrisch zur Mittellinie *kl* bewegen, ist der Hebel *t* aus Stahl angebracht. Derselbe ist drehbar um die Stahlachse *u*, welche in der Grundplatte *G* befestigt ist (Fig. 3). In gleichen Entfernungen von dieser Achse *u* ist in den Schlitten I die Stahlachse *w*, in der Verlängerung *g* des Schlittens II die Stahlachse *v* befestigt; beide werden durch die beiden Stahlfedern *x* und *y* an den Hebel *t* gepresst, so dass sie bei einer Drehung des Hebels an demselben gleitend sich bewegen. Es werden dadurch die Achsen *u, v* und *w* stets in gerader Linie und *v* in demselben Abstand von *u* wie *w* gehalten.

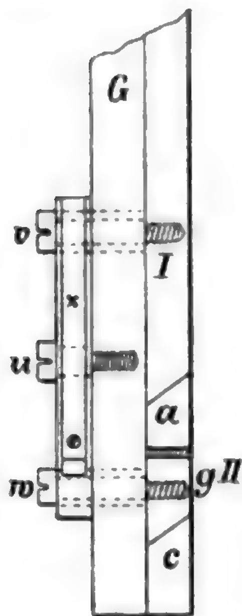


Fig. 3.

Wenn nun durch Drehung der Mikrometerschraube *s* die zwei gegenüberliegenden Schlitten I und II (resp. III und IV) von einander entfernt werden, so werden sie durch den Hebel *t* gezwungen sich so zu bewegen, dass die Achsen *u*, *v* und *w* in einer geraden Linie bleiben, und da gleichzeitig *v* und *w* gleiche Entfernungen von *u* haben, so müssen sich die beiden Schlitten I und II (resp. III und IV) gleichmässig bewegen, also stets symmetrisch zur Mittellinie *kl* bleiben.

Die Theile einer Umdrehung der Mikrometerschraube *s* werden durch getheilte Trommeln *z* gemessen, welche centrisch mit derselben

verbunden und durch die Mutter i auf derselben befestigt sind. Um den Nullpunkt der Trommeltheilung verstellen zu können, ist erforderlich, dass die Theilung um ihre Achse gedreht werden kann unabhängig von der Drehung der Mikrometerschraube selbst. Würde man zu diesem Zwecke die Mutter i lösen, um die ganze Trommel z drehen zu können, so würde man durch den dabei auszuübenden Druck leicht eine Störung des ganzen Mechanismus herbeiführen, auch wäre eine derartige Einstellung unbequem. Deshalb ist (wie bei der oberen Trommel Fig. 2 dargestellt) die Trommel α durch die Mutter i fest gegen den Ansatz β der Mikrometerschraube gedrückt, so dass sie sich nicht drehen kann. Auf derselben ist der Ring γ mit der Theilung drehbar und kann durch die Druckschraube δ auf der Trommel fixirt werden. Der Ansatz μ sowie die vorgelegte Platte π sorgen dafür, dass der bewegliche Ring γ nicht von der Trommel α abgleiten kann.

Die beschriebene Einrichtung des symmetrischen Doppelspaltes hat also, um es kurz noch einmal zu wiederholen, vor dem Vierordt-schen Doppelspalt älterer Art den Vorzug, dass die Spalterweiterung symmetrisch zur optischen Achse geschieht und dass infolge dessen die Helligkeit im Spectrum wächst durch sich über einander lagernde Spectren der Art, dass zu jeder Stelle des Spectrums ebenso viel Strahlen von kleinerer als von grösserer Wellenlänge beitragen, denn diejenige Wellenlänge, welche der betrachteten Spectralstelle und dem zugehörigen Achsenstrahl des Collimators entspricht. Dadurch wird der der Vierordt'schen Methode bisher zum Vorwurf gemachte Fehler unschädlich gemacht. Zu erwähnen ist noch, dass durch Einführung dieses symmetrischen Spaltes die Arbeiten in keiner Weise complicirter werden, denn man hat nach wie vor nur zwei Mikrometerschrauben an der rechten Seite des Spaltes zu bewegen; ausserdem ist der Werth und der Sinn einer Trommelumdrehung genau derselbe wie bei dem bisher üblichen gewöhnlichen Doppelspalt, ein Umstand, welcher im Arbeiten beim Uebergang von dem früheren zu dem neuen System nicht ohne Werth ist.

Endlich glaube ich, dass der symmetrische Spalt auch für die Arbeiten der qualitativen Spectralanalyse und in der Astronomie mit Vortheil benutzt werden wird, denn auch hier werden natürlich die Metalllinien, die Absorptionsstreifen und die Fraunhofer'schen

Linien bei Verbreiterung des einseitigen Spaltes nach einer Seite hin verbreitert, wie solches Vierordt bereits kürzlich nachgewiesen hat[1]. wodurch die genauen Positionsbestimmungen bei verschiedenen Spaltbreiten verschieden ausfallen müssen. Diesem Umstande begegnen wir nicht bei Anwendung eines einfachen symmetrischen Mikrometerspaltes, welcher nach denselben Principien construirt ist wie der in Obigem beschriebene Mikrometerdoppelspalt.

---

1) Vierordt, Wied. Ann. Bd. 13 S. 343 ff.

Ueber ein neues Princip bei der Anwendung selbstthätiger Stromregulatoren.

Von
Prof. **Dr. Külp**
in Darmstadt.

1. Ein Strom im einfachen Schliessungskreis:

$$J = \frac{E}{W}$$

gehe durch Aenderung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes über in:

$$J_1 = \frac{E_1}{W_1}.$$

Wollen wir nun J_1 auf den vorigen Werth J zurückführen, und schalten wir zu dem Ende einen neuen Widerstand w aus oder ein (die noch in Betracht kommende Einführung einer neuen elektromotorischen Kraft, vermöge deren wir auch, wenigstens theoretisch, eine Stromregulirung vornehmen könnten, lassen wir wegen der Inconstanz der Elemente ausser Acht), so haben wir die Gleichung:

$$J = \frac{E_1}{W_1 \mp w}.$$

Für einen selbstthätigen Stromregulator, der nach dem Princip der seitherigen Stromregulatoren aus dem einfachen Schliessungskreise den Widerstand w selber aus- oder einschaltet, muss nun sein:

$$w = F(J - J_1),$$

so dass die vorige Gleichung übergeht in:

$$J = \frac{E_1}{W_1 \mp F(J - J_1)}.$$

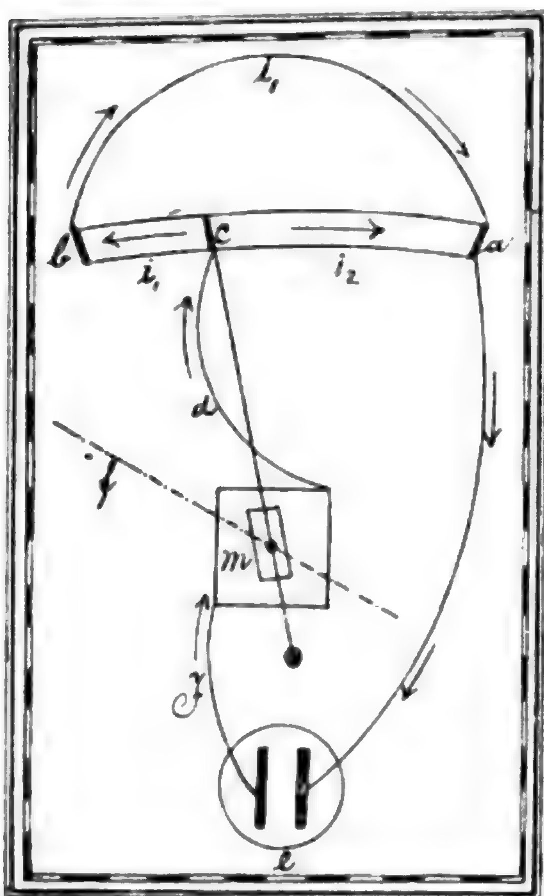
Da aber eine vollständige Stromregulirung oder eine absolute Constanz von J auch erfordert, dass $F(J - J_1)$ eine stetige Function sei (es soll nicht etwa eine sprungweise Stromregulirung stattfinden) und Function $J - J_1$ mit $J - J_1 = 0$ auch Null werden muss, so ist klar,

dass — in dem Falle durch einen selbstthätigen Stromregulator die Constanz erhalten bliebe — Function $J - J_1$ oder w auch immer Null bleiben müsste. Ein neuer Widerstand w dürfte nie eingeschaltet werden. Demnach ist ein derartig angebrachter Stromregulator unmöglich, oder hält wenigstens doch J nicht constant, wenn er auch grösseren Aenderungen der Stromintensität vorbeugen mag (vgl. Wiedemann, Galvanismus Bd. 1 S. 456).

2. Wir sehen uns daher nach einem neuen Princip der Stromregulirung um, welches dem Zwecke besser entspricht. — Wir untersuchen zu dem Ende die Verhältnisse in einer einfachen Stromverzweigung. Ein Hauptstrom J theile sich an einer Strecke seines Schliessungskreises in zwei neue Zweige (ohne neue elektromotorische Kraft) mit den Stromintensitäten i_1 und i_2 und den respectiven Theilwiderständen w_1 und w_2. Wir haben dann:

$$i_1 = \frac{J \cdot w_2}{w_1 + w_2}.$$

Halten wir nun $(w_1 + w_2)$ constant, so ist offenbar i_1 constant, wenn das Product $J \cdot w_2$ unveränderlich bleibt. Mit anderen Worten: der Strom i_1 in dem einen Theil einer einfachen Stromverzweigung bleibt dann constant, wenn einmal die Summe der Theilwiderstände $(w_1 + w_2)$ unveränderlich, und ferner der Widerstand w_2 des anderen Zweiges so gehalten wird, dass er stets mit dem Hauptstrom J dasselbe Product ergibt oder ihm umgekehrt proportional ist. — Hiermit ist die Bedingung gegeben, unter welcher wir einen constanten Strom besser erhalten können. Wir wenden nämlich nicht den Hauptstrom J, sondern den Theilstrom i_1 an.



3. Wir wollen dieses Ergebnis nun der praktischen Anwendung näher führen. In der nebenstehenden Figur sei (ungefähr wie bei dem Regulator von Kohlrausch) *acb* ein mit Flüssigkeit gefüllter Trog. Derselbe sei ein Kreisbogen von ungefähr 20° Centri-

winkel. Im Centrum stehe eine durch einen Multiplicator ablenkbare Magnetnadel *m*, die durch einen Bügel *mc* eine leichte Metallplatte im Troge hin und her bewegen kann. Der Strom *J*, von der Stromquelle *e* kommend, durchlaufe den Multiplicator bei *m* und gehe durch den Leitungsdraht *dc* zur Platte *c*. Hier theilt er sich in i_2 (Strecke *ac*) und i_1 (Strecke *cba*), um dann von *a* nach *e* zurückzukehren. Zu Anfang, bevor noch der Strom die Magnetnadel ablenkt, liegt die Platte *c* an *b* an; die Richtung *mf* würde diejenige sein, welche sie ungehindert annehmen würde, wenn an *b* das Trogende sie nicht zurückhielte. Durch den Strom *J* wird nun die Platte bis *c* geschoben, die Magnetnadel also eigentlich um den Winkel *cmf* abgelenkt. Der Winkel *cmf* wird durch Regulirung mit einem Magnetstab so gewählt, dass er dem Winkel *amc* beinahe gleich ist. Nimmt nun der Strom *J* zu, so nimmt die Flüssigkeitssäule *ac* ab; im entgegengesetzten Falle nimmt sie zu, und beidesmal annähernd umgekehrt proportional mit *J*. Die Stromintensität i_1 in *cba* bleibt dabei annähernd constant, wie es erfordert wurde. — Es wird nicht schwer sein, nach diesen Bemerkungen, die nur die Theorie in 2. erläutern sollten, in Fällen der praktischen Anwendung der Stromregulatoren entsprechend zu verfahren.

4. Dabei ist indessen noch folgendes zu berücksichtigen.

Bei dem in 3. angedeuteten Arrangement ist wohl $(w_1 + w_2)$ constant, aber der Widerstand w_2 ist, wie bemerkt, nur annähernd der Stromintensität *J* umgekehrt proportional. Die Annäherung zur vollen Proportionalität ist um so grösser, je weniger die Winkel *amc* und *cmf* von einander verschieden sind. Man wird gut thun, bei der praktischen Anwendung den Winkel *cmf* beim Beginn der Untersuchungen etwas verschieden (zumeist etwas grösser) zu wählen als den Winkel *amc*. Es findet dann in der mittleren Zeit des Versuches jene Gleichheit der Winkel statt. — Ein Zahlenbeispiel mag die Sache erläutern: Der Winkel *amf* sei 30°, die Stromintensität zu Anfang 16 *C* (wo *C* irgend eine Constante), der Winkel *amc* zu Anfang 14°. Nun findet eine Abnahme der Stromintensität von 16 *C* auf 15 *C* resp. 14 *C* statt, und bei der Kleinheit der Winkel können wir annehmen, dass auch der Winkel *cmf* von 16° auf 15° resp. 14° zurück- und der Winkel *amc* von 14° auf 15° resp. 16° hinaufgeht. Das Product $J \cdot w_2$ ist dann in diesen drei Fällen, wenn wir statt w_2 einfach die Gradbogen lassen:

$$16\,C \times 14^\circ \ldots 15\,C \times 15^\circ \ldots 14\,C \times 16^\circ.$$

Die relative Verschiedenheit dieser Producte bewegt sich in dem Verhältnis der Zahlen:

224, 225, 224.

Berücksichtigt man dabei, dass die Stromintensität J von 16 C auf 14 C oder um 12,5% zurückging, so mag man wohl mit der Constanz von i_1, die nicht einmal um ½% schwankte, zufrieden sein.

5. Das in 1. Erörterte ist indessen auch hier noch nicht völlig beseitigt. Immerhin befindet sich nämlich der Regulator im Schliessungskreis, und eine Aenderung in der Länge der Flüssigkeitssäule ac wirkt auch auf die Intensität des Hauptstromes J zurück. Der Gesammtwiderstand der Zweigleitung ist:

$$\frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2}.$$

Dieser Gesammtwiderstand ändert sich im Laufe der Regulirung (obgleich wir $w_1 + w_2$ constant erhalten), indem das Product $w_1 \cdot w_2$ ein anderes wird. Hierdurch wird auch die Intensität des Hauptstromes J geändert, eine Wirkung, die wir natürlicherweise (vgl. 1.) möglichst verringern müssen. Die Aenderung des Productes $w_1 \cdot w_2$ ist nun am geringsten, wenn w_1 und w_2 annähernd gleich sind. Um daher die Rückwirkung der Regulirung auf den Hauptstrom J möglichst zu verringern, müssen wir die beiden Theile der Zweigleitung ac und cba so einrichten, dass ihre Widerstände w_1 und w_2 annähernd gleich sind.

6. Diese Andeutungen mögen genügen, um darzuthun, wie mein Princip: „die Anwendung der Stromverzweigung bei der Stromregulirung“ praktisch verwandt werden mag. Ich muss mich damit begnügen, da mir die Mittel zur Construction von bezüglichen Apparaten und demgemäss zur weiteren Verfolgung der Sache mangeln. — Bei einer einmaligen Verzweigung des Stromes J können wir den Theilstrom i_1 schon ziemlich constant erhalten. Verzweigen wir aber diesen Zweigstrom i_1 wieder in derselben Weise mit einem zweiten Stromregulator, so ist klar, dass wir dadurch noch zu einem ferneren Theilstrom kommen können, in welchem die Aenderungen der Stromintensität J praktisch überhaupt nicht mehr influiren, also eine absolute Stromregulirung eigentlich damit schon erreicht ist.

Ueber die Bewegung der Achse eines Gyroskops.

Von

Dr. W. Hess

in München.

Ertheilt man einem starren Umdrehungskörper, dessen Achse einen festen Punkt besitzt, eine Rotation um diese Achse, so setzt sich der Körper um den festen Punkt in Bewegung, sobald dieser nicht mit dem gemeinsamen Schwerpunkt von Körper und Achse zusammenliegt. Diese Erscheinung wurde zuerst am Bohnenberger-schen Maschinchen (1817) bemerkt, indem man durch das Anhängen eines kleinen Gewichtes an die Achse des rotirenden Körpers — einer Kugel — bewirkte, dass der Schwerpunkt des Systems aus dem Unterstützungspunkte verrückt wurde. Lange Zeit hindurch scheint dieser Entdeckung nicht die Beachtung geschenkt worden zu sein, die sie verdient, bis durch die Untersuchungen von Foucault und Sire (1852) das Interesse an dem Gegenstande neu geweckt wurde und zu einer ziemlichen Anzahl von Apparaten Veranlassung gab, welche die Bewegung deutlich zu zeigen geeignet waren. Der erste derartige Apparat wurde nach dem Muster des Bohnenberger-schen Maschinchens auf Veranlassung Foucault's construirt und von ihm „Gyroskop" genannt; sodann folgten die nach Angabe Plücker's von Fessel verfertigten und nach ihm benannten „Rotationsmaschinen", der Robert'sche „Ring" und andere, die wir alle unter dem Namen Gyroskop zusammenfassen wollen.

Die Bewegung eines Rotationskörpers um einen festen Punkt seiner Achse stand nun fest; auch ihre Erklärung war nicht schwer zu geben. Es blieb noch die Frage zu lösen: wie findet die Bewegung statt? — oder, da sich die Lage des Körpers aus jener der Rotationsachse sofort ergibt: welches ist die Bewegung dieser Achse? Die

Beantwortung kann nur auf theoretischem Weg, durch die analytische Mechanik erfolgen. Nun ist man im Stande, bereits aus den dynamischen Differentialgleichungen Anhaltspunkte für die Bewegung der Umdrehungsachse und des Schwerpunktes des Gyroskops zu gewinnen und auf Grund derselben Zeichnungen[1]) zu entwerfen, welche nicht genau sein können, aber über die Art der Bewegung ziemlich Aufschluss geben. Die vollständige Kenntnis der Bewegung konnte erst durch die von Lottner und Somoff (1855) vollzogene Integration der Differentialgleichungen der Bewegung gewonnen werden. Beide Autoren begnügten sich übrigens mit der Aufstellung der analytischen Ausdrücke, ohne auf deren mechanische Bedeutung weiter einzugehen. Ich habe deshalb an der Hand der strengen Formeln, welche ich mir für diesen Zweck besonders aufstellte und integrirte, die Bewegung der Achse des Gyroskops, sowie die Veränderung in der Bewegung, welche durch die Veränderung der Anfangsbedingungen hervorgerufen wird, eingehender behandelt[2]), und werde diejenigen Resultate, welche für die Physik von Interesse erscheinen, hier folgen lassen.

Bezüglich der weiteren, sehr zahlreichen Literatur über diesen Gegenstand muss ich auf Ph. Gilbert's Abhandlung „Étude historique et critique sur le problème de la rotation etc." (Annales de la Société scientifique de Bruxelles 1878, oder Bruxelles, bei Hayez 1878, 8⁰) verweisen, der ich auch die vorhergehenden historischen Notizen entlehnt habe.

I. Nachweis der Bewegung.

Wir denken uns einen starren Rotationskörper, etwa eine metallene Scheibe; auf seiner gleichfalls starren (metallenen) Achse, die wir von nun ab Figurachse nennen wollen, befinde sich im Abstande γ von dem gemeinsamen Schwerpunkt S des Körpers und der Achse der feste Punkt O. Eine Ebene, welche durch O senkrecht zur Achse gedacht ist, werde Aequator genannt; dieselbe hat die Eigenschaft, dass das System bezüglich jeder durch O in ihr gezogenen Geraden dasselbe Trägheitsmoment besitzt. Die Grösse des letzteren sei A, die des Trägheitsmomentes des Systems um die Figurachse C,

1) Vgl. Jullien, mécanique rationnelle, t. II p. 186 der 2. Auflage. — Fink, note sur la toupie. Nouvelles Annales de Math. 1850 p. 315, u. a.

2) Ueber das Gyroskop. Mathematische Annalen Bd. 19 S. 121—154.

endlich das Gewicht des Apparates, in S concentrirt gedacht, P. Die Figurachse und die erwähnten Geraden des Aequators sind Hauptträgheitsachsen oder sog. freie Achsen; sie haben die Eigenschaft, dass, wenn um sie ein Kräftepaar auf den Körper eingewirkt hat, der sich auch permanent um sie dreht, mit einer Winkelgeschwindigkeit $= \frac{\text{Drehmoment}}{\text{Trägheitsmoment}}$.

Wir neigen nun die Figurachse gegen die Verticale um einen Winkel ϑ_0 und ertheilen dem Gyroskop um die erstere ein Drehmoment $C \cdot n$; dadurch würde eine Drehung um dieselbe Achse mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{C \cdot n}{C} = n$ erfolgen, wenn die Schwerkräfte nicht wirkten. Diese bringen ein Moment zur Geltung, dessen Grösse $P \cdot \gamma \cdot \sin \vartheta_0$ beträgt und dessen Achse auf der Verticalen und Figurachse senkrecht steht, also nichts anderes ist als eine — horizontale — Hauptachse des Aequators. Die Drehung, die vermöge seiner Wirkung wachgerufen wird, erfolgt also um die Hauptachse mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{P \cdot \gamma \cdot \sin \vartheta_0}{A}$. Wir sehen so zu gleicher Zeit zwei Drehungen auf den Körper einwirken; sie werden repräsentirt, indem man auf den Drehungsachsen, d. s. die Figurachse und die Linie der Knoten, wie jene horizontale Achse genannt wird, die Winkelgeschwindigkeiten n und $\frac{P \cdot \gamma \cdot \sin \vartheta_0}{A}$ aufträgt, etwa vom festen Punkt O aus. Es resultirt aus denselben eine einzige Drehung, deren Achse und Grösse dargestellt ist durch die Diagonale des Rechtecks aus den zwei Einzeldrehungen. Diese Diagonale ist also die Achse, um welche im Anfange der Körper sich dreht; dieselbe ist keine freie Achse, also kann die Rotation nicht permanent um sie stattfinden, sondern es muss sich die Figurachse um den festen Punkt O in Bewegung setzen.

Dieser Nachweis der Bewegung ist offenbar allgemein gültig, einerlei, welchen Werth die Winkelgeschwindigkeit n besitzt. Es muss also — theoretisch — jedes Gyroskop um den festen Punkt seiner Achse sich in Bewegung setzen, wie klein auch die Winkelgeschwindigkeit war, die man demselben um seine Achse ertheilt hat. Nimmt man kein äusseres Hemmnis an, so folgt auch weiter, dass sich diese Bewegung ins Unendliche fortsetzen muss.

In der Praxis freilich ist, sollen anders die Erscheinungen sichtbar gemacht werden, die Winkelgeschwindigkeit n, der Reibung der Achse im festen Punkt, des Widerstandes der Luft und der Trägheit der bewegten Masse wegen, sehr gross zu machen. Die Bewegung wird auch dieser Hindernisse halber mit der Zeit erlahmen, der Körper also seine verticale Ruhelage annehmen. In Rücksicht auf diese Verschiedenheit in Theorie und Wirklichkeit werde ich daher im Folgenden die Resultate so aussprechen, wie sie der Theorie entspringen, und auf den praktisch maassgebenden Fall jedesmal hinweisen.

II. Die Bewegung der Figurachse selbst.

Die Bewegung der Figurachse ist doppelter Art: dieselbe dreht sich um die Verticale und variirt in ihrer Neigung gegen dieselbe. Die erstere Bewegung wird auch die der Präcession, die letztere die der Nutation genannt. Es zeigt sich, dass, solange man nur eine Drehung um die Figurachse zulässt, von einem seitlichen Stoss also absieht, die doppelte Bewegung ständig bleibt; niemals kann man bewirken, dass die Figurachse um die Verticale einen Kreiskegel beschreibt.

Was den Sinn der Bewegung angeht, so erfolgt für eine in der Figurachse liegende, auf O aufstehende Person die Bewegung der Figurachse um die Verticale in einem der Rotation der Scheibe entgegengesetzten Sinne, wenn im Anfange der Schwerpunkt unterhalb des Unterstützungspunktes oder in einer Horizontalen damit gelegen war. Dieselbe erfolgt im Sinne der Rotation der Scheibe, wenn der Schwerpunkt sich oberhalb des festen Punktes befand: ein Wechsel in der Richtung der Bewegung tritt ein, sobald die Drehung der Scheibe im entgegengesetzten Sinn erfolgt.

Es sind sonach zwei Hauptfälle zu unterscheiden, je nachdem bei Beginn der Bewegung der Schwerpunkt des Gyroskops unterhalb oder oberhalb des Unterstützungspunktes gelegen war; der Fall, dass die Anfangslage der Figurachse horizontal liegt, zählt zum ersteren Fall.

1. Der Schwerpunkt des Gyroskops liegt nicht oberhalb des Unterstützungspunktes.

Dann kann sich derselbe im ganzen Verlaufe der Bewegung auch nie über den festen Punkt erheben. Denken wir uns die Verticale

nach unten gerechnet, so bildet also die Figurachse mit derselben einen spitzen Winkel. Dieser ist am grössten für die Anfangslage der Figurachse, nimmt im Laufe der Bewegung ab bis zu einem gewissen Minimalwerth, vergrössert sich dann ganz genau ebenso als er abgenommen hat, bis er als Maximalwerth wieder jenen erreicht, den er zu Anfang der Bewegung besessen. Nun beginnt dasselbe Spiel von neuem. Auf diese Weise wird von der Figurachse ein Kegel um die nach unten errichtete Verticale beschrieben, der stets zwischen 2 Kreiskegeln um die letztere eingeschlossen bleibt und aus unendlich vielen congruenten Theilen besteht. Jeder solche Theil hat das Aussehen eines ausgebauchten Kegels, dessen Oeffnung der Verticalen abgewendet ist (Fig. 1).

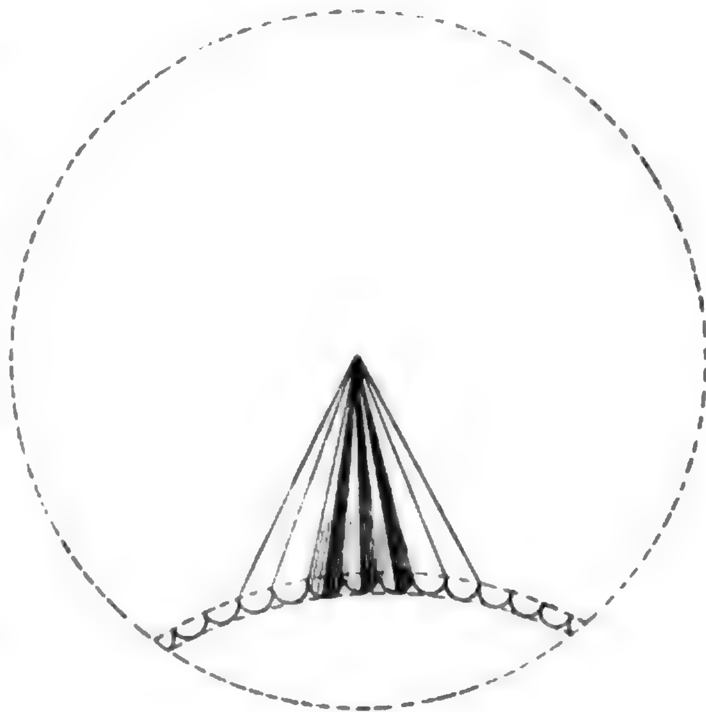


Fig. 1.

Der Schwerpunkt des Gyroskops bleibt während der Bewegung innerhalb einer Zone der Kugel, die um den festen Punkt O mit dem Schwerpunktsabstand γ als Radius beschrieben ist. Der dem Unterstützungspunkt näher liegende Parallelkreis der Zone ist durch die Anfangslage des Schwerpunktes bestimmt; auf ihm setzt sich die Schwerpunktsbahn senkrecht mit Spitzen auf, während der tiefere Parallelkreis von ihr berührt wird. Projicirt man also die vom Schwerpunkt innerhalb der Kugelzone beschriebene Curve auf eine horizontale Ebene, so entsteht eine solche von der Form, wie sie Fig. 2 darstellt. Was die Zone weiter betrifft, so ist dieselbe um so schmaler, d. h. die Bewegung der Nutation um so weniger bemerkbar, je kleiner das Gewicht P des Apparates, je grösser das Trägheitsmoment C um die Figurachse und je

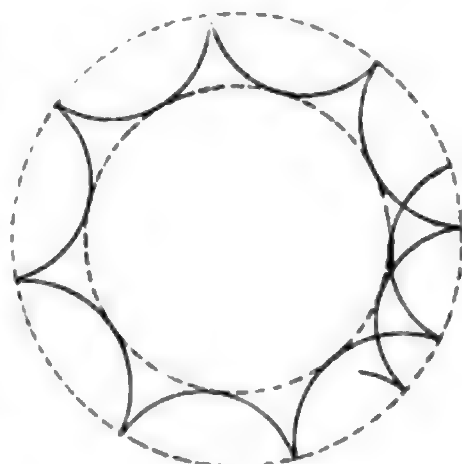


Fig. 2.

kleiner dasjenige A um eine Hauptachse des Aequators ist, je näher der Schwerpunkt dem unterstützten Punkte liegt, je tiefer die Anfangslage des Schwerpunktes und je grösser die Winkelgeschwindigkeit n ist, die man dem Gyroskop um seine Achse ertheilt.

Die Zeit, welche der Schwerpunkt nöthig hat, um von einem Parallelkreis seiner Zone wieder zum selben Parallelkreis zu gelangen, die Zeit also, in welcher die Figurachse eine Ausbuchtung ihres Kegels zurücklegt, ist um so kleiner, d. h. die Bewegung der Nutation wieder um so weniger deutlich, je grösser das Gewicht P des Systems, je grösser das Trägheitsmoment C und je kleiner das Trägheitsmoment A, je kleiner der Abstand γ zwischen festem Punkt und Schwerpunkt ist, endlich je tiefer die Anfangslage des letzteren und je grösser die dem Gyroskop ertheilte Winkelgeschwindigkeit n gewählt ist. —

Diese Resultate modificiren sich für den Fall eines wirklichen Gyroskops sehr wenig. Für ein solches muss, wie zu Anfang hervorgehoben wurde, die Geschwindigkeit um die Figurachse sehr gross werden; es werden dann nach unserm obigen Satze die Ausbuchtungen des von ihr um die Verticale beschriebenen Kegels sehr klein[1]) und werden sehr rasch[1]) zurückgelegt (Fig. 1). Dies ist der Grund, warum die Bewegung der Nutation anfangs dem Auge nicht bemerklich ist und in manchen Lehrbüchern der Physik übergangen wird; unzweifelhaft besser, weil der Wahrheit gemäss, ist es jedoch, die doppelte Bewegung der Figurachse zu betonen und hervorzuheben, dass im Gegentheil ein Kreiskegel gar nie beschrieben werden kann. Gegen das Ende der Bewegung, wo das Gyroskop seiner verticalen Ruhelage zustrebt, erfolgt auch die Bewegung der Nutation unregelmässiger, die Auszackungen werden grösser und lassen sich nunmehr an den Sprüngen der Achse leicht erkennen.

Will man die Bewegung auch anfangs als doppelte dem Auge möglichst sichtbar machen, so muss man darnach streben, die Schwankungen der Figurachse gegen die Verticale möglichst gross und die Zeit, in der sie erfolgen, möglichst klein zu machen. Beides wird erreicht, wenn man

---

1) Siehe im nächsten Abschnitt die Berechnungen Franke's.

1. unabhängig von der Beschaffenheit des Apparates der Achse zu Anfang der Bewegung eine möglichst hohe Lage gibt und die Geschwindigkeit um sie möglichst klein macht,
2. bei der Construction des Gyroskops darauf achtet, dass dessen Trägheitsmoment um die Figurachse möglichst klein und bezüglich einer darauf senkrechten Achse möglichst gross sei.

Wählt man ein grosses Gewicht und rückt man den Schwerpunkt weit hinaus, so werden die Schwankungen der Achse grösser, die Zeit, in der sie zurückgelegt werden, jedoch kleiner, so dass also bei der Construction auf die Grösse des Gewichtes und die Entfernung von Schwerpunkt und Achse nicht besonders zu achten ist. Da übrigens eine Vergrösserung von γ eine solche des Trägheitsmomentes A um eine Hauptachse des Aequators involvirt, so wird sie doch die Bewegung augenfälliger hervortreten lassen. [In unseren Sätzen wurde die Veränderung des Trägheitsmomentes A unabhängig von derjenigen der Entfernung γ angenommen.]

2. Der Schwerpunkt befindet sich zu Anfang der Bewegung oberhalb des Unterstützungspunktes.

Dann kann derselbe stets oberhalb des Unterstützungspunktes O bleiben oder auch unter denselben heruntergehen, d. h. es kann die Figurachse mit der nach oben errichtet gedachten Verticalen ausschliesslich spitze Winkel bilden oder nicht. Entscheidend darüber ist ausser der Neigung ϑ_0 zwischen der Figurachse und Verticalen zu Anfang noch eine einzige Grösse ε, welche aus den 5 Constanten C, n, A, P, γ des Problems in der Weise zusammengesetzt ist, dass $\varepsilon = \frac{C^2 \cdot n^2}{4 \cdot A \cdot P \cdot \gamma}$. Ist nämlich $\varepsilon > \frac{1}{2 \cdot \cos \vartheta_0}$, so bleibt der Schwerpunkt während der ganzen Dauer der Bewegung oben; ist $\varepsilon < \frac{1}{2 \cdot \cos \vartheta_0}$, so tritt derselbe auch über den Unterstützungspunkt herunter; ist $\varepsilon = \frac{1}{2 \cdot \cos \vartheta_0}$, so ist die tiefste Lage des Schwerpunktes die in der horizontalen Ebene durch O befindliche.

In allen drei Fällen beschreibt die Figurachse wieder einen Kegel um die Verticale, innerhalb zweier Kreiskegeln um letztere verlaufend. Er besteht aus unendlich vielen congruenten Theilen, deren jeder die Gestalt eines ausgebauchten Kegels besitzt, diesmal

aber — dies ist charakteristisch — die ausgebauchte Seite der (oberen) Verticalen zukehrt (Fig. 3). [In der That kann man sich dieses Verhalten der Figurachse, hier wie im früheren Falle, ganz plausibel machen: die Figurachse trachtet eben, im Anfange der Drehung der Schwerkraft folgend, zu sinken und kommt dadurch dem unteren Theil der Verticalen näher.] Der Winkel zwischen Figurachse und Verticalen erreicht seinen kleinsten Werth in der Anfangslage, steigt bis zu einem gewissen Maximalwerth und sinkt ganz ebenso wieder auf jenen kleinsten Werth.

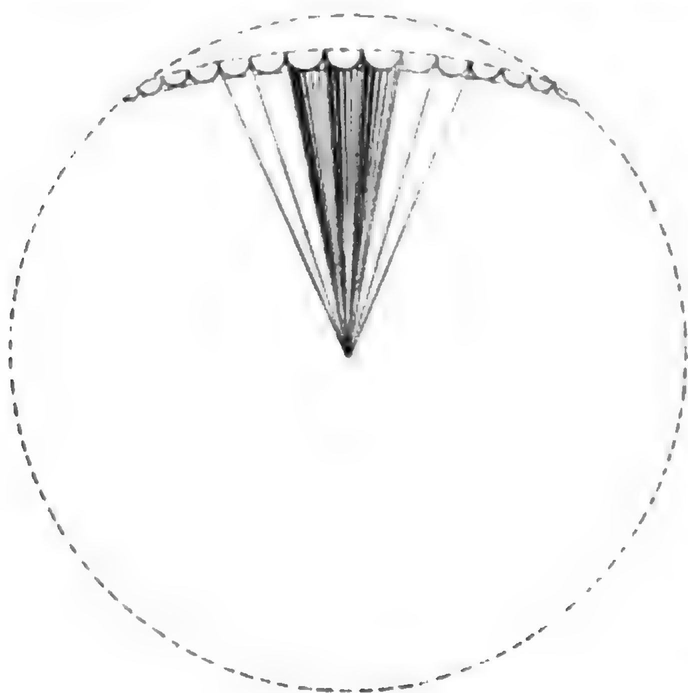


Fig. 3.

Der Schwerpunkt des Gyroskops bleibt auch hier in einer Zone der um den festen Punkt O mit γ beschriebenen Kugel eingeschlossen. Diese Zone kann liegen

1. oberhalb des Unterstützungspunktes. Dann ist der durch die Anfangslage repräsentirte Parallelkreis der kleinere, er liegt also bei der Horizontalprojection im Inneren, und die Schwerpunktsbahn, die sich stets auf dem Parallelkreis, der durch die Anfangslage bestimmt, mit Spitzen aufsetzt, gewinnt in ihrer horizontalen Projection die Form, wie sie Fig. 4 aufweist.

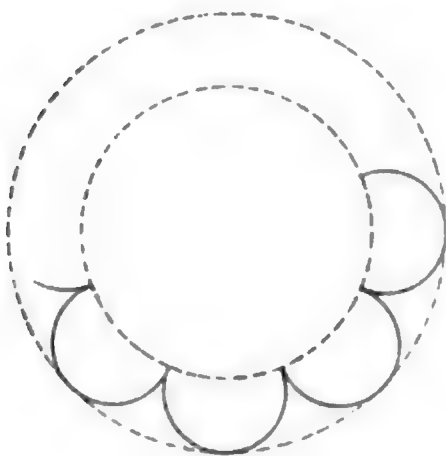


Fig. 4.

2. Es können die beiden Grenzkreise der Zone zu verschiedenen Seiten von O liegen. Dann bleibt in der Horizontalprojection der Schwerpunktsbahn die vorige Form noch erhalten, solange der obere Grenzkreis in der Projection der innere bleibt, dem O also näher liegt; es tritt dies immer ein, wenn $\varepsilon > \frac{\sin^2 \vartheta_0}{4 \cdot \cos \vartheta_0}$ ist. Ist $\varepsilon < \frac{\sin^2 \vartheta_0}{4 \cdot \cos \vartheta_0}$, so wird der Kreis, der die Spitzen trägt, der von O entferntere sein,

und in der Projection kehren die Formen wieder, wie sie Fig. 5 zeigt, und wie sie bei der Lage des Schwerpunktes unterhalb des Unterstützungspunktes O auftraten. Der Uebergang von der Form der Fig. 4 in jene der Fig. 5 wird für $s = \frac{\sin^2 \vartheta_0}{4 \cdot \cos \vartheta_0}$ vermittelt, für welchen Fall die Parallelkreise der Zone von O gleichweit abstehen und in der Projection ein Kreis erscheint.

Was wieder die Veränderung der Kugelzone angeht, so wird dieselbe um so schmaler, je kleiner das Gewicht P, je grösser das Trägheitsmoment C und je kleiner dasjenige A ist, je näher der Schwerpunkt dem Unterstützungspunkt liegt und je kleiner die Geschwindigkeit ist, die man dem Gyroskop um die Achse ertheilt hat — ganz einerlei, ob der Schwerpunkt während der Bewegung oberhalb des festen Punktes bleibt oder nicht. Verläuft die Bewegung nur oberhalb, so ist die Zone um so enger, je kleiner der spitze Winkel ϑ_0 zwischen der Anfangslage der Figurachse und der nach oben errichteten Verticale, verläuft dieselbe auch unterhalb, je grösser dieser Winkel ϑ_0 gewählt ist.

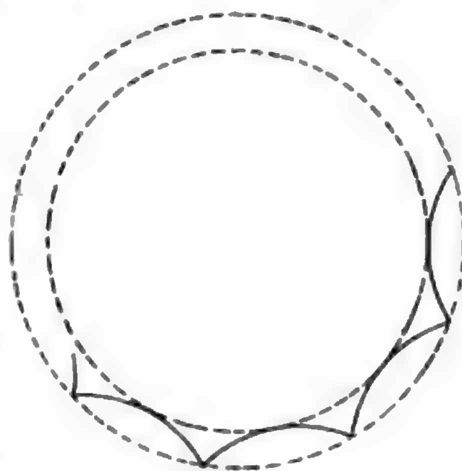


Fig. 5.

Die Zeit, in welcher die Figurachse die Ausbuchtungen zurücklegt, ist um so kleiner, je grösser das Gewicht P, je grösser das Trägheitsmoment C und je kleiner dasjenige A, je grösser der Schwerpunktsabstand γ und je grösser die Winkelgeschwindigkeit n der Drehung ist. Dieser Satz stimmt mit dem entsprechenden des vorigen Paragraphen in allen Theilen überein. —

Für den Fall eines wirklichen Gyroskops, d. h. für eine grosse Winkelgeschwindigkeit n, werden auch hier die Auszackungen des Kegels der Figurachse klein und ungeheuer rasch zurückgelegt (Fig. 3). Franke[1]) hat für ein wirklich vorliegendes Instrument die Schwankungen berechnet und gefunden: wenn die Masse $m = 380{,}22$, der Schwerpunktsabstand $\gamma = 4{,}88$, die Trägheitsmomente $C = 3864{,}18$ und $A = 11495{,}61$ waren, bei einer Winkelgeschwindigkeit $n = 942{,}48$ und einer Anfangsneigung $\vartheta_0 = 30^0$, so

1) Ueber die Bewegung rotirender Kreisel. Programme des Gymnasiums zu Seehausen i. A. (1873) 1874.

betrug die grösste Neigungsdifferenz der Gyroskopsachse nur etwa 5½ Bogenminuten, sie wurde in 0,0099 Zeitsecunden zurückgelegt und es drehte sich die Achse um die Verticale in dieser Zeit um circa 13⅔ Bogenminuten. Man kann die Sichtbarkeit der Bewegung mehr hervortreten lassen, und zwar wieder in doppelter Hinsicht:

1. Man strebe bei der Construction darnach, das Trägheitsmoment des Gyroskops um seine Achse möglichst klein und dasjenige um eine dazu senkrechte Achse möglichst gross zu machen; dadurch werden sowohl die einzelnen Schwankungen stärker, als die Zeit ihrer Zurücklegung grösser. Die Anwendung einer schweren oder leichten Substanz, sowie die Verschiebung des Schwerpunktes auf der Achse ist auch hier wieder nicht von Belang; nur bringt die letztere indirect, indem sie das Trägheitsmoment A vergrössert, eine für die Sichtbarkeit günstige Wirkung hervor.

2. Man orientire sich, wie das Gyroskop zu stellen ist; zu diesem Zwecke bestimmt man aus der Gleichung $\frac{C^2 n^2}{4A \cdot P \cdot \gamma} = \frac{1}{2 \cdot \cos \vartheta_0}$ den speciellen Werth ϑ_0', welcher, als Anfangsneigung gewählt, im Stande ist, die Achse des Gyroskops gerade bis zur horizontalen Lage sinken und von da wieder sich aufrichten zu lassen. Ist die gewählte Neigung ϑ_0 kleiner als ϑ_0', so bleibt — solange natürlich die Bewegung noch nicht erlahmt — der Schwerpunkt oberhalb des Unterstützungspunktes und man nimmt ϑ_0 möglichst klein. Ist ϑ_0 grösser als ϑ_0', so bewegt sich der Schwerpunkt über den festen Punkt herunter und hinauf; man muss in diesem Falle die Neigung möglichst gross machen, um die Bewegung deutlich zu zeigen. Natürlich trägt eine Minderung der Drehgeschwindigkeit um die Achse gleichfalls zu einer Vergrösserung der Sichtbarkeit der Schwankungen bei. —

Von vorstehenden Sätzen lautet der erstere genau ebenso wie der entsprechende, der aus einer Untersuchung über die Vorgänge bei der Bewegung des Schwerpunktes unterhalb des festen Punktes hervorging. Wir ersehen daraus, dass die Principien, nach denen bei der Construction eines Apparates zu verfahren ist, nicht abhängen von der Lage, die man demselben zu ertheilen gesonnen ist.

Ich bemerke noch, dass die Bewegung der Achse eines Gyroskops auch auf graphischem Wege verfolgt wurde. Die von Stamkart[1])

---

1) Ueber die Bewegung eines Kreisels etc. Pogg. Ann. Bd. 1853. I. S. 462—467.

gewonnenen Resultate stimmen mit den aus der Theorie entsprungenen überein, wie überhaupt die Sätze der letzteren nichts Ueberraschendes für denjenigen bieten können, der sich über die Einwirkung der die Drehung beeinflussenden Elemente Rechenschaft geben kann.

Wie bei der Theorie der Bewegung eines starren Körpers um seinen Schwerpunkt die Drehung des Körpers gedeutet werden kann als Resultat des Abrollens zweier Kegel — die bekannte Anschauungsweise Poinsot's —, so ist man auch im Stande, die Vorgänge bei der Bewegung des Gyroskops aus dem Abrollen zweier concentrischer Kegel zu ersehen; ich verweise bezüglich dieser Art Erweiterung der Poinsot'schen Drehungstheorie auf meine oben erwähnte Abhandlung über das Gyroskop.

Ueber den angeblichen Einfluss des Sonnenscheins auf den Luftzug in Kaminen.

Von

F. Kohlrausch.

Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Würzburger Phys.-med. Gesellschaft mitgetheilt.

Weit verbreitet ist die Annahme, dass der Auftrieb der Luft in einem Kamine durch den Sonnenschein beeinträchtigt werde. Die Klage über einen rauchenden Ofen wird von dem einschlägigen Geschäftsmann gar oft dahin beschieden, dass „die Sonne den Rauch zurückgedrückt habe“. Insbesondere soll der auf dem Kamin lastende Sonnenschein ein Hindernis gegen den Luftzug bei dem Anheizen des Ofens bilden.

Seit der Crookes'schen Entdeckung mechanischer Wirkungen des Lichtes kann man diese Ansicht nicht mehr mit voller Sicherheit a priori als einen Aberglauben behandeln, vielmehr würde ein von den Sonnenstrahlen ausgeübter Druck gegen den Rauch als ein interessanter Zuwachs zu den Lichtmühl-Erscheinungen anzusehen sein. Deswegen hielt ich es für der Mühe werth, diese Frage durch den Versuch zu entscheiden.

Freilich sind die Kräfte des Lichtes in der Lichtmühle nur geringfügig; aber auch von dem Auftrieb in einem Kamine kann man oft dasselbe sagen. Besonders bei dem Anheizen eines Schornsteins könnte ein Gegendruck von einem Hunderttausentel einer Atmosphäre unter Umständen schon kritisch werden.

Es war also vor allem ein hinreichend empfindlicher Apparat nothwendig, um den Auftrieb zu messen. In einfachster Weise wird dieser Zweck folgendermassen erreicht[1]).

---

1) Aehnlich wie durch eine von Röntgen für andere Zwecke gebrauchte und weniger empfindliche Vorrichtung. Pogg. Ann. Bd. 148 (1873) S. 580.

Man bog ein dünnes federndes Kupferblech ($^1/_{20}$ mm Dicke) in Wellenform, aber nicht wie bei dem Aneroidbarometer in concentrische, sondern in parallele geradlinige Wellen von etwa 15 mm Wellenlänge. Ein solches Wellenblech von 50 mm Höhe, 150 mm Breite wurde in einem Rahmen eingesetzt, die kurzen seitlichen Ränder befestigt, während der längere obere und untere Rand sich frei, mit einem Spielraum von etwa $^1/_2$ mm, in dem Rahmen verschieben kann. Dass hierbei der Verschluss nicht ganz dicht ist, kommt für den hier verfolgten Zweck nicht in Betracht, denn die freien Spalten zwischen dem Blech und dem Rahmen sind im Vergleich mit dem Querschnitt des Kamines oder auch eines Ofenrostes verschwindend klein.

Auf das Blech ist in seiner kurzen Mittellinie, etwa 20 mm vom oberen Rande, ein Stückchen Kork aufgekittet, in welches eine abgekniffene Stecknadel so eingedrückt wird, dass der Stecknadelknopf herausragt. Gegen diesen Knopf liegt ein kleiner von dem Rahmen drehbar herabhängender Glasspiegel mit einem unteren Punkt seiner Hinterfläche an und folgt also den Bewegungen des Bleches durch eine verticale Drehung. Damit die Empfindlichkeit der Bewegung nicht unter einer Reibung leide, ist das Spiegelchen nicht an einer Achse, sondern — wie bei einem früher von mir beschriebenen Variationsbarometer [1] — an zwei sehr feinen Stahlfedern aufgehängt. Der Apparat arbeitet also ohne jede Reibung. Die Federchen drücken zugleich den Spiegel leicht gegen den Stecknadelknopf.

Nimmt nun der Druck hinter dem Bleche zu, so wird das letztere dadurch nach vorn bewegt und dreht den Spiegel nach oben, und umgekehrt. In bekannter Weise beobachtet man diese Bewegungen an dem vom Spiegel zurückgeworfenen Bilde eines verticalen Maassstabes mit einem Fernrohr.

Um die Empfindlichkeit dieses Druckmessers (Differentialmanometers) zu schätzen, wurde in einem Gehäuse, in dessen Seitenwand der Rahmen befestigt war, oberhalb des Rahmens eine Luftsäule von etwa 350 mm Höhe durch Leuchtgas ersetzt. Dadurch entstand eine Bewegung des Spiegelbildes von einem 3 m entfernten Maassstabe um etwa 40 mm. Das Leuchtgas hat etwa die halbe Dichtigkeit der Luft. Dann entspricht also die Auswechselung der obigen Luftsäule durch Leuchtgas dem Wegnehmen einer Luftsäule von halber Höhe, als

1) Pogg. Ann. Bd. 150 (1873) S. 423.

von 175^{mm}, d. h. einer Druckverminderung hinter dem Spiegel um etwa $^1/_{50000}$ Atmosphäre. Kann man nun 0,5^{mm} mit dem Fernrohre noch sicher ablesen, so geht die Genauigkeit des Apparates auf beiläufig *ein Viermilliontel Atmosphäre*. Das ist eine Grösse, welche sicher nicht mehr von Belang ist bei dem Ofenzuge, denn sie entspricht in einem 5^{m} hohen Kamine einer Temperaturänderung von nur etwa $^1/_{10}{}^0$.

Bei den Lichtversuchen war der Druckmesser in dem Ausschnitt einer Seitenwand eines Holzkistchens angebracht, welches in seiner oberen und unteren Wand je eine runde verschliessbare Oeffnung von 80^{mm} Durchmesser besass.

Zunächst verschloss man die untere Oeffnung und setzte die obere abwechselnd den Sonnenstrahlen und dem Schatten eines vorgehaltenen Schirmes aus. *Irgend eine Wirkung auf den Druck im Kasten war nicht zu beobachten.*

Befestigte man auf der oberen Oeffnung einen kleinen Hohlcylinder von schwarzem Papier, so entstand sogar bei dem Auftreffen der Sonnenstrahlen sofort eine kleine *Druckverminderung* im Innern, herrührend von der Erwärmung der Luft im Cylinder.

Darauf versah man die untere und die obere Oeffnung des Kastens mit 350^{mm} langen eisernen Röhren. Es genügte jetzt, wenn die untere Oeffnung verschlossen war, eine geringfügige Erwärmung des oberen Rohres, um eine Druckverminderung hervortreten zu lassen. Umgekehrt brauchte man nur das obere Rohr zu schliessen, das untere etwas zu erwärmen, um eine merkliche Druckvermehrung zu erhalten.

Die Sonnenstrahlen aber übten auch jetzt durchaus keinen Einfluss aus, der einige Zehnmilliontel eines Atmosphärendrucks erreicht hätte.

Man füllte den Kasten mit Rauch, der bei geschlossener unterer Oeffnung langsam aus dem oberen Rohre hervorquoll. Aber auch hier wieder dasselbe *negative Resultat des Sonnenlichtes*.

Endlich aber könnte man noch der Meinung sein, dass, wenn auch kein Druck des Lichtes auf den ruhenden Rauch vorhanden ist, doch ein *Bewegungswiderstand* bestehen könnte. Deswegen heizte man den Apparat schwach durch Erwärmung des unteren Rohraufsatzes, wechselte an der oberen Oeffnung mit Belichtung und Beschattung ab und liess nun dauernd oder plötzlich eine Rauchsäule aufsteigen. Freilich war jetzt das Manometer in dem aufsteigenden Luftstrom nicht ganz stationär, sondern wechselte seine Einstellung

unregelmässig um Beträge bis zu 2 Scalentheilen. Trotzdem liess eine öftere Wiederholung der Versuche keinen Zweifel darüber, dass auch hier kein Einfluss des Sonnenlichtes von einem Milliontel Atmosphärendruck bestand.

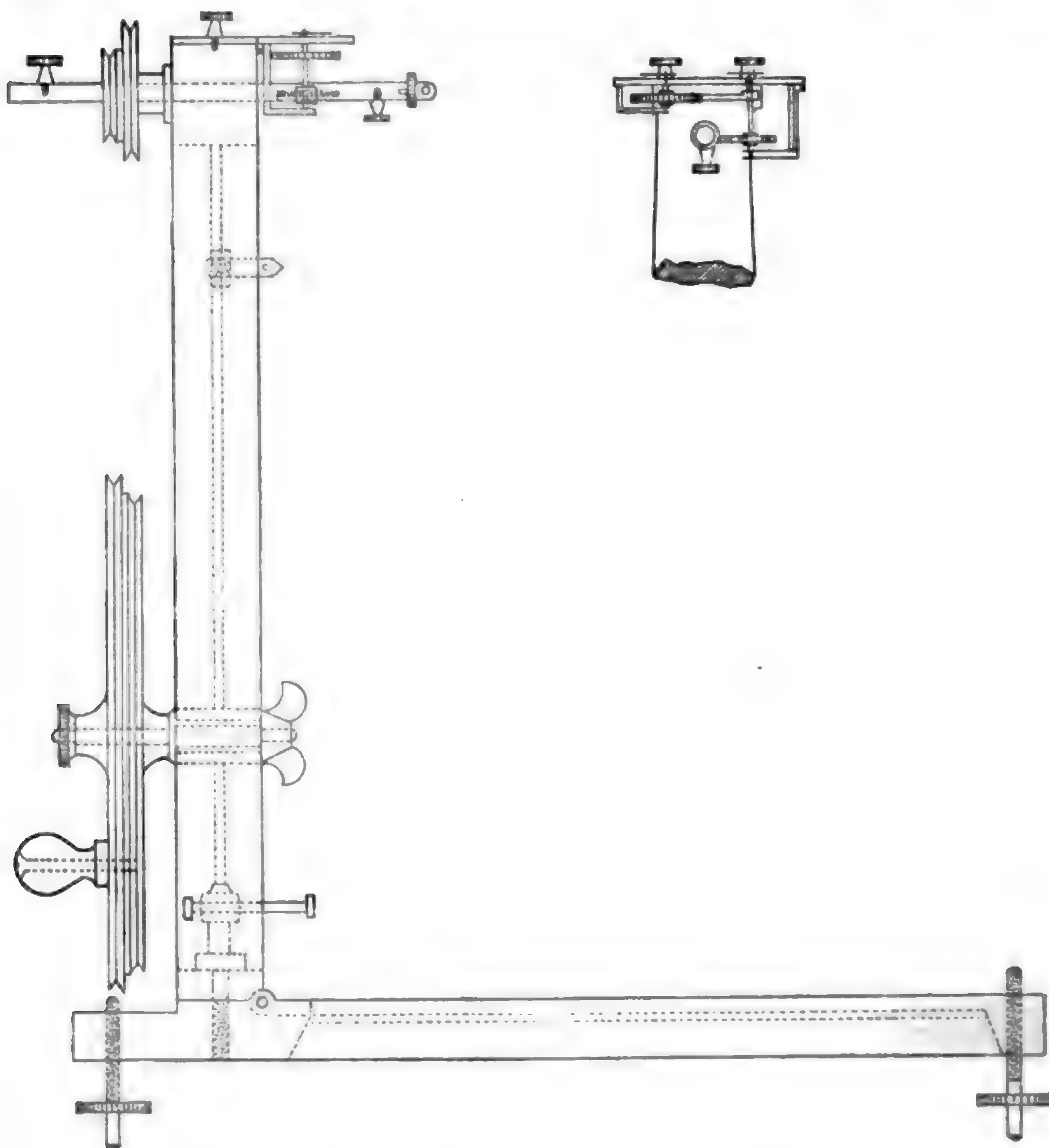
Nach diesen Ergebnissen scheint also die Meinung, dass die Sonnenstrahlen den Rauch zurückdrängen, in das Gebiet der Fabel verwiesen werden zu müssen. Wahrscheinlich liegt, wie so oft in naturwissenschaftlichen Volksansichten, eine Verwechselung zweier Ursachen für eine Beobachtung vor. Indem die Sonne eine Erwärmung der äusseren Luft bewirkt und dadurch die Temperaturdifferenz gegen das Innere des Kamines vermindert hat, kann sie den Auftrieb stören. Das ist eine Beobachtung, die man oft genug machen kann, wenn erst geheizt werden soll, nachdem die Sonne höher gestiegen ist; und hierauf dürfte die irrige Ansicht von dem Druck der Sonnenstrahlen zurückzuführen sein.

Kleinere Mittheilungen.

Centrifugalmaschine für Horizontal- und Verticalbewegung mit Zählwerk.

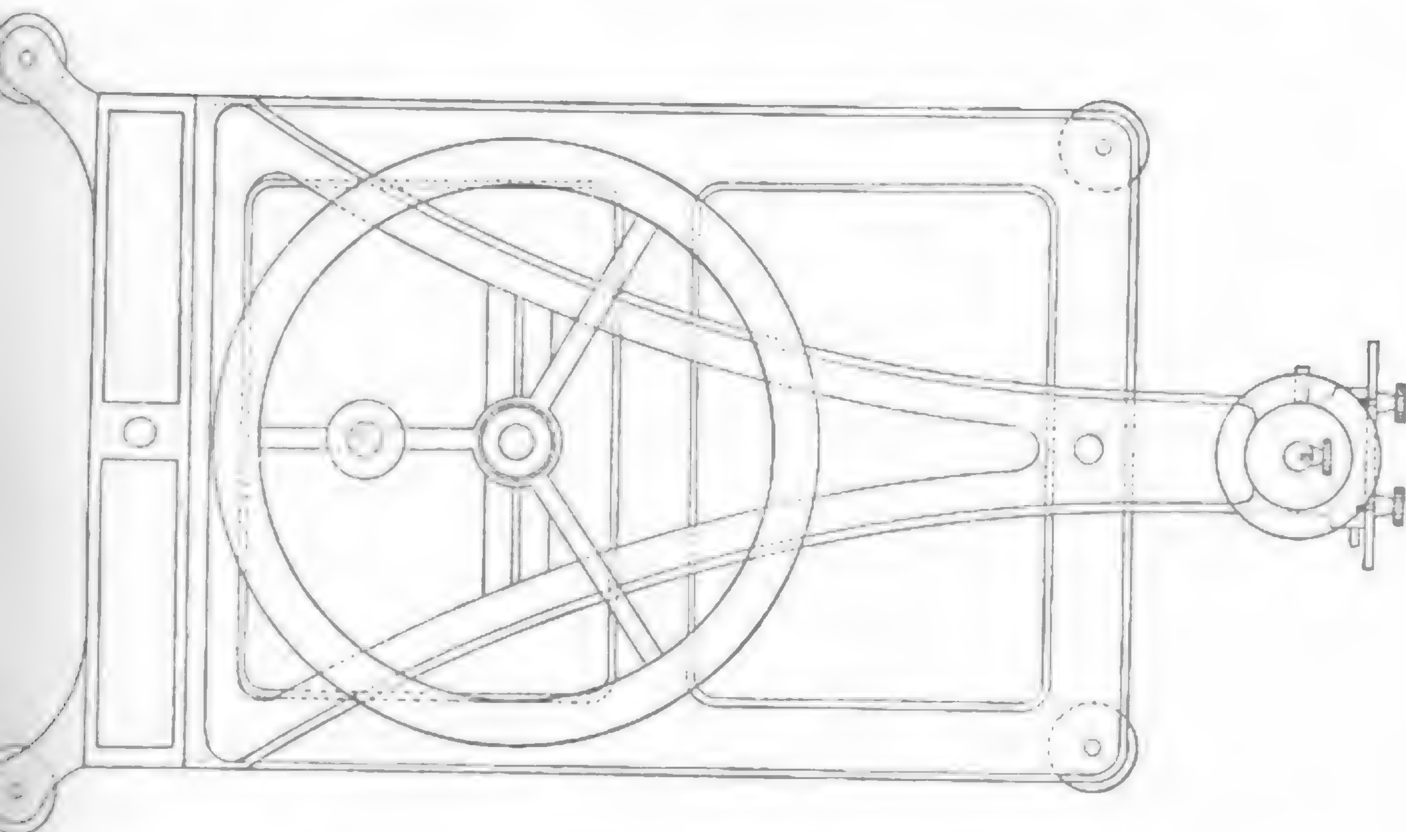
Von H. Köpping, Mechaniker in Nürnberg.

Die aus nebenstehenden Figuren ersichtliche Centrifugalmaschine ist, wie schon die Form zeigt, Eisenconstruction. Dieselbe kann durch



vier Stellschrauben sicher und wenn nöthig genau horizontal aufgestellt werden. Ausser für die bekannten Versuche über Centrifugalkraft,

Rotationsmagnetismus, Akustik etc. eignet sich dieselbe infolge des ruhigen und sicheren Ganges der Spindel in Verbindung mit dem



bequem anzubringenden Zählwerk sehr gut zur Messung des Wärmeäquivalents durch Reibung nach J. Puluj. Die hierzu nöthige Vorrichtung erscheint dann als ein verhältnismässig einfacher Nebenapparat.

In Baiern ist diese Centrifugalmaschine schon in vielen physikalischen Cabineten eingeführt und als praktisch bekannt; ich hoffe daher, dass dieselbe auch im Auslande, wo sie noch nicht eingeführt ist, Anerkennung finden wird.

Apparat für das Trägheitsmoment.

Von A. Kurz.

Einen solchen habe ich vor ca. 10 Jahren ausführen lassen und in Pogg. Ann. Bd. 143 S. 480 ff. u. Taf. IV. beschrieben [1]). Ganz jüngst habe ich auf der hölzernen Rolle von 9 ^{cm} Radius noch einen Reifen angebracht, der die Rinne für den Faden des Uebergewichts von 50 ^{gr} trägt, so dass diese jetzt 1,2 ^{cm} von der für die Schnur der beiden gleichen Gewichtsstücke von je 500 ^{gr} bestimmten Rinne absteht.

1) Ein Auszug hiervon nebst zwei Figuren findet sich in der neuesten (8.) Aufl. von Müller's Physik (Pfaundler) Bd. 1 S. 321 u. 322.

Das Gewicht der ganzen Rolle beträgt jetzt 297 gr. Dasjenige Gewicht derselben, welches auf den Umfang reducirt gedacht werden kann und im Folgenden auch berücksichtigt werden soll, bezeichne ich mit R.

Wir haben sonach, wenn s die Fallstrecke in Metern und t die Fallzeit in Secunden bedeutet,

$$s = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot \frac{50}{1050 + R} \cdot t^2.$$

Bringt man alsdann statt der beiden 500-Grammstücke zwei Gewichte zu je 2000 gr mittels der Schnur an, welche auf die Rinne im Umfange von $4\frac{1}{2}$ cm Radius gelegt wird, so ändert sich an der letzten Formel gar nichts; denn dass das vierfache Gewicht in der Entfernung $\frac{1}{2}$ dieselbe träge Masse vorstellt wie das einfache Gewicht in der Entfernung 1, dies soll mittels des Apparates experimentell dargethan werden.

Wenn dennoch für die gleiche Strecke $s = 2{,}13$ die Zeit t im ersten Falle 3,26 und im zweiten 3,55 betrug, so ist dies auf Rechnung der hierbei vervierfachten Reibung zu setzen, welche ich in der nächsten Mittheilung berücksichtigen werde. Die Zeit war mittels des Metronoms, welches 208 Schläge per Minute gab, zu 11,3 und 12,3 Tacten gemessen worden, wobei die Zehntel auf Schätzung beruhen.

Ich bestimme noch R durch Rechnung, aus dem ersten der beiden Fallversuche, wobei ich $t = 3{,}2$ statt 3,26 setze mit Rücksicht darauf, dass ohne Reibung diese Fallzeit kleiner sich ergeben hätte, und finde $R = 130$ gr. Es kann diese Bestimmung, trotz oder wegen ihres approximativen Charakters, als ein zweites oder gelegentliches Experiment zur Bestimmung eines Trägheitsmomentes angesehen werden. Für einen massiven Cylinder von der Masse m und dem Radius r ponirt die Theorie $\frac{1}{2} mr^2$; für unsere Rolle, die vom Centrum bis zum halben Radius ($4\frac{1}{2}$ cm) verstärkt ist (am Rande seit neuester Zeit nur wenig), wird sich im Folgenden noch weniger als 130, nämlich 100 ergeben, also ungefähr ein $\frac{1}{3} mr^2$ als Trägheitsmoment, oder $\frac{1}{3} m$ als reducirte Masse für den Halbmesser $r = 9$ cm.

Messende Demonstrationsversuche über Zapfenreibung.

Von A. Kurz.

So wichtig ist das Experiment und der Calcul für den physikalischen Unterricht überhaupt, dass ich für die folgende Berücksichtigung der Zapfenreibung bei dem vorigen Apparate keine weitere Motivirung

zu geben brauche. Ich setze als Verzögerung im ersten der beiden Fallversuche r, so ist dieselbe im zweiten, dem Grundgesetze der Reibung gemäss, $4r$, und es wird

$$2{,}13 = \frac{1}{2}\left(9{,}81 \cdot \frac{50}{1050 + R} - r\right) \cdot t_1^2, \text{ wo } t_1 = 3{,}26,$$

und

$$2{,}13 = \frac{1}{2}\left(9{,}81 \cdot \frac{50}{1050 + R} - 4r\right) \cdot t_2^2, \text{ wo } t_2 = 3{,}55.$$

Diese beiden Gleichungen verwendete ich zur Bestimmung der beiden Unbekannten R und r und fand (mit abgekürzter Rechnung) $R = 100$ (Gramm) und $r = 0{,}022$ (Meter).

Der Druck auf die konschen Zapfen betrug im ersten Falle 1300^{gr} (die Rolle zu 300 gerechnet); ist f der Reibungscoefficient von Stahl auf Stahl und n die Uebersetzungszahl vom Konus auf den Radius 9^{cm} der Rolle, so kann man die erstere Gleichung auch schreiben:

$$2{,}13 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot \frac{50 - 1300 \cdot f : n}{1050 + 100} \cdot 3{,}26^2,$$

d. h. $$r = 0{,}022 = \frac{9{,}81 \cdot 1300 \cdot f : n}{1150}, \text{ woraus } f : n = 0{,}0020.$$

Setzt man als Mittelwerth für $f = 0{,}18$, so wird $n = 90$, oder der Radius, auf welchem die Zapfenreibung wirkt, ist ein 1^{mm}, was mit der näheren Betrachtung der Rolle stimmt.

Im ersteren Fallversuche beträgt die Beschleunigung rund 50^{cm} und wird nur um $\frac{1}{25}$ ihres Werthes durch die Zapfenreibung gemindert, im zweiten Fallversuche aber beinahe um $\frac{1}{5}$ oder 20 %.

Nachtrag

zu der Abhandlung: Ueber das scheinbar abnorme Verhalten des gespannten Kautschuks und der Guttapercha, von Dr. J. Russner.

Der Herr Verfasser genannter Abhandlung (S. 206 ff. dieses Heftes) schreibt dem Herausgeber:

Das „Chemische Centralblatt“ 1882 Nr. 2 bringt folgendes Referat: J. Lebedeff, Ueber die Ausdehnung des Kautschuks durch Wärme. Verfasser's Versuche führten zu dem Resultate, dass beim Erwärmen von gespanntem vulkanisirten Kautschuk — unbeschadet der Verkürzung desselben in der Richtung des Zuges — Volumzunahme erfolgt, daher

Kautschuk in seinem Verhalten gegen Wärme dem allgemeinen Gesetze der Ausdehnung folgt (Z. rusk. chim. obsc. 13).

Da mir diese Arbeit während meinen Versuchen noch unbekannt war, so bitte ich, wenn möglich, diese Notiz als Nachtrag zu bringen.

Dr. Russner.

Literatur.

R. Arendt, Technik der Experimentalchemie. Bd. II Lief. 3 u. 4 (Schluss). Leipzig, L. Voss.

G. Boschitz, Markscheide-Tachygraphometer. Wien 1881.

Die Projectionskunst für Schulen, Familien und öffentliche Vorstellungen. Nr. 16 von Liesegang's Bibliothek für Photographen. Düsseldorff, E. Liesegang's Verlag.

Dom. Mazzotto, Sulla calorie di scaldamento e di fusione delle leghe facilmente fusibili. Torino, E. Löscher.

Greenwich Spectroskopic and Photographic Results 1880.

G. Guglielmo, Sulla evaporazione dell' acqua e sull' assorbimento del vapore acqueo per effetto delle soluzione saline. Torino, E. Löscher.

———, Sulla determinazione delle forze elettromotrici delle coppie voltaiche col methodo di Fuchs. S. A.

W. Hess, Ueber das Gyroskop. Seperatabdruck aus den Mathematischen Annalen.

C. Hildebrandt, Ueber die stationäre elektrische Strömung in einer unendlichen Ebene und einer Kugeloberfläche. Inaug.-Dissertation.

Jahresbericht, am 20. Mai 1881 dem Comité der Nicolai-Hauptsternwarte abgestattet vom Director der Sternwarte.

Mittheilungen der internationalen Polar-Commission. 1. Heft. St. Petersburg 1882.

Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek voor 1876. Tweede Deel. Utrecht, Kemink & Zoon.

S. Newcomb, Observations of the Transit of Venus, Dec. 8—9, 1874. Washington.

v. Orff, Sur les mouvements du sol, lettre à M. Philippe Plantamour. S. A.

E. Pickering, Annual report of the Director of the Astronomical Observatory of Harvard College. Cambridge 1882.

E. Stelling, Ueber die Abhängigkeit der Verdunstung des Wassers von seiner Temperatur und von der Feuchtigkeit und Bewegung der Luft. S. A.

———, Ueber die Bestimmung der absoluten Grösse der Verdunstung von einer freien Wasserfläche, nach den Beobachtungen im Observatorium zu Powlowsk. S A.

H. Wild, Repertorium für Meteorologie. Bd. VII Heft 2.

———, Zweckmässige Empfindlichkeit der magnetischen Variationsapparate S. A.

Zeitschrift des Deutschen Vereins zur Förderung der Luftschifffahrt. Jahrgang I. Heft 1 u. 2. Berlin, Seydel.

Berichtigung.

In Fig. 5 Taf. V muss nicht, wie in der Zeichnung, die Linie FG die Verlängerung von HF sein, sondern mit derselben einen stumpfen Winkel $= HED$ bilden.

Abonnement-Einladung für Jahrgang 1882

der

Zeitschrift

für

Angewandte Elektricitätslehre

mit besonderer Berücksichtigung

der Telegraphie, des elektrischen Beleuchtungswesens, der Galvanoplastik und verwandter Zweige.

Herausgegeben von

F. Uppenborn jun.,

Ingenieur und Elektrotechniker in Nürnberg.

1882. Band IV. Preis pro Jahrgang à 24 Nummern 20 Mark.

Die obige Zeitschrift, welche vom Jahre 1881 ab von Herrn Ingenieur F. Uppenborn redigirt wird, macht es sich zur Aufgabe, die Fortschritte, die auf elektrischem Gebiete gemacht werden, mitzutheilen, allen einschlägigen Tagesfragen näher zu treten, dann aber auch die Vergangenheit, d. i. die vorgängigen Leistungen, auf welchen stets die gegenwärtigen Errungenschaften basiren, in Form von historischen Rückblicken etc. zur Kenntnis ihrer Leser zu bringen. Die Arbeiten des Auslandes werden theils durch besondere Artikel, theils in der „Rundschau", welche jeder Nummer beigegeben wird, behandelt. Ferner sollen elektrotechnische Probleme in Specialartikeln nach Thunlichkeit Berücksichtigung finden. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechung einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der englischen Patentrolle bringen.

Jahrgang 1882 Nr. 3 enthält:

Jahrgang 1882 Nr. 4 enthält:

Jahrgang 1882 Nr. 5 u. 6 enthalten:

München und Leipzig. **R. OLDENBOURG.**



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 5. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bezugsquellen-Liste.

Bezeichnung der Firma	Fabrikate und Angabe der Specialität
Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Kohl, Max, Chemnitz, Poststrasse 21.	Physikalische Instrumente und Apparate neuester Constructionen. Preiscourant neu.
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4.	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Sickler, Karl, Karlsruhe.	Astronom. und geodät. Instrumente und physik. Lehrapparate.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.
Wesselhöft, M., Halle a. S.	Physikalische Vorlesungsapparate, speciell elektrische und akustische.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

Ueber die Wirkung des Druckes auf den elektrischen Leitungswiderstand von Metalldrähten.

Von

O. Chwolson.

(Mittheilung des Herrn Verfassers aus dem Bulletin de l'Academie Imp. des Sciences de St.-Pétersbourg.)

§ 1. Beschreibung des Apparates.

Auf Veranlassung des Herrn Akademikers H. Wild wurden im physikalischen Cabinet der Akademie einige Versuche zur Bestimmung der Wirkung des hydrostatischen Druckes auf den Widerstand von Metalldrähten ausgeführt. Frühere Versuche von Wartmann in dieser Richtung (Archives N. S. T. IV p. 12. 1859) erscheinen nämlich als nicht völlig entscheidend.

Wartmann nahm sehr weichen Kupferdraht, $1{,}3^{mm}$ dick und setzte ihn zuerst in einem Piezometer einem Drucke von 9 Atmosphären aus, ohne jedoch dabei eine Veränderung des Widerstandes zu bemerken. Hierauf brachte er die Drähte zwischen zwei Stahlplatten mit zwischengelegtem Kautschukfutter und setzte sie successive wachsenden Pressungen (bis zu 5770^{kgr}) aus. Dabei zeigte sich eine temporäre Vergrösserung des Widerstandes, welche bei Aufhebung des Druckes verschwand. Bei diesen Versuchen fand jedenfalls eine Verdünnung und Verlängerung der Drähte statt; beides musste eine Vergrösserung des absoluten Widerstandes hervorrufen. Ob zugleich eine Veränderung des specifischen Widerstandes stattfand, ist aus den Versuchen nicht zu ersehen, da die Grössen der relativen Formänderungen des Drahtes nicht bestimmt wurden. Nun musste aber gerade die durch die Form- resp. Volumänderungen hervorgerufene Aenderung des specifischen Leitungswiderstandes von besonderem Interesse sein, und über diese wenigstens einige Andeutungen zu erhalten war der Zweck der Untersuchungen, deren Resultate hier mitgetheilt werden sollen.

Die Drähte wurden in einem grossen Piezometer, welches auf der beigefügten Zeichnung im Durchschnitt in zwölffacher Verkleinerung gezeichnet ist, gepresst. Der Hauptheil des Apparates war bereits von früher her im Physikalischen Cabinet vorhanden, und nur der dickwandige Messingcylinder *EF*, welcher zur Aufnahme der Drähte diente, war besonders für diese Versuche angefertigt worden. An den mit Wasser gefüllten Cylinder *CB* nebst Erweiterung *A* ist an der einen Seite das Manometer *D*, an der anderen die mit dem Hahn *K* und der Oeffnung β versehene Röhre *di* befestigt. Auf eine die Oeffnung β umgebende kreisrunde Platte konnte der Messingcylinder *EF* aufgesetzt und durch sechs Schrauben wasserdicht befestigt werden. Vermittels der grossen Schraube *qs* und der Querstange *uv* konnte der Kolben *U* herabgedrückt und so in dem Wasser leicht ein Druck von 60 Atmosphären hervorgerufen werden. Der ganze Apparat ist vermittels eiserner Stangen an drei verticale eiserne Säulen befestigt, von denen auf der Zeichnung nur die eine, *V*, zu sehen ist. Ist der Messingcylinder *EF* an die Röhre *di* angeschraubt, so communicirt sein Inneres durch die Röhre β mit dem übrigen Theile des Apparates. An die Aussenseite des Cylinders ist die Klemme δ, an die Innenseite die Klemme σ fest eingefügt. Auf der entgegengesetzten Seite ist der Cylinder durchbohrt und in die Durchbohrung ein von der Wand des Cylinders wohl isolirter Messingstab durchgesteckt, an dessen Enden die Klemmschrauben *m* und *n* befestigt sind. Durch die isolirende Umhüllung ist die Durchbohrung dicht geschlossen. Der untere Theil des Cylinders ist auf der Nebenfigur genauer zu sehen (gegen das Original sechsmal verkleinert).

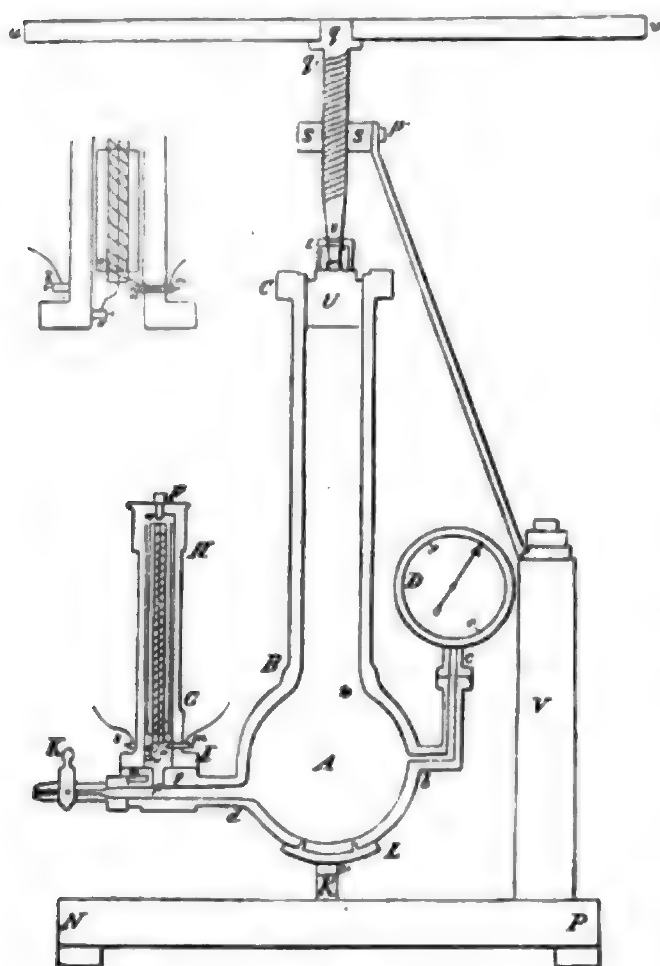


Fig. 1.

§ 2. Methode der Beobachtung.

Der zu untersuchende Draht wurde lose um eine Glasröhre gewunden und das eine Ende durch die Röhre hindurchgesteckt, so dass sich also beide Drahtenden an demselben Ende der Röhre befanden. In den Messingcylinder *EF* war ein- für allemal die breite Glasröhre *oo* eingesetzt und zwar vor dem Einsetzen der Klemmschrauben *σ* und *n*. In diese Röhre wurde nun die engere Röhre mit dem zu untersuchenden Drahte eingeschoben und die Drahtenden in den Klemmen *σ* und *n* befestigt. Vermittels der äusseren Klemmschrauben *m* und *δ* konnte der im Piezometer befindliche Draht in den Stromkreis eingeführt werden. Die Beobachtungen wurden ohne Ausnahme bei 60 Atmosphären Druck ausgeführt. Einige, auf den Zeichnungen nicht angegebene, durch eingefügte Schrauben geschlossene Oeffnungen in der Kugel *A* liessen nach mehrmaliger Hervorrufung stärkerer Pressungen stets Wasser hindurch — infolge dessen bei den Versuchen nicht über 60 Atmosphären gegangen wurde.

Zur Messung der durch das Pressen hervorgerufenen Widerstandsänderungen wurde der im Physikalischen Cabinet der Akademie befindliche Jacobi'sche Quecksilberrheostat benutzt, dessen genaue Beschreibung sich befindet in „Mélanges phys. et chimiques" T. IX, 1876 p. 665 (tirés du bulletin de l'Acad. Imp. des Sc. de St.-Pétersb. T. XXII p. 409—440) und abgedruckt in diesem Repertorium Bd. 13 S. 203. — Daselbst ist ausführlich gezeigt, wie jener Rheostat, der eigentlich aus zwei selbständigen Rheostaten besteht, in eine Wheatstone'sche Brückencombination eingeschaltet ist, so dass die beiden Hälften desselben in zwei einander compensirende Zweige der Brücke eingehen. Eine übersichtliche Darstellung der Vertheilung der Brückentheile ist zu finden in der Arbeit „Ueber die Wirkung des Ausglühens auf den Widerstand harter Drähte", Mélanges phys. et chimiques T. X, 1877 p. 379 (tirés du bulletin de l'Acad. Imp. des Sc. de St.-Pétersb. T. XXIII p. 465—491), abgedruckt in diesem Repertorium Bd. 14 S. 1. An beiden Stellen s. Fig. 1. — In den daselbst mit *A'B'* bezeichneten Zweig wurde vermittels dicker Kupferdrähte der zu untersuchende Draht eingeschaltet, indem die Enden derselben bei *m* und *δ* am Piezometer festgeschraubt wurden. Die Messung der Widerstandsänderung geschah an dem a. a. O. durch II bezeichneten Rheostaten, welcher mit dem zu untersuchenden Drahte in ein und demselben Zweige der Brücke eingefügt war. In die Brücke war das a. a. O.

erwähnte vorzügliche Galvanometer eingeschaltet, dessen Magnet vollständig aperiodische Schwingungen ausführte. Unter Einstellung des Rheostaten soll eine solche Einstellung desselben verstanden werden, bei welcher der Strom in der Brücke Null war. Ein Scalentheil S des Rheostaten beträgt nach neuerdings ausgeführter Messung 1 : 11417 S. E. — Da der Rheostat und der untersuchte Draht in denselben Zweig der Brücke eingeschaltet waren, so wurde die Widerstandsänderung ohne jede Multiplication durch directe Substitution gemessen. Eine Vergrösserung der bei der Einstellung des Rheostaten erhaltenen Zahl bedeutete also eine äquivalente Verminderung der untersuchten Widerstandsmasse.

Die Versuche wurden sämmtlich so ausgeführt, dass die Temperatur des Wassers nahe 4° C. war. Dies wurde auf folgende Weise erreicht. Der Rheostat und das Galvanometer befanden sich in einem grösseren Saale. Aus diesem führte eine Thür in ein langes schmales Zimmer, an dessen einem Ende, ganz nahe an der erwähnten Verbindungsthür, sich ein Fenster befindet, während auf der entgegengesetzten Seite desselben eine Thür auf die Treppe hinausführt, welche mit dem äusseren Raume communicirt. In dieses lange Zimmer nahe bei dem Fenster und der Verbindungsthür wurde das Piezometer aufgestellt. Die Verbindungsdrähte wurden durch zwei in die Thür gebohrte Löcher hindurchgeführt und dann diese letztere gut geschlossen. Wurden das Fenster und die auf die Treppe führende Thür geöffnet, so war es bei einer Aussentemperatur von 5—10° C. Kälte leicht in 4—5 Stunden in dem Zimmer eine Temperatur von etwa + 2° C. zu erreichen. Während der Versuche wurde das Fenster offen gelassen, die Thür nach der Treppe hin dagegen geschlossen.

Das Einschrauben des Stempels und wieder Zurückziehen desdeselben geschah auf lautes Commando (des Beobachters am Rheostaten), welches wegen der geringen Entfernung trotz der geschlossenen Zimmerthür deutlich zu vernehmen war.

Die Einstellungen am Rheostaten geschahen auf eine etwas eigenthümliche Weise. Es erwies sich nämlich als völlig unmöglich, die Temperatur so zu reguliren, dass die Einstellung des Rheostaten längere Zeit eine constante blieb. Vielmehr fand stets eine ununterbrochene Veränderung dieser Einstellung und zwar langsam nach irgend einer Richtung hin statt. Es wurde etwa 16 mal der Rheostat eingestellt und zwar abwechselnd bei 0 Atmosphäre und bei 60 Atmo-

sphären (genauer 1 Atmosph. und 61 Atmosph.) und bei jeder Einstellung die entsprechende Zeit notirt und dann durch Interpolation die durch das Pressen allein hervorgerufene Widerstandsänderung bestimmt. Anfangs wurden nun die Einstellungen des Rheostaten nach geschehener Veränderung im Piezometer wie üblich aufgesucht. Dies erwies sich als höchst unbequem. Durch das Suchen wurde ein häufiges Stromschliessen nöthig, was natürlich möglichst zu vermeiden ist; beim Suchen musste oft vielmals der Rheostat vor- und dann wieder rückwärts geschraubt werden, ganz abgesehen von der enormen Unbequemlichkeit für den Beobachter, welcher beständig zwischen dem Fernrohr und dem Rheostaten hin- und hergehen musste. Um das Aufsuchen der Einstellung des Rheostaten zu vermeiden, wurde auf folgende Weise verfahren. Es wurde zuerst eine Zeit lang die Geschwindigkeit und Richtung der Veränderung in der Rheostateneinstellung beobachtet und dann ungefähr die Grösse bestimmt, um welche sich diese Einstellung bei Vergrösserung des Druckes um 60 Atmosphären verändert. Nun wurde zugleich mit jeder Veränderung im Piezometer der Rheostat a priori eingestellt und zwar nicht an der ungefähr zu erwartenden Stelle, sondern etwas weiter nach derjenigen Richtung hin, nach welcher die beständige Veränderung der Einstellung stattfand, und nun der Strom etwa alle 10 Secunden momentan geschlossen. Der hierbei anfangs beobachtete Ausschlag wurde immer geringer und zuletzt Null. Der Moment, wann dies geschah, wurde angeschrieben. Bei allen Versuchen vergrösserte sich langsam die bei Einstellung des Rheostaten abgelesene Zahl; es wurde daher jedesmal der Rheostat auf eine Zahl eingestellt, die grösser war als die ungefähr zu erwartende. Da diese Einstellung ziemlich beliebig gewählt werden konnte, so erklärt es sich, dass in den weiter unten folgenden Protokollen der Beobachtungen die Einstellungen des Rheostaten ziemlich regelmässig auf ganze oder halbe Scalentheile der Rheostatenscala treffen. Um es kurz zu sagen: Statt Scalentheile des Rheostaten aufzusuchen, wurden Zeiten aufgesucht. Es zeigte sich, dass nach dieser Methode bequem, sicher und schnell beobachtet werden kann.

Sofort nach Beendigung der Versuchsreihe wurde die Schraube F herausgenommen und in die Oeffnung ein langes dünnes Thermometer gesteckt und so die Temperatur des Wassers im Cylinder EF bestimmt. Es wurde darnach gestrebt, dass diese Temperatur möglichst

nahe gleich 4° C. sei, da bei dieser Temperatur durch die Compression des Wassers keinerlei Temperaturveränderung stattfindet (s. z. B. Zeuner „Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie" 2. Aufl. 1877 S. 532). Nach den ursprünglich von W. Thomson gegebenen theoretischen Formeln über die Temperaturänderung bei der Compression des Wassers zeigt es sich, dass, wenn die Anfangstemperatur höher ist als 4° C., die Compression, wie bei den Gasen, eine Wärmeentwickelung erzeugt; ist jedoch die Anfangstemperatur tiefer als 4° C., so entsteht im Gegentheil eine Abkühlung. Die theoretisch berechneten Werthe der Temperaturveränderungen stimmen sehr gut überein mit den von Joule („On the thermal Effects of Compressing Fluids", Phil. Magazine V, 17. 1859 Mai) experimentell gefundenen Werthen, wie aus einer von Zeuner zusammengestellten vergleichenden Tabelle ersichtlich ist. Bei gewöhnlicher Zimmertemperatur würde die Compression also eine Erwärmung und infolge dessen eine Vergrösserung des Widerstandes hervorgerufen haben, welche möglicherweise die eigentlich zu beobachtende Grösse völlig maskirt hätte. Uebrigens wurde vergleichshalber jeder der Drähte ausser bei etwa 4° C. auch noch bei gewöhnlicher Zimmertemperatur den Compressionen ausgesetzt.

§ 3. Resultate der Beobachtungen.

In diesem Paragraphen sollen die Versuche nicht in der Reihenfolge dargelegt werden, in welcher sie ausgeführt wurden, sondern in veränderter, mehr übersichtlicher Reihenfolge.

I. Um sich zu überzeugen, ob die bei anderen Versuchen beobachtete Widerstandsänderung nicht vielleicht ihren Grund habe in einer durch den Druck des Wassers hervorgerufenen Veränderung in der relativen Lagerung gewisser Theile des Apparates, z. B. in einem festeren Andrücken der Klemmschraube σ an den Cylinder EF oder in einer ähnlichen Veränderung, deren Möglichkeit übersehen wurde — wurden die Klemmschrauben σ und n durch einen kurzen Kupferdraht verbunden und bei gewöhnlicher Zimmertemperatur untersucht, ob durch Hervorrufen eines Druckes von 60 Atmosphären eine merkliche Veränderung stattfindet.

5. (17.) März 1880. Temperatur 16,1° C.

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	$2^h\ 34^3/_4{}^m$	10,0		
60 „	$36^1/_2$	10,5	10,41	0,09

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	$2^h\ 39^m$	11,0		
60 „	40	11,3	11,22	0,08
0 „	41¼	11,5		
60 „	42½	11,7	11,7	0,00
0 „	43	11,8		
60 „	44	12,0	12,0	0,00
0 „	45	12,2		
60 „	46¼	12,4	12,37	0,03
0 „	48	14,6		

Die Bedeutung der ersten drei Colonnen ist wohl ohne weiteres klar. In der vierten Colonne stehen die Scalenwerthe des Rheostaten bei dem Druck von 60 Atmosphären durch Rechnung aus der vorhergehenden und der nachfolgenden Einstellung bei 0 Atmosphären gefunden. Die Differenzen zwischen den berechneten und den beobachteten Einstellungen sind in der letzten Colonne angegeben. Sie sind völlig verschwindend. Die anderweit beobachteten Widerstandsänderungen können also nicht in durch den Druck hervorgerufenen Veränderungen der zum Piezometer gehörenden Theile der Schliessung ihren Grund haben.

II. Kupferdraht nicht isolirt. Dicke 0,40mm; Länge 3340mm; Widerstand 8251 *S* (Scalentheile des Rheostaten).

23. Februar (6. März) 1880. Temperatur 3,8° C.

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	$11^h\ 10^m$	30,1		
60 „	11	31,0	30,33	— 0,67
0 „	11¾	30,5		
0 „	13¼	31,5		
60 „	14½	32,5	31,86	— 0,64
0 „	15	32,0		
0 „	16¾	32,4		
60 „	17¼	33,3	32,57	— 0,73
0 „	18½	33,0		
0 „	19¼	33,0		
60 „	20¼	33,8	33,10	— 0,70
0 „	21¼	33,2		
0 „	22½	33,4		
60 „	23	34,2	33,52	— 0,68
0 „	23¾	33,7		
0 „	25	33,9		
60 „	26	34,6	34,03	— 0,57
0 „	27¼	34,2		
60 „	28½	35,0	34,31	— 0,69

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	$11^h\,29^1/_4{}^m$	34,5		
60 „	30	35,1	34,65	— 0,45
0 „	$31^3/_4$	35,0		
60 „	$32^1/_2$	35,7	35,13	— 0,57
0 „	$33^1/_2$	35,3	Mittel:	— 0,63 Scalenth. des Rheostaten.

Bei diesen Versuchen wurde die im vorigen Paragraphen erwähnte Methode der Einstellung des Rheostaten noch nicht benutzt.

Die in der vierten Colonne befindlichen berechneten Werthe der Einstellung des Rheostaten sind sämmtlich kleiner als die beobachteten. Beim Pressen musste der Scalenwerth des Rheostaten vergrössert werden, und um ebensoviel muss sich also der Widerstand des Drahtes im Piezometer verringert haben. Daher das Vorzeichen (—) vor den Zahlen der letzten Colonne. Sei $(\delta w)_{60}$ die Veränderung des Widerstandes unter dem Drucke von 60 Atmosphären, so haben wir also im Mittel

$$(\delta w)_{60} = -0{,}63\ S.$$

Da der Widerstand des Drahtes 8251 S ist, so berechnet sich für die relative Veränderung $\frac{\delta w}{w}$ des Widerstandes durch 1 Atmosphäre Druck

$$\frac{\delta w}{w} = -0{,}00000127.$$

Resultat I. Bei 3,8° C. erleidet der Kupferdraht durch 1 Atmosphäre Druck eine relative Verminderung des Widerstandes um etwa 0,0000013.

III. Derselbe Kupferdraht wurde ferner bei gewöhnlicher Zimmertemperatur (17,0° C.) untersucht. Bei dieser findet ein Erwärmen des Wassers beim Pressen und hierdurch ein Wachsen des Widerstandes des Drahtes statt. Eine ganz ungefähre Berechnung ergab für die Grösse dieses Wachsens über 2 Scalentheile des Rheostaten. Sie war also grösser als die bei den vorigen Versuchen citirte Verringerung des Widerstandes. Letztere musste also gleichsam maskirt erscheinen; bei den Versuchen musste ein Resultat erwartet werden, umgekehrt als wie bei den vorigen. Keineswegs durfte man aber etwa eine dem berechneten Werthe entsprechende Vergrösserung des Widerstandes erwarten, da bei der angewandten Versuchsmethode nichts berechtigte zu glauben, dass nach jeder Druckveränderung die Drähte sofort genau an der betreffenden Temperatur-

änderung participiren. Nur des ungefähren Vergleichs wegen konnten die Versuche bei Zimmertemperatur von Interesse sein. Grosse Regelmässigkeit der Zahlen konnte ebenfalls nicht erwartet werden.

25. Februar (8. März) 1880. Temperatur 17,0° C.

Druck		Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0	Atmosph.	$8^{h}\ 3\frac{1}{2}^{m}$	15,1		
60	„	4	14,8	15,22	+ 0,42
0	„	5½	15,6		
60	„	6½	15,3	15,80	+ 0,50
0	„	7½	16,0		
60	„	9½	16,0	16,23	+ 0,28
0	„	13½	16,7		
60	„	15	16,6	17,00	+ 0,40
0	„	16	17,2		
60	„	17½	16,6	17,2	+ 0,60
0	„	18¼	17,2		
60	„	19¼	16,6	17,2	+ 0,60
0	„	20½	17,2	Mittel:	+ 0,46 Scalenth. des Rheostaten.

Wie erwartet, erscheint hier die Veränderung entgegengesetzt als bei den vorigen Versuchen. Weiteres aus dem gefundenen Mittelwerthe der sehr unregelmässig verlaufenden Zahlen zu folgern ist nicht möglich.

Ein bei 7,3° C. gemachter Versuch ergab, wie nur kurz annotirt worden ist, am 2. (14.) Febr. 1880 keine merkbare Aenderung des Widerstandes. Dies Resultat widerspricht nicht den oben erhaltenen Resultaten.

IV. Messingdraht. Dicke $0{,}463^{mm}$; Länge 2680^{mm}; Widerstand 15060 Scalentheile des Rheostaten. Dieser sehr harte Draht ist aus einem Drahte von der Dicke $0{,}912^{mm}$ ausgezogen und ist einer von den Messingdrähten, für welche die Veränderung des Widerstandes beim Spannen einer Untersuchung unterworfen wurden, deren Resultate demnächst veröffentlicht werden sollen. Wir wollen schon jetzt diesen Draht durch *D* bezeichnen.

29. Februar (12. März) 1880. Temperatur 3,4° C.

Druck		Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0	Atmosph.	$10^{h}\ 19^{m}$	66,0		
60	„	19½	67,0	66,12	— 0,88
0	„	20¼	66,3		
60	„	21	67,4	66,42	— 0,98
0	„	21½	66,5		

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	$10^h\ 22^m$	66,8		
60 „	23	68,2	67,15	— 1,05
0 „	24	67,5		
60 „	25	68,6	67,70	— 0,90
0 „	26	67,9		
60 „	27	68,8	67,96	— 0,84
0 „	$27^1/_2$	68,0		
60 „	$28^1/_2$	69,2	68,28	— 0,92
0 „	29	68,5	Mittel:	— 0,93 Scalenth. des Rheostaten

Wie bei dem Kupferdrahte wurde auch hier eine äusserst geringe Verkleinerung des Widerstandes gefunden.

V. Derselbe Draht wurde sorgfältig mit einer dicken Firnisschicht versehen und so isolirt, um jede Möglichkeit einer, übrigens an und für sich jedenfalls verschwindend geringen, Verzweigung des Stromes durch das Wasser vorzubeugen und den möglichen Einwurf, dass die beobachteten Veränderungen nicht dem Drahte, sondern der Flüssigkeit zuzuschreiben sind, zu beseitigen. Unter letzterer Annahme liesse sich übrigens schwerlich der Unterschied zwischen der in II und III beobachteten Veränderung erklären.

6. (18) März 1880. Temperatur 4,0° C.

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	$10^h\ 9^1/_2{}^m$	50,6		
60 „	$10^1/_4$	52,0	51,12	— 0,88
0 „	$11^1/_2$	52,0		
60 „	12	53,5	52,50	— 1,00
0 „	$12^1/_2$	53,0		
60 „	$13^1/_2$	54,5	53,57	— 0,93
0 „	$14^1/_4$	54,0		
60 „	$15^1/_4$	56,0	54,67	— 1,43
0 „	$16^1/_2$	55,5		
60 „	$17^1/_4$	57,0	56,00	— 1,00
0 „	18	56,5		
60 „	19	58,0	57,00	— 1,00
0 „	20	57,5		
60 „	$21^1/_4$	59,1	58,05	— 1,05
0 „	$22^1/_2$	58,5	Mittel:	— 1,04 Scalenth. des Rheostaten.

Der hier gefundene Mittelwerth ist ein wenig grösser als der vorige. Doch ist der Unterschied nicht gross genug, um ihm eine wesentliche Bedeutung zuzuschreiben, und bei der Kleinheit der untersuchten Grösse und der Schwierigkeit der Beobachtung erklärlich.

VI. Derselbe Draht bei Zimmertemperatur.

3. (15.) März 1880. Temperatur 17,4° C.

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	2^h 41^m	21,0		
60 „	41½	20,3	21,2	+ 0,90
0 „	42¼	21,5		
60 „	43¼	22,0	22,39	+ 0,39
0 „	44½	23,5		
60 „	45	23,5	23,94	+ 0,44
0 „	46¾	25,5		
0 „	47½	26,5		
60 „	48½	27,5	28,10	+ 0,60
0 „	49	29,0		

Einen Mittelwerth aus den wenigen, ganz verschiedenen Zahlen zu bestimmen hätte keinen Sinn.

Uns genügt das unzweifelhaft positive Vorzeichen, das Vorherrschen des durch das Pressen erzeugten calorischen Effectes. Nehmen wir als Mittelwerth aller in IV und V gefundenen Werthe für $(\delta w)_{60}$ die Grösse

$$(\delta w)_{60} = -1\ S,$$

so wird unter Benutzung des oben gegebenen Widerstandes des Drahtes in Scalentheilen

$$\frac{\delta w}{w} = -0{,}0000011.$$

Resultat II. Bei etwa 4° C. erleidet der benutzte harte Messingdraht durch 1 Atmosphäre Druck eine relative Verminderung des Widerstandes um etwa 0,0000011.

VII. Bleidraht. Dicke $1{,}85^{mm}$; Widerstand 1270 Scalentheile des Rheostaten. Es ist ist dies derselbe Draht, welcher in der oben erwähnten Arbeit „Ueber die Wirkung des Ausglühens etc." unter Nr. XIII untersucht wurde.

Die bei 60 Atmosphären eintretende Temperaturerhöhung ist bei 17,0° C. gleich etwa 0,075° C., und durch diese wird der Widerstand des Bleidrahtes um nur 0,38 Scalentheile des Rheostaten erhöht. Bei der bedeutenden Dicke und schlechten Wärmeleitungsfähigkeit des Bleidrahtes konnte man erwarten, dass die calorische Wirkung im Gegensatz zu den vorigen Beispielen hinter der Druckwirkung zurückbleiben würde. Letztere erwies sich in der That als sehr bedeutend, infolge dessen die bei 6° C., die bei 8,2° C. und bei 17° C. erhaltenen Resultate nur sehr wenig von einander unterschieden waren.

4. (16.) März 1880. Temperatur 6° C.

Druck		Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0	Atmosph.	$10^h\ 2^m$	14,0		
60	„	2½	15,0	14,15	— 0,85
0	„	3	14,3		
60	„	4	15,5	14,65	— 0,85
0	„	5	15,0		
60	„	5½	16,0	15,17	— 0,83
0	„	6½	15,5		
60	„	7	16,5	15,62	— 0,88
0	„	7¾	15,8		
60	„	9	17,0	16,19	— 0,81
0	„	10	16,5		
60	„	10½	17,5	16,64	— 0,88
0	„	11¾	17,0	Mittel:	— 0,85 Scalenth. des Rheostaten.

VIII. Derselbe Bleidraht.

23. (11.) März 1880. Temperatur 8,2° C.

Druck		Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0	Atmosph.	$10^h\ 4^m$	7,5		
60	„	4½	8,5	7,62	— 0,88
0	„	5¼	7,8		
60	„	6½	9,0	8,05	— 0,95
0	„	7¼	8,2		
60	„	9	9,3	8,43	— 0,87
0	„	9½	8,5		
60	„	11	9,7	8,68	— 1,02
0	„	12	8,8		
60	„	13	9,9	8,90	— 1,00
0	„	14	9,0		
60	„	14½	10,0	9,06	— 0,94
0	„	15¾	9,2		
60	„	18	10,0	9,20	— 0,80
0	„	19	9,2		
60	„	20½	10,2	9,32	— 0,88
0	„	21½	9,4	Mittel:	— 0,92 Scalenth. des Rheostaten.

IX. Derselbe Bleidraht bei Zimmertemperatur.

17. (5.) Februar 1880. Temperatur 17,0° C

Druck		Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0	Atmosph.	$6^h 20^m$	17,0		
60	„	21½	18,0	17,33	— 0,77
0	„	22¼	17,5		
60	„	23	18,5	17,71	— 0,79
0	„	24	18,0		
60	„	24½	19,0	18,17	— 8,83

Druck	Zeit	Rheostat	Rheostat	Differenz
0 Atmosph.	$6^h 25^{1/2 m}$	18,5		
60 „	27	19,5	18,87	— 0,63
0 „	$27^{1/2}$	19,0		
60 „	29	20,0	19,30	— 0,70
0 „	30	19,5	Mittel:	— 0,74 Scalenth. des Rheostaten.

Der Unterschied zwischen den beiden in VII und VIII erhaltenen Mittelwerthen dürfte sich möglicherweise durch Ungleichheiten im Druck erklären lassen. Der in IX erhaltene Mittelwerth ist kleiner als jene — ganz, wie erwartet — eine Folge der hervortretenden calorischen Wirkung. Doch bleibt die Zahl negativ, ganz im Gegensatz zu den für Kupfer und Messing bei Zimmertemperatur erhaltenen Werthen.

Nehmen wir für $(\delta w)_{60}$ den Werth —0,88 Scalentheile des Rheostaten, so erhalten wir mit Bezugnahme auf den oben angegebenen Widerstandswerth des Bleidrahtes das

Resultat III. Bei etwa 7° C. erleidet der Bleidraht durch 1 Atmosphäre Druck eine relative Verminderung des Widerstandes um etwa 0,000012, also zehnmal mehr als beim harten Messingdraht.

Zusammenstellung der bisherigen Resultate.

Draht	Relative Verringerung des Widerstandes bei 1 Atm. Druck
Kupfer	. . . . . . $\frac{\delta w}{w} = 0{,}0000013$
Messing	. . . . $= 0{,}0000011$
Blei	. . . . $= 0{,}000011$

Resultat IV. Werden die Drähte bei 17° C. im Piezometer gepresst, so überwiegt bei Kupfer und Messing die calorische Wirkung über die directe Druckwirkung, beim Blei dagegen die directe Druckwirkung über die calorische Wirkung.

§ 4. Mittheilung weiterer Untersuchungen bezüglich des Messingdrahtes.

Derselbe Messingdraht, welcher den im vorigen Paragraphen sub IV, V und VI mitgetheilten Pressungsversuchen unterworfen wurde, ist noch auf eine Reihe weiterer Eigenschaften untersucht worden; durch Combination der Resultate derselben mit dem oben als Resultat II bezeich-

neten lassen sich einige theoretische Betrachtungen anknüpfen, deren Werth freilich in sehr hohem Grade dadurch beeinträchtigt wird, dass sie sich vorläufig nur auf einen einzigen Draht beziehen. Immerhin aber können jene Betrachtungen zum wenigsten insofern von Nutzen sein, als sie zeigen, in welcher Richtung hin weiter gearbeitet werden muss und ein Einblick in das räthselhafte Wesen des Leitungswiderstandes zu erhoffen ist. Folgende Grössen sind im ganzen für den oben erwähnten Messingdraht D bestimmt worden:

1. Der Elasticitätscoefficient E in Kilogrammen.
2. Der Torsionscoefficient C.
3. Daraus abgeleitet das Verhältnis μ der Querconcentration zur Längendilatation bei der Wirkung einer longitudinalen spannenden Kraft.
4. Das Verhältnis σ der relativen Widerstandsänderung $\frac{\Delta w}{w}$ zur relativen Längenänderung $\frac{\Delta l}{l}$ beim Spannen.
5. Die relative Widerstandsänderung $\frac{\delta w}{w}$ beim Druck einer Atmosphäre im Piezometer.
6. Der Radius.

Es sollen nun kurz die Resultate der noch nicht besprochenen Versuche dargelegt werden.

I. Der Elasticitätscoefficient E wurde auf die gewöhnliche Weise gemessen. Als Spannungsgewicht dienten 12 russische Pfunde. Die Verlängerungen wurden mit einem von Herrn Brauer construirten Kathetometer mit Ocularmikrometer gemessen. Die Köpfe der Mikrometerschrauben sind in 100 Theile getheilt; 210,5 solcher Theile entsprachen bei beiden Mikrometern bei der betreffenden Aufstellung einem Millimeter. Der Draht war oben durch eine eiserne Klemme festgehalten; unten dagegen war er um einen eisernen Ring gewunden, an welchem die zur Aufnahme der Gewichte dienende eiserne Schale hing. An zwei Stellen des Drahtes waren Marken angebracht, deren Verschiebungen bei der Belastung durch die Ocularmikrometer der beiden Fernröhre des Kathetometers gemessen wurden. Jede Marke wurde dadurch hergestellt, dass ein sehr dünner Platinadraht (etwa 0,1 ^{mm} dick) zweimal um den Messingdraht an der betreffenden Stelle herumgeschlungen und fest angezogen wurde, wodurch zwei horizontale Ringe entstanden. Die freien Enden des Platinadrahtes wurden zusammengedreht und durch etwas Wachs an den

Messingdraht angeklebt. Durch eine mit den Ringen in gleicher Höhe aufgestellte Gasflamme wurden auf diesen feine, horizontale Lichtlinien erzeugt, auf deren eine der horizontale Faden des Fadenkreuzes im Ocularmikrometer eingestellt wurde. Zuweilen, wenn die Ringe nicht dicht an einander lagen, zeigte sich zwischen ihnen ein Lichtpunkt von der Oberfläche des Messingdrahtes; auch dieser Lichtpunkt konnte zur Einstellung des Mikrometers dienen. Die Länge des Stückes zwischen den Marken betrug 575,14 mm. Bei jedem Abnehmen der Gewichte wurde die zur Aufnahme derselben dienende Schale ein wenig gehoben. Es wurden die folgenden Verlängerungen des Drahtes, ausgedrückt in Scalentheilen der Mikrometerschraube, am 21. Februar (5. März) 1879 gemessen: 359 — 358 — 360 — 361 — 361 — 359 — 360 — 358, im Mittel 359,5 Scalenth. oder 1,708 mm. Nach der Formel

$$E = \frac{lp}{\pi r^2 \Delta l},$$

wo also $l = 575{,}14$ mm, $p = 12$ Pfd., $\Delta l = 1{,}708$ mm, erhalten wir

$$E = 526{,}70\, r^{-2} \text{ Kgr.} \tag{1}$$

Die Grösse r soll vorläufig nicht eingesetzt werden.

II. Der Torsionscoefficient C wurde durch Schwingungsbeobachtungen bestimmt. An einen schweren eisernen Ständer war ein horizontaler Arm geschraubt und an das Ende dieses letzteren eine verticale eiserne Röhre. In diese Röhre wurde von unten der stabförmige Fortsatz einer grossen eisernen Klemme hereingesteckt und durch seitliche Schrauben festgehalten. Die Klemme hielt das obere Ende des Drahtes. Das untere Ende wurde durch eine Messingklemme gehalten, welche an der oberen Fläche des Ringes angeschraubt war, welcher den als constantes Gewicht dienenden Messingstab trug. Das zwischen den beiden Klemmen befindliche verticale Drahtstück hatte eine Länge von 584,1 mm. Senkrecht zu dem Messingstab war ein Holzstab mit nach oben gerichteten Spitzen angebracht, an welche zwei Gewichte in den drei verschiedenen Abständen $a = 50{,}6$ mm, $b = 202{,}55$ mm, $c = 354{,}8$ mm aufgehängt werden konnten. Beide Gewichte wogen zusammen $P = 0{,}97062$ kgr. Waren nun t_1, t_2 und t_3 die drei Schwingungszeiten bei den drei Lagen der Gewichte, so konnte man für C zwei Werthe berechnen, die wir durch C_1 und C_2 bezeichnen wollen, und zwar ist

$$C_1 = \frac{P(b^2 - a^2)\pi l}{4907\,(t_2^2 - t_1^2) r^4}, \quad C_2 = \frac{P(c^2 - b^2)\pi l}{4007\,(t_3^2 - t_2^2) r^4}. \tag{2}$$

Folgendes sind die Resultate der Schwingungsbeobachtungen; es wurde erhalten für:

$38\,t_1$	$30\,t_2$	$30\,t_3$
$33^m\,26{,}6^s$	$32^m\,29{,}3^s$	$42^m\,56{,}9^s$
26,7	29,2	56,7
26,6	29,4	56,2
26,4	29,4	56,3
26,5	29,2	55,7
27,1	29,0	56,0
26,5	28,8	56,2
26,6	28,9	56,5
26,7	28,7	56,5
26,6	28,4	57,1
26,9	28,6	57,0
	29,0	57,7
	29,1	57,7
	29,3	
	29,3	
	29.3	

Daraus wird erhalten

$$t_1 = 52{,}8071^s; \quad t_2 = 1^m\,4{,}9685^s; \quad t_3 = 1^m\,25{,}8852^s.$$

Alle Grössen, ausser r, in 2 eingesetzt geben

$$C_1 = 9{,}7480\,r^{-4}\,\text{Kgr.}; \quad C_2 = 9{,}7614\,r^{-4}\,\text{Kgr.};$$

also im Mittel

$$C = 9{,}755\,r^{-4}\,\text{Kgr.} \tag{3}$$

III. Die Grösse μ (das Verhältnis der Quercontraction zur Längendilatation bei einer longitudinalen spannenden Kraft) ist gleich $\frac{E}{2C} - 1$; benutzt man die in 1 und 3 angegebenen Werthe von E und C, so erhält man $\mu = 26{,}996\,r^2 - 1$ oder mit genügender Genauigkeit:

$$\mu = 27\,r^2 - 1, \tag{4}$$

wo r in Millimetern einzuführen ist.

IV. Das Verhältnis σ der relativen Widerstandsänderung $\frac{\Delta w}{w}$ zur relativen Längenänderung $\frac{\Delta l}{l}$ ist für eine Reihe von Kupfer- und Messingdrähten bestimmt, und zwar waren die letzteren alle aus einem und demselben dicken Drahte gezogen. Die Resultate dieser Bestimmungen sollen in einer späteren Arbeit zusammengestellt werden; hier sollen nur kurz die auf den Messingdraht D bezüglichen angegeben werden. Der Draht befand sich im Wasser, und wurden gleichzeitig seine Verlängerung und die Widerstandszunahme bestimmt. Der

Apparat war so eingerichtet, dass man nicht sicher sein konnte, dass beim jedesmaligen Auflegen der Gewichte stets die gleichen Wirkungen hervorgebracht werden; doch war dies auch nicht nötbig, da ja nur das Verhältnis der beiden Wirkungen gemessen werden sollte.

Sei nun l die Länge des Drahtes, dessen Verlängerungen Δl am Kathetometer gemessen wurden (von Marke zu Marke), und zwar sei Δl ausgedrückt in Scalentheilen der Mikrometerschraube, l_w die Länge des Stückes, dessen Widerstand w bestimmt worden, l' die Länge des ganzen den Spannungen unterworfenen Stückes, dessen Widerstandszunahme Δw gemessen wurde, λ die Anzahl der Scalentheile des Mikrometers, welche einem Millimeter entspricht. Bei der betreffenden Aufstellung war $\lambda = 236$. Es ist nun

$$\sigma = \frac{\Delta w \cdot l_w}{w l'} \cdot \frac{\Delta l}{\lambda l} = \frac{l_w \cdot \lambda \cdot l}{w \cdot l'} \cdot \frac{\Delta w}{\Delta l}.$$

Es war nun $l_w = 658^{mm}$; $l = 676^{mm}$; $w = 3909$ Scalenth. des Rheostaten; $l = 680^{mm}$.

Δw und Δl sind die direct beobachteten Veränderungen. — Δw wurde selbstverständlich auf dieselbe Weise am Jacobi'schen Rheostaten gemessen, wie die Veränderungen des Widerstandes am Piezometer. Am Rheostaten und am Fernrohr arbeiteten die Herren Studenten Strauss und Onoschko, am Kathetometer der Referent. Es wurden die folgenden zusammengehörigen Werthe beobachtet:

Δw Scalentheile des Rheostaten	Δl Scalentheile der Mikrometerschraube
25,0	425
25,6	442
25,0	422
25,2	436
25,0	431
25,3	433
24,9	425
24,7	428

Dies gibt im Mittel

$$\frac{\Delta w}{\Delta l} = 0{,}05837$$

Die oben angegebene Formel für σ ergibt nun

$$\sigma = 2{,}305. \qquad (5$$

Bei der Bestimmung dieser Grösse ist die Kenntnis des Drahtradius gar nicht nöthig.

V. Die relative Widerstandsänderung $\frac{\delta w}{w}$ bei 1 Atmosphäre Druck im Piezometer war oben zu

$$\frac{\delta w}{w} = -0{,}0000011$$

gefunden worden. Sei α die relative Verlängerung des Drahtes bei einer Spannung von 1 Atmosphäre an den Enden; sie ist gleich dem Verhältnis des Druckes einer Atmosphäre auf den Quadratmillimeter zum Elasticitätscoefficienten des Drahtes; erstere Grösse ist gleich 0,010328^{kgr}; letztere war in 1 gefunden worden. Für das Verhältnis $\frac{\delta w}{w\alpha}$ erhält man auf diese Weise

$$\frac{\delta w}{w\alpha} = 0{,}056437\, r^{-2}. \tag{6}$$

VI. Der Radius r des Drahtes wurde an drei Stellen und in zwei zu einander senkrechten Richtungen gemessen. Leider erwies es sich dabei, dass der Draht nicht völlig cylindrisch war. Es wurden die folgenden drei paar Radiuswerthe gefunden:

0,2326	0,2313	0,2328
0,2324	0,2296	0,2294

Also war wohl jedenfalls

$$0{,}2326 > r > 0{,}2294 \tag{7}$$

und als Mittelwerth aller sechs Beobachtungen

$$r = 0{,}2313. \tag{8}$$

Der Grund, woher die Grösse r in die Ausdrücke 1, 3, 4 und 6 nicht eingeführt wurde, ist folgender: es zeigte sich, dass auf einige der weiter unten zu besprechenden theoretisch interessanten Grössen der Werth von r einen so grossen Einfluss hat, dass man z. B. für eine derselben 2,6 oder 4,8 erhält, je nachdem welchen der beiden in 7 angegebenen Grenzwerthe von r man den Berechnungen zu Grunde legt — obwohl diese Grenzwerthe sich nur um 0,0032^{mm} unterscheiden. Eine auch nur angenähert sichere Bestimmung solcher Grössen musste von vorn herein aufgegeben werden. Um nun genau zu wissen, welche Grössen in geringer und welche in bedeutender Abhängigkeit von r sind, wurde für diese Grösse vorläufig in die Formeln kein Zahlenwerth eingeführt. Für jede der weiter unten zu betrachtenden neuen Grössen sollte eine Formel aufgestellt werden mit r als algebraische Grösse.

VII. Eine im Chemischen Laboratorium der Akademie durch Herrn Wischnigradski ausgeführte Analyse zeigt, dass der Draht 63,66 % Kupfer, das übrige fast nur aus Zinn und einer sehr geringen Spur Blei besteht.

Im weiteren werden wir nur 4, 5 und 6 brauchen; diese drei Formeln sollen hier nochmals mit etwas veränderter Bezeichnungsweise wiederholt werden.

A. Das Verhältnis μ der Quercontraction zur Längendilatation ist

$$\mu = 27 r^2 - 1. \qquad (9$$

B. Das Verhältnis σ der relativen Widerstandsänderung $\frac{\Delta w}{w}$ zur relativen Längenänderung $a = \frac{\Delta l}{l}$ (bezogen auf ein- und dasselbe Stück) beim Spannen ist

$$\sigma = \frac{\Delta w}{w} \cdot \frac{l}{\Delta l} = \frac{\Delta w}{w \cdot a} = 2{,}305. \qquad (10$$

C. Das Verhältnis der relativen Widerstandsänderung $\frac{\delta w}{w}$ bei 1 Atmosphäre Druck im Piezometer zur relativen Längenänderung α bei einer Spannung von 1 Atmosphäre an den Enden des Drahtes ist gleich

$$\frac{\delta w}{w \cdot \alpha} = -0{,}056437\, r^{-2}. \qquad (11$$

§ 5. Theoretische Folgerungen aus der Combination der beiden mit dem Messingdrahte ausgeführten Untersuchungen.

Wir wollen nun die beiden in 10 und 11 gefundenen Werthe theoretisch beleuchten. Sowohl bei den Spannungs- als auch bei den Pressungsversuchen hat man es unzweifelhaft mit einer Aenderung der Dimensionsverhältnisse des Drahtes zu thun, welche von leicht zu berechnenden Widerstandsänderungen $\Delta' w$ und $\delta' w$ (und entsprechend σ' und $\frac{\delta' w}{w a}$) begleitet sein musste. Diese wollen wir nun von den beobachteten Widerstandsänderungen in Abzug bringen; die Reste drückten Aenderungen im specifischen Widerstande des Drahtes aus, hervorgerufen durch die veränderte innere Constitution. Diese Reste wollen wir durch $\Delta'' w$, $\delta'' w$ und entsprechend σ'' und $\frac{\delta'' w}{w a}$ bezeichnen.

Beim Spannen erleidet der Draht eine relative Verlängerung a und eine relative Querconcentration μa. Es ist also

$$w + \Delta' w = \frac{w(1+a)}{(1-\mu a)^2} = w(1 + a + 2\mu a)$$

d. h. nach 9:

$$\sigma' = \frac{\Delta' w}{w \cdot a} = 1 + 2\mu = 54 r^2 - 1.$$

Durch Subtraction von 10 erhalten wir als Rest

$$\sigma'' = \frac{\Delta'' w}{w \cdot a} = 3{,}305 - 54^2 r. \qquad (12$$

So gross ist das Verhältnis der relativen specifischen Widerstandsänderung zur relativen Längenänderung beim Spannen.

Beim Pressen im Piezometer erleiden, wie man nach einiger Ueberlegung leicht einsieht, die sämmtlichen Dimensionen des Drahtes durch 1 Atmosphäre Druck eine relative Verkürzung, die wir der Kürze halber vorläufig mit β bezeichnen wollen. Dann ist

$$w + \delta' w = \frac{w(1-\beta)}{(1-\beta)^2} = w(1+\beta).$$

Nun ist aber $\beta = \alpha(1 - 2\mu)$; also

$$\frac{\delta' w}{w \alpha} = 1 - 2\mu = 3 - 54 r^2.$$

Diese Grösse $3 - 54 r^2$ muss positiv sein, weil sonst nicht der Draht vom Zug eine Dichtigkeitsverminderung erleiden würde, was jedoch nach der Elasticitätstheorie immer sein muss. Wir haben aber (s. 11) einen negativen Werth für $\frac{\delta w}{w \alpha}$ gefunden.

Die Differenz ist

$$\frac{\delta'' w}{w \alpha} = -0{,}056437 r^{-2} - 3 + 54 r^2. \qquad (13$$

So gross ist das Verhältnis der relativen specifischen Widerstandsänderung bei 1 Atmosphäre Druck im Piezometer zur relativen Längenänderung α bei einer Spannung von 1 Atmosphäre an den Enden des Drahtes.

Ehe wir auf Grund der bisher abgeleiteten Ausdrücke zu einigen weiteren, nicht völlig strengen Schlussfolgerungen übergehen, wollen wir eine schematische Uebersicht der ausgerechneten Grössen μ,

$\frac{\delta w}{w \cdot a}$, $\frac{\delta'' w}{w \cdot a}$ und $\frac{\Delta'' w}{w \cdot a}$ zusammenstellen, indem wir die absoluten Zahlenwerthe derselben ausrechnen. Da wir aber für r keinen genau sicheren Werth, sondern nur zwei Grenzwerthe in 7 gefunden haben, so werden wir uns begnügen müssen, durch Einsetzen derselben auch für die erwähnten Grössen nur Grenzwerthe zu berechnen. Wir erhalten folgende Zahlen:

1. Der Radius des Drahtes:

$$0{,}2326 > r > 0{,}2294.$$

2. Das Verhältnis μ der Querconcentration zur Längendilatation:

$$0{,}461 > \mu > 0{,}421.$$

3. Das Verhältnis der relativen Widerstandsänderung $\frac{\Delta w}{w}$ zur relativen Längenänderung $a = \frac{\Delta l}{l}$ beim Spannen:

$$\frac{\Delta w}{w \cdot a} = 2{,}305.$$

4. Das Verhältnis der relativen specifischen Widerstandsänderung $\frac{\Delta'' w}{w}$ zur relativen Längenänderung $a = \frac{\Delta l}{l}$ beim Spannen:

$$0{,}383 < \frac{\Delta'' w}{w \cdot a} < 0{,}463.$$

5. Das Verhältnis der relativen Widerstandsänderung $\frac{\delta w}{w}$ bei 1 Atmosphäre Druck im Piezometer zur relativen Längenänderung $\frac{\delta l}{l} = a$ bei einer Spannung von 1 Atmosphäre an den Enden des Drahtes:

$$-1{,}043 > \frac{\delta w}{w \cdot a} > -1{,}073.$$

6. Das Verhältnis der relativen specifischen Widerstandsänderung $\frac{\delta'' w}{w}$ bei 1 Atmosphäre Druck im Piezometer zur relativen Längenänderung $\frac{\delta l}{l} = a$ bei einer Spannung von 1 Atmosphäre an den Enden des Drahtes:

$$-1{,}122 > \frac{\delta'' w}{w \cdot a} > -1{,}231.$$

Wir gelangen nun zur Hauptfrage: Woher rührt die Aenderung des specifischen Widerstandes? Offenbar erstens von der beim Spannen und Pressen eintretenden Temperaturänderung und

zweitens von einer Veränderung in der Structur, in der gegenseitigen Lagerung der Atome.

Da beim Spannen eine Abkühlung, beim Pressen dagegen eine Erwärmung des Drahtes stattfindet, wir aber beim Spannen eine Vergrösserung, beim Pressen eine Verringerung des specifischen Widerstandes gefunden haben, so ist es klar, dass die oben erwähnte zweite Wirkung die erste überwiegt. Es ist nicht möglich, die Wärmewirkung in die Rechnung einzuführen, da man nicht wissen kann, um wie viel die beim Spannen oder Pressen erzeugten Temperaturänderungen bis zum Moment des Einstellens des Rheostaten durch das umgebende Wasser wieder vernichtet worden sind. Trotzdem dürfte es vielleicht nicht ganz überflüssig sein, auf Grund der erhaltenen Werthe der relativen specifischen Widerstandsänderungen einige weitere Folgerungen zu bauen unter der Annahme, dass diese Aenderungen lediglich durch die veränderte Structur hervorgerufen sind. Da die Veränderung in der gegenseitigen Lagerung aus zwei Theilen besteht, repräsentirt durch die Längenänderung und die Dickenänderung, so liegt es nahe, die Annahme zu machen, dass jede dieser beiden Veränderungen für sich auf den specifischen Widerstand einen Einfluss hat. Möge nun jede relative Längenänderung a ganz allein für sich genommen eine relative Aenderung des specifischen Widerstandes ξa und jede relative Dickenänderung b ganz allein für sich genommen eine Aenderung des specifischen Widerstandes yb erzeugen. Bei den Spannungsversuchen haben wir in der Länge eine relative Dilatation a, und ausserdem eine relative Dickenänderung, die wir durch $-\mu a$ bezeichnen wollen. Dies gibt statt des Widerstandes w den veränderten:

$$w + \Delta'' w = w(1+\xi a)(1 - y\mu a) = w(1 + \xi a - y\mu a)$$

d. h.
$$\sigma'' = \frac{\Delta'' w}{w \cdot a} = \xi - \mu y = (27 r^2 - 1) y.$$

Durch Combination dieser theoretischen Gleichung mit 12 erhält man

$$\xi - (27 r^3 - 1) y = 3{,}305 - 54 r^2. \qquad (14$$

Bei den Pressungsversuchen haben wir eine relative Verringerung β aller Dimensionen, wo $\beta = \alpha(1 - 2\mu)$. Dies gibt

$$w + \delta'' w = w(1-\beta)(1 - y\beta) = w(1 - \xi\beta - y\beta)$$

oder
$$\frac{\delta'' w}{w} = -\beta(\xi + y) = -\alpha(1 - 2\mu)(\xi + y)$$

d. h.
$$-\frac{\delta'' w}{w \cdot \alpha} = (\xi + y)(1 - 2\mu) = (\xi + y)(3 - 54 r^2).$$

Durch Combination dieser Gleichung mit 13 erhalten wir:

$$\xi + y = \frac{3 + 0{,}056437\, r^{-2} + 54\, r^2}{3 - 54\, r^2}. \tag{15}$$

14 und 15 stellen zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten ξ und y vor. Um die Werthe derselben zu finden, muss für r sein Werth eingesetzt werden, und hier entsteht eine grosse Schwierigkeit. Setzt man für r den kleineren der beiden in 7 angegebenen Werthe, so erhält man z. B. $\xi = 2{,}63$; der grössere jener Grenzwerthe gibt dagegen $\xi = 4{,}77$; der in 8 angegebene Mittelwerth ergibt $\xi = 3{,}52$ und $y = 6{,}98$. Diese Zahlen zeigen, dass man es aufgeben muss, für den betrachteten Draht einen genauen Werth der Constanten ξ und y zu suchen. Ein Umstand aber fiel ins Auge. Es schien, als wäre y stets sehr nahe doppelt so gross als ξ, unabhängig von dem innerhalb der in 7 angegebenen Grenzen angenommenen r. Ist y wirklich doppelt so gross als ξ, so heisst das, dass die Veränderung der Dicke einen doppelt so grossen Einfluss auf den specifischen Widerstand hat als die Veränderung der Länge. Dies aber wäre identisch damit, dass die Veränderungen der Länge und Dicke nicht unabhängig von einander auf den specifischen Widerstand des Drahtes einwirken, sondern dass letztere Grösse einzig und allein abhängt von der relativen Volumenänderung, die wir durch ω bezeichnen wollen.

Nehmen wir jetzt an, dass die relative Volumenänderung ω eine Veränderung des specifischen Widerstandes $\zeta\omega$ hervorruft. Wir haben es bei dieser Annahme nicht wie oben mit zwei, sondern nur mit einer Grösse ζ zu thun und können aus den Versuchen zwei Werthe für dieselbe berechnen, die wir durch ζ_1 und ζ_2 bezeichnen. Ferner sei $\tau = \frac{\zeta_1}{\zeta_2}$; es käme also alles darauf an, zu zeigen, dass für jeden der möglichen Werthe von r (s. 7) τ stets sehr nahe gleich 1 ist.

Für den Fall der Spannung ist die relative Volumenänderung $\omega = a\,(1 - 2\mu)$; also wäre die relative Widerstandsänderung

$$\frac{\Delta'' w}{w} = \zeta_1\, a\,(1 - 2\mu).$$

Dies gibt

$$\sigma'' = \frac{\Delta'' w}{w a} = \zeta_1\,(1 - 2\mu) = \zeta_1\,(3 - 54\, r^2)$$

Dies und (12) gibt

$$\zeta_1 = \frac{3{,}305 - 54\, r^2}{3 - 54\, r^2}. \tag{16}$$

Für den Fall der Pressung ist die relative Volumenänderung $\omega = -3\,\alpha(1-2\,\mu)$; also müsste die relative Widerstandsänderung $\frac{\delta'' w}{w} = -3\,\zeta_2\,\alpha(1-\mu)$ sein.

Dies gibt

$$\frac{\delta'' w}{w \cdot \alpha} = -3\,\zeta_2(1-2\,\mu) = -3\,\zeta_2(3-54\,r^2).$$

Dies und 13 gibt

$$\xi_2 = \frac{1+0{,}018812\,r^{-2} - 18\,r^2}{3-54\,r^2}. \qquad (17$$

Endlich erhalten wir

$$\tau = \frac{\zeta_1}{\zeta_2} = \frac{3{,}305 - 54\,r^2}{1+0{,}018812\,r^{-2} - 18\,r^2}. \qquad (18$$

Durch Einsetzen verschiedener Werthe von r erhalten wir nun die folgende Tabelle:

	Unterer Grenzwerth	Mittelwerth	Oberer Grenzwerth
$r =$	0,2294	0,2313	0,2326
$\xi_1 =$	2,9	3,72	4,9
$\xi_2 =$	2,6	3,47	4,8
$\tau =$	1,13	1,07	1,03

Während also die Werthe von ζ_1 und ζ_2 in hohem Grade unsicher sind, erweist sich ihr Verhältnis τ als durchaus nahe an 1, d. h. die Spannungsversuche und die Pressungsversuche geben fast genau denselben Werth für das Verhältnis ζ der relativen Volumenänderung zur relativen Aenderung des specifischen Widerstandes. Im Mittel ist $\zeta = 3{,}6$. Setzt man $\tau = 1$, so erhält man $r = 0{,}2333$, einen Werth, der nur sehr wenig ausserhalb der Grenzen liegt, welche in 7 für r angegeben sind.

Die sämmtlichen in diesem Paragraphen durchgeführten Betrachtungen führen zu folgendem Resultat:

Resultat V. Der Messingdraht erleidet beim Spannen und Pressen im Piezometer ausser der durch die veränderte Länge und Dicke bedingten Aenderung des Widerstandes auch noch eine Veränderung des specifischen Widerstandes. Nimmt man an, dass letztere nur eine Folge der veränderten Structur sei, so führen die Versuche zu folgendem Resultat: Die relative Grösse

γ derselben ist proportional der relativen Volumenänderung ω. Die Spannungs- und die Pressungsversuche ergeben fast genau denselben Werth für den Factor ζ, wenn $\gamma = \zeta w$ gesetzt wird. Der absolute Werth dieses Factors kann aus den Versuchen nicht genau ermittelt werden; er ist aber jedenfalls zwischen 2,75 und 4,75; im Mittel ist er gleich 3,6, d. h. jede relative Volumenänderung führt eine etwa 3,6 mal so grosse relative Aenderung des specifischen Widerstandes mit sich.

Bei den letzten Entwickelungen hatten wir angenommen, dass die in 12 und 13 gefundenen relativen specifischen Widerstandsänderungen nur von der veränderten Structur herrührten. In Wirklichkeit findet aber noch eine Temperaturänderung statt, deren Wirkung, wie oben erwähnt, der beobachteten Widerstandsänderung gerade entgegengesetzt gerichtet ist. Die von der Structuränderung herrührenden specifischen Widerstandsänderungen sind also in Wirklichkeit grösser als die in 12 und 13 gefundenen Werthe. Da die Wärmewirkung aber möglicherweise durch das umgebende Wasser zum grösseren Theil vernichtet wird und da ferner beide Werthe 12 und 13 zu klein sind, so kann es wohl möglich sein, dass zwar ξ, y und ζ absolut genommen unrichtig, dass aber die Verhältnisse $\xi : y$ und $\tau = \zeta_1 : \zeta_2$, worauf es vor allem ankommt, nahe richtig gefunden wurden.

Ueber den Foucault'schen Pendelversuch.

Von

Dr. Tammen.

Hullmann's Rechnungsgrundlage. Im Jahre 1873 veröffentlichte K. Hullmann im Verlag von Ferdinand Schmidt zu Oldenburg eine Arbeit über den Foucault'schen Pendelversuch, welche jedoch wenig bekannt geworden sein dürfte, da nach einer Mittheilung Hullmann's weder die Arbeit selbst noch irgend eine Besprechung derselben in irgend einer Zeitschrift gegeben ist. Gleichwohl sind die Resultate der Rechnungen Hullmann's ganz wesentlich verschieden von denjenigen bekannten Resultaten, zu welchen die von Hullmann in der erwähnten Arbeit kritisirten und in der That fehlerhaften Betrachtungen in den Lehrbüchern der Physik von Wüllner, Müller-Pouillet etc., in den Elementen der Mechanik von Schellbach, in Hoffmann's Mathematischem Wörterbuch Bd. 6 hinführen; denn nach Hullmann ist die Formel: $\beta = \alpha \sin \varphi$, in welcher β den Winkel der scheinbaren Drehung der Schwingungsebene, α den Winkel der Erddrehung und φ die Breite bezeichnet, nur etwa für eine einstündige Beobachtung brauchbar, da die scheinbare Drehung der Schwingungsebene mit variabler Geschwindigkeit erfolgt. Eine vollständige Umdrehung aber kann nach Hullmann auf unserer Erdhälfte überhaupt nur in Breiten nördlich vom 45. Breitengrad beobachtet werden; denn für geringere Breiten soll die scheinbare Bewegung der Schwingungsebene eine oscillatorische sein.

Die Ableitungen Hullmann's sind durchaus elementar. Die elementare Form aber ist ermöglicht durch die Ersetzung des Pendels durch eine auf feiner Spitze im Gleichgewichtspunkte unterstützte oder an einem torsionslosen Faden aufgehängte Stange, und es ist leicht ersichtlich, dass diese Ersetzung des Pendels durch eine schwere

Stange, deren Bewegungen wir in der Vorstellung wesentlich leichter folgen können, erlaubt ist, wie auch Hullmann in folgenden Worten klar darlegt. „Es muss in der That", so folgert Hullmann, „eine schwere, lange Stange, welche in ihrem Gleichgewichtspunkte ohne jede Reibung durch eine feine Spitze unterstützt oder welche von einem Faden ohne jede Torsion getragen wird, in den nach einander folgenden Zeitmomenten dieselbe Lage einnehmen, welche die Schwingungslinie des Pendels bestimmt; denn sie folgt denselben Gesetzen: infolge ihres Beharrungsvermögens will sie sich selbst parallel bleiben, infolge ihrer Schwere ist ihre Lage stets eine horizontale. Sie weicht, da die Erde sich unter ihr wegdreht, um eine von der Zeit abhängige Grösse von ihrer ersten Lage ab, und zwar müssen diese Abweichungen dieselbe Grösse nach derselben Zeit haben, wie sie das freischwingende Pendel von seiner ersten Richtung darbietet; denn jeder Punkt der Stange entspricht einem Zeitmoment des Pendels."

Hullmann bemerkt, dass in der Ersetzung des Pendels durch eine träge Stange nur eine bequemere Basis für die Rechnung gewonnen ist, da sich der experimentellen Darlegung dieser Thatsache der Umstand hemmend entgegenstelle, „dass eine solche Stange, sollte jeder einzelne Punkt derselben ein genügendes Trägheitsmoment besitzen, um die stets noch vorhandenen Hindernisse zu überwinden, ausserordentlich lang, und um Durchbiegungen zu verhindern, ausserordentlich fest sein müsse, so dass sie wohl schwer herzustellen wäre". Durchbiegungen würden freilich an der Rotation der Stange gar nichts ändern, aber es ist doch leicht ersichtlich, dass in lufterfülltem Raume jede auf genügend feiner Spitze drehbare Stange an der Rotation der Erde um den Radius des Beobachtungsortes theilnehmen muss, weil die Luft an der Rotation mit theilnimmt, und die Stange mit sich fortreisst, falls dieselbe nicht schon vermittels der Reibung an dem Unterstützungspunkt in genügend feste Verbindung mit der festen Erdrinde versetzt sein sollte. Das Experiment bleibt demnach überhaupt nur denkbar in luftleerem Raume.

Gleichwohl glaubte Poinsot, dass das schwingende Pendel im Experimente durch eine Vorrichtung ersetzt werden könne, welche im letzten Grunde der Hullmann'schen trägen Stange ziemlich gleichkommt. Compt. rend. T. XXXII p. 206 heisst es in den Remarques de M. Poinsot sur l'ingénieuse expérience imaginée par M. Léon Foucault pour rendre sensible le mouvement de rotation de la terre:

„Mais j'ai songé que ce plan d'oscillation d'un pendule pourrait être remplacé par un autre plus persistant, et qu'on pourrait observer aussi longtemps qu'on le voudrait sans toucher á l'appareil. Ce serait, par exemple, de considérer un ressort coudé dont les deux branches égales auraient été, plus ou moins, rapprochées l'une de l'autre, et liées ensemble aux deux bouts par un fil qui les maintiendrait dans cet état."

„Ce ressort ainsi plié serait, au sommet de l'angle suspendu suivant la verticale, et on lui donnerait la plus grande liberté possible pour tourner sur cette verticale. Le corps étant dans cet état et en repos, je suppose qu'on vienne couper le fil qui retenait ensemble les deux branches; l'angle du ressort s'ouvre et détermine un plan qui ne peut tourner autour de la verticale qu'avec une vitesse angulaire ν' plus petite que la vitesse ν qu'il avait autour de la même ligne, quand les deux branches n'en formaient pour ainsi dire qu'une seule".

Aus der beobachteten Winkelgeschwindigkeit $\nu - \nu'$ berechnet sich leicht ν, wenn die Trägheitsmomente a und A des Apparats vor und nach dem Abbrennen des Fadens bekannt sind. Es ist

$$\nu = A\,(\nu - \nu') : (A - a).$$

Foucault soll diese Idee auszuführen versucht haben; wohl ohne Erfolg. Direct experimentell dürfte also die Ersetzbarkeit des schwingenden Pendels durch einen trägen Balken für die Bestimmung der Erddrehung schwer zu erweisen sein. Gleichwohl wird nicht leicht jemand Zweifel hegen über die Richtigkeit der Ueberlegung, welche erweist, dass es gestattet ist, bei der Berechnung der scheinbaren Drehung der Schwingungsebene eines Pendels von der Lage zu sprechen, welche eine schwere, in ihrem Gleichgewichtspunkte unterstützte Stange infolge der Rotation der Erde nach und nach einnehmen muss, wenn der Drehung keine Reibungswiderstände entgegenstehen, und zuletzt doch in dem sich ergebenden Resultat für die Lage der Stange die Schwingungslinie des Pendels einzusetzen, wie Hullmann gethan hat. Hullmann's Rechnungsresultate stimmen nicht mit der Erfahrung überein; wenn es mir aber im Folgenden gelungen ist, auf Grund der von Hullmann eingeführten vereinfachten Vorstellungsweise eine elementare und doch strenge Ableitung zu geben für die Abhängigkeit, welche zwischen der Geschwindigkeit der scheinbaren Drehung der Pendelebene und der Geschwindigkeit der Rotation der

Erde um ihre Achse besteht, der Art, dass die Theorie mit der Erfahrung übereinstimmt, so dürfte daraus indirect eine experimentelle Entscheidung über die Zulässigkeit der von Hullmann eingeführten vereinfachten Vorstellungsweise entnommen werden können.

Kritik der Rechnung Hullmann's. Da es mir bald klar wurde, dass die Abweichungen der Rechnungsresultate von dem durch die Erfahrung bestätigten[1]) Sinusgesetz nicht auf Unzulässigkeit der eingeführten vereinfachten Anschauungsweise zurückgeführt werden können, so ergab sich von selbst, dass ich bei der wiederholten Lektüre der Arbeit Hullmann's auf Voraussetzungen fahndete, welche im Laufe der Rechnung stillschweigend gemacht werden und unzulässig sein dürften. Dabei konnte mir die Bemerkung nicht wohl entgehen, dass Hullmann, indem er die beiden simultanen Bewegungen der schweren Stange, welche von dem Beharrungsvermögen derselben und von der Wirkung der Erde auf dieselbe herrühren, als successiv erfolgend betrachtet, um sie nach dem Parallelogramm zusammensetzen zu können, die Veränderung der Lage der auf einander folgenden Tangentialebenen für die auf einander folgenden Punkte des Parallelkreises ausser Acht lässt und deshalb stillschweigend voraussetzt, dass für die ganze betrachtete Zeit von $t = 0$ bis $t = \tau$ die Bewegung des Kippens der Stange infolge der Erdanziehung parallel erfolge mit derjenigen Ebene, welche man sich durch die infolge der Massenträgheit allein gewonnene Lage der Stange für die Zeit $t = \tau$ normal zu der zugehörigen Tangentialebene gelegt denken kann. Diese Voraussetzung ist aber nur für den Endmoment $t = \tau$ erfüllt. Man vergleiche Fig. 1 S. 284, in welcher FG die Lage der Stange in der Tangentialebene des Punktes A, $HJ \parallel FG$ die Lage der Stange für $t = \tau$ bezeichnet, vorausgesetzt, dass die Erde nicht anziehend auf die Stange wirkte. BL ist die Projection von BJ auf die Tangentialebene des Punktes B. Es wird also stillschweigend vorausgesetzt, dass die Bewegung des Kippens für jeden Moment der Zeit $t = 0$ bis $t = \tau$ erfolge in Ebenen parallel zur Ebene BJD, obgleich in Wirklichkeit die Ebene der Kippbewegung sich genau so viel und in demselben Sinne dreht wie die Tangentialebene, zu welcher sie normal ist.

---

1) Ich beobachte seit dem 17. Nov. 1881 im Brückenbergschacht Nr. 3, Zwickau i. S. ein Pendel von nahe 40^{m} Länge mit einer Pendelkugel von 4½ Ctr. Gewicht. Die Resultate dieser Beobachtungen werde ich im nächsten Jahresbericht des Vereins für Naturkunde in Zwickau i. S. veröffentlichen.

Dieser Fehler wird vielleicht am treffendsten charakterisirt durch die Bemerkung, dass derselbe völlig gleichartig ist demjenigen Fehler, welchen Olbers beging, als er bei Berechnung der östlichen Abweichung eines frei fallenden Körpers bloss die tangentielle, ursprüngliche Geschwindigkeit des Körpers in Betracht zog und von der hieraus resultirenden Bewegung nach Osten die gleichzeitige Bewegung des Fusses des Thurmes subtrahirte. Wenn nämlich die Ebene des Papiers diejenige Ebene darstellt, welche durch den Erdmittelpunkt und durch die im Beobachtungsorte an den Parallelkreis construirte Tangente bestimmt ist, wenn ferner M den Mittelpunkt der Erde, AB den Thurm zu Beginn der Fallbewegung, DC zu Ende der Fallbewegung und BC die vom fallenden Körper relativ zur Erde durchlaufene Bahn darstellt, so darf man doch nicht ausser Acht lassen, dass die Anziehung stets nach der Mitte der Erde, nach M, gerichtet ist und folglich nur für den Anfangsmoment parallel BM erfolgt. Für die nächstfolgenden Momente bildet die Richtung der Erdanziehung einen Winkel mit BM und vermindert infolge dessen die Geschwindigkeit nach Osten, derart, dass die beobachtete östliche Abweichung nur $\frac{2}{3}$ von der von Olbers berechneten Grösse zeigte.

Eine zweite Ungenauigkeit in der Rechnung Hullmann's kann ich nicht unerwähnt lassen, obgleich dieselbe nur den Erfolg hat, die Fehler in den Rechnungsresultaten zu verringern. Hullmann nimmt an, dass sich die Stange für die Zeit $t = 0$ in der Ebene ABC befinde, obgleich sich doch die Stange für jeden Moment, also auch für $t = 0$ in der Tangentialebene des Unterstützungspunktes befinden soll. Dementsprechend geschieht bei Hullmann die Bestimmung der Lage der Stange bei Vernachlässigung der Erdanziehung so, als ob die Stange innerhalb der Ebene ABC fortbewegt sei. In Wirklichkeit aber musste sich die Stange für $t = \tau$ in der Lage $HJ \parallel FG$ in einer durch den Unterstützungspunkt B parallel zur Tangentialebene des Punktes A construirten Ebene befinden, wenn die Erde nicht anziehend auf dieselbe wirkte.[1])

Ueber elementare Beweise. Alle bis jetzt gegebenen elementaren Beweise des Sinusgesetzes sind mehr oder weniger fehlerhaft; deshalb hat O. Röthig, welcher in der Ztschr. f. Math. u. Phys. Bd. 24 S. 153—159 eine historisch-didaktische Studie über den

1) Strenge genommen müsste übrigens auch noch die Centrifugalkraft berücksichtigt werden, welche in jedem Punkte des Balkens durch die Kippbewegung erzeugt wird, da doch dieselbe eine Rotation um die jeweilige Nordrichtung darstellt.

Foucault'schen Pendelversuch veröffentlichte, gewiss allen Grund a.a.O. zu tadeln, dass man in den Lehrbüchern alle Probleme möglichst elementar behandelt, und zu empfehlen, man möge bei denjenigen Problemen, die nun einmal eine solche Behandlung nicht zulassen, sich mit der blossen Angabe des Resultates begnügen und den Leser auf die Originalarbeiten verweisen. Diese Bemerkung hat mich jedoch nicht nur nicht abgehalten, einen elementaren Beweis für das Sinusgesetz zu suchen, sondern hat mich eher mehr angespornt, da mir ein solcher auf Grund der von Hullmann so wesentlich vereinfachten Vorstellungsweise recht wohl in strenger Form möglich schien.

In Lehrbüchern ist es doch misslich, die Lösungen wichtiger Probleme bloss historisch anzuführen und betreffs des Beweises auf die Originalarbeiten zu verweisen, wenngleich dies immer noch dem Auftischen fehlerhafter Beweise ohne Angabe der nicht streng erfüllten Voraussetzungen vorzuziehen sein mag. Den Verfassern von einigermassen ausführlichen Lehrbüchern der Physik, sowie allen denjenigen, welche solche bei der Präparation für ihre unterrichtende Thätigkeit zu Rathe zu ziehen lieben, dürfte deshalb die folgende elementare und doch strenge Ableitung des Sinusgesetzes erwünscht sein.

Derartigen Ableitungen auf Grund möglichst einfacher Vorstellungen dürfte aber neben ihrem didaktischen Werth auch noch etwas wissenschaftlicher Werth zuzuerkennen sein, wenn man wenigstens bei der Abwägung des Werthes elementarer Methoden im Vergleich mit den Methoden der höheren Analysis folgende und ähnliche historische Thatsachen mit ihrem vollen Gewicht in die Wagschale legt; dass nämlich Galilei und Huyghens, diese beiden Schöpfer der modernen Mechanik, zu ihren Ergebnissen auch ohne die Existenz der Analysis gelangt sind, dass auch Newton, der dritte Heros der mathematischen Physik, mit sehr einfachen analytischen Vorkehrungen ausgekommen ist und in der Darstellung sogar die alte Synthesis vorgezogen hat. Zu allermeist dürfte aber für den wissenschaftlichen Werth elementarer Darstellung noch die aus der Selbstbeobachtung leicht zu entnehmende Thatsache sprechen, dass für jede eigentliche Erfindung oder vielleicht besser für jeden schöpferisch neuen Gedanken die unmittelbaren und anschaulichen Auffassungs- und Behandlungsarten das Entscheidende vorgethan haben müssen, ehe die Analysis mit ihrer Abstraction und ihren symbolischen Kunstmitteln die vorhandenen Wahrheiten gleichsam nur in eine andere Sprache übersetzen kann.

Der folgenden einfachen Ableitung des Sinusgesetzes mag schliesslich noch als Empfehlung die Bemerkung mit auf den Weg gegeben werden, dass sie durch keine Voraussetzung über die Grösse der Pendelamplituden eingeschränkt ist, während die feinsten und in ihrer Handhabung difficilsten analytischen Hilfsmittel eine völlig strenge Behandlung des Foucault'schen Problems bei der Annahme endlicher Pendelamplituden bis jetzt noch nicht ermöglicht haben.

Fig. 1.

Elementare Ableitung des Sinusgesetzes. Der Rechnung liegt die Vorstellung zu Grunde, nach welcher an Stelle des schwingenden Pendels eine schwere Stange, welche auf einer feinen Spitze ohne Reibung um den Gleichgewichtspunkt beweglich ist, auf einem Parallelkreise vom Unterstützungspunkte A in den Unterstützungspunkt B getragen wird. Es schliesse die Richtung des Balkens FG für den Anfangsmoment der Zeit $\varDelta t$ mit der Nordrichtung den Winkel k ein, und es mögen vorläufig die Voraussetzungen festgehalten werden, 1. dass FG anstatt in der Tangentialebene des Punktes A in der Ebene ABC liege, welche durch die beiden in A und B an die Meridiane gelegten Tangenten bestimmt ist, 2. dass die Erdanziehung auf den Balken nicht kippend einwirke. Alsdann ist, wenn $HJ \parallel AC$ die Lage des Balkens für den Endmoment der Zeit $\varDelta t$ bezeichnet und $BK \parallel AC$ liegt, $\sphericalangle JBK = GAC = k$, und der Winkel $\varDelta \chi$, um welchen sich der Balken in der Zeit $\varDelta t$ scheinbar gedreht hat, ist angegeben durch

$\sphericalangle KBC = ACB$. Die Erde hat sich in derselben Zeit Δt um $\sphericalangle ADB = \Delta\psi$ gedreht.

Schliesslich sei noch die Voraussetzung eingeführt, dass $\Delta\psi$, $\Delta\chi$, Δt ein gemeinschaftliches Maass ε besitzen, eine Voraussetzung, welche auch noch für den Fall der Incommensurabilität gestattet ist, sobald $\varepsilon = 0$ wird, womit $\Delta\psi$, $\Delta\chi$, Δt in $d\psi$, $d\chi$, dt übergehen mögen, so dass diese letzte Voraussetzung ausgedrückt ist durch:

$$1. \quad \begin{cases} \Delta\psi = \varepsilon\alpha & d\psi = \varepsilon\alpha \\ \Delta\chi = \varepsilon\beta & d\chi = \varepsilon\beta \\ \Delta t = \varepsilon\gamma & dt = \varepsilon\gamma_{\varepsilon = 0} \end{cases}$$ [1]).

Aus der Betrachtung der beiden gleichschenkligen Dreiecke ABC und ABD, deren gemeinschaftliche Basis in E halbirt ist, ergibt sich sofort:

$$\frac{AE}{AC} = \sin\left(\frac{\varepsilon\beta}{2}\right); \quad \frac{AE}{AD} = \sin\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right),$$

woraus, wenn ich noch mit φ die Breite des Beobachtungsortes bezeichne, für die betrachteten Drehungen die Relation folgt:

$$2. \qquad \sin\left(\frac{\varepsilon\beta}{2}\right) = \sin\varphi \cdot \sin\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)$$

oder
$$\frac{\left(\frac{\varepsilon\beta}{2}\right)}{1!} - \frac{\left(\frac{\varepsilon\beta}{2}\right)^3}{3!} + - \cdots = \sin\varphi\left(\frac{\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)}{1!} - \frac{\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)^3}{3!} + - \cdots\right)$$

oder
$$\frac{\beta}{2} - \frac{\varepsilon^2\left(\frac{\beta}{2}\right)^3}{3!} + - \cdots = \sin\varphi\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\varepsilon^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3}{3!} + - \cdots\right),$$

also für $\varepsilon = 0$
$$\frac{\beta}{2} = \frac{\alpha}{2}\sin\varphi,$$

und da nach 1. $\frac{\beta}{\alpha}_{\varepsilon = 0} = \frac{d\chi}{d\psi}$ ist, so erhält man

$$d\chi = d\psi \cdot \sin\varphi, \quad \text{oder}$$

$$3. \qquad \frac{d\chi}{dt} = \frac{d\psi}{dt}\sin\varphi.$$

---

1) Man kann die in den Gleichungen 1 ausgesprochene Voraussetzung auch dahin deuten, dass χ und ψ stetige Functionen der Zeit sein sollen; alsdann bezeichnet in der graphischen Darstellung ε eine Sehne, deren Richtungscosinusse resp. α und γ; β und γ sind.

Die Rotationsgeschwindigkeit wird für einen beliebigen Zeitpunkt bestimmt durch denjenigen Winkel, welcher in der auf den betrachteten Zeitpunkt folgenden Zeiteinheit überstrichen werden würde bei unverändert festgehaltenem Bewegungszustande des betrachteten Zeitpunktes, gleichviel ob die Rotation mit constanter oder variabler Geschwindigkeit erfolgt. In dem unendlich kurzen, also einem Zeitpunkt unendlich nahe kommenden Zeitelement dt wird von dem Balken scheinbar der Winkel $d\chi$ überstrichen; in der Zeiteinheit würde also der Winkel $d\chi : dt$ überstrichen werden, so dass $d\chi : dt$ die Rotationsgeschwindigkeit für den betrachteten Zeitpunkt darstellt. Ebenso findet man die Rotationsgeschwindigkeit der Erde um ihre Achse für denselben Zeitpunkt $= d\psi : dt$, so dass die Gleichung 3 aussagt:

Es wird für jeden beliebigen Zeitpunkt, gleichviel nach welcher Himmelsrichtung die Stange zeigt, die Geschwindigkeit, mit welcher die scheinbare Rotation des Balkens erfolgt, erhalten, wenn man die Rotationsgeschwindigkeit der Erde um ihre Achse mit dem Sinus der Breite des Beobachtungsortes multiplicirt.

Setzt man schliesslich für den äquilibrirten Balken wieder ein schwingendes Pendel, so ist für dasselbe in Obigem das bekannte Sinusgesetz abgeleitet ohne irgend eine beschränkende Bestimmung über die Grösse der Pendelamplituden. Denn man sieht leicht ein, dass während der ganzen Betrachtung der Balken nicht nothwendig als gerade vorgestellt werden muss, dass man vielmehr den Balken auch z. B. als Kreisbogen gekrümmt vorstellen kann, für welchen alsdann die durch den Unterstützungspunkt gelegte Verticale, oder der Aufhängefaden, dieselbe Rolle spielt wie für den von der Pendelkugel beschriebenen Kreisbogen der Pendelfaden in der Ruhelage. Die träge krumme Stange lässt sich für den Fall endlicher Amplituden in ganz derselben Weise mit dem vom Schwingungsmittelpunkt beschriebenen Kreisbogen identificiren, wie für den Fall unendlich kleiner Amplituden die träge gerade Stange mit der vom Schwingungsmittelpunkt beschriebenen unendlich kurzen geraden Linie, denn für beide Fälle ist die Gültigkeit des Stetigkeitsprincips unerlässliche, aber auch unbedingt zulässige Voraussetzung. Man folgert ja doch in beiden Fällen die Identificirbarkeit der Stange mit der vom Schwingungsmittelpunkt des Pendels beschriebenen Bahn, indem man sich den Schwingungsmittelpunkt als in jedem Punkte seiner Bahn für jeden beliebigen Zeitmoment fixirt vorstellt auf Grund der Bemerkung, dass die ganze

Betrachtung keine Annahme über die Schwingungsdauer des Pendels enthält, so dass man die Schwingungsdauer immer kleiner werdend vorstellen und schliesslich gleich Null werden lassen darf. Hiermit aber ist das Stetigkeitsprincip zu Hilfe genommen in der Form, in welcher Leibniz zuerst klar und bestimmt den Inhalt desselben gegeben hat; denn nach Leibniz sagt das Stetigkeitsprincip, welches übrigens als lex continuitatis bezeichnet ist, aus, dass beim Uebergange zum Unendlichkleinen sowie zum Unendlichgrossen die Rechnung das Endglied mit umfasse.

Abstreifung der Voraussetzungen. Die erste Voraussetzung, dass sich die Stange FG im Anfangsmoment der Zeit Δt in der Ebene ABC befinde und sich im Verlauf der Zeit Δt in dieser Ebene parallel mit sich selbst verschiebe bis in die Lage HJ, dass also die Tangentialebene des Punktes A mit der Ebene ABC zusammenfalle, kann nach dem Uebergang zur Grenze $\varepsilon = 0$ als erfüllt betrachtet werden. Eine directe strenge Begründung für die Zulässigkeit dieser Voraussetzung in der Weise, dass man erst $\varepsilon = 0$ setzt, nachdem man in der Reihenentwicklung des zunächst abzuleitenden geschlossenen Ausdrucks für den Winkel der Abweichung sich durch Division mit ε ein von ε freies Glied verschafft hat, macht jedoch eine ausserordentlich langwierige Rechnung mit wiederholter Anwendung complicirter Formeln der sphärischen Trigonometrie nothwendig, welche nichts Interessantes bietet. Zudem findet diese Voraussetzung in Folgendem gelegentlich ihre Erledigung.

Aehnlich verhält es sich mit der zweiten Voraussetzung, dass die Erdanziehung auf den Balken nicht kippend einwirke. Denn wenn auch diese Voraussetzung eine nähere Beleuchtung und eingehendere Begründung zu erheischen scheint, da die beiden Tangentialebenen für die Punkte A und B erst völlig zusammenfallen, wenn A mit B zusammenfällt, also der Winkel der scheinbaren Drehung gleich Null wird, so geschieht doch das Kippen in einer Ebene normal zur Tangentialebene des Punktes B, so dass die Abweichung in dieser Ebene erhalten wird durch Projection der in der Ebene ABC gefundenen Abweichung nach der Formel:

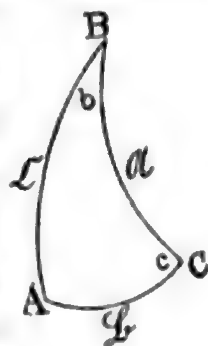


Fig. 2.

$$4. \qquad \cos \mathfrak{C} = \frac{\cos \mathfrak{A}}{\cos \mathfrak{B}},$$

in welcher $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ die Seiten eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks bezeichnen der Art, dass $\mathfrak{B}$ durch den von der Ebene ABC mit der

Tangentialebene des Punktes B eingeschlossenen Winkel b bestimmt ist, und dass, wie leicht zu ersehen ist, für $\varepsilon = 0$ $\cos \mathfrak{B} = 1$ werden muss. Hieraus aber folgt

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{A}.$$ [1])

Gleichwohl soll in Folgendem noch, wenigstens für den Fall k = 0, also unter der Voraussetzung, dass die Stange in ihrer Anfangslage mit der Nordrichtung zusammenfalle, der strenge Nachweis dafür geliefert werden, dass auch mit Berücksichtigung des Kippens der Stange aus der Ebene ABC in die Tangentialebene des Punktes B für die scheinbare Rotation der Stange das Sinusgesetz resultirt, besonders deshalb, weil damit zugleich eine strengere Begründung für die Zulässigkeit der Voraussetzung 1 erzielt wird. Denn es ist leicht zu erkennen und gelegentlich in Folgendem begründet, dass die Kippung aus der Ebene ABC in die Tangentialebene des Punktes B genau die Hälfte derjenigen Kippung ist, welche in Wirklichkeit aus der durch B zur Tangentialebene des Punktes A parallel construirten Ebene in die Tangentialebene des Punktes B erfolgt. Wenn aber der Einfluss des Kippens auf das Resultat als Function des Kippwinkels $\Delta\xi = \varepsilon\delta$ durch $f(\Delta\xi) = f(\varepsilon\delta)$ bezeichnet werden darf und man findet:

$$f\left(\frac{\varepsilon\delta}{2}_{(\varepsilon = 0)}\right) = f\left(\frac{d\xi}{2}\right) = 0,$$

so darf man auch wohl $f(d\xi) = 0$ setzen, womit alsdann vollkommen streng gezeigt sein dürfte, dass die Gültigkeit des Sinusgesetzes durch das mit der scheinbaren Drehung des Balkens gleichzeitig erfolgende Kippen desselben in keiner Weise beeinträchtigt wird.

Zur Bestimmung des Kippwinkels $\Delta\xi$ muss man den Winkel als Function von α und φ ausdrücken, welcher von der von A nach B parallel mit sich selbst verschobenen Tangentialebene des Punktes A mit der Tangentialebene des Punktes B eingeschlossen wird. Dieser Winkel ist aber gleich dem von den beiden Tangentialebenen der Punkte A und B und deshalb gleich dem Winkel BMA (Fig. 1), für welchen sich aus der Doppelgleichung

$$BE = BD \cdot \sin\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) = BM \cdot \sin\left(\frac{BMA}{2}\right)$$

ergibt:

5. $$\sin\left(\frac{BMA}{2}\right) = \cos\varphi \cdot \sin\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right).$$

---

1) Für die Schule dürften diese Bemerkungen über den Vorgang an der Grenze $\varepsilon = 0$ zur Abstreifung der in der Ableitung gemachten Voraussetzungen genügen.

Da aber $\sphericalangle BMA$ gleich dem Aussenwinkel an der Spitze desjenigen gleichschenkligen Dreiecks ist, welches von den Schnittlinien der Ebene ABC mit den beiden Tangentialebenen der Punkte A und B und von der Sehne AB gebildet wird, so folgt unmittelbar, dass der von der Ebene ABC mit der Tangentialebene des Punktes B eingeschlossene Winkel $= \frac{BMA}{2}$ ist, weshalb in Folgendem die Relation 5 für die Kippung aus der Ebene ABC directe Anwendung finden kann; denn es enthält 5. die Bestimmung für einen spitzen Winkel (b) des rechtwinkligen sphärischen Dreiecks B, JLC[1]), welches von den Strahlen BJ, BC, BL auf einer um B construirten Kugelschale ausgeschnitten wird. BL aber bezeichnet dabei die Lage der Stange in der Tangentialebene des Punktes B nach erfolgter Projection.

Die beiden in Wirklichkeit simultanen Bewegungen der scheinbaren Drehung und des Kippens der Stange sind, indem ich die Abweichung in der Ebene ABC auf die Tangentialebene des Punktes B projicirte, als successiv erfolgende in die Rechnung eingeführt. Dies ist unerlässlich, aber auch für die Grenze $\varepsilon = 0$ bei vollkommener Strenge des Resultats erlaubt; denn für das Zeitelement dt, oder für einen Zeitpunkt, hat eine Unterscheidung zwischen simultanen und successiven Bewegungen keinen Sinn mehr.

Für das rechtwinklige sphärische Dreieck B, JCB (Fig. 2) gelten die Relationen:

6. $$\cos \mathfrak{C} = \cos \mathfrak{A} : \cos \mathfrak{B} \quad \text{und}$$

7. $$\sin \mathfrak{B} = \sin \mathfrak{A} : \sin b,$$

wobei zu setzen ist: $$\mathfrak{B} = \frac{\Delta \xi}{2} = \frac{\varepsilon \delta}{2}$$

$$\mathfrak{A} = \Delta \chi = \varepsilon \beta.$$

Analog sei $$\mathfrak{C} = \Delta \zeta = \varepsilon \eta.$$

Es ist $$\cos(\varepsilon \beta) = 1 - 2 \sin^2\left(\frac{\varepsilon \beta}{2}\right),$$

folglich $$\sin(\varepsilon \beta) = \sqrt{4 \sin^2\left(\frac{\varepsilon \beta}{2}\right) - 4 \sin^4\left(\frac{\varepsilon \beta}{2}\right)},$$

woraus mit Rücksicht auf 2. S. 285 folgt:

$$\sin(\varepsilon \beta) = \sqrt{4 \sin^2 \varphi \sin^2\left(\frac{\varepsilon \alpha}{2}\right) - 4 \sin^4 \varphi \sin^4\left(\frac{\varepsilon \alpha}{2}\right)}.$$

---

1) Durch die Schreibweise B, JLC soll nach Hullmann's Vorgange angedeutet werden, dass B die Spitze, BJ, BC, BL die Kanten des räumlichen Dreiecks sind.

Da nun $\sphericalangle b = \frac{BMA}{2}$ ist, also in 5. bereits sin b durch Functionen von φ und α ausgedrückt wurde, so lässt sich nach 7. der Werth von sin $\mathfrak{B}$ angeben zu:

$$\sin\mathfrak{B} = \sin\left(\frac{\varepsilon\delta}{2}\right) = \cos\varphi\sin\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)\cdot\sqrt{4\sin^2\varphi\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) - 4\sin^4\varphi\sin^4\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)}$$

oder $$\sin\left(\frac{\varepsilon\delta}{2}\right) = \sin(2\varphi)\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)\sqrt{1 - \sin^2\varphi\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)},$$

woraus folgt:

$$\cos\left(\frac{\varepsilon\delta}{2}\right) = \sqrt{1 - \sin^2(2\varphi)\sin^4\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)\left[1 - \sin^2\varphi\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)\right]}.$$

Da man schliesslich aus 2. S. 285 leicht erhält:

$$\cos\mathfrak{A} = \cos(\varepsilon\beta) = 1 - 2\sin^2\varphi\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right),$$

so kann man die Gleichung 6 überführen in:

$$\cos\mathfrak{C} = \cos(\varepsilon\eta) = \frac{1 - 2\sin^2\varphi\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)}{\sqrt{1 - \sin^2(2\varphi)\sin^4\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) + \sin^2(2\varphi)\sin^2\varphi\sin^6\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)}}$$

oder

$$\cos(\varepsilon\eta) = \sqrt{\frac{1 - 4\sin^2\varphi\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) + 4\sin^4\varphi\sin^4\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)}{1 - \sin^2(2\varphi)\sin^4\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) + \sin^2(2\varphi)\sin^2\varphi\sin^6\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)}}$$

oder

$$\cos(\varepsilon\eta) = \sqrt{1 - 4\sin^2\varphi\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) - 4\sin^2\varphi\cos(2\varphi)\sin^4\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) - 5\sin^2\varphi\sin^2(2\varphi)\sin^6\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) - \cdots}$$

oder

$$\cos(\varepsilon\eta) = 1 - A\sin^2\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) - B\sin^4\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) - C\sin^6\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right) - \cdots,$$

wenn zur Abkürzung gesetzt ist:

$$8.\quad \begin{cases} A = 2\sin^2\varphi \\ B = 2\sin^2\varphi\left[\sin^2\varphi + \cos(2\varphi)\right] = \frac{1}{2}\sin(2\varphi) \\ C = 12\sin^6\varphi + 4\sin^4\varphi\cos(2\varphi) + \sin^2\varphi\sin^2(2\varphi) \\ \cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

Führt man jetzt noch an Stelle der trigonometrischen Function von $\varepsilon\eta$ und $\frac{\varepsilon\alpha}{2}$ die betreffenden Reihen ein, so erhält man:

$$1-\frac{(\varepsilon\eta)^2}{2!}+\frac{(\varepsilon\eta)^4}{4!}-+\cdots=1-A\left[\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)^2-\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)^4+\frac{2}{15}\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)^6-+\cdots\right]$$
$$-B\left[\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)^4+\frac{2}{3}\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)^6+\frac{1}{9}\left(\frac{\varepsilon\alpha}{2}\right)^8-+\cdots\right]$$
$$-C\left[\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\right]$$
$$-\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$

oder

$$\frac{\eta^2}{2}-\varepsilon^2\cdot\frac{\eta^4}{12}+-\cdots=A\,\frac{\alpha^2}{4}+\varepsilon^2\cdot\alpha^4\cdot\left(\frac{3B-16}{48}\right)+\cdots,$$

also für $\varepsilon=0$ mit Rücksicht auf 8.

$$\frac{\eta^2}{2}=\frac{1}{2}\sin^2\varphi\cdot\alpha^2$$

oder

$$\eta=\alpha\cdot\sin\varphi$$

oder

$$\frac{d\xi}{dt}=\frac{d\psi}{dt}\cdot\sin\varphi,\quad \text{q. e. d.}$$

Ueber die Molecularstructur der Metalle und ihre Beziehung zur elektrischen Leitungsfähigkeit.

Von

S. Kalischer.

Fast alle Metalle sind in vollkommener Krystallform oder in krystallinischem Zustande bekannt, wie sie entweder beim Erstarren nach dem Schmelzen oder durch Fällung aus Salzen, sei es direct durch Einwirkung chemischer Reagentien, sei es auf elektrolytischem Wege, erhalten werden. Dagegen gelten die Metalle in gewalzter Form, die Metallbleche, und die Drähte als unkrystallinisch, oder es liegen mit einer einzigen später zu erwähnenden Ausnahme überhaupt keine Beobachtungen über die Molecularstructur der Metalle in diesen Formen vor. Ich habe nun im Anschluss an meine Arbeit über den Einfluss der Wärme auf die Molecularstructur des Zinks[1]) ausgedehnte Untersuchungen über jenen Gegenstand angestellt, deren überraschende Ergebnisse im Folgenden mitgetheilt werden sollen.

In der eben erwähnten Arbeit habe ich gezeigt, dass das gewalzte Zink, an und für sich unkrystallinisch, durch Erwärmen über 150° krystallinisch wird, und dass sich die krystallinische Structur desselben durch Anätzen, am besten mit Kupfervitriol, leicht nachweisen lässt. Die von mir daselbst geäusserte Vermuthung, dass das Cadmium, welches so viele Analogien mit dem Zink darbietet, sich auch in dieser Beziehung demselben ähnlich verhalten dürfte, lag nahe genug, um so mehr als es auch mit dem Zink die ausserordentliche Neigung, beim Erstarren zu krystallisiren, theilt. Allein es unterscheidet sich von letzterem dadurch, dass es durch das Walzen seine krystallinische Structur nicht völlig verliert. Cadmiumblech von 0,19^{mm} Dicke ist noch krystallinisch, und es ist wahrscheinlich, dass selbst noch dünner

---

1) Carl's Repertorium der Physik Bd. 18 S. 193; Ber. d. Deutschen Chem. Gesellschaft Bd. 14 S. 2797.

gewalztes Cadmium seine krystallinische Structur beibehält, da dieselbe durch Aushämmern des Bleches von eben genannter zu 0,08^{mm} Dicke nicht völlig vernichtet wird. Wie beim Zink kann auch hier die krystallinische Structur, welche durch Erwärmen des Cadmiums auf 200—250° deutlicher und schöner wird, durch Aetzen mit Kupfervitriollösung leicht und rasch sichtbar gemacht werden. Auch Schwefelsäure, der einige Tropfen Salpetersäure zugesetzt werden, ist hierzu wohl geeignet. Dass übrigens das Cadmium wie das Zinn und das Zink „schreit", ist in den chemischen Handbüchern von Gmelin und Berzelius und auch in dem „Dictionary of Chemistry" angegeben; auffälligerweise fehlt diese Notiz in andern ausführlichen Handbüchern, wie im Graham-Otto und in dem „Neuen Handwörterbuch der Chemie".

Das Zinn kommt im Handel als Blech wohl gar nicht vor. Ich habe es mir wie das Cadmium aus einer Stange walzen lassen und die krystallinische Structur des gewalzten Zinnes ebenfalls durch Aetzen mit Kupfervitriollösung oder Säuren nachgewiesen. Wird dasselbe auf etwa 200° erwärmt, so unterscheidet sich die Krystallisation erheblich von derjenigen des vorher nicht erwärmten Zinns, indem erstere das Ansehen gewinnt, welches man als „moiré métallique" bezeichnet hat. Im Handel kommen verzinnte Geräthschaften vor, denen diese Krystallisation durch Aetzen ertheilt wird; aber das Verzinnen selbst geschieht entweder durch Giessen oder auf nassem Wege.

Am Eisenblech und Kupferblech glaubte ich zuerst Spuren einer krystallinischen Structur wahrzunehmen, als ich sie 24 Stunden in Salzsäure, beziehentlich Salpetersäure liess. Der unzweifelhafte Nachweis gelang mir, als ich die genannten Metallbleche zu positiven Elektroden eines galvanischen Stromes in geeigneten Salzlösungen machte. Als solche wandte ich für das Eisen Kaliumsulfat und Eisenvitriol an, welche ein gutes Resultat geben. Dabei ist kein Unterschied wahrzunehmen, ob das Eisen vorher ausgeglüht wird oder nicht. Auch concentrirte Salzsäure ist wohl geeignet, die krystallinische Structur des Eisenblechs wahrnehmen zu lassen. Das dünnste Eisenblech, welches ich bisher zu untersuchen Gelegenheit hatte, und das sich als krystallinisch erwies, hatte eine Dicke von 0,63^{mm}. Dagegen zeigt Stahlblech keine Spur einer solchen.

Die krystallinische Structur des gewalzten Kupfers, gleichviel ob es geglüht worden oder nicht, lässt sich am schnellsten nachweisen,

wenn es als positive Elektrode in Kupfernitrat dient. Kupfervitriol oder ein anderes Sulfat ist gleichfalls geeignet, doch dauert es unter gleichen Umständen etwas länger, weil die Schwefelsäure das Kupfer weniger leicht löst. Ohne Anwendung des Stromes gelingt der Nachweis sehr leicht, wenn das Kupfer in eine mässig concentrirte Lösung von Eisenchlorid getaucht wird; auch Ammoniak macht die krystallinische Structur sichtbar. Kupferblech von 0,3^{mm} Dicke, das dünnste, welches ich ausser dem alsbald zu nennenden zu untersuchen Gelegenheit hatte, zeigt noch völlig deutlich krystallinische Structur, aber das sogenannte Schablonenkupfer, welches eine Dicke von nur 0,08^{mm} hat, nicht mehr; vielmehr behält es, angeätzt, eine vollkommen glatte Oberfläche. Unter dem Einfluss der Wärme jedoch, wenn das Schablonenkupfer kurze Zeit in die Flamme gehalten wird, so dass es eben zu glühen anfängt, nimmt dasselbe den krystallinischen Zustand an.

Wie das Kupfer zeigen auch viele seiner Legirungen mit Zink und Zinn in gewalztem Zustande krystallinische Structur. Dieselbe lässt sich beim Messing sehr leicht unter Anwendung eines galvanischen Stromes nachweisen, wenn dasselbe die positive Elektrode in Kupfervitriol oder Kupfernitrat oder irgend einem andern schwefelsauren oder salpetersauren Salze bildet. Dasselbe leistet ohne Strom Eisenchlorid oder in etwas längerer Dauer freie Säure. Das dünnste Messing, welches ich bisher zu untersuchen in der Lage war, und das krystallinisch ist, hat eine Dicke von 0,2^{mm}. Indessen besitzen nicht alle Kupfer-Zinklegirungen in gewalztem Zustande krystallinische Structur, welche vielmehr von der Zusammensetzung abzuhängen scheint.

Unter den verschiedenen von mir untersuchten Messingsorten war mir von vieren die Zusammensetzung durch die Liberalität der Bezugsquelle bekannt. Dieselbe ist wie folgt:

%	I	II	III	IV
Cu . .	66	62,5	60	56,8
Zn . .	34	37,5	40	43,2

Bleche von I und II sind unzweifelhaft krystallinisch, Bleche von III scheinen unter dem Mikroskop Spuren einer krystallinischen Structur zu zeigen. Ich muss jedoch bemerken, dass die Unterscheidung unter dem Mikroskop, selbst in den Fällen, wo die krystallinische Structur mit blossem Auge unzweifelhaft erkennbar ist, ausserordentlich schwierig ist. IV ist nicht krystallinisch und wird es auch durch Glühen nicht. Dasselbe zeigt, wenn es nur ein wenig angeätzt wird, kleine Aetzfiguren

auf der Oberfläche, welche wohl die Ungleichartigkeit der Masse zu offenbaren scheinen, aber nicht berechtigen, das Blech als krystallinisch anzusehen.

Ich hatte endlich Gelegenheit, eine Kupfer-Zinklegirung zu untersuchen, welche nach Angabe der Bezugsquelle aus 78,78 % Cu und 21,22 % Zn besteht und im Handel als Bronze bezeichnet wird, an welcher ich eine krystallinische Structur nicht wahrnehmen konnte. Es scheint demnach ein mittlerer Gehalt an Zink die krystallinische Structur der Kupfer-Zinklegirungen im gewalzten Zustande zu begünstigen. Das zuletzt genannte Blech hatte eine Dicke von 0,5^{mm}, und das Gussstück, aus welchem ich mir ersteres habe walzen lassen, eine Dicke von 2,6^{mm}.

Alle Tombakbleche, die ich untersucht habe, erwiesen sich als krystallinisch. Von dreien war mir die Zusammensetzung bekannt, nämlich:

%	I	II	III
Cu . .	73,74	80,38	90,09
Zn . .	25,96	19,29	9,91
Sn . .	0,30	0,33	

Dagegen vermochte ich an zwei Legirungen, die neben Kupfer und Zink erheblichere Mengen Zinn enthalten als die zuletzt genannten und welche bekanntlich, wie die reinen Kupfer-Zinnlegirungen, in der Technik als Bronze bezeichnet werden, durch die gleiche Behandlung wie bei den vorerwähnten Metallen eine krystallinische Structur nicht nachzuweisen. Ihre Zusammensetzung ist folgende:

I 90 % Cu, 5 % Zn, 5 % Sn
II 88,23 „ 8,82 „ 2,95 „

Die Gussstücke, aus denen ich mir Streifen von 0,5^{mm} Dicke walzen liess, waren 1,6 bzw. 1,1^{mm} stark.

Es braucht kaum erwähnt zu werden, dass in den bisher betrachteten Fällen der galvanische Strom als solcher keinen Einfluss auf das Auftreten der Krystallisation hat. Denn die Intensitätsänderung desselben hat nur eine beschleunigende oder verzögernde Wirkung, ändert aber nicht das Aussehen der als Anoden dienenden Metalle; ferner kommt es bei der Wahl der Salzlösungen nur darauf an, dass der elektronegative Bestandtheil derselben lösend wirkt auf das Metall der Anode, und endlich leisten, wie erwähnt, freie Säuren oder unter Umständen Salzlösungen ohne Anwendung eines Stromes dasselbe, während diejenigen Metalle, welche, durch freie Säuren oder Salz-

lösungen geätzt, kein krystallinisches Aussehen zeigen, dasselbe auch nicht unter Einfluss eines galvanischen Stromes annehmen. Man kommt mit demselben nur oftmals rascher zum Ziele, wohl weil die Einwirkung gleichmässiger und in dem Maasse, als der Elektrolyt zersetzt wird, vor sich geht, und zwar wird stets diejenige Seite der Anode zuerst angegriffen, welche der andern Elektrode zugewandt ist.

Gewalztes Blei ist krystallinisch, wie sich durch Anätzen in verdünnter Salpetersäure leicht nachweisen lässt.

Gewalztes chemisch reines Silber, das ich in Streifen von 0,5 und 0,3^{mm} Dicke untersuchte, ist nicht krystallinisch, wohl aber, wenn es zur Rothgluth erhitzt wird. Die Krystallisation, welche durch Anätzen mit Salpetersäure auftritt, hat ein geblümtes Aussehen; um sie deutlich hervorzurufen, muss die Säure ziemlich concentrirt und bei gewöhnlicher Temperatur angewandt werden.

Auch gewalztes Gold (fein) von 0,25^{mm} Dicke ist an und für sich nicht krystallinisch; wird es aber zur Rothgluth erhitzt, so geht es in den krystallinischen Zustand über, welcher durch Anätzen mit gelinde erwärmtem Königswasser sichtbar gemacht werden kann. Selbst Goldfolie von nur 0,03^{mm} Dicke wird unter dem Einfluss der Wärme krystallinisch.

Was das Platin betrifft, so liegt eine Beobachtung von Phipson vor, nach welcher eine Platinplatte, die er etwa 2 Monate lang der Einwirkung eines Gemisches von Salpetersäure und Salzsäure bei mässiger Wärme ausgesetzt gelassen hatte, eine vollkommen krystallinische Oberfläche zeigte, welche, wie es unter geeigneter Vergrösserung sich erwies, aus zahllosen octaedrischen und tetraedrischen Schüppchen bestand [1]). Noble hat beim Kochen von Platinstückchen mit dem Gemisch der genannten Säuren während einiger Stunden eine ähnliche Veränderung der Oberfläche jener beobachtet [2]). Es ist recht auffallend, dass Phipson so lange Zeit zu seiner Beobachtung brauchte. In der That habe ich, ohne von derselben etwas zu wissen, die „Schüppchen" beobachtet, als ich Platinblech 24 Stunden in Königswasser bei gewöhnlicher Temperatur gelassen hatte. Erwärmt man dasselbe, so erkennt man in wenigen Minuten, dass Platinblech krystallinisch ist. Selbst Platinfolie von 0,025^{mm} Dicke, die dünnste, welche

---

1) Jahresber. über d. Fortschr. d. Chemie 1862 S. 229; Chem. News V, 144.
2) Jahresber. über d. Fortschr. d. Chemie 1862 S. 229; Chem. News V, 168.

ich untersucht habe, besitzt krystallinische Structur; das Aussehen der angeätzten Oberfläche der letzteren ist moiréartig.

Neusilberblech besitzt ebenfalls krystallinische Structur. Ich habe anfangs kaum Spuren derselben wahrgenommen, als ich das Neusilber zur Anode in Kupfernitrat machte, wobei ein Daniell'sches Element als Stromquelle diente, während sie unverkennbar war, wenn das Neusilber vorher stark geglüht worden war, obschon die so angeätzte Oberfläche stets amorphe Stellen neben solchen von krystallinischem Aussehen zeigte. Indessen beweist die Behandlung mit verdünnter Salpetersäure, dass das gewalzte Neusilber an und für sich krystallinisch ist.

Dagegen erwiesen sich als unkrystallinisch: Nickel, welches ich in Streifen von 1^{mm} Dicke untersuchte; Aluminium in Platten von 3,1^{mm} Dicke und dünneren Blechen; Magnesium, welches ich jedoch nur in Band von 0,17^{mm} Dicke zu untersuchen in der Lage war. Cobalt ist zu spröde, um sich walzen zu lassen; aber ich will vorwegnehmen, dass es auch in Barren unkrystallinisch ist.

Die hier nicht erwähnten Metalle habe ich bisher zu untersuchen keine Gelegenheit gehabt.

Es ist bisher stillschweigend vorausgesetzt worden, dass die Metalle, welche in gewalztem Zustande krystallinisch sind oder es unter dem Einfluss der Wärme werden, auch in gegossenem Zustande krystallinisch sind, oder mit anderen Worten, dass das Material, aus welchem die Metallbleche hergestellt werden, selbst eine krystallinische Structur besitzt. So unwahrscheinlich auch die entgegengesetzte Annahme ist, so wäre es doch denkbar, dass die Metalle durch die mechanische Einwirkung des Walzens erst krystallinisch werden. Denn es wird beispielsweise allgemein angenommen, dass das geschmiedete Eisen durch andauernde mechanische Erschütterung krystallinisch wird [1]). Indessen würden gegen jene Annahme von vorn herein mehrere der hier mitgetheilten Thatsachen sprechen: so, dass das Zink, welches ja eine so ausserordentliche Neigung zum Krystallisiren hat, durch das

---

1) Ich will bei dieser Gelegenheit nicht unterlassen zu bemerken, dass auch das geschmiedete Eisen von fadiger, sehniger Textur, wie die Behandlung desselben mit concentrirter Salzsäure ergibt, krystallinische Structur besitzt. Diese kann daher nicht die Ursache des Brüchigwerdens durch mechanische Erschütterung sein. Es ist mir vielmehr wahrscheinlich, dass die Lockerung des Zusammenhangs durch eine Aenderung der Textur bedingt ist.

Walzen seine krystallinische Structur unzweifelhaft verliert und dieselbe erst unter dem Einfluss einer höheren Temperatur wieder annimmt, dass ebenso gewalztes Gold und Silber nicht krystallinisch sind, es aber unter dem Einfluss der Wärme werden, und dass endlich sehr dünn gewalztes Kupfer an und für sich nicht krystallinisch ist, während dickeres Blech eine krystallinische Structur besitzt.

Um jedoch die hier aufgeworfene Frage auf directem Wege zu entscheiden, habe ich von einigen Metallen Gussstücke in derselben Weise wie die aus diesem Materiale hergestellten Bleche untersucht. Ich habe mir von einem kleinen Kupferblock, wie er im Handel vorkommt, dünne Platten gesägt, um sie als positive Elektroden in Kupfervitriol oder Kupfernitrat anzuwenden, und gefunden, dass sie dieselbe krystallinische Structur zeigen wie das gewalzte Metall.

Auf dieselbe Weise konnte ich constatiren, dass alle oben erwähnten Messingsorten, von denen ich Bleche auf ihre Molecularstructur untersuchte, auch in gegossenem Zustande krystallinisch sind. Merkwürdigerweise ist das Aussehen der geätzten Flächen moiréartig oder genauer so, als wenn Krystalle oder krystallinische Theilchen in einer sonst amorphen Masse eingesprengt wären. Auch die mit III und IV bezeichneten Messingsorten haben in Gussstücken, wenn sie angeätzt werden, dasselbe Aussehen wie die anderen, und das gleiche gilt auch von den Bronzesorten, an denen ich, wie erwähnt, im gewalzten Zustande eine krystallinische Structur nicht nachweisen konnte.

Auch Walzeisen erweist sich durch Anätzen mit concentrirter Salzsäure als krystallinisch. Dass das Zinn in Barren krystallinisch ist, ist bekannt, und am Zink und Cadmium lässt sich die krystallinische Structur in Barren, wie auf dem Bruche, so auch durch Anätzen leicht wahrnehmen.

Dagegen ist am Aluminium, das im gewalzten Zustande unkrystallinisch ist, auch in Barrenform, und am Nickel in Würfeln eine krystallinische Structur durch Aetzen nicht zu erkennen. —

Von grossem theoretischen Interesse ist die Frage nach der Molecularstructur der Metalle in Form von Drähten, da neben der Natur ihrer Substanz die Molecularstructur ohne Zweifel der einflussreichste Factor ist, von welchem ihre elektrische Leitungsfähigkeit abhängt. Die Frage erscheint von um so grösserem Interesse, als bekanntlich die Leitungsfähigkeit vieler Drähte durch Erwärmen und Glühen verändert, oft nicht unbedeutend erhöht wird. So ist nach

Siemens[1]) das Verhältnis der Leitungsfähigkeiten harter und weicher ausgeglühter Drähte folgendes:

	Silber	Kupfer	Platin	Messing
durchschnittlich	100 : 110	100 : 106	100 : 100,3	100 : 118

Nach Matthiessen[2]) erhöht sich die Leitungsfähigkeit des geglühten Silbers gegen hartgezogenen Draht um 6—10 %, die des Kupfers um 2,2 % und die des Goldes um 1,3 %.

Es erscheint mir daher von Bedeutung, dass nach meinen Beobachtungen die Drähte von Platin[3]), Gold und Silber an und für sich unkrystallinisch, durch Erhitzen zur Rothgluth krystallinisch werden, wie sich durch Behandlung derselben mit Königswasser resp. Salpetersäure nachweisen lässt, und es darf wohl dieser Aenderung der Molecularstructur die erhöhte Leitungsfähigkeit zugeschrieben werden. Der Golddraht und Platindraht hatte einen Durchmesser von 0,5mm, der Silberdraht, an welchem die Krystallisation sehr schön auftrat, einen Durchmesser von 1,5mm, während ich dieselbe an Drähten von 0,5mm Durchmesser nicht deutlich wahrzunehmen vermag.

Kupfer- und Messingdrähte werden zwar durch Glühen nicht krystallinisch, aber dennoch lässt sich unter dem Mikroskop ein Unterschied in der Structur geglühter und ungeglühter Drähte, die in gleicher Weise geätzt werden, wahrnehmen. Insbesondere finde ich diesen Unterschied bei Kupferdrähten deutlich. Ungeglühter Kupferdraht hat eine streifige Textur, geglühter Drath zeigt eine Aggregation von Theilchen, die, bei aller Unregelmässigkeit der Aneinanderlagerung und Verschiedenheit des Aussehens, sich dennoch

1) Pogg. Ann. Bd. 110 S. 18.

2) Pogg. Ann. Bd. 117 S. 363; Bd. 110 S. 222.

3) In Betreff des Platins hat Noguès (Compt. rend. XLVII, 832) die Beobachtung gemacht, dass 2—3mm dicke Platindrähte, welche mehrere Tage, während jedes Tages 6—8 Stunden, in einer Flamme von Wasserstoff, der einige Procent Kohlenoxyd und sehr kleine Mengen Kohlensäure enthält, die übrigens nur dazu dient, durch ihre Unverbrennlichkeit zu verhindern, dass die Temperatur zu rasch steigt, zur Rothgluth erhitzt werden, auf der Oberfläche und durch die ganze Masse hindurch krystallisch werden, und zwar geben sich die Krystalle als in einander verstrickte Würfel oder reguläre Octaeder deutlich zu erkennen. — Wie jedoch oben mitgetheilt, bedarf es nur eines ganz kurzen Rothglühens des Platindrahtes in einer gewöhnlichen Gasflamme, um die krystallinische Structur anzunehmen, die durch Aetzen mit Königswasser sichtbar wird.

einer bestimmten Gestalt zu nähern scheinen. Messingdrähte geben ein ähnliches Bild, doch ist der Unterschied, wie erwähnt, nicht so deutlich ausgesprochen wie beim Kupferdraht.

Schon früher habe ich gefunden, dass der Zinkdraht durch Erwärmen krystallinisch wird und dass die Leitungsfähigkeit des auf 300° erwärmten und hierdurch krystallinisch gewordenen Zinkdrahtes um etwa 3 % grösser ist als die des gewöhnlichen Drahtes [1]. Wenn übrigens Matthiessen die Leitungsfähigkeit des Zinkdrahtes nach mehrtägigem Erhitzen auf 100° nicht verändert fand, so erklärt sich diese Abweichung zum Theil daraus, dass Matthiessen chemisch reines Metall anwandte und seine Drähte nicht gezogen, sondern gepresst waren. Die Molecularstructur der durch Pressung hergestellten Drähte mag aber an und für sich eine andere sein als die der gezogenen Drähte; übrigens werden letztere auch bei längerem Erhitzen auf 100° nicht krystallinisch, sondern es gehört eine beträchtlich höhere Temperatur dazu.

Auch Cadmiumdraht wird durch Erwärmen über 150° krystallinisch. Um die krystallinische Structur durch Aetzen mit Kupfervitriol sichtbar zu machen, empfiehlt es sich, die Lösung recht verdünnt anzuwenden. Was das Verhältnis der Leitungsfähigkeiten des krystallinischen und des gewöhnlichen Drahtes betrifft, so habe ich nach dem Erwärmen des Drahtes bald gar keine Aenderung, bald eine geringe Abnahme, bald eine geringe Zunahme des Widerstandes gefunden. Dieses eigenthümliche Verhalten des Cadmiumdrahtes veranlasste mich, eine grössere Anzahl von Messungen unter verschiedenen Bedingungen auszuführen, um so mehr als diejenigen von Matthiesen, wie er bemerkt, verloren gegangen sind; aber das Resultat war immer dasselbe. Durchschnittlich ergibt sich eine geringe Abnahme des Widerstandes, während Matthiessen eine sehr geringe Abnahme der Leitungsfähigkeit nach mehrtägigem Erhitzen auf 100° gefunden hat. Indessen waren seine Drähte aus chemisch reinem Metall durch Pressung hergestellt, und dass die Molecularstructur derselben eine andere war als die der meinigen, folgt daraus, dass Matthiessen von seinen Drähten angibt, dass sie durch Erwärmen spröde wurden, während die aus käuflichem Metall durch Ziehen hergestellten Drähte noch sehr viel weicher werden, als sie es ohnehin schon sind.

---

1) Carl's Repertorium der Physik Bd. 18 S. 196; Ber. d. Deutschen Chem. Gesellschaft Bd. 14 S. 2750 f.

In der folgenden Tabelle gibt die Columne I die Länge der Cadmiumdrähte in Millimetern, II den Widerstand in Siemens'schen Einheiten vor dem Erwärmen, III nach Erwärmung im Luftbade, in IV und V sind diese Widerstände pro Meter angegeben resp. berechnet. Die Messungen wurden vermittels der Wheatstone'schen Brücke und im übrigen ganz so wie diejenigen des Widerstandes des Zinkdrahtes ausgeführt.

A. Durchmesser $0{,}63^{mm}$.

Die Drähte wurden nach der ersten Messung auf 250° erwärmt.

I	II	III	IV	V
500	0,11296	0,11265	0,22592	0,22530
500	0,11339	0,11265	0,22658	0,22530
941	0,21543	0,21565	0,22893	0,22917
500	0,11513	0,11656	0,23026	0,23312
500	0,11607	0,11420	0,23214	0,22840
1000	0,22750	0,22771	0,22750	0,22771
		Mittel	0,22855	0,22816,

woraus sich eine Abnahme des Widerstandes um 0,17 % ergibt.

B. Durchmesser $0{,}53 - 0{,}52^{mm}$.

Die Drähte nach der ersten Messung auf 200—217° erwärmt.

500	0,16244	0,16009	0,32488	0,32018
500	0,16346	0,16624	0,32692	0,33248
750	0,24688	0,24432	0,32900	0,32576
450	0,14613	0,14613	0,32472	0,32472
400	0,13058	0,13122	0,32640	0,32804
500	0,16346	0,16346	0,32692	0,32692
500	0,16312	0,16009	0,32624	0,32018
500	0,16177	0,16245	0,32354	0,32490
600	0,19545	0,19580	0,32570	0,32633
		Mittel	0,32603	0,32550,

woraus sich eine Abnahme des Widerstandes um 0,16 % ergibt.

C. Durchmesser $0{,}48 - 0{,}49^{mm}$.

Die Drähte nach der ersten Messung auf 150 — 155° erwärmt.

377	0,15506	0,15506	0,41129	0,41129
363	0,15373	0,15181	0,42341	0,41792
400	0,16279	0,16177	0,40699	0,40442
393	0,16015	0,16207	0,40750	0,41238
		Mittel	0,41229	0,41150,

woraus sich eine Abnahme des Widerstandes um 0,19 % ergibt.

Die Temperatur war ungefähr 24° und schwankte nur um einige zehntel Grad. Die Abweichung der einzelnen Werthe erkläre ich mir zum Theil daraus, dass der Querschnitt der zu jeder dieser Gruppen gehörigen Drähte nicht ganz gleich war. Infolge der grossen Dehnbarkeit des Cadmiumdrahtes erhält nämlich beim Ziehen desselben das vordere Ende stets einen kleineren Durchmesser als das hintere, und die Differenz wächst natürlich mit der Länge. Obschon ich, als ich dies wahrnahm, stets nur geringe Längen, von höchstens 1 Meter, zog und sie abschnitt, war eine Ungleichheit des Durchmessers doch nicht ganz zu vermeiden. Im übrigen glaube ich über die Structur des Cadmiumdrahtes noch folgendes sagen zu dürfen. Unter allen von mir untersuchten Drähten kommt die Molecularstructur des Cadmiumdrahtes, nach den angeätzten Flächen desselben zu urtheilen, der krystallinischen am nächsten. Die Aenderung der Molecularstructur unter Einfluss der Wärme ist daher gering, und daraus mag sich auch die geringe Aenderung der Leitungsfähigkeit erklären.

Zwischen geglühtem und ungeglühtem Eisen- und Stahldraht habe ich einen Unterschied der Molecularstructur nicht wahrzunehmen vermocht.

Ich glaube somit als Resultat der vorliegenden Untersuchungen aussprechen zu dürfen, dass der krystallische oder krystallinische der natürliche Zustand der meisten Metalle ist, der ihnen durch mechanische Einwirkung, den einen leicht, den anderen schwer, einigen vielleicht gar nicht, genommen werden kann, und in den viele von ihnen unter dem Einfluss der Wärme wieder übergeführt werden können. Aus der unter diesem Einfluss erfolgenden Annahme der krystallinischen Structur der Drähte einiger Metalle erklärt sich mindestens zum Theil die grössere elektrische Leitungsfähigkeit derselben, die sie durch Erwärmen, Glühen erlangen.

Es dürfte übrigens von Interesse sein, auch mit Rücksicht auf die in neuerer Zeit bestrittene Behauptung von der Constanz des Verhältnisses der Leitungsfähigkeit der Metalle für Elektricität und Wärme[1]) zu untersuchen, ob auch die Leitungsfähigkeit der Drähte

1) H. F. Weber, Monatsber. d. Berl. Akademie 1880 (Mai) S. 457. Vgl. Kirchhoff und Hansemann, daselbst 12. Mai 1881, Wied. Ann. Bd. 13 S. 406, und Lorenz, Wied. Ann. Bd. 13 S. 422 u. 582.

für Wärme durch Erwärmen und Glühen analoge Aenderungen erfährt wie ihr elektrisches Leitungsvermögen.

Schliesslich möchte ich noch darauf hinweisen, dass die Methode des Aetzens, von den Mineralogen vielfach angewandt, von den Physikern und Chemikern bisher wenig geübt zu sein scheint. Durch die vorliegenden Untersuchungen glaube ich aber die Fruchtbarkeit dieser Methode zur Erkenntnis der Molecularstructur dargethan zu haben. Sie dürfte auch geeignet sein, manche andere Aufschlüsse über die Constitution der Körper zu gewähren, z. B. über den Grad der Homogeneität einer zusammengesetzten Masse. So habe ich beispielsweise beobachtet, dass das oben mit III bezeichnete Messing in Gussstücken mit der Dauer des Aetzens unter Einfluss eines galvanischen Stromes abwechselnd roth und wieder gelb wurde; auch war das Aussehen der angeätzten Fläche nicht immer krystallinisch, sondern zuweilen amorph. Ich würde mich freuen, durch diese Arbeit Andere zu ähnlichen Untersuchungen angeregt zu haben.

Kleinere Mittheilungen.

Einfache Polarisationsbatterie für Schulversuche.

Von F. S. Daurer, Professor an der Wiedner Communal-Oberrealschule in Wien.

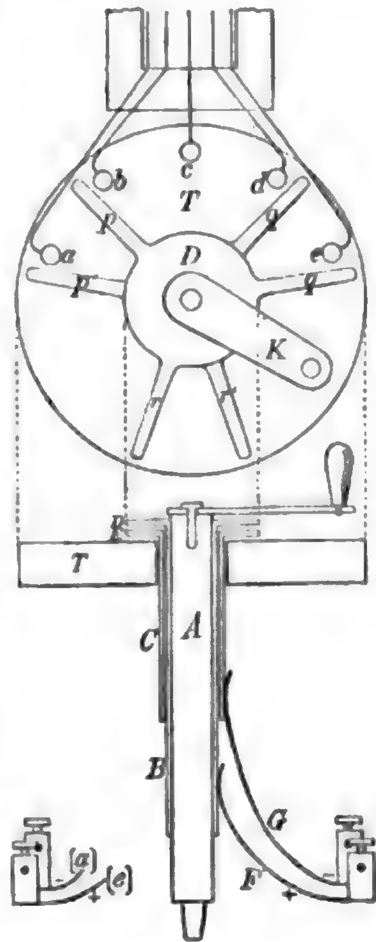
Die durch Elektrolyse der Schwefelsäure bewirkte Polarisation von Elektroden liefert bei deren gesonderter Einschaltung in einen zweiten Schliessungskreis Ströme von nur sehr kurzer Dauer, weshalb man darauf bedacht war, solche in rascher Aufeinanderfolge hervorzurufen. Thomsen in Kopenhagen [1]) gelang dies am besten. Er theilte zwei Tröge durch der Quere nach in die gut isolirten Wände eingefügte Platinplatten in kleine Kammern, die zur Aufnahme des angesäuerten Wassers bestimmt waren, und stellte so einen Kreis von Zellen her, welche nach einander durch zwei rotirende und mit den Polen einer Batterie verbundene Metallstreifen polarisirt wurden. Hierzu verwendete er 52 Platinplatten, wodurch freilich eine ausserordentliche Wirksamkeit erzielt, aber ebenso der Apparat vertheuert wurde.

Um auf bequeme Weise bei weniger, z. B. bei nur vier Zellen ebenfalls einen continuirlichen Strom zu erzeugen, liess ich vom Mechaniker Eiss in Wien mit dem kleinen Troge einen neuen, nach meiner Ansicht einfachen Stromspender verbinden, den ich hier mittheile, weil der Apparat bereits den Beifall mehrerer Fachmänner fand und als sehr instructiv für mehrere physikalische Cabinette angeschafft wurde.

Auf einem gemeinschaftlichen Brette ist neben dem Zellentroge ein mit diesem gleich hohes rundes Tischchen (*T* in der Figur auf der folgenden Seite, welche in $\frac{1}{3}$ natürlicher Grösse ausgeführt ist), welches oben nahe dem Rande mit fünf auf einen Bogen von 137° vertheilten Metallknöpfen *a, b, c, d, e* versehen ist, von welchen der mittlere dem seitlichen Rande der dritten Platinplatte gerade gegenübersteht und welche mit den gleichzähligen Platinplatten leitend verbunden sind. Der Tisch ist in der Mitte durchbohrt und gestattet

1) Vgl. Repertorium Bd. 1 S. 171 ff.

die leichte Rotation einer hindurchgesteckten verticalen stählernen Achse A, die im Bodenbrette lagert und zwei ungleich weit hinabreichende von einander isolirte Kupfermäntel B und C hat, welche sich mit der Achse drehen. Sie tragen oben zwei über einander befindliche, von einander isolirte Kupferringe D und E, die je drei radicale Fortsätze p, q, r, resp. p', q', r' besitzen, welche Winkel von 120° einschliessen. Die relative Stellung beider Ringe ist eine solche, dass, wenn die Achse mit der Kurbel K herumgedreht wird, zwei Arme wie p und q' stets gleichzeitig mit zwei aufeinanderfolgenden Metallknöpfen in federndem Contacte sind. Wird nun unter dem Tische durch schleifende Metallfedern F und G einem Kupferdrahte der positive, dem anderen der negative Strom einer galvanischen Kette zugeleitet, so sieht man leicht, dass erstens bei der Rotation der Kupferringe die Zellen rasch hinter einander gleichsinnig in den Stromkreis eingeschaltet werden, zweitens dass sofort nach der Polarisation der letzten Zelle der primäre Strom wieder durch die erste geht.



Die Platinplatten sind zur Vergrösserung der elektromotorischen Kraft schwarz platinirt, haben eine Grösse von ungefähr 40 qcm und sind in Abständen von 5 mm in die Wände des Troges eingefügt, wodurch der Widerstand in demselben möglichst gering ist.

Was die Zeit anbelangt, die zur Polarisation einer Zelle nothwendig ist, so muss vor allem beachtet werden, dass diese nicht erst dann, wenn bereits sichtbare Gasbläschen aufsteigen, ihr Strommaximum liefert; es reicht vollkommen hin, dass die Platten nur mit einer äusserst dünnen Schichte von Sauerstoff und Wasserstoff überzogen werden, und hierzu braucht eine Umdrehung des Stromspenders höchstens eine Secunde zu dauern. Da die Polarisation so lange anhält, bis Sauerstoff und Wasserstoff wieder durch Wasserbildung verbraucht sind, so folgt, dass jede Zelle bereits wieder geladen wird, bevor ihre frühere Ladung verschwand, und dass die Polarisations-

batterie einen constanten Strom liefert, in welchen bei den mit *a* und *e* verbundenen Klemmschrauben irgend ein Apparat eingeschaltet werden kann.

Es könnte scheinen, dass man bei dieser bleibenden Schliessung Wirkungen erzielt, die nur einem Zweige des ladenden Stromes zuzuschreiben sind, oder dass durch das Laden eines secundären Elementes jedesmal der Polarisationsstrom gehindert werde. Keines von beiden ist der Fall. Würde z. B. ersteres statthaben, so müsste der von *a* und *e* ausgehende Strom gerade dann am stärksten sein, wenn zwei Arme des Stromspenders (etwa p und p') in ruhiger Verbindung mit einer Zelle blieben; und gerade in diesem Falle ist der Strom nur unmerklich. Die hierbei eintretende grosse Gasentwicklung bietet aber nicht dem Zweige des ladenden, sondern dem secundären Strome einen bedeutenden Widerstand. Und dass der ladende Strom dadurch, dass in denselben eine Zelle eingeschaltet wird, den Polarisationsstrom nicht unterbricht, erkennt man sofort, wenn man überlegt, dass die Elektromotoren des ersteren einfach an die Stelle dieser Zelle in den Nebenschliessungskreis treten.

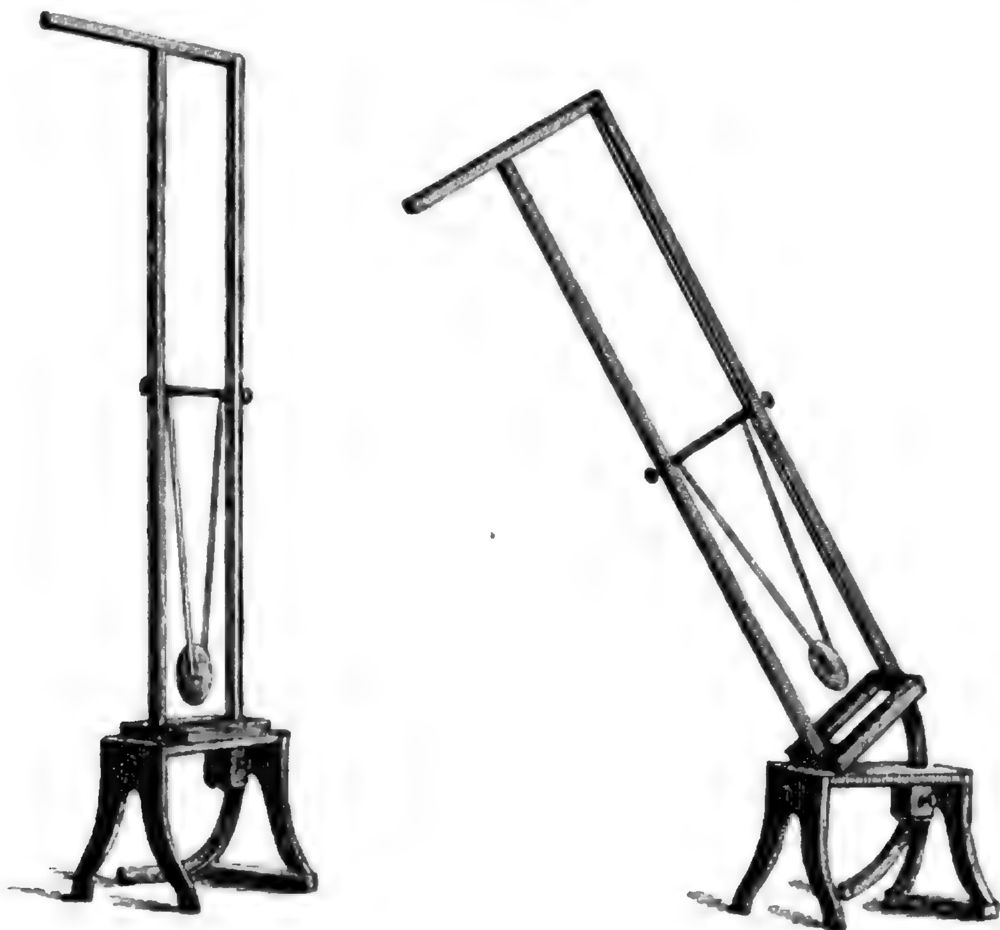
Als Quelle des primären Stromes nimmt man am besten ein Element nach Bunsen oder Grove, obwohl auch Smee'sche und ähnliche Elemente ganz gut verwendbar sind. Unter den erwähnten günstigsten Verhältnissen fand Thomsen die elektromotorische Kraft einer Platinzelle 1,4mal so gross als die eines Daniell'schen Elementes.

Nach dem Gesagten ist klar, dass diese dem Schulgebrauche angepasste Polarisationsbatterie der Poggendorff'schen Wippe, die gegenwärtig häufig als Lehrmittel verwendet wird, vorzuziehen ist. Man hat hier eine einfachere Manipulation, einen (wie die Einschaltung einer Bussole zeigt) vollkommen constanten Strom und kann daher ein Läutewerk, Taster und Relais oder selbst einen Wasserzersetzungsapparat in die Schliessung bringen. Dazu kommt noch, dass man nach Poggendorff doppelt so viel Platinplatten braucht, als man secundäre Elemente herstellen will.

Die nur theoretisch interessante Ladungssäule nach Ritter und die sonst durch grossen und starken Strom ausgezeichnete secundäre Batterie nach Planté wirken bloss temporär nach vorausgegangener Ladung, die bei der letzteren ungefähr 20 Minuten in Anspruch nimmt. Es ist hier auch die Polarisation ganz anderer Natur.

Apparat zur Demonstration des dritten Pendelgesetzes
nach Prof. Dr. E. Mach.

Neigt man die Schwingungsebene eines Pendels um den Winkel β gegen die Verticale, so ist in dieser Ebene nur die Componente $g' = g \cdot \cos\beta$ der Schwerebeschleunigung g wirksam. Man kann daher durch Vergrösseruug von β den Werth g' von g bis 0 abnehmen lassen



und durch die entsprechende Zunahme der Schwingungsdauer das dritte Pendelgesetz demonstriren. Sobald $\beta = 90^\circ$, wird $g' = 0$ und die Schwingungsdauer nimmt theoretisch den Werth ∞ an. Das Pendel kehrt in keine Gleichgewichtslage mehr zurück, sondern rotirt in demselben Sinne fort, bis seine lebendige Kraft durch die Reibung vernichtet ist.

Vorlesungsapparate dieser Art nach Angabe von Prof. Dr. E. Mach verfertigt Franz Hajek, k. k. Universitätsmechaniker in Prag.

Ein optisches Experiment.
Von A. Handl.

Als ein Gegenstück zu dem optischen Experiment von Dubois, welches S. 185 des Rep. beschrieben erscheint, möge das folgende erwähnt werden, welches ich schon vor langer Zeit ausführte, um auf

die einfachste Art den Nachweis zu führen, dass rothes und grünes Licht sich zu weiss ergänzen können.

Auf einer kreisrunden, undurchsichtigen Scheibe (aus Pappe) sind mehrere Sectoren ausgeschnitten und abwechselnd mit rothen und grünen Gläsern bedeckt. Wird diese Scheibe zwischen eine Lichtquelle (z. B. eine Kerzenflamme) und das Auge gestellt, und in Drehung um eine senkrecht durch ihren Mittelpunkt gehende Achse versetzt, so senden die einzelnen Ausschnitte derselben abwechselnd rothes und grünes Licht in das Auge des Beobachters. Bei wachsender Geschwindigkeit der Umdrehung vermischen sich endlich die farbigen Eindrücke im Auge und geben die Empfindung von weiss, wenn nur die Grössenverhältnisse der einzelnen Sectoren, je nach den Absorptionsverhältnissen der angewandten Gläser, richtig gewählt sind. Lässt man die rothen Sectoren nach der einen, die grünen nach der andern Seite etwas vorstehen, so sieht man durch die bewegte Scheibe einen weissen Kreis, der einerseits von einem rothen, anderseits von einem grünen Rande begrenzt ist. Der Versuch ist viel deutlicher als der analoge mit undurchsichtigen Pigmenten.

Neues astrophysikalisches Observatorium in Ungarn.

Nachfolgend dem Beispiele ihres Landsmannes Dr. v. Konkoly haben die Gebrüder Eugen und Alexander v. Gothard auf ihrem Gute zu Herény bei Steinamanger ein astrophysikalisches Privat-Observatorium begründet, dessen Thätigkeit bereits am Ende des Jahres 1881 begonnen hat.

Als Hauptinstrument besitzt dasselbe zunächst einen Browning-schen Reflector mit $10\frac{1}{4}''$ Oeffnung und $77''$ Brennweite, parallaktisch montirt und mit Uhrbewegung versehen. Ferner sind vorhanden mehrere Spectralapparate, ein Spectralphotometer und zwei Uhren mit Quecksilberpendel.

An physikalischen Apparaten ist das Institut nach dem uns zugekommenen Berichte gleichfalls schon sehr gut ausgerüstet; es ist ferner, was wir besonders hervorheben wollen, eine eigene Werkstätte zur weiteren Ergänzung des bereits vorhandenen Instrumentenvorraths eingerichtet worden.

Die Position des Observatoriums ist:

Breite $= + 47^\circ 46' 37''$

Länge $= 12^m 49^s,8$ östlich von Berlin.

XVIII. Band. 6. Heft.

REPERTORIUM



EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 6. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Zusammenstellung der bisher construirten Thermostaten.

Von

Dr. Hermann Hammerl,

Privatdocent a. d. Universität Innsbruck.

Einleitung.

Unter Thermostaten verstehe ich alle diejenigen Apparate, die in einem gegebenen Raume eine beliebige Temperatur beliebig lange innerhalb gewisser Grenzen constant halten.

Schon seit mehreren Decennien beschäftigen sich Chemiker, Physiker und Techniker auf verschiedenem Wege diesen Zweck zu erreichen, und es sind dadurch eine grosse Anzahl von Vorschlägen und Apparaten entstanden, deren Aufzählung und Beschreibung nebst kritischen Bemerkungen der Inhalt dieser Abhandlung ist. —

Das Nächstliegende war wohl, sich der constanten Temperatur eines Körpers zu bedienen, welche er hat, wenn er seinen Aggregatzustand ändert. Eine Flüssigkeit zum Sieden erhitzt hat immer unter gewissen Bedingungen eine constante Temperatur; beginnt ein Körper zu schmelzen, so hat er ebenfalls während der ganzen Dauer dieses Processes immer dieselbe constante Temperatur. Diese beiden Aenderungen des Aggregatzustandes werden nun benutzt, um constante Temperaturen herzustellen, indem man eben den Raum oder den Körper, der auf einer constanten Temperatur während einer bestimmten Zeit erhalten werden soll, vollständig von der siedenden Flüssigkeit oder vom schmelzenden Körper umgibt.

Ich will diese Bäder Thermostaten nennen, die durch die Aenderung des Aggregatzustandes eines Körpers constante Temperaturen geben.

Sie zerfallen nach dem Vorausgehenden in a) Thermostaten beruhend auf der Aenderung des flüssigen Aggregatzustandes eines Körpers und b) Thermostaten beruhend auf der Aenderung des festen Aggregatzustandes eines Körpers.

Ausser diesen Bädern bediente man sich aber auch der Oel- und Luftbäder, welche ja jede beliebige Temperatur geben, je nachdem man eine kleine oder grössere Wärmemenge denselben zuführt. Auf diese Aenderung der Wärmezufuhr gründen sich die Apparate, welche zur Erzeugung constanter Temperaturen construirt worden sind und denen der Name Thermostat beigelegt wurde.

Sie zerfallen in die zwei folgenden Hauptgruppen:

II. Thermostaten ohne Selbstregulirung,

III. Thermostaten mit Selbstregulirung.

Bei den ersteren sucht man sich verschiedene Wärmequellen herzustellen, von denen jede das Bad auf einer ganz bestimmten Temperatur während beliebig langer Zeit dadurch erhält, dass ein Gleichgewicht zwischen der zugeführten Wärme und dem Abflusse derselben eintritt; so z. B. würden verschiedene Combinationen von mehreren constanten Flammen verschiedene Temperaturen hervorbringen. Diese Thermostaten sind jedoch für hohe Temperaturen sehr mühsam und zeitraubend herzustellen, weswegen man jetzt fast immer die der 3. Hauptgruppe anwendet.

Thermostaten mit Selbstregulirung sind diejenigen, welche die zur Verfügung stehende Wärmequelle in dem Momente, wo die erwünschte Temperatur erreicht ist, vermittels eines Mechanismus so regeln, dass diese nicht mehr steigt, sondern constant bleibt.

Seit Einführung des Leuchtgases in die Laboratorien beruhen diese Thermostaten auf der theilweisen Verschliessung der Gasleitungsröhre, die dem Brenner, der sich unter dem Bade befindet, das Gas zuführt. Wenn die gewünschte Temperatur erreicht ist, wird die Flamme durch irgend einen Mechanismus kleiner, die Temperatur des Bades kann nicht mehr steigen, erhält aber doch so viel Wärme, dass sein Wärmeverlust nach aussen ersetzt wird.

Bezüglich des Mechanismus zur Absperrung des Gases zerfallen die Thermostaten mit Selbstregulirung in die folgenden zwei Unterabtheilungen:

a) Mechanische Thermostaten,

b) Elektrische Thermostaten.

Unter die ersteren reihe ich alle Apparate ein, die durch die Ausdehnung eines festen, flüssigen oder gasförmigen Körpers die Wärmezufuhr nach Bedarf zur Erzielung der verlangten Temperatur regeln.

Elektrische Thermostaten heisse ich solche, bei welchen durch abwechselndes Schliessen und Oeffnen eines elektrischen Stromes die Wärmezufuhr vermindert und vergrössert wird.

Die Thermostaten zerfallen also nach dem Vorausgehenden in die folgenden Hauptgruppen und Unterabtheilungen:

I. Thermostaten beruhend auf der Aenderung des Aggregatzustandes eines Körpers:
   a) Thermostaten beruhend auf der Aenderung des flüssigen Aggregatzustandes eines Körpers,
   b) Thermostaten beruhend auf der Aenderung des festen Aggregatzustandes eines Körpers;

II. Thermostaten ohne Selbstregulirung;

III. Thermostaten mit Selbstregulirung:
   a) Mechanische Thermostaten,
   b) Elektrische Thermostaten.

I.

a) Thermostaten beruhend auf der Aenderung des flüssigen Aggregatzustandes eines Körpers.

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit ist bekanntlich eine Function des Barometerstandes; erleidet der letztere jedoch keine erheblichen Schwankungen innerhalb einer gewissen Zeit, so kann man die Siedetemperatur einer Flüssigkeit als constant betrachten, da eine Aenderung des Barometerstandes um 34^{mm} die Siedetemperatur nur um 1^0 C. steigen oder fallen macht. Benutzt man das Flüssigkeitsbad während sehr langer Zeit, so muss man dafür Sorge tragen, dass die verdampfende Flüssigkeit immer wieder in das Bad zurückfliesst, was durch einen Rückflusskühler am leichtesten erreicht wird.

Das Stossen siedender Flüssigkeiten kann auf verschiedene Weise verhindert werden. Man gibt entweder irgend welchen fremdartigen festen Körper in die Flüssigkeit hinein, oder man lässt nach Dufour einen schwachen elektrischen Strom durch dieselbe gehen; kann derselbe jedoch wegen der Zersetzung der Flüssigkeit nicht angewendet werden, so substituirt man am besten einen dünnen Luftstrom, der durch eine in eine feine Spitze ausgehende Glasröhre in die Flüssigkeit eingeführt wird.

Unter die Flüssigkeiten, welche besonders praktische Verwendung als Bäder finden, gehören folgende:

Die neben beigesetzte Siedetemperatur bezieht sich auf den Barometerstand 760 mm.

Aldehyd	22,1	Anilin	185,6
Aether	35,5	Carbolsäure	188
Schwefelkohlenstoff	48,1	Phenol	188,3
Aceton	56,3	Amylbenzol	193
Chloroform	62,2	Orthotoluidin	197
Jodäthyl	64,5	Naphthalin	212
Methylalkohol	65,5	Aethylbenzoat	213,4
Essigsäureäthyläther	74,3	Nitrobenzol	220,6
Alkohol	78,05	Antimonchlorid	223,4
Benzol	80,4	Benzoesäure	249,9
Salpetersäurehydrat	86	Methylbenzoat	261,2
Wasser	100	Resorcin	271
Ameisensäure	105,3	Zimmtsäure	290
Salzsäure	110	Quecksilberchlorid	295
Toluol	111	Diphenylamin	310
Zinnchlorid	115,7	Leinöl	316
Essigsäure	117,3	Schwefelsäuremonohydrat	325
Buttersäureäthyläther	119,5	Phenantren	340
Bromwasserstoffsäure	126	Quecksilber	357,2
Amylalkohol	131,8	Paraffin	370
Essigsäureamyläther	138,1	Antimonjodid	400,9
Xylol	139	Schwefel	447,5
Chlorschwefel	144	Wismuthchlorid	490
Buttersäure	157	Cadmium	860
Terpentinöl	157	Zink	1040

Diese Flüssigkeiten zusammengenommen geben, wie wir sehen, nur eine begrenzte Anzahl von Temperaturen, während doch ein Thermostat jede beliebige Temperatur innerhalb gewisser Grenzen geben soll. Man könnte freilich noch die Anzahl der Siedetemperaturen bedeutend vermehren, wenn man alle organischen Körper darin aufnehmen würde, die ich eben wegen ihres hohen Preises oder wegen ihrer schwierigen Darstellung als unpraktisch nicht in die Liste aufgenommen habe.

Trotzdem würde man aber immer nur eine begrenzte Anzahl von Temperaturen erhalten.

Diesem Mangel hat man auf dreierlei Weise abzuhelfen gesucht:

1. durch Verminderung oder Vermehrung des Luftdruckes, welcher auf der Flüssigkeit lastet;
2. durch Auflösen eines festen Körpers in der Flüssigkeit;
3. durch Mischungen zweier Flüssigkeiten in verschiedenen Verhältnissen.

1. Die Abhängigkeit der Siedetemperatur vom Barometerstand bietet ein sehr einfaches Mittel, um eine und dieselbe Flüssigkeit bei verschiedenen Temperaturen zum Sieden zu bringen. Die Siedetemperatur einer Flüssigkeit kann man erhöhen, wenn man den Luftdruck entsprechend erhöht, oder, was mit weniger technischen Schwierigkeiten verbunden ist, man kann den Siedepunkt einer hochsiedenden Flüssigkeit erniedrigen durch Erniedrigung des Atmosphärendruckes. Es können dazu am besten diejenigen Apparate verwendet werden, die man in den verschiedenen Lehrbüchern zum Nachweise der Abhängigkeit der Siedetemperatur vom Barometerstand abgebildet findet.

Mit einem empfindlichen Apparat ist es möglich, die Siedetemperatur um $^1/_{10}$ Grad fallen oder steigen zu machen, da der Aenderung der Temperatur um 1° C. eine Zunahme oder Abnahme des Barometerstandes von 34^{mm} entspricht.

Mit einer einzigen Flüssigkeit wird es zwar nicht möglich sein, jede beliebige Temperatur unter und ober 100° C. innerhalb gewisser Grenzen zu erhalten, jedoch mit mehreren Flüssigkeiten wird man sich jede Temperatur bis auf $^1/_{10}$ oder $^1/_{100}$° C. genau darstellen können.

Alluard[1]) hat bereits diese Methode angewendet, um sich constante Temperaturen von 30 bis 300° C. zu verschaffen.

Pfaundler[2]) hat bei der Bestimmung der Wärmecapacität der Schwefelsäurehydrate ebenfalls einen Erhitzungsapparat construirt, in welchem er durch Anwendung verschiedener Flüssigkeiten und Veränderung des Druckes beliebig constante Temperaturen hervorbrachte.

Lothar Meyer[3]) hat einen Apparat construirt, um den Siedepunkt einer Flüssigkeit für jeden Druck unter einer Atmosphäre zu bestimmen. Umgekehrt kann jedoch dieser Apparat als Flüssigkeitsbad benutzt werden, das constante Temperaturen gibt.

Der Apparat (Fig. 1 S. 314) besteht aus 2 verticalen Röhren *AB* und *CD*, welche an ihrem oberen Theile durch die seitlichen Ansätze *E* und *F* mit einander verbunden sind. *B* ist durch einen Kautschukschlauch mit der Röhre *R* in Verbindung, welche längs einer Scale auf und ab gleitet. Am oberen Theile der Röhre *AB* ist eine Röhre *H* eingesetzt, die mit der Luftpumpe communicirt. *CD* ist mit einem

1) Compt. rend. t. LIX p. 500.
2) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. 2. Abth. Bd. 56 (1867).
3) Ann. Chem. Pharm. Bd. 15. S. 303.

Kork verschlossen, durch welchen eine Röhre *SS* geht, die bis an das Ende der Röhre *CD* hinabreicht. Der Ansatz *K* von *CD* ist in Verbindung mit dem Apparat *X*, in welchem ein constanter Druck erhalten werden soll.

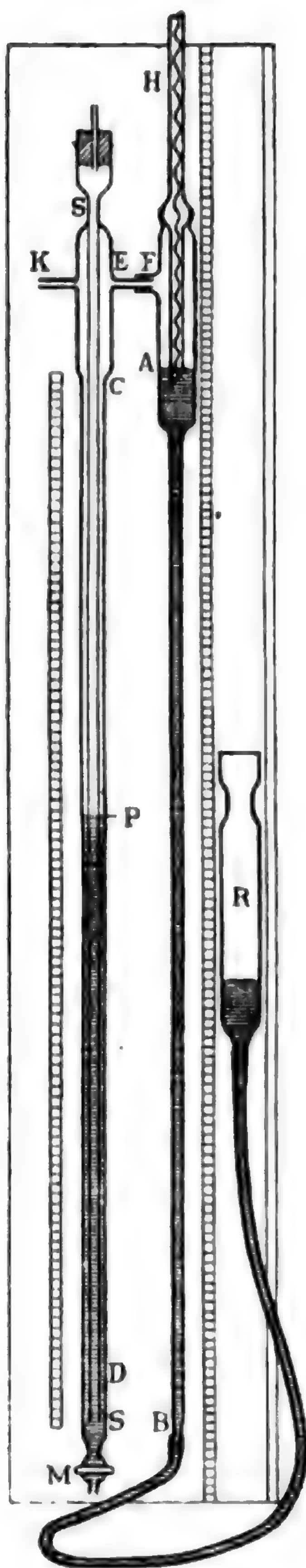


Fig. 1.

In die Röhre *R* wird Quecksilber eingefüllt, bis es die ganze Röhre *AB* ausfüllt; *CD* wird ebenfalls mit Quecksilber eingefüllt, und man lässt durch den Hahn *M* so viel ausfliessen, bis *PS*, die Höhe der Quecksilbersäule, der Differenz zwischen dem Atmosphärendruck und dem verlangten Druck in *X* gleich wird. Pumpt man nun die Luft aus, so entsteht in *X*, *AB* und *CD* ein theilweises Vacuum, das Quecksilber in der Röhre *AB* wird steigen, bis es die Röhre *H* berührt. *R* wird dann in eine solche Lage gebracht, dass der Höhenunterschied der beiden Quecksilberniveaus in *AB* und *R* der Höhe *PS* gleich wird. Es ergibt sich daraus, dass das Quecksilber die Röhre *R* in dem Momente schliessen wird, wenn der verlangte Druck eingetreten ist. Ist der Druck niedriger, so wird Luft durch die Röhre *SS* eintreten.

Brown[1]) hat diesen Apparat etwas abgeändert und denselben auch für Drucke höher als eine Atmosphäre eingerichtet. Er besteht aus einem Manometer, mit welchem ein automatisches Arrangement für die Regelung der Zu- und Abfuhr der Luft verbunden ist.

Das Manometer (Fig. 2 S. 315) besteht aus einer Röhre *AB*, deren Seitenansatz *C* in Communication ist mit dem Raume *X*, in welchem ein constanter Druck erhalten werden soll. Der Ansatz *D* führt zu der Luftevacuations- oder -compressionspumpe. Das obere Ende von

1) Philos. Magazine 5th ser. No. 45 vol. VII (1879) p. 411.

AB ist mit einem Kautschukstopfen verschlossen, durch welchen ein Draht E_1 luftdicht hindurchgeht, an dessen unterem Ende ein Platindraht befestigt ist. Das untere Ende von AB ist mittels eines Kautschukschlauches mit der Röhre F verbunden, welche oben verschlossen ist und ebenfalls einen Draht E_2 enthält, der aber nicht luftdicht durch den Stopfen hindurchgeht. Die Röhre F kann längs einer verticalen Scale SS auf und ab geschoben werden. Die zwei Drähte E_1 und E_2 sind mit Klemmen versehen, und eine dritte Klemme ist in Verbindung mit einem kleinen Stahlstück, welches ein Zwischenstück zwischen dem Ende AB und dem Kautschukschlauch bildet.

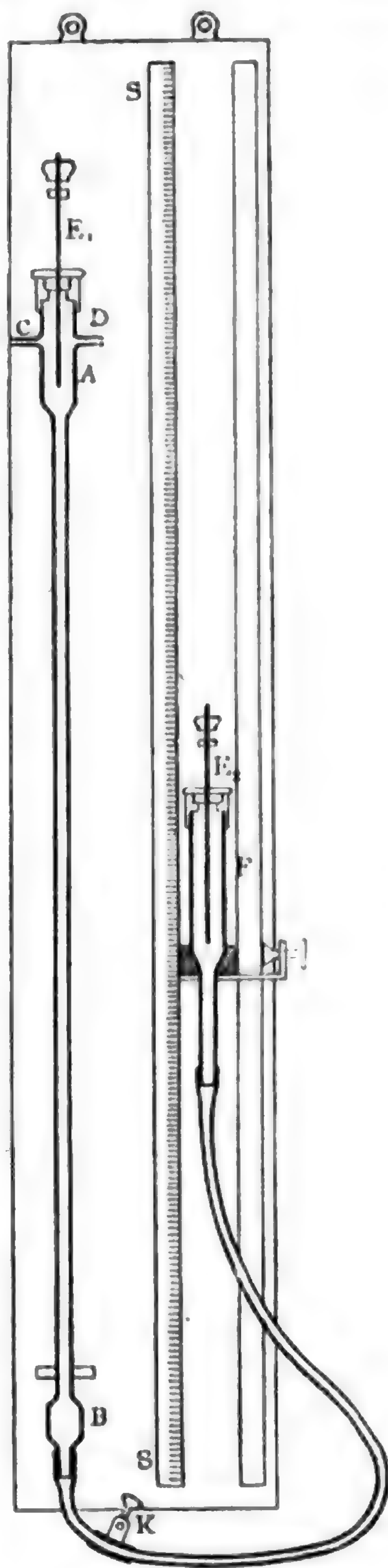


Fig. 2.

Um das Manometer zu füllen, bringt man F in dieselbe Höhe als A und giesst Quecksilber hinein, bis es zu den weiten cylindrischen Röhren A und F hinaufreicht. Die Drähte E_1 und E_2 werden herabgezogen, bis E_1 gerade das Quecksilber berührt, während E_2 einen Bruchtheil eines Millimeters davon absteht.

Wird nun F um n^{mm} gesenkt und die Luft aus X ausgepumpt und ist K in Verbindung mit dem einen Pol P einer Batterie, E_1 und E_2 mit dem anderen Pol N, so ist klar, dass, solange der Druck in A und folglich auch in X grösser ist als $H-n$ ($H=$ Barometerstand), der Strom in der Richtung PKE_2N gehen wird; ist dagegen der Druck kleiner als $H-n$, so hat er die Richtung PKE_1N.

Aehnlich ist es, wenn F um n^{mm} gehoben wird. In diesem Falle wendet man jedoch für E_1 einen langen Draht an, der bis B hinabreicht.

Fig. 3 zeigt den Apparat zur Regulirung des Zu- oder Abflusses der Luft. Ein Hahn T, welcher in Fig. 4 abgebildet ist, befindet sich

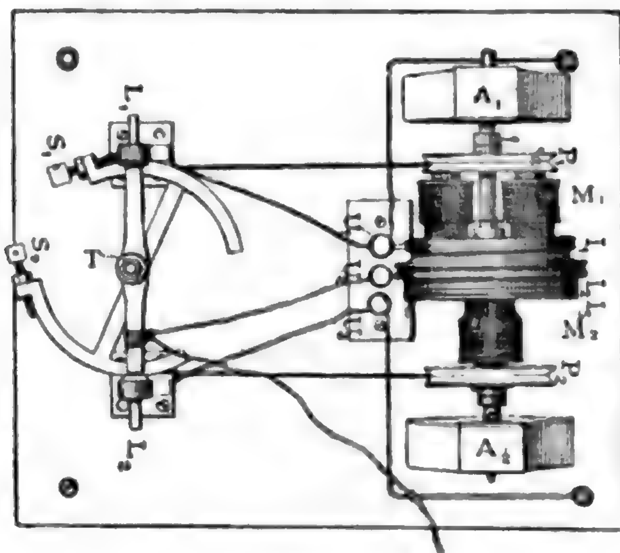


Fig. 3.

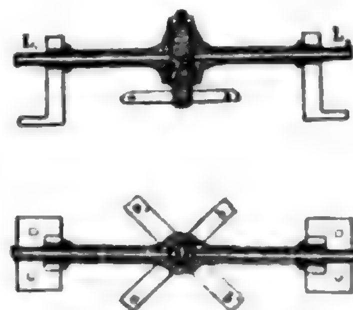


Fig. 4.

zwischen der Röhre D, dem Manometer und der Luftpumpe. Aus der Figur ist ersichtlich, dass, wenn der Hebel des Hahnes in der gezeichneten Lage ab ist und L_1 mit D, und L_2 mit der Luftpumpe in Verbindung steht, dem Manometer Luft zugeführt wird, dagegen in der Lage $a'b'$ Luft aus dem Manometer ausgepumpt wird.

Das automatische Arrangement hat also den Zweck, den Hahn in die erste Lage zu bringen, wenn der Druck zu klein ist, und in die zweite, wenn er zu gross ist.

Der Hebel ab endigt in 2 Bogen, von denen jeder mit einer Schraube S_1 S_2 versehen ist, damit die Drehung des Hahnes regulirt werden kann.

Die beiden Bogen haben je einen Falz und in $S_1 S_2$ sind sie mit den auf der Spindel $A_1 A_2$ frei beweglichen Rollen P_1, P_2 verbunden.

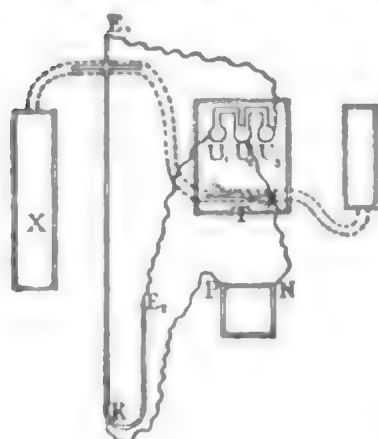


Fig. 5.

Diesen Rollen aus weichem Eisen stehen 2 kleine Elektromagnete M_1, M_2 gegenüber, die aber fest auf der Spindel angebracht sind und mit derselben sich drehen. Ein Ende der Drahtwindungen beider Magnete ist auf den isolirten Ring J_2 gelöthet, die zwei anderen respective mit J_1 und J_3 verbunden. Die Klemmen U_1, U_2, U_3 sind vermittels Vorsprünge in elektrischer Verbindung mit diesen Ringen. U_2 steht weiter in Verbindung mit dem Pole N der Batterie, während von U_1 und U_3 Drähte zu E_2 und E_1 gehen, wie es in Fig. 5 angezeigt ist.

Berührt nun das Quecksilber in dem Manometer den Draht E_1, so wird M_2 magnetisch, die frei bewegliche Rolle P_2 wird sich mit dem Elektromagnet zu drehen suchen und der Hahn wird die verlangte Lage *ab* annehmen; ist dagegen das Quecksilber in Berührung mit E_2, so wird M_1 magnetisch und die Rolle P_1 wird dann durch das Bestreben sich zu drehen dem Hahne die Lage *a' b'* geben. Es ist auf diese Weise möglich, den Druck in dem Raume *A* und *X* innerhalb sehr kleiner Grenzen, beiläufig 0,25 ^{mm}, vollkommen constant zu erhalten.

Der Umstand, dass der Apparat einen Motor bedarf, um die Magnete zu drehen, wird demselben kaum schnellen Eingang in die Laboratorien verschaffen, zudem derselbe für höhere Drucke als die Atmosphäre, einer fortwährenden Bedienung bedarf.

Für Drucke unter einer Atmosphäre kann mit Vortheil eine Bunsen'sche Wasser-Luftpumpe angewendet werden.

Fig. 6 zeigt ein Dampfbad, welches Brown zu verschiedenen Zwecken anwendete und in Verbindung mit dem eben beschriebenen Apparat vermittels Wasser, Schwefelkohlenstoff und Paraffinöl alle Temperaturen von 25° bis 300° C. während sehr langer Zeit vollkommen constant erhalten haben soll.

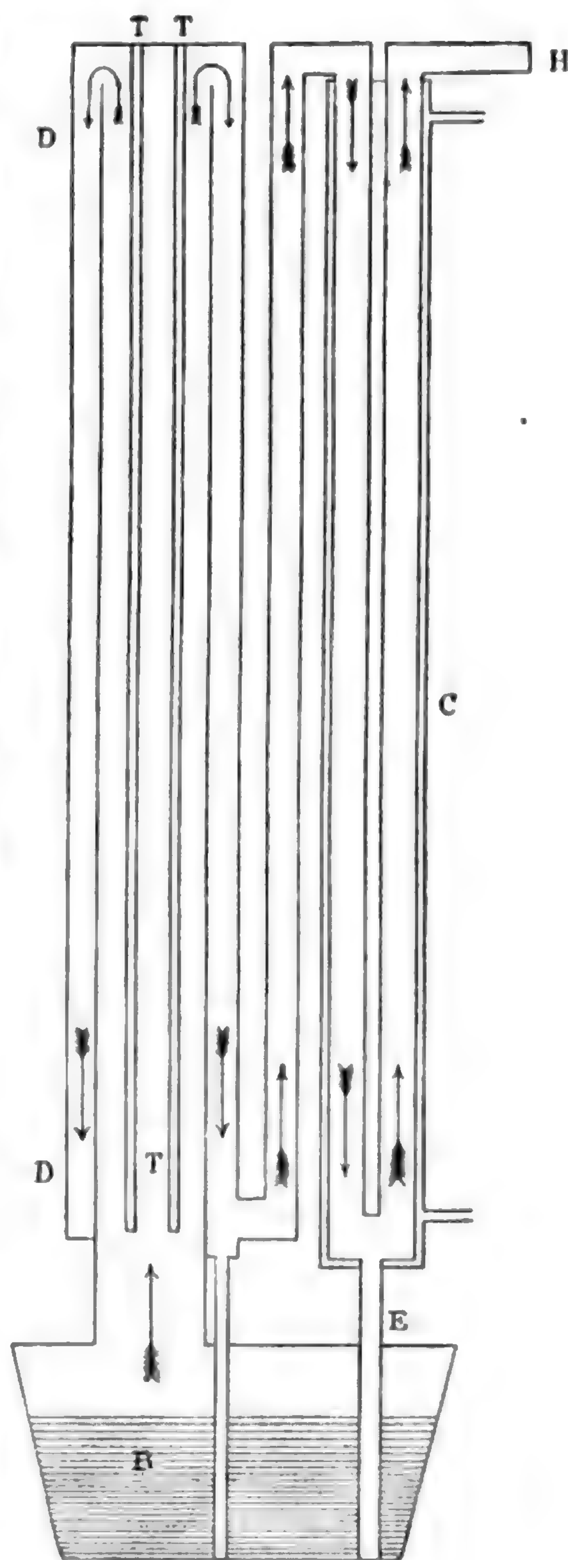


Fig. 6.

2. Der Siedepunkt einer Flüssigkeit wird erhöht durch Auflösen eines festen Körpers. Löst man z. B. ein Salz in Wasser auf, so siedet die Lösung nicht mehr bei 100° C., sondern um so höher, je mehr

Salz aufgelöst ist. Von den Lösungen sind besonders die Salzlösungen zu Bädern zur Erhaltung constanter Temperaturen in Anwendung. Man nimmt entweder eine gesättigte Lösung für die zu erreichende Temperatur, so dass in dem Maasse als Wasser verdampft Salz herauskrystallisirt und dadurch der Procentgehalt immer derselbe bleibt, oder man condensirt das verdampfende Wasser mittels eines Rückflusskühlers.

Die Siedepunkte, welche den folgenden Salzlösungen beigesetzt sind, beziehen sich auf die gesättigten Lösungen derselben.

Chlorsaures Kali	104,4°
Chlorbaryum	104,6
Kohlensaures Natron . . .	104,63
Phosphorsaures Natron . . .	106,5
Chlorkalium	108,55
Chlornatrium	108,6
Chlorammonium	114,2
Neutrales weinsaures Kali . .	114,97
Salpetersaures Kali	116,5
Chlorstrontium	118,25
Salpetersaures Natron . . .	121,3
Essigsaures Natron	124,47
Kohlensaures Kali	135,3
Salpetersaurer Kalk	151,1
Chlorzink	162,3
Essigsaures Kali	169,0
Chlorcalcium	179,6
Salpetersaures Ammoniak . .	180,0

3. Flüssigkeitsgemische geben alle Temperaturen, die zwischen den Siedetemperaturen der beiden angewendeten Flüssigkeiten möglich sind, wenn man sie in verschiedenen Verhältnissen zusammengibt.

Alluard[1]) nahm für alle Temperaturen

von 35,5° bis 47,7°

Mischungen von Aether und Schwefelkohlenstoff,

von 47,7° bis 78,5°

Mischungen von Schwefelkohlenstoff und Alkohol,

von 78,5° bis 100°.

Mischungen von Alkohol und Wasser.

Reynold[2]) empfiehlt für Bäder Mischungen von Glycerin und Wasser.

---

1) Compt. rend. t. LVIII p. 82.

2) Zeitschr. f. analyt. Chemie 1862 S. 213.

Eine Mischung von 1 Volumen Glycerin und 6 Volumina Wasser siedet bei 103,3° C., 1 Volumen Glycerin und 1 Volumen Wasser bei 110°.

Nimmt man 3 Volumina Glycerin und 1 Volumen Wasser, so siedet diese Mischung constant bei 121° C.

Die Siedepunktsbestimmungen der Mischungen von Schwefelsäure und Wasser von L. Hämmerle[1]) zeigen, dass es möglich ist, mit denselben alle Temperaturen von 100 bis 317,35° C. während beliebig langer Zeit constant zu erhalten, wenn man dafür Sorge trägt, dass die Mischung immer dieselbe Concentration beibehält.

Den Hydraten $SO_3\,H_2O$ bis $SO_3\,12\,H_2O$ kommen folgende Siedepunkte beim Barometerstand 760^{mm} zu:

Hydrat	Siedetemperatur	Hydrat	Siedetemperatur
$SO_3\ H_2O$	317,35°	$SO_3\ 7H_2O$	120,05°
$SO_3\,2H_2O$	228,10	$SO_3\ 8H_2O$	116,23
$SO_3\,3H_2O$	178,72	$SO_3\ 9H_2O$	114,15
$SO_3\,4H_2O$	149,18	$SO_3\,10H_2O$	112,36
$SO_3\,5H_2O$	134,18	$SO_3\,11H_2O$	110,8
$SO_3\,6H_2O$	125,88	$SO_3\,12H_2O$	109,4

Aendert man den Atmosphärendruck, so genügen 3—4 Hydrate, um nicht bloss alle Temperaturen von 100 bis 317,25°, sondern auch die von 100° C. abwärts bis 30 oder 40° C. zu erhalten.

Wir haben nach den Untersuchungen von L. Hämmerle folgende Siedetemperaturen bei den entsprechenden Drucken:

Hydrat $SO_3\,12H_2O$		Hydrat $SO_3\,4H_2O$	
Siedetemperatur	Druck	Siedetemperatur	Druck
40° C.	39,79^{mm}	70° C.	30,10^{mm}
50	65,52	80	51,00
60	105,00	90	83,00
70	164,00	100	130,08
80	250,13	110	196,96
90	372,56	120	289,00
100	543,00	130	411,60
107,06	700,00	140	584,00
109,4	760,00	146,68	700
		149,18	760

1) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. 2. Abth. 1869.

Hydrat $SO_3\,2H_2O$		Hydrat $SO_3\,H_2O$	
Siedetemperatur	Druck	Siedetemperatur	Druck
150° C.	65,65mm	230° C.	67,2mm
160	92,43	240	85,71
170	129,0	250	114,80
180	178,5	260	150,69
190	244,91	270	199,06
200	333,31	280	261,94
210	450,05	290	347,98
220	603,0	300	460,86
225,2	700	310	616,00
228,1	760	314,52	700
		317,35	760

Man sieht also, dass die Schwefelsäurehydrate sehr geeignet wären, constante Temperaturen innerhalb sehr weiter Grenzen zu erhalten, wenn man ein passendes Siedegefäss hätte.

Sprengel[1]) construirte sich für die Schwefelsäurebäder einen den gewöhnlichen Luftbädern ähnlichen doppelwandigen Kasten aus Blei, versehen mit einem Rückflusskühler, um die Temperaturen von 100 bis 200° C. constant zu erhalten.

Fast gleichzeitig beschrieb Laspeyres[2]) ein anderes Schwefelsäurebad, welches in Fig. 7 (S. 321) dargestellt ist.

Der Apparat besteht nur aus Glas, Kautschuk oder Kork und etwas Quecksilber.

Das Siedegefäss ist eine Erlenmeyer'sche geradwandige Kochflasche von möglichst dünnem, gut gekühltem Glas, welches, oben mit einem Stopfen *B* aus Kork oder Kautschuk gut verschlossen ist. Durch denselben gehen 2 etwa 5mm weite Oeffnungen zur Aufnahme der Condensationsrohre *C*, *C'* und eine verticale Oeffnung zum Durchstecken eines möglichst weiten Reagirglases *D*. Dieses letztere ist der Raum, in welchem die Substanz, Gefäss u. s. w. erhitzt werden sollen und in welchem sich das Thermometer befinden soll.

Um in diesem Raume Luftcirculation, also unregelmässige Abkühlung, zu vermeiden, ist er durch einen Kork verschlossen, dieser aber durchbohrt zur luftdichten Aufnahme eines verschiebbaren Glasrohres *e*. Dieses ist unten halbkugelförmig aufgeblasen und weit geöffnet,

1) Berl. Gesellsch.-Ber. 1873 S. 271; Chem. Soc. of London (2) vol. XI p. 458.
2) Pogg. Ann. Bd. 152 S. 132.

oben dagegen capillar ausgezogen, aber ebenfalls offen, um in *D* durch Erhitzung keinen Ueberdruck zu bekommen, ohne der kalten Luft merklichen Eintritt zu gewähren. Will der Chemiker die Erwärmung nicht in gewöhnlicher, sondern in trockener Luft oder in einem anderen Gase vornehmen, so wird der Kork zur Aufnahme der nöthigen Glasröhre doppelt durchbohrt.

Die Substanz wird in einem dünnen kleinen Reagirgläschen *f* an einem im Kork *d* luftdicht einzuklemmenden Platindraht in die Röhre *D* eingesenkt. Im Kochkolben *A* steht die siedende Flüssigkeit bis zu ⅓ der Kolbenhöhe und *D* etwa bis zur Mitte der Flüssigkeit 300^{mm} tief ein.

Um die Differenz zwischen der Siedetemperatur der Flüssigkeit und der Substanz möglichst klein zu machen, füllt man das Reagirglas, soweit es in die Schwefelsäure eintaucht, mit Quecksilber.

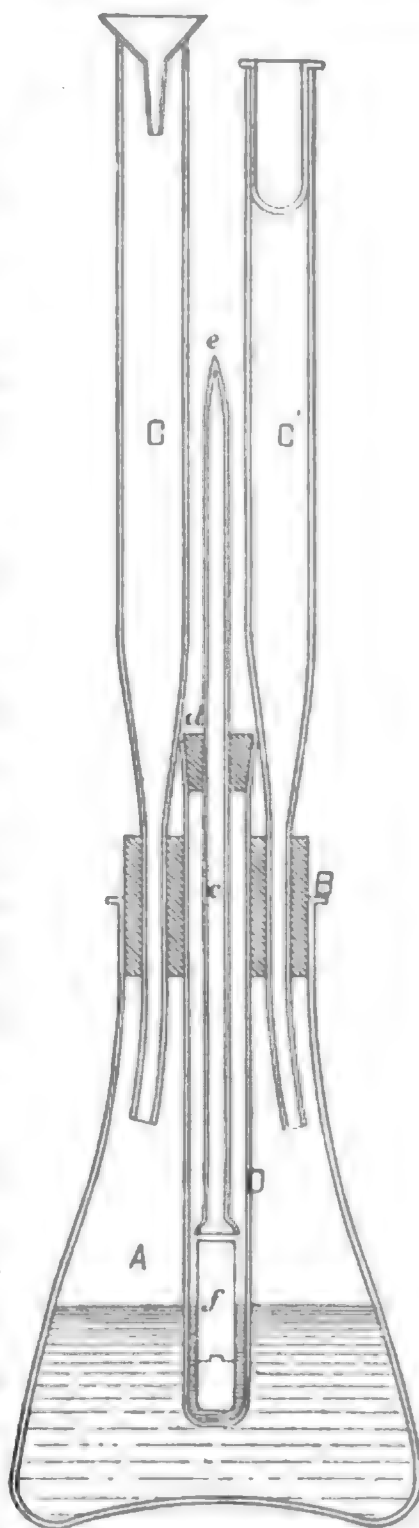


Fig. 7.

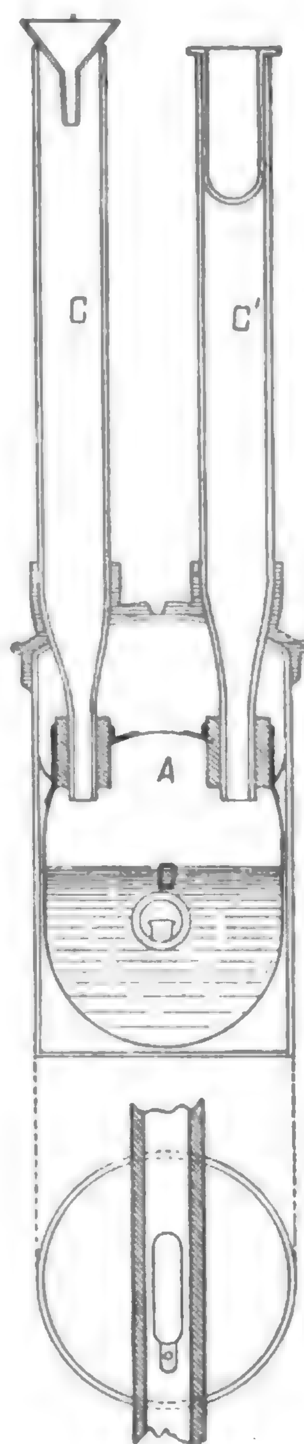


Fig. 8.

C, *C'* sind etwa 15^{mm} weite Röhren, 20—25^{cm} lang, welche nach unten verjüngt und nach aussen gekrümmt 30—50^{mm} in den Kolben hineinragen, damit die kalte Traufe niemals *D* abkühlt.

Dieses Siedegefäss von L a s p e y r e s wird jedoch kaum eine praktische Verwendung finden, weil es äusserst zerbrechlich und der Raum,

in welchem der Körper auf constante Temperaturen erhitzt werden soll, sehr klein ist. Ferner ist die Flüssigkeitsmenge so klein, dass das Entweichen von nur wenig Wasserdampf den Siedepunkt des Hydrates schnell ändern würde.

Laspeyres hat sich das in Fig. 8 (S. 321) dargestellte Siedegefäss aus Platin construirt, in welchem die Erhitzungsröhre horizontal angebracht ist.

Für gewisse Zwecke kann der Apparat ganz gute Dienste leisten, jedoch allgemeine Anwendung wird er kaum finden.

b) Thermostaten beruhend auf der Aenderung des festen Aggregatzustandes eines Körpers.

Solange ein Körper schmilzt, bleibt seine Temperatur constant; sie ist zwar theoretisch ebenfalls abhängig vom Barometerstand, jedoch ist der Einfluss so gering, dass man vollständig davon absehen kann.

Es können also gerade so gut wie die Flüssigkeiten auch die festen Körper im Zustande des Schmelzens als Bäder mit constanten Temperaturen betrachtet werden. Solange ein Theil des festen Körpers im ungeschmolzenen Zustande sich befindet, ändert sich die Temperatur nicht, mag die zugeführte Wärme auch noch so gross sein.

Es sind jedoch diese Bäder fast nie zur Constanthaltung von Temperaturen über Null benutzt worden, da man dazu immer den Flüssigkeitsbädern den Vorzug gegeben hat. Die ersteren bedürfen nämlich fortwährend einer Ueberwachung, die letzteren jedoch nicht, wenn sie mit einem Kühler versehen sind.

Für Temperaturen unter 0° C. sind aber fast keine Flüssigkeiten vorhanden, die als Bäder benutzt werden könnten und diese Lücke wird nun ausgefüllt durch die Bäder, welche die Schmelzpunkte fester Körper oder Gemenge liefern.

Diese festen Körper sind die sog. Kryohydrate von F. Guthrie, welchen ein fester Erstarrungspunkt und Schmelzpunkt zukommt. Guthrie fand nämlich, dass es für jede Salzlösung eine bestimmte Concentration gibt, bei welcher durch Abkühlung ein eigenartiger Körper von der Zusammensetzung dieser Salzlösung gebildet wird, und zwar unter Beibehaltung derselben Temperatur, bei welcher die Bildung dieses Körpers begann.

Dieser Körper hat einen festen Gefrier- und Schmelzpunkt und eine constante Zusammensetzung, daher Guthrie ihn für eine chemische

Verbindung von Salz und Eis erklärte und demselben den Namen Kryohydrat des betreffenden Salzes beilegte.

Nach L. Pfaundler[1]) sind die auf diese Weise entstandenen Körper keine chemischen Verbindungen, sondern nur Gemenge von Salz und Eis, indem aus der Lösung, wenn sie bis zur entsprechenden Temperatur abgekühlt ist, abwechselnd Salz und Eis herauskrystallisirt und so ein von beiden Theilen inniges Gemenge bildet.

Diese Annahme von L. Pfaundler wurde durch die calorimetrischen Untersuchungen der Kryohydrate von H. Offer[2]) bestätigt. Der Wärmeeffect war nämlich immer derselbe, ob das Kryohydrat oder ein Gemenge von Eis und Salz in denselben Verhältnissen in Wasser gelöst wurde.

Diese Gemenge von Salz und Eis oder kürzer diese Kryohydrate haben einen ganz bestimmten Schmelzpunkt unter Null und werden daher sehr häufig als Bäder zur Constanthaltung von tiefen Temperaturen benutzt. Wild hat sich z. B. derselben sehr oft bedient, als er seine Thermometer für Temperaturen unter Null prüfte.

In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten Kryohydrate mit ihren Schmelzpunkten aufgezählt.

	Schmelzpunkt
$HgCl_2 + 450\,H_2O$	— 0,2°
$KClO_3 + 222\,H_2O$	— 0,5
$NaSO_4 + 116\,H_2O$	— 0,7
$Ba(NO_3)_2 + 259\,H_2O$	— 0,9
$K_2Cr_2O_7 + 292\,H_2O$	— 1
$K_2SO_4 + 114{,}2\,H_2O$	— 1,5
$FeSO_4 + 7\,H_2O + 414\,H_2O$	— 1,7
$CuSO_4 + 44\,H_2O$	— 2
$NaCO_3 + 92{,}7\,H_2O$	— 2,2
$KNO_3 + 44\,H_2O$	— 2,7
$ZnSO_4 + 20\,H_2O$	— 7
$MgSO_4 + 24\,H_2O$	— 6
$Sr(O_3N)_2 + 33{,}5\,H_2O$	— 6
$BaCl_2 + 40\,H_2O$	— 7,2
$K_2C_7O_4 + 18{,}8\,H_2O$	— 10,2
$KCl + 16{,}61\,H_2O$	— 10,5
$NH_4Cl + 12{,}4\,H_2O$	— 16
$NaNO_3 + 8{,}13\,H_2O$	— 16,5
$NH_4(NO_3) + 5{,}72\,H_2O$	— 17

1) Jahresber. über d. Fortschr. d. Chemie 1877 S. 77.
2) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. 2. Abth. 1880.

	Schmelzpunkt
$(NH_4)_2SO_4 + 10\,H_2O$	— 17
$Sr\,Cl + 6\,H_2O$	— 18
$Na\,Cl + 10{,}5\,H_2O$	— 22
$NH_4\,J + 6{,}4\,H_2O$	— 27
$Cl_2\,Ca + 6\,H_2O + 8{,}45\,H_2O$.	— 54,9

Kühlt man also ein solches Kryohydrat etwas unter den Schmelzpunkt ab, so erstarrt die ganze Masse und fängt dann von selbst an zu schmelzen. Senkt man in diesem Moment einen Körper hinein, so hat er so lange die Schmelztemperatur des Kryohydrates, als noch ein Theil davon nicht geschmolzen ist.

Ehe ich nun zur Beschreibung der Thermostaten der 2. und 3. Hauptgruppe übergehe, halte ich es für angezeigt, die Bedingungen anzuführen, unter welchen solche Thermostaten gut fungiren, nachdem bereits das Princip bekannt ist, auf welchem sie beruhen.

Bei den Thermostaten der 1. Gruppe haben wir nur darauf zu sehen, dass die zugeführte Wärmemenge hinreichend ist, die Flüssigkeit im Sieden zu erhalten, oder dass das Kryohydrat etwas unter den Erstarrungspunkt abgekühlt ist.

Anders verhält es sich jedoch bei den Thermostaten der beiden anderen Gruppen, da die Temperatur, die im Bade constant erhalten werden soll, eine Function der verfügbaren Wärmequelle ist.

Benutzt man zur Heizung des Bades Leuchtgas, so sind nach Laspeyres[1]) folgende Bedingungen zu erfüllen, damit das Bad für eine beliebig lange Zeit constante Temperaturen gibt:

1. Das Wärmeausstrahlungs- und -leitungsvermögen der Wände des Bades muss gleich bleiben, d. h. die chemische und physikalische Beschaffenheit derselben.
2. Die Quantität und die Qualität der Füllung darf für längere Zeit sich nicht ändern.
3. Die Temperatur des Raumes, in welchem das Bad sich befindet, d. i. die Umgebungstemperatur, darf durch die Wärmequelle nicht merklich gesteigert werden.
4. Das Gas muss in gleichen Zeiten gleiche Mengen zum Brenner führen, und
5. muss es immer von derselben chemischen Zusammensetzung, mithin von derselben Heizkraft sein.

1) Pogg. Ann. Bd. 152 S. 132.

Sind diese Bedingungen erfüllt, so würde man durch Aenderung der Gasmenge (4) beliebige constante Temperaturen herstellen können.

Die Gasmenge ist aber bei gleicher Zusammensetzung und gleicher Temperatur ein Product von Ausströmungsöffnung und Geschwindigkeit, diese letztere wieder eine Function des Gasdruckes.

Der Punkt 4 zerfällt also in die zwei folgenden Bedingungen:

a) gleiche Ausströmungsöffnung und

b) gleichen Druck oder gleiche Beziehung zwischen beiden, d. h. reciproke Vergrösserung der Austrittsöffnung bei vermindertem Druck und umgekehrt.

Die Bedingungen unter 1, 2, 3 sind von geringstem Einfluss auf die Unbeständigkeit der Badetemperatur und daher in den meisten Fällen annähernd erfüllt.

Von wesentlichem Einfluss sind aber die Punkte 4 und 5.

Werden andere Wärmequellen benutzt, wie es z. B. bei Thermostaten ohne Selbstregulirung vorkommt, so müssen sie eben vollkommen constant bleiben.

II.

Thermostaten ohne Selbstregulirung.

Einem solchen Thermostaten begegnen wir im Jahre 1833, construirt von G. Merryweather [1]). In der Fig. 9 (S. 326) davon gegebenen Zeichnung ist *A* ein blecherner oder zinnener Behälter, der innen am Boden concav und überhaupt so tief ist, dass er 4 — 5 Liter Weingeist zu fassen im Stande ist. *a, b, c* u. s. w. sind die Brenner, welche aus baumwollenen Dochten bestehen, die durch 15 messingene Röhren gehen. Ist der Docht durch eine solche Röhre durchgezogen, so wird er ausgebreitet und flach gedrückt. Die 15 messingenen Röhren werden in ebenso viele an dem Scheitel des Behälters angelöthete blecherne Röhren eingesetzt. Von diesen Röhren stehen 12 in einem Kreise herum, während sich in der Mitte 3 befinden; letztere sind kürzer und stehen tiefer, damit die kugelförmige Retorte überall gleich weit von jedem Dochte entfernt sein kann. Ein dünner Platindraht ist in eine Art von Becher oder Napf aufgerollt und wird von einem Stifte getragen, der nur eine Fortsetzung des Drahtes selbst ist. Die so zubereiteten Näpfe werden in den Docht eingesetzt und so weit hinabgedrückt, dass sie beinahe, aber doch nicht ganz, mit dem Dochte

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 49 S. 255; Mechanic's Magazine No. 507 p. 56.

in Berührung kommen. Man schneidet dann zusammengepressten Platinschwamm in solche Stücke, dass sie von den Drahtbechern aufgenommen werden können. *D* ist ein an den Scheitel des Weingeistbehälters gelötheter Ring; in ihm befinden sich 12 Löcher, welche der Luft Zutritt gestatten. *E* ist eine Röhre, die zum Füllen des Behälters mit Weingeist dient; *F* ein gläserner Deckel mit weitem Halse. *H* ist ein Schirm aus Zinn, welches gerade so gross ist, dass er den gläsernen Deckel umgibt. *J* ist eine gläserne Flasche oder Retorte mit abgerundetem Boden, welche auf einen von 3 Füssen getragenen Ring gesetzt wird, so dass sie überall gleich weit von den Platinkugeln entfernt ist und denselben, ohne sie zu berühren, sehr nahe kommt. Wird der Apparat nicht gebraucht, so wird Schirm und Deckel abgenommen und über die sämmtlichen Brenner ein Deckel gestürzt, welcher sie auslöscht und das Verdampfen des Weingeistes verhindert. Soll eine constante Temperatur erzeugt werden, so sättigt man die Dochte, indem man starken Weingeist darauftropft, um sie zu entzünden. In einigen Secunden werden die Platinkugeln rothglühend, worauf man die Flammen wieder ausbläst. Die beste Methode, den Apparat in Gang zu bringen, ist jedoch, jede der Platinkugeln mittels des Löthrohres und der Weingeistlampe glühend zu machen.

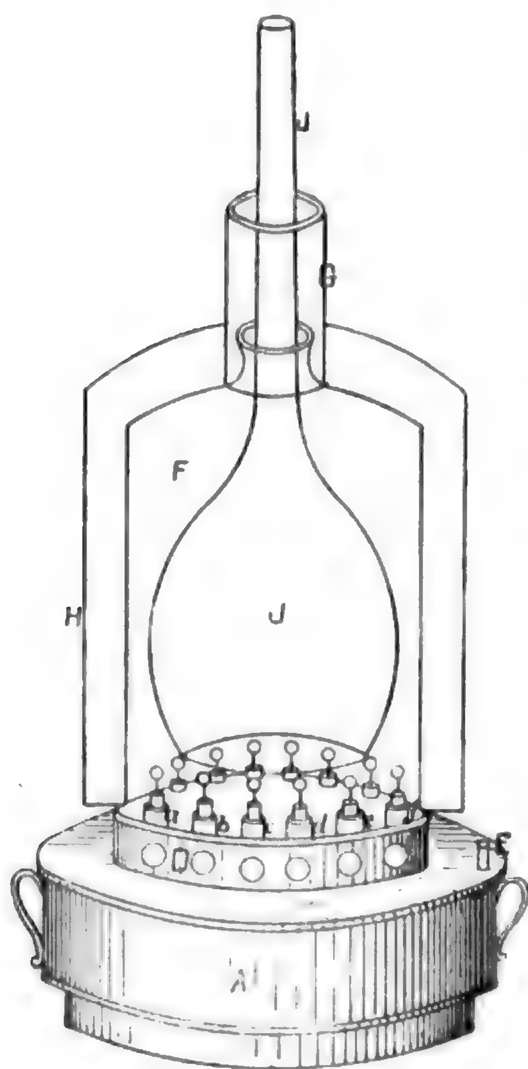


Fig. 9.

Drei Brenner erzeugen eine constante Temperatur von (160° F.) 71,1° C., 6 eine von (215° F.) 101,5° C.; 15 Brenner bringen eine Temperatur von (396° F.) 202,2° C. hervor.

Will man eine andere Temperatur hervorbringen, so braucht man nur eine Anzahl von Messingröhren herauszuziehen und auf diese Weise zugleich eine gleiche Anzahl von Dochten und Platinkugeln. Die blechernen Röhren werden mittels Stöpsel verschlossen. —

Bunsen[1]) hat im Jahre 1867 einen Thermostaten construirt, als er seine Versuche über das specifische Gewicht von Gasen und Dämpfen anstellte.

Derselbe besteht (Fig. 10) aus einem 40^{cm} langen, unten geschlossenen Cylinder *A* von Kupferblech, dessen Querschnitt eine Ellipse darstellt. Von diesem gehen an 7 Stellen in gleich weiten Entfernungen

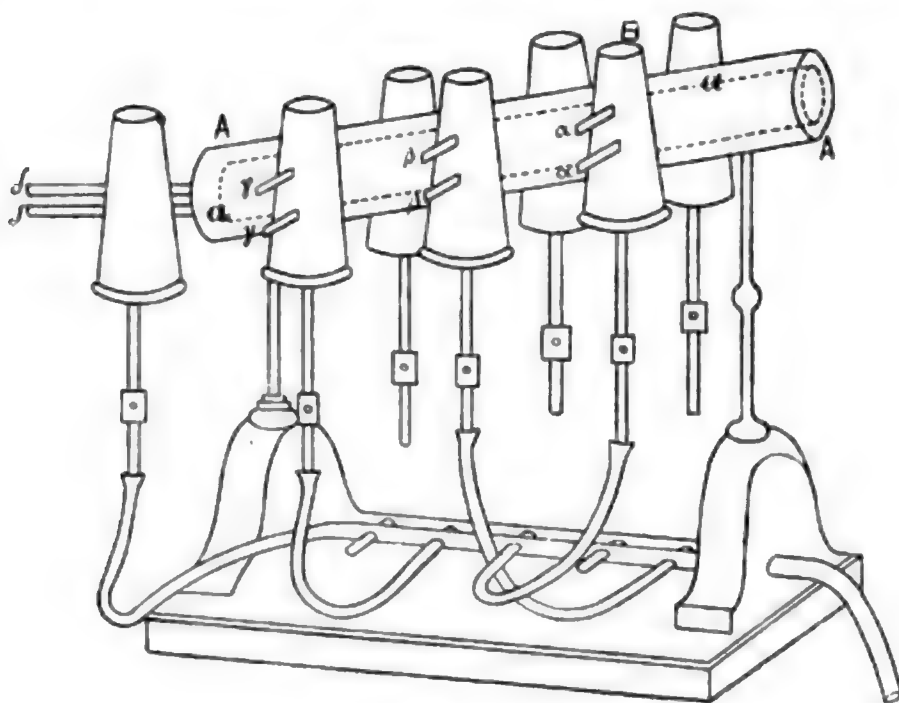


Fig. 10.

von einander je zwei $7-8^{mm}$ dicke eingeniethete oder mit Schlagloth angelöthete Kupferdrähte α, β, γ . . . aus, welche so durch die Lampenschornsteine *B*, *C*, *D* geführt sind, dass sie die verticale Achse des Flammenkegels rechtwinklig in einer Höhe durchsetzen, wo die Temperatur am höchsten und gleichförmigsten ist. Um die Ungleichheiten in der Vertheilung der auf diese Weise zugeführten Wärmemenge fortzuschaffen, ist im Kupfergefäss ein zweites, etwas kleineres, gleichgeformtes, ebenfalls unten geschlossenes, mit dem äusseren fest verbundenes *a, a* so angebracht, dass beide durch eine dünne Luftschichte von einander getrennt sind. Beide Kupfergefässe sind oben durch Deckel geschlossen, die mit correspondirenden Löchern versehen sind, um die zu erhitzenden Substanzen und ein Thermometer einzuführen. Die Flammen können in 3 gleich weit von einander abliegenden, auf den Zuleitungsdrähten durch Kerben bezeichneten Abständen vom Kupfergefäss eingestellt werden.

1) Ann. Chem. Pharm. Bd. 141 S. 273.

Diesen drei Abständen entsprechen die Temperaturen 123,6°, 144,6° und 176° C. Versieht man die Zuleitungsdrähte mit einer zweiten Reihe von Flammen, so steigt die Temperatur auf 210° C. Bringt man eine grössere Anzahl von Zuleitungsdrähten an, so lassen sich leicht constante Temperaturen über 300° C. herstellen.

Mit diesem Apparate könnten sehr hohe Temperaturen erzielt werden, wenn man sehr viele Kupferdrähte spiralförmig in den Cylinder einniethen und darunter ebenfalls spiralförmig das Gasleitungsrohr herumführen würde, welches mit ebenso vielen Gasflammen versehen wäre, als Kupferdrähte vorhanden sind. Mit gleichzeitiger Benutzung eines gut construirten Thermostaten, der den Gaszufluss zu allen diesen Flammen nach Bedarf regelt, würde dieser Apparat beliebig hohe, innerhalb gewisser Grenzen constante Temperaturen geben. Die Leitungsdrähte können vielleicht auch weggelassen werden, wenn die Flammen direct den äusseren Cylinder treffen. —

Bei den vorhergehenden Thermostaten addiren sich die Wärmequellen, um höhere Temperaturen zu erzeugen. Exner[1]) wendet dagegen eine constante Kälte- und eine constante Wärmequelle an, die er auf denselben Raum einwirken lässt, um gleichsam durch die Differenz der beiden Quellen constante Temperaturen zu erhalten. Bei seiner Untersuchung über die Temperatur des Wassers im Dichtigkeitsmaximum construirte er sich folgenden Apparat, um die constante Temperatur von 4° C. zu erzielen.

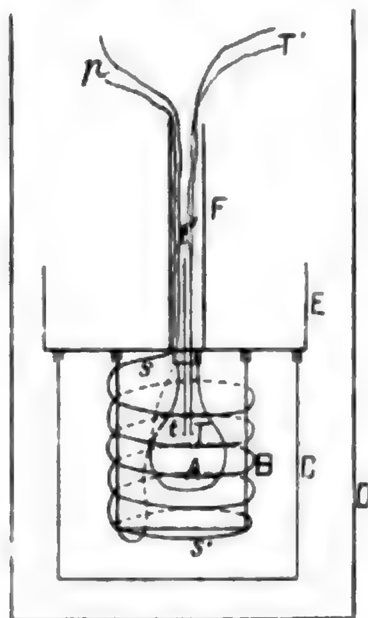


Fig. 11.

In Fig. 11 ist A ein kugelförmiges Gefäss von 60^{mm} Durchmesser, dessen engen Hals ein Kork fest verschliesst. Durch letzteren ist ein feines Geissler'sches Thermometer tt' mit sehr kleinem Gefässe und Theilung in $^1/_{10}$° C., dessen Construction vorher sorgfältig ermittelt war, mit seinem Gefässe bis möglichst in die Mitte der Kugel eingeführt und gleichzeitig mit demselben das Thermoelement TT', welches eben diese constante Temperatur von 4° C. erhalten sollte. Es war dafür gesorgt, dass die Löthstelle hierbei unmittelbar an das Gefäss des Thermometers zu liegen kam. Um

1) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 68 (2), 1873.

diese Kugel kam nun ein cylindrisches Glasgefäss *B* von 100^{mm} Durchmesser und 140^{mm} Höhe und um dieses wieder ein zweites *C* von 170^{mm} Höhe und 180^{mm} Durchmesser. Diese drei Gefässe waren mit Luft gefüllt und nach oben so an einem gemeinschaftlichen Deckel von Zinkblech *E* befestigt, dass sie concentrisch in einander steckten, ohne sich irgendwo zu berühren. In dem Raume zwischen den beiden cylindrischen Gefässen *B* und *C* war eine Spirale aus dünnem Neusilberdraht *ss'*, um das innere Gefäss *B* kreisend, so angebracht, dass sie ohne die eine oder die andere Wand zu berühren vollkommen frei hing, nur befestigt an dem Deckel *E*, durch welchen ihre beiden Enden isolirt hindurchgeleitet waren. Es wurde dann dieser Deckel, der selbst wieder ein flaches Gefäss von 50^{mm} Höhe darstellte, mit den drei daran befestigten Glasgefässen auf ein viertes noch weiteres und mit schmelzendem Eise gefülltes Gefäss *D* möglichst dicht aufgesetzt und von oben gleichfalls mit schmelzendem Eise gefüllt. Es waren somit die drei an dem Deckel befestigten Glasgefässe allseitig von Eis umgeben, aus dem nur die beiden Drähte des Thermoelements, die Enden der Neusilberspirale und die Thermometerscale, durch eine Bleihülle *F* vor der unmittelbaren Berührung mit dem umgebenden Eise geschützt, herausragten. Es konnte nun die Neusilberspirale in *p* mit den Polen einer Batterie verbunden und so erwärmt werden, dass die Temperatur im kugelförmigen Gefässe *A* wenig von 4° C. abwich, indem man die Intensität des erwärmenden Stromes variirte. Bei den Dimensionen, welche Exner in Anwendung brachte, genügten 2 Bunsen'sche Elemente mittlerer Grösse zur Herstellung der erwähnten constanten Temperatur. Es ist hierbei unbedingt nothwendig, die Dimensionen des Apparates nicht zu klein zu machen.

Exner war im Stande, die Temperatur so zu reguliren, dass der mit dem Fernrohr abgelesene Thermometerstand sich während einer halben Stunde um nichts Merkliches änderte.

Es wäre jedoch möglich, die Temperatur viel länger constant zu erhalten, wenn man statt der Bunsen'schen andere sehr constante Ketten verwenden würde.

Dieser Thermostat von Exner ist der einzige, welcher constante Temperaturen von 10 bis 0° C. herzustellen erlaubt, und es ist nur durch ein solches Arrangement möglich, unter Anwendung der Kryohydrate auch constante Temperaturen unter 0° C. für eine gewisse Zeit sich zu verschaffen. Man würde auf diese Weise

alle Zwischentemperaturen von — 30° oder — 40° bis 0° C. erhalten. —

Es ist bekannt, dass das Leuchtgas nicht immer unter demselben Drucke aus den Gasleitungen ausströmt: abends ist der Druck oft doppelt so gross als während des Tages. Der Gasbrenner wird dann dem Bade doppelt so viel Wärme zuführen, die Temperatur wird beträchtlich steigen. Um dem Uebelstande abzuhelfen, hat man sich sog. Experimentir-Gasdruckregulatoren construirt, welche das Gas immer unter demselben Drucke ausströmen lassen und daher eine constant bleibende Flamme erzielen. Verkleinert oder vergrössert man nun die Ausströmungsöffnung, so wird man auf diese Weise auch verschiedene constante Temperaturen im Bade erhalten.

K. R. v. Hauer[1]) benutzte im Jahre 1855 einen solchen Regulator, wie er in Fig. 12 gezeichnet ist, als Thermostaten. *A, A'* sind zwei Glasgefässe, welche zum Theil mit Wasser gefüllt sind. *A* ist eine gewöhnliche Wulff'sche Flasche mit 3 luftdicht schliessenden Korken, in welche 3 Röhren gleichfalls luftdicht eingepasst sind. *A'* ist hingegen mit einer Metallplatte bedeckt, die ebenfalls vermittels Kork festsitzt, aber nicht luftdicht schliesst. Beide Flaschen sind durch das doppeltgebogene Glasrohr *C* verbunden, welches mit seinen beiden gleich langen Schenkeln fast bis an den Boden der Gefässe reicht und mit Wasser gefüllt ist, wodurch das Niveau in beiden Gefässen auf der gleichen Höhe erhalten wird. *D* ist ein Schwimmer von Kork, der nach abwärts zu konisch geformt und in dessen Mitte ein dünner Metallstab befestigt ist, welcher durch die Hülse bei *E* leicht auf und abwärts geschoben werden kann und dessen oberes Ende je nach der höheren oder tieferen Stellung des Schwimmers steigt oder sinkt. An seinem oberen Ende bei *F* ist dieser Metallstab mit einem Hebel durch

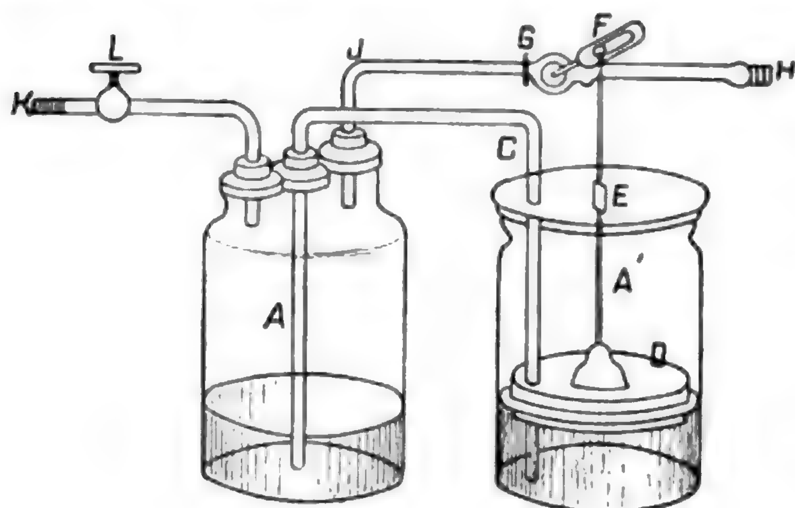


Fig. 12.

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 138 S. 196; Jahrb. d. k. k. Geogr. Reichsanstalt 1855 H. 1 S. 64.

einen kleinen glatt geschliffenen Zapfen in Verbindung gebracht, so zwar, dass der Zapfen in die schlitzartige Oeffnung des Hebels reicht. Es wird durch diesen Schlitz des Hebels erzielt, dass der Metallstab bei einer auf- und abwärts gehenden Bewegung den Hebel nach auf- oder abwärts bewegen kann, der dadurch einen Hahn öffnet und schliesst. Dieser Hahn ist an der für den Zufluss des Gases bestimmten Röhre *HJ* eingesetzt; aus der Röhre *KL* tritt das Gas zum Brenner. Lässt man das Gas bei *H* eintreten, so wird auf die Wasserfläche in dem Gefäss *A* ein Druck ausgeübt und es fliesst je nach der Stärke dieses Druckes eine grössere oder geringere Menge Wasser durch die Röhre *C* in das Gefäss *A'*. Die Folge davon ist, dass das Niveau des Wassers im Gefäss *A'* steigt und somit auch der Schwimmer; der Metallstab *EF* wird gehoben, somit der Hahn *G* in demselben Maasse gedreht als der Druck zunimmt.

Der Hahn *L* in der Röhre *KL* dient dazu, die Flamme zu vergrössern oder zu verkleinern, je nachdem eben eine hohe oder niedere constante Temperatur im Bade gewünscht wird. —

Es wurden in den letzten Jahren noch sehr viele Gasdruckregulatoren construirt, von denen ich einige beschreiben will, da sie zwar nicht als Thermostaten in Verwendung kommen, aber ein unumgänglicher Bestandtheil desselben bilden, soll die Bedingung (4b) erfüllt sein, d. h. zu einem Thermostaten in gleichen Zeiten gleiche Mengen Gas zufliessen.

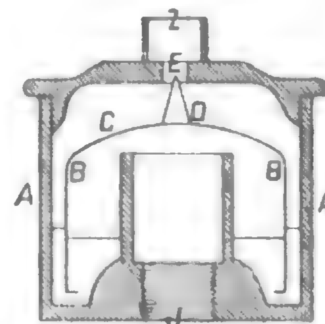


Fig. 13.

Fig. 13 zeigt den Apparat von Girourd[1]). *A* ist ein metallenes Gehäuse, gefüllt bis zur Hälfte mit Glycerin, in welchem die Glocke *B* schwimmt. Bei *C* hat sie eine Oeffnung und in *D* einen kegelförmigen Aufsatz, welcher in die Oeffnung *E* der oberen Wand des Gehäuses hineinreicht, dieselbe aber bei normalem Druck des Gases nicht verschliesst.

Das Gas tritt bei *J* in das Gehäuse unter die Glocke, von da durch die Oeffnungen *C* und *D* in das Ausflussrohr *Z*. Steigt plötzlich der Druck, so hebt sich die Glocke *B* und verschliesst zum Theil die Oeffnung *D*, so dass nicht mehr Gas als früher durch das Rohr *Z* austreten kann.

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 212 S. 438.

Einen etwas modificirten Regulator zeigt Fig. 14, construirt von Moitessier. An dem innern Theil der Glocke ist hier ein Kegelventil angehängt, welches mehr als zur Hälfte in das Zuleitungsrohr

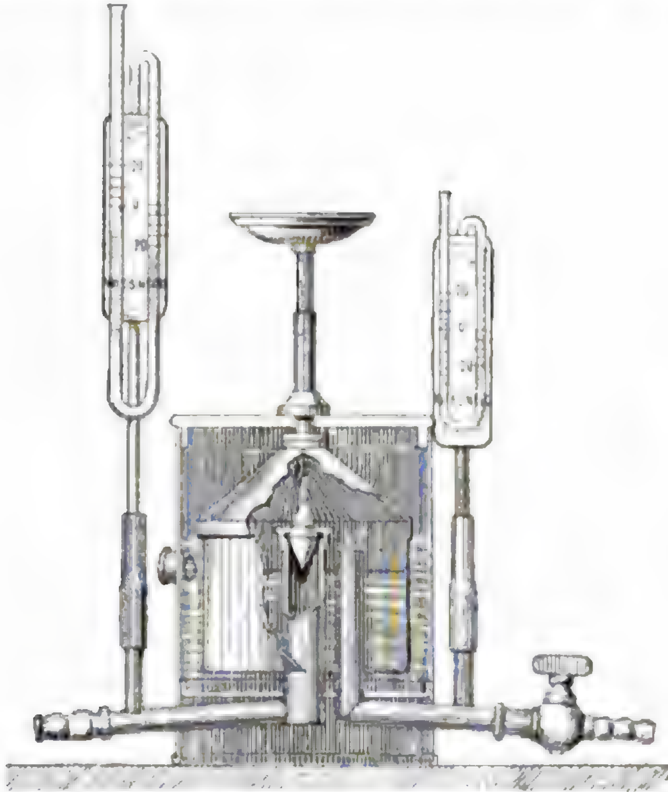


Fig. 14.

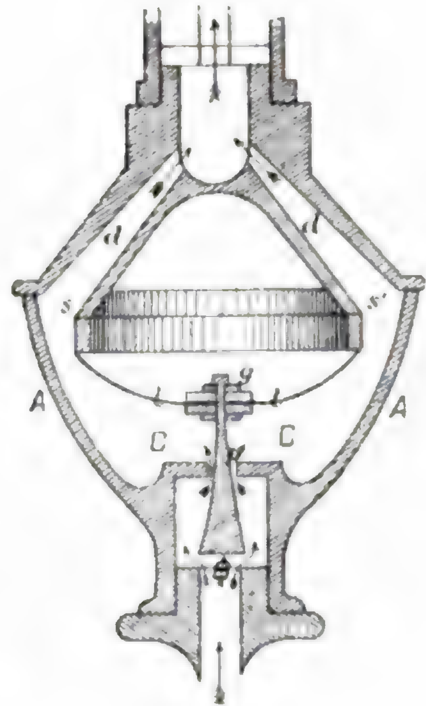


Fig. 15.

des Gases hineinreicht. Tritt hier vermehrter Gasdruck ein, so hebt sich die Glocke und somit das Ventil, wodurch der Gaszufluss in demselben Maasse gehemmt wird, als der Druck zugenommen hat.

Tieftrunk[1]) hat sich einen Gasregulator construirt, den er auch als Thermostat benutzt hat. Das in das Gehäuse *A* (Fig. 15) bei *B* eintretende Gas gelangt in den durch die Membrane *ll* nach oben geschlossenen Raum *C* und strömt durch die Kanäle *d, d,* welche durch Oeffnungen mit dem unteren Raum in Verbindung stehen, zum Brenner. Im Centrum der Membrane ist gasdicht der Stab *g* eingelassen, an welchem unten ein Kegel sitzt. Erhält das eintretende Gas einen höheren Druck, so hebt sich die Membrane *ll*, mit ihr der Kegel, verschliesst aber damit den Zutritt des Gases. Durch den Verbrauch oberhalb *d* nimmt der Druck in *C* wieder ab, damit senkt sich die Membrane, der Kegel senkt sich und lässt wieder Gas eintreten.

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 217 S. 326.

(Fortsetzung folgt.)

Ueber die Licht- und Sphäroidalerscheinungen, welche die Elektrolyse der Flüssigkeiten begleiten.

Von

N. Slouguinof,

Privatdocent der Physik an der Universität in St. Petersburg.

1. Es ist längst bekannt[1]), dass die Elektrolyse unter gewissen Bedingungen von Lichterscheinungen an den Elektroden begleitet werden kann. Allein diese Erscheinungen sind wenig erforscht und wurden fast bis auf die neueste Zeit unbeachtet gelassen. Der Grund davon ist meiner Meinung nach der, dass die Gelehrten, nachdem sie die Aufmerksamkeit auf diese Erscheinungen gelenkt hatten, auf die Nothwendigkeit der vielgliedrigen galvanischen Säule zu ihrer Erzeugung hingewiesen haben. Indem ich mich mit der Elektrolyse beschäftigte, kam ich auf den Gedanken, diese Erscheinungen zu erforschen, und fand einige nicht uninteressante, charakteristische Eigenthümlichkeiten derselben, mit deren Auseinandersetzung ich mich hier beschäftigen werde. Es ist schon früher darauf hingewiesen worden, dass das Licht an einer Elektrode entsteht, mit welcher man den Strom einer vielgliedrigen Säule schliesst, indem man sie in einen Elektrolyt taucht, welcher schon mit dem andern Pol der Batterie verbunden ist. Ich habe gefunden, dass, wenn zwei gleiche Elektroden ungleich tief in den Elektrolyt getaucht sind, beim Schliessen einer genügend starken Säule, sogar an einer beliebigen Stelle derselben, an der weniger hineingetauchten Elektrode eine Lichterscheinung entsteht. Weiter werden wir sehen, dass das elektrolytische Leuchten zweierlei Art sein kann und dass die eine Art des Leuchtens eine Folge des Sphäroidalzustandes ist, welchen die Flüssigkeit an einer der Elektroden durch die Wirkung des Stromes annimmt.

---

1) Die Literatur über diese Frage siehe bei G. Wiedemann, Die Lehre vom Galvanismus Bd. 1 S. 916.

Als Elektrolyte dienten hauptsächlich Schwefel-, Salz- und Salpetersäure, als Elektroden Platindrähte. Die Batterie bestand meistentheils aus 17 Poggendorff'schên Elementen, bisweilen etwas weniger, bisweilen mehr.

2. Sphäroidalzustand der Flüssigkeiten bei ihrer Elektrolyse. Als ich einen als Elektrode dienenden Platindraht in verdünnte Schwefelsäure eingetaucht hatte, die mit dem andern Pol der Säule (16 Elemente) verbunden war, bemerkte ich, dass dieser Draht von wirbelnden Strömungen der Flüssigkeit umgeben wurde, aber eine Ausscheidung von Glasbläschen an seiner Oberfläche, wie sie sich an der andern vorher eingetauchten Elektrode in gewöhnlicher Weise zeigten, nicht stattfand. Um die Schlusselektrode bildete sich in der Flüssigkeit eine deutliche Vertiefung, wie solche bei nicht benetzenden Flüssigkeiten vorkommt. Je schwächer die Batterie ist, desto weniger braucht man die Elektrode einzutauchen, ohne diese Erscheinung zu zerstören. Bei einer Batterie von 16 Elementen kann man, nachdem die Elektrode 3—3,5^{cm} tief eingetaucht ist, die Erscheinung beliebig lange beobachten. Erst bei tieferem Eintauchen des Drahtes hört dieser Zustand auf und beginnt die normale Elektrolyse. Die Erscheinung entsteht leichter, wenn der zu immersirende Draht als positive Elektrode dient.

Wenn das Experiment im Dunkeln ausgeführt wird, so bemerkt man an der Elektrode, um welche keine Ausscheidung von Gasbläschen stattfindet, ein schwaches Glimmlicht, besonders wenn die erwähnte Elektrode eine negative ist.

Wenn infolge einer Verminderung des Stromes oder anderer Ursachen eine solche anomale Elektrolyse in eine normale übergeht, so bemerkt man dabei einen besonders deutlich hörbaren Ton, wie solcher die Zerstörung des Sphäroidalzustandes von Flüssigkeiten begleitet. Denselben Ton bemerkt man auch dann, wenn die anomale Elektrolyse durch die Unterbrechung der Kette vermittels des Interruptors bewerkstelligt wird. Alles dieses weist darauf hin, dass durch einen starken Strom die Flüssigkeit um die eine Elektrode (welche die geringste Oberfläche hat) in den sphäroidalen Zustand übergehen und somit die Elektrode unberührt lassen kann.

Welcher Ursache soll man nun den sphäroidalen Zustand des Elektrolyten zuschreiben? Der Unterschied zwischen der Bildung des Sphäroidalzustandes einer Flüssigkeit auf der Oberfläche eines erhitzten

Metalles und eines solchen um eine von den Elektroden ist nicht gross. In der That, im ersten Falle bildet sich durch die Wirkung einer sehr hohen Temperatur Dampf von so grosser Spannkraft, dass er im Stande ist, die Flüssigkeit vom Metall zu trennen [1]); im zweiten Falle aber sondert sich plötzlich, infolge einer grossen Stromdichtigkeit, Gas auf der kleinen Oberfläche der Schlusselektrode in einer so grossen Menge ab, dass seine Spannkraft im Stande ist, die Flüssigkeit von der Elektrode abzustossen. Selbstverständlich, dass diese Spannkraft grösser sein muss als der Druck der Atmosphäre, denn ein Theil derselben wird zur Ueberwindung der Flächenspannung der abgestossenen Flüssigkeit verwendet.

Wenn die Flüssigkeit aber die Elektrode nicht berührt, so muss der Strom, um von der Elektrode zum Elektrolyten überzugehen, durch die Gas- oder Dampfschicht, welche die Elektrode umgibt, durchgehen. Nun ist aber bekannt, dass, wenngleich auch Gase und Dämpfe einen galvanischen Strom leiten, sie ihm dennoch grossen Widerstand leisten. Infolge dieses grossen Widerstandes der Gasschicht wird sich in ihr, wenn auch der Strom schwächer wird, ein grosser Theil der durch den Strom erzeugten Wärme absondern und folglich an dieser Stelle eine sehr hohe Temperatur vorhanden sein. Durch die hohe Temperatur wird eine Verdampfung des Elektrolyten entstehen und dadurch die Spannkraft der gasförmigen Schicht vergrössert werden. Die Versuche haben gezeigt, dass, wenn der Sphäroidalzustand an der Platinanode eintritt, die Temperatur so hoch steigt, dass das Ende des Drahtes abschmilzt, dass dagegen der Sphäroidalzustand an der Kathode nur eine verhältnismässig geringe Temperaturerhöhung hervorbringt. In eben dieser gasförmigen Schicht bemerkt man auch das erwähnte Leuchten.

3. Die Frage, ob eine wirkliche Berührung zwischen einer Flüssigkeit und der erhitzten Oberfläche existire, suchte zuerst Poggendorff im Jahre 1841 auf galvanischem Wege zu lösen. Nach Poggendorff wandten viele Forscher den galvanischen Strom bei der Untersuchung

---

1) Ich will hier an die Versuche Normandy's u. a. erinnern, welche beweisen, dass Wasser in einem zu stark erhitzten Kessel aus dem gewöhnlichen in den sphäroidalen Zustand übergehen kann, und dass also zum Eintreten des sphäroidalen Zustandes ein Erhitzen des Kessels, bevor das Wasser hineinkommt, nicht nothwendig ist. S. Normandy, On the spheroidal state of water in steamboilers. Fortschr. der Physik im Jahre 1854; Phil. Mag. (4) VII, 283.

des Sphäroidalzustandes an, indem sie glaubten, dass das Vorhandensein oder Nichtvorhandensein des Stromes von einer Batterie, die einerseits mit einer erhitzten Metallfläche, andererseits mit einer auf derselben befindlichen Flüssigkeit verbunden ist, die Frage lösen könne, ob das Sphäroid die erhitzte Fläche berühre oder nicht. Aber siehe da, Buff, welcher im Jahre 1851 die vorhergegangenen Versuche wiederholte, fand, dass der galvanische Strom vom erhitzten Metall zur Flüssigkeit übergehen kann, wenn die Temperatur des Metalles verhältnismässig nicht hoch ist. Herr Prof. Tyndall[1]) erklärt den Uebergang des Stromes durch die Leitungsfähigkeit des Wasserdampfes, welcher sich auf der Oberfläche des Sphäroids bildet. Meine Versuche bestätigen vollständig die Erklärung Tyndall's. Nachdem ich eine Schwefelsäurelösung mit der Kohle einer Batterie aus 6 Elementen verbunden hatte, bewirkte ich die Schliessung des Stromes durch Eintauchen eines erhitzten Platinkathoddrahtes in die Säure. Anfangs ging der Strom nicht durch, darauf, als an der Kathode das Leuchten eintrat und an der Anode sich Sauerstoffbläschen ausschieden, wurde die Magnetnadel des in den Stromkreis eingeschalteten Galvanometers um ein geringes abgelenkt. Das Leuchten zeigte sich am ganzen eingetauchten Theil des Drahtes, dauerte jedoch sehr kurze Zeit. Darauf verging der Sphäroidalzustand der Flüssigkeit mit dem charakteristischen Ton und Kochen. Anfangs ging der Strom aus dem Grunde nicht durch, weil infolge der hohen Temperatur die Entfernung zwischen dem Elektrolyten und der Elektrode gross war; bei Abnahme der Temperatur aber verringerte sich diese Entfernung und folglich wurde der Widerstand der Schicht kleiner. Je stärker die Batterie ist, desto schneller tritt nach dem Eintauchen die Lichterscheinung ein und desto länger dauert sie. Es versteht sich, dass sowohl bei den ersteren Versuchen als auch hier keine Aussonderung von Bläschen an der leuchtenden Elektrode stattfindet. Die Lichterscheinung bei diesen Experimenten will ich die Lichterscheinung erster Art nennen, und gehe jetzt zu einer Lichterscheinung anderer Art über.

4. Lichterscheinungen zweiter Art. Die Lichterscheinung erster Art, wenn sie an der Kathode stattfindet, geht bisweilen in eine Lichterscheinung anderer Art über, bei welcher sich die leuchtende Elektrode wie mit erhitzten Kügelchen oder Gasbläschen bedeckt.

---

1) Tyndall, Philos. Mag. 1855, X, 350; Arch. d. sc. Phys. 1856, XXXI.

Dabei entsteht ein eigenthümliches Geräusch oder Knistern im Gegensatz zur Lichterscheinung erster Art, die vollständig still vor sich geht. Dieses Geräusch ist vom Abstossen der Gasbläschen in fast horizontaler Richtung begleitet. Der Uebergang der Lichterscheinung erster Art in die zweiter Art ist verbunden mit dem schon erwähnten charakteristischen Ton, dabei ändert sich sowohl die Helligkeit als auch die Farbe des Leuchtens. Der Uebergang der Lichterscheinung erster Art in die zweiter Art kommt an der Anode nicht vor, aber es gelang mir einmal, den Rückübergang bei Elektrolyse der Salpetersäure zu bemerken.

Am schönsten beobachtet man diese Erscheinung bei der Salpetersäure. Die Dichtigkeit der zu benutzenden Säure war 1,324. Wenn man in dieselbe zwei Platindrähte ungleich tief hineingetaucht und den weniger immersirten mit dem negativen Pol einer Säule (17 Poggendorff'sche Elemente), den andern aber mit dem positiven Pol verbunden hat, so bemerkt man an der weniger eingetauchten Elektrode eine Lichterscheinung zweiter Art. Man kann alsdann die Elektrode sammt der Lichthülle noch tiefer eintauchen, ohne die schöne Lichterscheinung zu zerstören. Die Farbe derselben ist rosa-violett und in einem solchen Grade intensiv, dass sie auch bei Tageslicht bemerkbar ist.

Die Lichterscheinung zweiter Art erhält man gleichfalls in dem Falle, wenn die Schliessung der Kette durch Eintauchen der einen von den Elektroden hergestellt wird, und zwar an eben dieser Elektrode. Aber wenn nur diese Elektrode erhitzt ist, so erhält man immer eine Lichterscheinung erster Art. Der Uebergang der Elektrolyse mit einem Leuchten zweiter Art in die normale Elektrolyse ist nicht von dem erwähnten Ton begleitet, auch kommt derselbe bei einer Unterbrechung der Lichterscheinung durch Interruption des Stromes nicht vor.

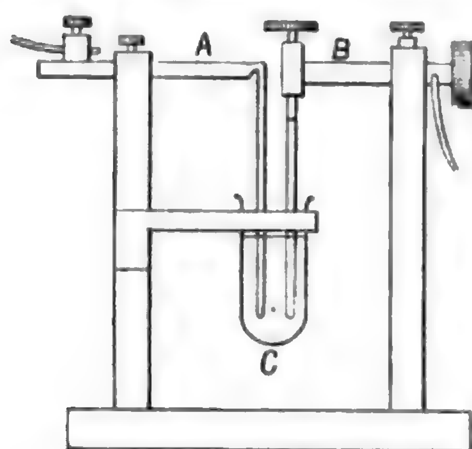
Bei der Lichterscheinung erster Art verändert sich die leuchtende Elektrode nicht im geringsten; bei der Lichterscheinung zweiter Art kommen aber merkliche Veränderungen vor. So erscheint nach der Elektrolyse von Schwefel- und Salpetersäure mit einer Lichterscheinung zweiter Art an der Platinkathode die Oberfläche derselben matt und rauh. Ich meine, dass der Draht ein solches Aussehen infolge der mechanischen Losreissung von Platintheilchen annimmt. Nach Versuchen von Herrn Prof. Colley [1]) zeigt die Lichthülle die Spectrallinien des Platina.

1) R. Colley, Journ. de physique 1880, IX, 155.

5. Die Intensität des Stromes ist während des Auftretens der Lichterscheinung sehr klein und es entwickelt sich eine geringe Menge Gas. Wenn aber die anomale Elektrolyse in eine normale übergeht, so wächst die Intensität des Stromes bis zu einer bedeutenden Grösse und Gase entwickeln sich in ungeheurer Menge. Die Temperatur des Elektrolyten, besonders in der Nähe der leuchtenden Elektrode, steigt über 90° C.

6. Versuche mit Salzsäure. Ich will noch eins der schönsten Experimente über elektrolytische Lichterscheinungen beschreiben. Ich habe gefunden, dass, wenn die Elektrolyse von Salzsäure bei hoher Temperatur gemacht wurde, die Platinanode sich in der Säure auflöste und somit Platinchlorid gebildet wurde. Wenn man nun eine solche Lösung von Platinchlorid in Salzsäure nimmt und durch dieselbe einen Strom von 12 — 15 Poggendorff'schen Elementen leitet, so wird sich, nachdem man den Strom durch Immersiren eines Kathoddrahtes in die Säure verbunden hat, auf der Kathode Platin in Pulverform absetzen, der Kathoddrath erscheint dann bedeckt von glühenden gelben Sternchen. Der Versuch ist sehr schön, gelingt immer besonders gut und kann ausserdem zugleich vom ganzen Auditorium [1]) gesehen werden, während das Leuchten in andern Säuren bei gleichen Bedingungen (in Bezug auf die Zahl der Elemente) ausserordentlich schwach und nur im Dunkeln sichtbar ist.

Das erwähnte Platinpulver fällt von der Kathode in Häufchen auf den Boden des Elektrolysators. Die beschriebene Lichterscheinung an der Kathode dauert auch nach Unterbrechung des Stromes fort, doch nur kurze Zeit.



7. Zur Ausführung dieser Versuche ist nebenstehender Apparat sehr geeignet. Elektrode *A* unbeweglich, Elektrode *B* mit zwei Bewegungen in horizontaler und verticaler Richtung; die zu elektrolysirende Flüssigkeit wird in das Glas *C* gegossen, welches emporgehoben, heruntergelassen und nach rechts und links um eine Stütze gewendet werden kann.

---

1) Ein Versuch der elektrolytischen Lichterscheinung in Salzsäure wurde in der russischen Abtheilung auf der Intern. Elektrischen Ausstellung in Paris 1881 gezeigt.

8. Ich will schliesslich noch kurz die sämmtlichen unmittelbaren Resultate der in dieser Abhandlung beschriebenen Beobachtungen zusammenfassen.

a) Ganz analog, wie durch die Wirkung der hohen Temperatur eines Metalls die mit demselben in Berührung gebrachte Flüssigkeit vom Metall abgestossen wird, wird auch die Flüssigkeit vom Metall abgestossen, wenn durch dasselbe ein starker galvanischer Strom hindurchgeht; mit andern Worten, sowohl Wärme als auch Elektricität können eine Flüssigkeit in den sphäroidalen Zustand versetzen. Bisweilen wirken beide Gründe zusammen.

b) Der Elektrosphäroidalzustand ist von einer schwachen Lichterscheinung begleitet.

c) Ausser dieser elektrolytischen Lichterscheinung existirt noch ein Leuchten anderer Art, und wenn es an der Kathode vor sich geht, so reissen sich Platintheilchen von dieser Elektrode ab.

d) Bei der Lichterscheinung in einer Lösung von Platinchlorid in Salzsäure und an der Kathode hängt die Intensität des Leuchtens von der Erhitzung des sich auf derselben absondernden Platinpulvers ab.

Zur Lösung des photometrischen Problems.

Von

Domenico Coglievina,

Ingenieur in Wien.

Die heutigen photometrischen Messungen liefern bekanntlich niemals vollkommen verlässliche Resultate. Die Ursache hiervon liegt einestheils in den vielfachen constructiven Mängeln der betreffenden Instrumente, anderntheils aber in der Unbeständigkeit der der Messung jeweilig zu Grunde gelegten Intensitätseinheit.

In ersterer Beziehung sind insbesondere hervorzuheben:

1. die nicht genügende Deutlichkeit der Scala, d. i. der zu geringe Abstand zwischen je zwei auf einander folgenden Theilstrichen auf derselben, wodurch jede noch so minime, im Spiegel meistens gar nicht merkbare Verschiebung der Lichtquelle nach der einen oder anderen Seite hin eine oft bedeutende Differenz in den bezüglichen Ablesungen nach sich zieht;
2. die örtlich getrennte Wahrnehmung der beiden zu vergleichenden Lichtbilder, wodurch die Messung der fraglichen Helligkeiten sich auf eine von dem individuellen Sehvermögen in hohem Grade abhängige, unter allen Umständen unsichere Abschätzung reducirt;
3. die Vernachlässigung jenes störenden Einflusses, den die verschiedenen Farbentöne zweier ungleichartiger Flammen auf die Wahrnehmung der betreffenden Lichtbilder nothwendig ausübt.

Was aber die heutigen photometrischen Einheiten betrifft, so genügt es wohl nur an die Thatsache zu erinnern, dass, wie leicht begreiflich, weder die verschiedenen Normalkerzen noch auch die namentlich in Frankreich übliche Carcel-Lampe eine Flamme von constant bleibender Helligkeit liefern können, wogegen es leider bisher trotz zahlreicher diesbezüglicher Vorschläge noch immer nicht gelungen, an Stelle jener conventionellen Einheiten eine Helligkeit von zuverlässiger Beständigkeit zu setzen.

Von diesem doppelten Gesichtspunkte ausgehend, war ich bemüht, die Lösung des photometrischen Problems anzustreben. Die Frucht meiner diesbezüglichen Arbeit bilden zwei Instrumente, die zwar im ganzen auf einem und demselben Grundsatze beruhen, jedoch ihrer speciellen Bestimmung gemäss auch besonders eingerichtet sind. Das Decimal-Photometer verfolgt nämlich unter Beibehaltung der üblichen Einheiten lediglich den Zweck, die eingangs angedeuteten, wohl den meisten heute in Verwendung stehenden Photometern anhaftenden Mängel zu beseitigen, und ist hauptsächlich zu didaktischen Zwecken bestimmt; das Centigrad-Photometer verbindet damit gleichzeitig auch den Vorschlag betreffs der Herstellung einer constanten Normalflamme, ist also vornehmlich auf das Ziel gerichtet, eine internationale Lichteinheit einzuführen. Die nachfolgenden Zeilen sollen nun das Princip der beiden genannten Instrumente in Kürze darlegen; die Fachgenossen mögen daraus entnehmen, inwiefern es mir geglückt sei, das allseitig ersehnte Ziel zu erreichen.

1. Decimal-Photometer.

Bezeichnet L_1 (Fig. 1) die Flamme irgend welcher photometrischer Einheit und L_2 jene der zu messenden Lichtquelle, so wird zunächst das

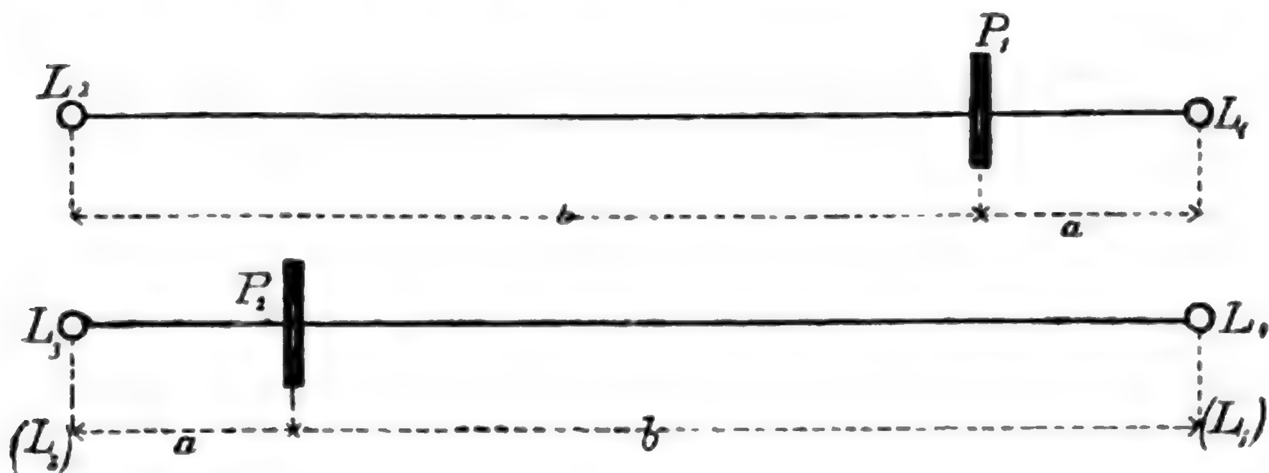


Fig. 1.

Diaphragma in P_1 aufgestellt, wobei $a = 450^{mm}$, $b = a\sqrt{10} = 1423{,}03^{mm}$ beträgt. Nach der bekannten Proportion

$$L_1 : L_2 = a^2 : b^2$$

folgt hieraus, dass bei Gleichheit der Helligkeiten in P_1 die Intensität von L_2 das Zehnfache jener von L_1, mithin 10 Einheiten darstellt. Diese Gleichheit wird selbstverständlich bei der ersten Aufstellung der beiden Lichtquellen, wenn überhaupt, doch nur zufällig eintreten. Im allgemeinen wird indes die Helligkeit des linksseitigen Lichtbildes

entweder kleiner oder grösser sein im Vergleich zu der Lichtwirkung der Einheitsflamme. Im ersteren Falle muss L_2 dem Diaphragma entsprechend genähert werden, worauf man auf dem linksseitigen Scalenarme den Werth der fraglichen Intensität direct ablesen kann. Zeigt sich dagegen das linksseitige Spiegelbild heller als das rechtsseitige, so weist dies darauf hin, dass die Intensität von L_2 das Maass von 10 Einheiten übertrifft. In einem solchen Falle müsste nun, wie üblich, eben diese Lichtquelle vom Diaphragma entsprechend entfernt werden. Bei der Messung grösserer Lichtstärken zieht aber ein solcher Vorgang einen doppelten Uebelstand nach sich, nämlich: es erhält einestheils das Instrument eine übermässige Länge, wogegen anderntheils die Theilung der Scala sehr rasch mehr und mehr ihre Deutlichkeit einbüsst. Deshalb habe ich es vorgezogen, in L_1 einen beliebigen Hilfsbrenner anzubringen und vor allem die Helligkeit desselben im günstigen Moment, d. i. wenn die Einheitsflamme ungehindert brennt und die vorgeschriebene Höhe erreicht hat, auf 10 Einheiten zu reguliren. Hierauf wird der zu messende Brenner an die Stelle der nunmehr entbehrlichen Einheitsflamme gesetzt, das Prisma aber von P_1 in die linksseitige Grenzlage P_2 gerückt und bei Erreichung gleicher Helligkeiten im Spiegel der fragliche, zwischen 10 und 100 liegende Intensitätswerth am rechtsseitigen Scalenarm abgelesen. Auf diese Weise ist man einestheils der Nothwendigkeit enthoben, die im Verlauf des Experimentes schlechterdings niemals constant bleibende Helligkeit der Normalkerze, bez. der Carcel-Lampe, während der ganzen Dauer der Untersuchung benutzen zu müssen; durch die auf das dekadische Zahlensystem basirte Theilung erhält man aber anderntheils im Gegensatz zu den bisherigen unbegrenzten Scalen eine solche, die eine wesentlich sicherere Einstellung, mithin auch eine verlässlichere Messung gestattet und ohne irgend welche Veränderung des Apparates dadurch ins Unendliche fortgesetzt werden kann, dass man schliesslich den ermittelten Zahlenwerth nur mit jener Potenz von 10 zu multipliciren hat, welche der Anzahl der vorgenommenen Verschiebungen des Diaphragmas von der einen in die andere Grenzlage entspricht. Der Apparat hat eine Baulänge von nur 1873^{mm}; dessen ungeachtet beträgt aber der geringste Abstand zwischen zwei auf einander folgenden Theilstrichen — also zwischen 9 u. 10 und ebenso zwischen 90 u. 100 etc. — noch immer

$$a\sqrt{10} - a\sqrt{9} = 1423 - 1350 = 73^{mm}.$$

Zur Controle der Messung ist überdies auf der rückwärtigen Seite noch eine zweite, gleichfalls doppelarmige Scala angebracht, bei deren Benutzung das Diaphragma zunächst in die Mitte des Apparates gestellt und hierauf bei unveränderter Lage der beiden Lichtquellen nach jener Seite, wo sich die geringere Helligkeit zeigt, so lange verschoben wird, bis die gewünschte Gleichheit hergestellt ist. Die solcherart ermittelte Zahl gibt das Vielfache an, um welches die entferntere Flamme stärker ist im Vergleich zu jener, gegen welche die Verschiebung des Diaphragmas stattgefunden hat.

Was nun dieses letztere betrifft, so besteht dasselbe im Gegensatz zu dem üblichen transparenten Schirm aus einem undurchsichtigen gleichschenkligen Prisma P (Fig. 2) mit matten Seitenflächen, welches

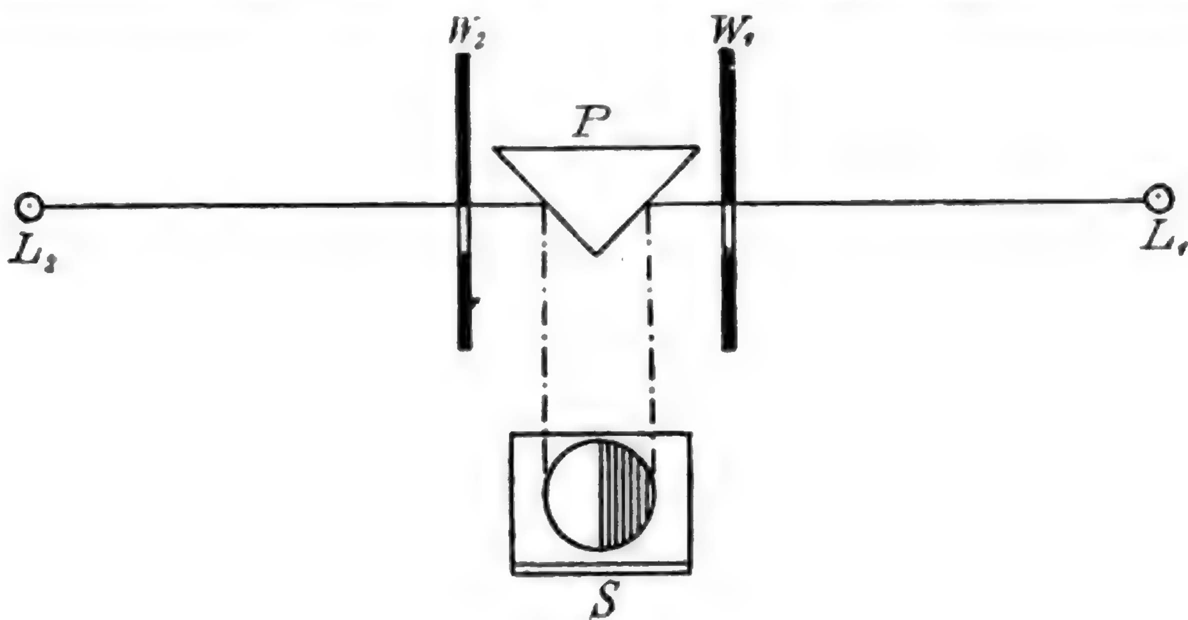


Fig. 2.

in einer Kammer eingeschlossen ist, deren Wände W_1, W_2 je eine, der betreffenden Lichtquelle zugekehrte, halbkreisförmige Oeffnung enthalten. Hierdurch wird von L_1 aus auf der rechtsseitigen Prismenfläche ein Lichtbild erzeugt, welches auf dem darunter angebrachten, um 45° nach vorn geneigten Spiegel S als ein heller, scharf begrenzter Halbkreis erscheint. Ebenso stellt sich linksseitig auf dem nämlichen Spiegel das von L_2 erzeugte Lichtbild dar und ist von dem ersterhaltenen nur durch eine scharfe Linie, das Spiegelbild der unteren Prismenkante, getrennt. Das Auge hat demnach nicht wie bisher die Helligkeiten zweier von einander örtlich getrennter Lichtbilder abzuschätzen, sondern lediglich zu untersuchen, ob eine und dieselbe Fläche — ein scharf begrenzter, in einem sonst ganz dunkeln Raume heller Kreis — ganz gleichmässig beleuchtet sich darstellt oder nicht.

Um endlich den erwähnten störenden Einfluss zu beseitigen, welchen die verschiedenen Färbungen der zu vergleichenden Flammen auf die sichere Wahrnehmung des Lichtbildes ausüben, wurde der Planspiegel S aus röthlichem Glase hergestellt, wodurch nunmehr die Lichtbilder beider Flammen völlig gleiche Farbentöne bieten und, wie die Versuche gezeigt, zur Sicherheit der Messung ganz wesentlich beitragen.

2. **Centigrad-Photometer.**

Dieses Instrument unterscheidet sich, wie bereits erwähnt, von dem eben beschriebenen nur durch die Verschiedenheit der photometrischen Einheit; während nämlich diese letztere dort bereits gegeben ist, muss dieselbe hier erst gebildet werden.

Es leitete mich hierbei die Erwägung der Thatsache, dass, in der üblichen Deutung aufgefasst, die Wirkung jeder leuchtenden Flamme in einem von der jeweiligen Intensität derselben abhängigen Abstande jene Grenze erreichen müsse, wo ihre Wahrnehmbarkeit durch das Auge aufhört. Denn der Beleuchtungsgrad eines Objectes nimmt bekanntlich mit der zunehmenden Entfernung desselben von der betreffenden Lichtquelle nach einem bestimmten Gesetze stetig ab, muss also schliesslich auch den äussersten Grenzwerth = Null erreichen, oder doch eben dieser Grenze sich unendlich nähern. Ist es aber einmal möglich, die Grenze der fraglichen Wirkung, gewissermassen also den Wirkungsradius einer Flamme zu ermitteln, so kann man auch umgekehrt verfahren, d. h. eben jenen Wirkungsradius als constant annehmen und die Intensität der betreffenden Flamme entsprechend reduciren. Man schafft sich offenbar auf diese Weise eine thatsächliche Normalflamme, eine Flamme nämlich, deren Leuchtkraft einem ganz bestimmten Werthe entspricht; denn alle übrigen Flammen, deren jeweilige Wirkung gleichfalls in dem normirten Abstande aufhören würde, von dem Auge wahrgenommen zu werden, müssen bezüglich ihrer Intensität nothwendig unter einander gleich sein.

Um aber die Ermittlung des besagten Grenzwerthes der Wahrnehmbarkeit der fraglichen Lichtwirkung von dem individuellen Sehvermögen möglichst unabhängig zu machen, habe ich folgenden Vorgang gewählt:

In der Höhenlage der regulirbaren Lichtquelle L_1 (Fig. 3 und 4 auf folgender Seite) sind in bestimmten Abständen vier rechtwinklige Glasprismen I — IV, in passenden Gehäusen eingeschlossen, innerhalb

des Photometerkastens befestigt. Trifft nun der von L_1 herrührende Lichtstrahl auf die Kathetenfläche des ersten Glasprismas senkrecht auf,

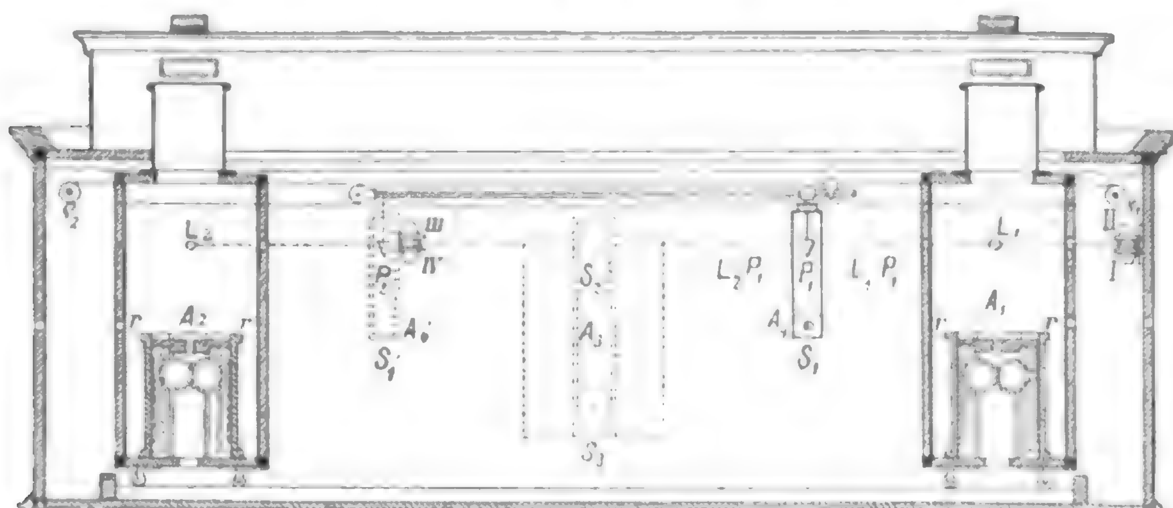


Fig. 3.

so wird derselbe von der Hypotenusenfläche reflectirt und successive durch die übrigen drei Prismen geleitet, bis er schliesslich von dem Prisma IV auf den Planspiegel S_2 geworfen wird, der, in der Kammer A_3

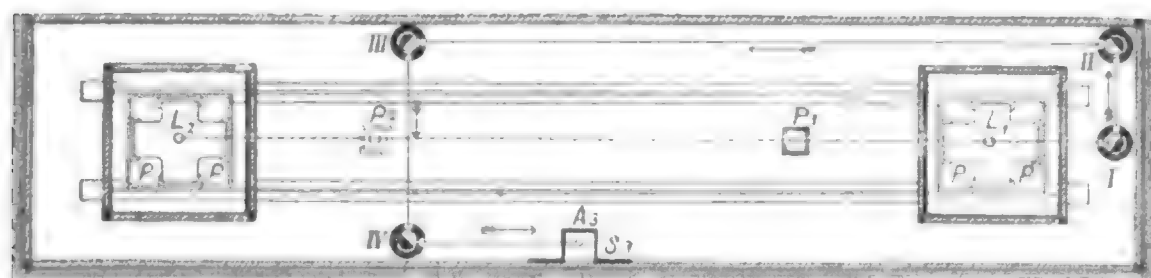


Fig. 4.

eingeschlossen, um 45° gegen den einfallenden Lichtstrahl geneigt ist. Die Rechnung zeigt nun, dass auf diese Weise von der Flamme L_1 nur eine ganz kleine Fläche, nämlich $1{,}2 \times 0{,}6^{mm}$ überhaupt zur Wirkung in S_2 gelangen kann, und dass der von diesem Flammentheile ausgehende Strahlenbüschel einen Winkel einschliesst, dessen grösste Werthe 0° 14′ 54″, bzw. 0° 7′ 27″ betragen. Ein solcher Lichtbüschel muss daher als eine schmale Lichtlinie sich fortpflanzen; das Bild dieser Linie auf dem Spiegel S_2 zeigt sich auch infolgedessen in dem vertical darunter angebrachten, um 45° nach vorn geneigten Planspiegel S_3 nothwendig nur als ein ganz kleiner Stern, gewissermassen also als ein in einem sonst vollkommen dunklen Raume hellleuchtender Punkt.

Die Helligkeit eines solchen Punktes abzuschätzen sind wir aber aus dem Grunde ganz ausser Stande, weil die Erfahrungen, welche

auch auf anderen Gebieten der Physiologie gesammelt wurden, die Thatsache bestätigen, dass äussere Eindrücke nur dann unsere Sinne zu afficiren vermögen, wenn dieselben als vereinzelte Wirkungen auftreten, die mit dem Gesammtzustand, worin das betreffende Individuum sich befindet, scharf contrastiren. Würden wir demnach im vorliegenden Falle durch Regulirung der Lichtquelle L_1 eine grosse Wandfläche allmählich mehr und mehr erhellen, so könnten wir uns wohl von der Grösse des solcherart wachsenden Helligkeitsgrades schlechterdings keine Vorstellung machen. Concentriren wir dagegen selbst einen kleinen Theil der so nach einander addirten Helligkeiten getrennt und in einer unendlich geringen Ausdehnung auf eine bis dahin völlig dunkle Fläche, so nimmt selbst das schwächste Auge ein solches Lichtbild mit Leichtigkeit wahr. Es wird daher auch das in Rede stehende Lichtbild so lange von jedem Auge wahrgenommen werden müssen, als die gegebene Lichtquelle jene Leuchtkraft beibehält, die nöthig ist, damit ihre Strahlen trotz der Schwächung, welche dieselben hauptsächlich im Innern der einzelnen Glasprismen durch Dispersion erfahren, sich bis zum Spiegel S_3 fortpflanzen können. Wird aber nach und nach die Höhe der Flamme so weit herabgemindert, dass, wiewohl das Flammencentrum sich in der geforderten Höhenlage befindet, das Lichtbild in S_3 nicht mehr zum Vorschein kommt, dann stellt die solcherart reducirte Flamme eine Lichtquelle von bestimmter Intensität, mithin die gesuchte Normalflamme dar.

Wird hierauf in L_2 eine beliebige, jedoch regulirbare Lichtquelle aufgestellt und auf die vorhin erklärte Weise die Gleichheit in der beiderseitigen Beleuchtung in P_1 erreicht, so bildet die Intensität von L_2 jene neue photometrische Einheit, die ich als einen Grad Lichtintensität bezeichnet habe. Ein Grad Lichtintensität ist demnach das Zehnfache jener Helligkeit, womit die innere Fläche einer mit dem Radius von 450^{mm} beschriebenen Hohlkugel in dem Falle beleuchtet erscheinen würde, wenn die in einem bestimmten Verhältnisse geschwächte Wirkung eben derselben Flamme in einem Abstande von drei Metern nicht mehr von dem Auge wahrgenommen werden kann.

Durch die Einführung dieser neuen Lichteinheit würde zwar die Photometrie eine theilweise Reform erfahren, und in dieser Beziehung wird — ich war mir dessen von allem Anfange an vollkommen bewusst — auch meine Methode eben jenen Schwierigkeiten begegnen, welche insbesondere die Macht der Gewohnheit wohl jeder Neuerung ent-

gegenzustellen pflegt. Bedenkt man jedoch den Umstand, dass das Centigrad-Photometer auch die fernere Verwendung der bisher üblichen Einheiten gestattet, in welchem Falle das Instrument ja nichts anderes darstellt als ein geschlossenes, also auch bei Tag verwendbares Decimal-Photometer, so dürfte es mir gestattet sein, die Hoffnung zu hegen, dass diese meine Methode der Lichtmessung allmählich jene Aufnahme finden wird, welche ihr gleich bei ihrem ersten Bekanntwerden namentlich hervorragende Schulmännner zu versprechen die Güte hatten. In dieser Erwartung bemerke ich noch zum Schlusse, dass die Fabrik für Gas- und Wasserapparate von F. Schweickhart & Co. in Wien, Wieden, Weyringergasse 11, bezüglich beider oben beschriebenen Instrumente, wovon sowohl in Oesterreich als auch in England bereits mehrere Exemplare in praktischer Verwendung stehen, das alleinige Fabrikations- und Verkaufsrecht für sämmtliche Staaten erworben hat.

Ueber die unifilar aufgehängte Drehwage.

Von

H. G. Tammen.

Bei allen oscillirenden Vorrichtungen pflegt man die Ruhelage, d. h. diejenige Lage, in welcher der Apparat infolge von Widerständen gegen die Oscillationen schliesslich zur Ruhe kommen muss, durch Beobachtung einer von der Grösse des Decrementes abhängigen ungeraden Anzahl von Umkehrpunkten zu bestimmen, ohne auf die Grösse der Amplitude irgend welche Rücksicht zu nehmen. Würde sich die auf diese Weise bestimmte Ruhelage als constant erweisen, was ja in mehr oder weniger grober Annäherung der Fall ist, so würde man zu dem Schlusse berechtigt sein, dass in dem oscillirenden Apparat bei einer Ablenkung von der Ruhelage um den Winkel φ eine gleiche zurücktreibende Kraft hervorgerufen wird, mag die Ablenkung nach der einen oder nach der andern Seite geschehen, und dass ferner den Bewegungen nach der einen wie nach der andern Seite gleiche Reibungswiderstände entgegenstehen. Bei der unifilar aufgehängten Drehwage führen diese Voraussetzungen direct zu einer Anschauung von der Anordnung der Moleküle im Draht für die Zeit, in welcher die Drehwage in ihrer Ruhelage verharrt, zufolge deren jede durch die Achse des Drahtcylinders gelegte Ebene für die Moleküle eine Symmetrieebene ist.

Diese Anschauung wird jedoch schon hinfällig durch das bekannte Factum, dass die Ruhelage einer unifilar aufgehängten Drehwage sich anfangs sehr stark und noch nach Jahren merklich stets in demselben Sinne verlegt. Diese Wanderung der Ruhelage bezeichne ich im Folgenden als die Wanderung I. Art. Für den Fall aber, dass die Drehwage die Ruhelage in ihren Schwingungen nur passirt, ist gar wegen der Erscheinungen der elastischen Nachwirkungen nicht anzunehmen, dass die wirkliche Ruhe- oder Gleichgewichtslage mit der nach oben angegebener Methode bestimmten Lage zusammenfällt; denn

es folgt sowohl aus den von Kohlrausch als auch besonders aus den von G. Wiedemann angestellten zahlreichen Versuchen mit Evidenz, dass die wirkliche Ruhe- oder Gleichgewichtslage um die experimental bestimmte Ruhelage oscillirt in Schwingungen, welche mit den Schwingungen der Drehwage isochron sind. Diese Wanderung der Ruhelage sei als die Wanderung II. Art bezeichnet. Ausser diesen beiden Wanderungen zeigt die Ruhelage der unifilar aufgehängten Drehwage noch eine Wanderung III. Art, welche meines Wissens vor mir nicht beobachtet worden ist. Ich bemerkte dieselbe, als ich im Winter 78/79 im Physikalischen Laboratorium zu Leipzig durch Stossversuche den Bruchtheil der inneren Energie zu bestimmen suchte, welcher im Stosse bei den verschiedenen Substanzen transformirt wird[1]). Es wandert nämlich die Ruhelage der Drehwage bei abnehmenden Amplituden in einer und derselben Schwingungsreihe in entgegengesetztem Sinne zu demjenigen, in welchem sie sich infolge andauernder oder vermehrter Belastung bewegt, und zwar springt diese Wanderung der Ruhelage mit abnehmenden Amplituden um so mehr ins Auge, je länger die Drehwagen benutzt worden sind.

Die erwähnten Erscheinungen sowie die bekannten Aenderungen des logarithmischen Decrements und der durch Torsion in Drähten erzeugte Magnetismus lassen eine approximative Richtigkeit der erwähnten einfachen Annahme über die Lagerung der Moleküle in Drähten sehr wohl zu. Wenn es sich demnach wahrscheinlich nur um mehr oder weniger bedeutende Abweichungen von der vollkommenen Symmetrie gegen die Drahtachse handeln kann, so lässt sich vermuthen, dass eine Zusammenstellung der an Drähten beobachteten Erscheinungen mit besonderer Berücksichtigung des Umstandes der Gleichzeitigkeit einiges über die Art der zu supponirenden Abweichungen erkennen lassen müsse. Deshalb werde ich im Folgenden den Aenderungen des logarithmischen Decrementes gleiche Aufmerksamkeit zuwenden wie den Wanderungen der Ruhelage.

Ueber die elastische Nachwirkung liegt jetzt schon eine reiche Literatur vor, wenn auch erst im Jahre 1862 F. Kohlrausch die Arbeiten W. Weber's vom Jahre 1841 wieder aufnahm und nach der Bestätigung des Phänomens der elastischen Nachwirkung bei der

1) Die Resultate dieser Untersuchung sind im Jahresbericht 1880 des Vereins für Naturforschung in Zwickau veröffentlicht und als Seperatabdruck durch die Thost'sche Buchhandlung in Zwickau zu beziehen.

Torsion zum ersten Male auf die Abhängigkeit derselben nicht allein von Torsionswinkel und Torsionsdauer, sondern auch von der Temperatur aufmerksam machte. Auffallend lange, dünkt mich, ist das Interesse der Physiker von den Erscheinungen an tordirten Drähten abgelenkt gewesen, da bei einem sehr grossen Bruchtheil aller Arbeiten im Gebiete der Experimentalphysik der tordirte Draht die bedeutendste Rolle spielt[1]).

Die wesentlichsten Aenderungen, welche das logarithmische Decrement zeigt, sind:

1. eine Abnahme des Decrementes mit der Zeit, vom Momente der Belastung des Drahtes an gerechnet;
2. eine Abnahme des Decrementes in einer und derselben Schwingungsreihe mit der Abnahme der Amplitude;
3. eine Zunahme des Decrementes für gleiche Amplituden mit der Gebrauchszeit der Drähte.

Die drei hier angegebenen Aenderungen des Decrementes sind unabhängig von Temperaturänderungen, wie die früher aufgezählten drei Wanderungen der Ruhelage, sie lassen sich gleichzeitig mit den Wanderungen der Ruhelage beobachten, und auch ausser dem Schlusse von der Gleichzeitigkeit zweier Erscheinungen an demselben Object auf den causalen Zusammenhang beider liegen noch Analogieschlüsse nahe, welche mich dazu führen, je eine Wanderung der Ruhelage mit einer Aenderung des logarithmischen Decrements im Zusammenhange zu behandeln.

Die von mir an erster Stelle aufgezählte Wanderung der Ruhelage, welche sich gleich nach der Aufhängung der Drehwage sehr stark zeigt, aber auch noch nach vielen Monaten als stets in demselben Sinne erfolgend nachgewiesen werden kann, macht keine kritischen Rückblicke auf frühere Erklärungsversuche nöthig; denn ich bin bei

1) Eine umfassende Angabe der Arbeiten bis zum Jahre 1876 über die Dämpfung der Torsionsschwingungen, welche mit einer Arbeit W. Weber's aus dem Jahre 1835 (Pogg. Ann. Bd. 34) beginnen, ist von P. M. Schmidt gegeben in seiner Dissertation: „Ueber die innere Reibung fester Körper“ (Wied. Ann. Bd. 2). Ich begnüge mich deshalb jetzt damit, ausser den bereits erwähnten Arbeiten von F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Bd. 128 S. 1 und Pogg. Ann. Bd. 129 S. 337, gleich hervorzuheben: Warburg, Wied. Ann. Bd. 4 (1878) S. 232; Boltzmann, Wied. Ann. Bd. 5 (1878) S. 430; Butcher, Proceed. London Math. Soc. vol. VIII (1878) p. 110—112, s. Beibl. zu Wied. Ann. Bd. 2 S. 625; während ich die übrigen von mir benutzten Arbeiten an den betr. Stellen citiren werde.

meiner Durchforschung der einschlagenden Literatur keinen solchen begegnet; und auch hinsichtlich der Arbeiten über die von mir an erster Stelle aufgezählte Abnahme des Decrementes mit der Zeit, vom Momente der Belastung des Drahtes an gerechnet, kann ich mich auf die Arbeiten von Streintz[1]) und P. M. Schmidt a. a. O. beschränken, da ich bis zur Beschaffung der unerlässlichen Voraussetzungen für das Fundament einer Theorie der inneren Reibung unbedingt festhalte an der Ueberzeugung, dass man zuerst eine sinnlich vorstellbare Erklärung von den Vorgängen in und an den Körpern zu geben habe, anstatt zu versuchen, sie gleich mit dem ganzen Apparat analytischer Berechnung quantitativ zu bestimmen. Schaffen doch sogar für die Undulationstheorie Huyghen's constructive Erklärungen der Reflexion und Refraction eine viel bessere Basis als alle späteren glänzenden analytischen Rechnungen!

Streintz nennt die Eigenschaft der Drähte, zufolge deren sich das Decrement in den ersten Tagen nach der Aufhängung der Drehwage einer gewissen, übrigens von Streintz eigentlich nie erreichten, Grenze nähert, Accommodation und definirt sie als eine solche Eigenthümlichkeit, zufolge welcher sich der Widerstand innerhalb der Elasticitätsgrenze vermindert, je öfter Verdrehungen stattfinden; und in einer späteren Arbeit[2]) führt Streintz neben der Accommodation noch als Erklärungsgrund ein, dass die Moleküle des Drahts infolge der Spannung aus einander rücken, wodurch die Reibung vermindert werde, so dass also bei Streintz die causale Beziehung der Accommodation ausschliesslich auf Schwingungen ausser Zweifel ist. Da hiernach Schwingungen allein die sog. Accommodation bewirken, so darf also ein Draht, welcher keine Schwingungen macht, auch keine Accommodation und deshalb, wenn diese allein wirkte, nach der angeführten Erklärung von Streintz auch keine Abnahme des Decrementes zeigen. Zeigen dagegen Drähte, welche ohne Schwingungsbewegungen ihre Belastung ruhig tragen, doch nach längerer Zeit eine ziemlich vollkommene Accommodation, wie folgende Versuche von P. M. Schmidt a. a. O. S. 59 ausser allen Zweifel setzen und wie es der späteren Anschauung von Streintz vollkommen entspricht, so folgt daraus, dass Schwingungen nur, wie überhaupt alle Erschütterungen, die

1) Pogg. Ann. Bd. 151 (1874).

2) Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. 2. Abth. Bd. 80 (Wien 1879). — Dieses Repertorium Bd. 16 S. 476 ff.

Abnahme des Decrementes etwas zu beschleunigen vermögen, dass man dagegen als das primum movens die durch die Belastung bewirkte langsame Streckung des Drahtes zu betrachten hat. Schmidt erzählt: „Es war für einen Magnesiumdraht ($L = 31{,}5^{cm}$, $d = 0{,}30^{mm}$), für welchen ich die anderen Constanten weiter unten angeben werde, das Decrement $\varepsilon = 0{,}01031$. Darauf liess ich den Draht 10 Tage lang hängen, ohne ihn Schwingungen machen zu lassen, und fand $\varepsilon = 0{,}006638$, also fast die Hälfte des ersten Werthes. Ebenso war für einen Kupferdraht ($L = 167{,}9^{cm}$, $d = 0{,}33^{mm}$), für welchen $\varepsilon' = 0{,}000161$ und $T = 8{,}55''$ war, $\varepsilon = 0{,}000805$; nach ungefähr ¼ Jahr, während welcher Zeit er unter derselben Spannung keine Schwingungen ausgeführt hatte, $\varepsilon = 0{,}000643$; nach einigen Tagen $\varepsilon = 0{,}000653$ (die Erhöhung des letzteren Werthes gegenüber dem zweiten rührt von einer etwas höheren Temperatur her). Bei noch späteren Beobachtungen mit diesem Draht erhielt ich, trotzdem er in der Zwischenzeit öfters Schwingungen ausgeführt hatte, keine kleineren Werthe mehr."

P. M. Schmidt führt zur Erklärung der zahlreichen von ihm an Drähten gemachten Beobachtungen den Begriff der Nachwirkungsdeformationen mit folgenden Worten ein: „Spanne ich beispielsweise einen Draht, welcher auf eine Rolle aufgewickelt war, durch ein Gewicht, so werden die Moleküle des Drahtes gezwungen, sich eine neue Ruhelage zu bilden. Wenn sich auch die äussere Form des Drahtes der neuen Gleichgewichtslage angepasst hat, so gehen im Innern immer noch moleculare Bewegungen vor sich. Versetze ich nun den Draht, noch ehe diese letzteren gänzlich verschwunden sind, in Schwingungen, ertheile also den Molekülen regelmässige Bewegungen nach einer bestimmten Richtung hin, so werden die noch vorhandenen unregelmässigen Bewegungen störend auf sie einwirken, wodurch der innere Widerstand, den der Draht der Bewegung darbietet, also auch das log. Decrement, vergrössert wird. Diese Vergrösserung des Decrements kann dann in dem Maasse abnehmen, als sich die unregelmässigen Bewegungen vermindern; sie wird endlich gleich Null werden, wenn sämmtliche Moleküle des Drahtes ihre neue Ruhelage vollkommen erreicht haben, d. h. das log. Decrement wird in diesem Falle den von der inneren Reibung des Drahtes allein herrührenden constanten Werth annehmen. Selbstverständlich wird sich dieser Vorgang so oft wiederholen, als ich den Theilchen eine neue Ruhelage vorschreibe."

„Eine Veränderung der Ruhelage seiner Theilchen erfährt der Draht immer, wenn man ihn zum Zwecke von Beobachtungen durch ein Gewicht spannt, mag er nun vorher in krummer Lage gewesen oder durch ein anderes Gewicht gespannt gewesen sein.“

Diese Anschauungsweise, gegen deren Voraussetzung, dass mit Formänderungen wie mit Aenderungen der Belastung des Drahtes Aenderungen der molecularen Gleichgewichtslagen verbunden seien, gewiss nichts eingewendet werden kann, will ich zunächst nur auf die erste Decrementsänderung prüfen, wonach eine Abnahme des Decrementes erfolgt mit der Zeit, vom Moment der Belastung des Drahtes an gerechnet, obgleich Schmidt durch sie alle beobachteten Aenderungen völlig erklären will. Aber schon die Vorstellung, nach welcher die unregelmässigen Molecularbewegungen störend einwirken sollen auf die regelmässigen Schwingungsbewegungen, will sich bei mir zu keiner klaren gestalten; denn ich komme nicht los von der Ansicht, dass unendlich zahlreiche unregelmässige Molecularbewegungen genau zur Hälfte für die Schwingungsbewegungen störend, zur Hälfte aber fördernd, also in ihrer Gesammtheit irrelevant sein müssen.

Lageänderungen finden bei den sog. Nachwirkungsdeformationen in einzelnen Molekülgruppen ohne Zweifel statt; aber nicht die Bewegungen der Moleküle gelegentlich dieser Lageänderungen, sondern die veränderten Lagebeziehungen selbst machen sich in den Erscheinungen am Draht in erster Linie bemerkbar, indem eben durch die veränderten Lagen der Moleküle gegen einander die innere Reibung geändert wird. Hierfür will ich gleich eine sinnlich vorstellbare Erklärung zu geben versuchen.

Einem einigermassen aufmerksamen Beobachter wird die erste und auffälligste der erwähnten Wanderungen der Ruhelage, welche sich gleichzeitig mit der durch die Belastung veranlassten Streckung des Aufhängedrahtes, gleichzeitig mit einer beträchtlichen Abnahme des log. Decrements stets zeigt, gleichviel ob der Draht Schwingungen vollführt oder nicht, schwerlich entgehen können, und vielleicht auch nicht der Umstand, dass dieselbe anfangs in dem Sinne der fortdauernden Abwicklung der Spiralen stattfindet, in welchen vorher der Draht auf der Rolle gewunden war. Dieser Umstand ist aber gewiss nicht so gleichgültig, dass sich nicht Braun und Kurz[1]) mit

1) Carl's Repert. Bd. 15 S. 563.

vollem Rechte wundern dürfen, in der Beschreibung der sehr zahlreichen Versuche von Schmidt a. a. O. „einzig auf Seite 63 diesen Umstand gelegentlich erwähnt zu finden". Gleichwohl erklärt die äussere Formänderung des Drahtes wegen der erfolgten Abwicklung von der Rolle nur eine relativ kurze Zeit andauernde Wanderung der Ruhelage, je nach der Steifheit des angewendeten Drahtes; für die zwar stetig schwächer werdende, aber doch noch nach Jahren merkbare Wanderung der Ruhelage infolge andauernder Belastung dürfte wohl nur in der Structur des Drahtes selbst ein hinreichender Erklärungsgrund gefunden werden können. Die Frage, ob die durch die Abwicklung am Drahte vorgenommene Formänderung sich noch nach so ausserordentlich langer Zeit durch eine Wanderung der Ruhelage der Torsionswage bemerkbar machen könne, würde sofort entschieden sein, bejahend, wenn sich bei allen Drähten gleich von der Aufhängung an bis zuletzt eine stets in demselben Sinne erfolgende Wanderung der Ruhelage zeigte, verneinend, wenn auch nur in einem Falle eine Aenderung des Sinnes der Wanderung bald nach der Aufhängung mit Sicherheit beobachtet wäre. Doch so sehr ist die Wanderung der Ruhelage bei allen Beobachtungen ausser Acht gelassen, dass für diese einfache Entscheidung aus den zahlreichen Experimenten nichts zu entnehmen ist, ich mich also mit der Unwahrscheinlichkeit a priori begnügen muss, dass eine Formänderung des Drahtes, welche die Lagerung der Moleküle so wenig stört, so unverwüstlich in ihrer Wirkung sein solle.

Nichtsdestoweniger schlage ich aus der Beobachtung, dass die Wanderung der Ruhelage zunächst im Sinne der Abwicklung der Spiralen erfolgt, in welchen der Draht um die Rolle gewickelt war, Kapital, indem ich mich durch dieselbe zu der Voraussetzung führen lasse, dass die Fasern im Drahte wenigstens partiell eine spiralförmige Anordnung besitzen müssen, damit zur Erklärung der so spät noch wahrnehmbaren Wanderung der Ruhelage die Abwicklung der spiralförmig angeordneten Fasern im Drahte an die Stelle der Abwicklung des in seiner ganzen Dicke zunächst spiralförmig gewundenen Drahtes treten kann. Und in der That, es ist wenigstens an der Oberfläche der Drähte eine partiell spiralförmige Anordnung der Fasern nicht nur nicht unwahrscheinlich, sondern sogar aus der Herstellungsweise der Drähte direct herleitbar.

Erinnert man sich nämlich an den Wasserstrahl, welcher beim Gewehrreinigen aus den modernen mit einem nahezu ganzen Drall construirten Infanteriegewehrläufen ausfliesst, so muss einen die spiralförmige Bewegung der Wassertheilchen des aus dem Gewehrlaufe austretenden Strahles auf den Gedanken bringen, dass selbst wenn der Draht vollkommen geradlinig durch den Drahtzug gezogen wird, doch recht wohl Ungleichmässigkeiten in der Oeffnung des Drahtzuges dem ausfliessenden Metall wenigstens an der Oberfläche spiralförmig gewundene Fasern anlegen können; denn was der Wasserstrahl wegen der gröberen und regelrechten Unebenheit der Durchflussöffnung voraus hat, das ersetzt dem Metalldraht die starke Anpressung an die nothwendig etwas unebenen Wände der Oeffnung des Drahtzuges.

Wenn die gröberen Unebenheiten an den Seitenflächen der Durchzugsöffnung sich in sehr grosser Zahl vorfänden, so müsste doch noch eine durchschnittliche Parallelität in den Faserbündeln an der Oberfläche erzielt werden; denn a priori ist ebenso viel Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass eine Unebenheit ein Faserbündel in dem einen wie in dem andern Sinne von der Parallelität zur Drahtachse ablenkt. Denkt man sich z. B. eine Windmühle mit unendlich vielen Flügeln, welche alle durch irgend einen Zufall beliebig verdreht sind, so werden sich dieselben bei keiner Windrichtung in Bewegung setzen, und auch der durch dieselben hindurchstreichenden Luft wird keine bestimmte Rotation ertheilt. Lässt man dagegen an einer Windmühle mit vier oder sechs Flügeln den Zufall irgend welche Verdrehungen vornehmen, so wird doch eine Neigung der Flügel im allgemeinen bevorzugt sein der Art, dass bei einer gewissen Richtung der Luftströmung Bewegung eintreten muss. Der Luftstrom aber, welcher den Windmühlenflügeln eine Rotation ertheilt, erfährt nothwendig selbst eine Rotation in entgegengesetztem Sinne.

So erhält auch die Masse des Drahtes, indem sie gegen die Unebenheiten in den Flächen drückt, an welchen sie vorbeigezogen wird, eine Rotation, und die Dicke des Kerns, in welcher man trotz derselben vielleicht eine durchschnittliche Parallelität der Fasern mit der Drahtachse voraussetzen kann, hängt davon ab, wie weit sich die durch Unebenheiten erzwungene Drehung um die Drahtachse ins Innere fortpflanzt, also nicht allein von der Grösse der Unebenheiten, sondern auch von einer gewissen Substanzeigenthümlichkeit.

Obige Betrachtung gewinnt an realer Bedeutung, wenn sich an Drahtenden derselben Rolle vollkommen übereinstimmende Erscheinungen zeigen, wie es bei den beiden von mir beobachteten Messingdrähten der Fall war.

Betreffs der Erklärung der mit der durch Belastung bedingten Streckung des Drahtes gleichzeitig erfolgenden Wanderung der Ruhelage auf Grund der soeben eingeführten Annahme spiralförmig angeordneter Fasern oder Faserbündel an der Oberfläche von Drähten brauche ich gewiss jetzt kein Wort weiter zu verlieren, um so weniger als bereits 1875 O. E. Meyer Pogg. Ann. Bd. 154 S. 327 einen Versuch beschrieben hat, welcher diese Erklärung vollständig illustrirt. A. a. O. heisst es: „Ich hängte einen mit einem Spiegel versehenen Apparat an zwei ziemlich dicken Messingdrähten auf und befestigte etwas höher auch an jedem der beiden Drähte einen Spiegel. Auf diese drei Spiegel richtete ich mit Scalen versehene Fernröhre und las anfangs stündlich, später täglich den Stand der Spiegel ab. So beobachtete ich volle 4 Wochen hindurch eine stetige Drehung des Spiegels an dem einen Drahte nach rechts, des andern nach links und eine ebenso stetig anhaltende Drehung des ganzen Apparates nach der Seite des sich stärker drehenden Drahtes.“ Und auch die Erklärung der ebenfalls gleichzeitig mit der Streckung des Drahtes beobachteten Abnahme des Decrementes ergibt sich aus der erwähnten Annahme mit grosser Leichtigkeit. Durch die mit der Streckung des Drahtes bedingte Streckung der spiralförmig an der Oberfläche des Drahtes herumgelegten Faserbündel wird nothwendig in denselben zwischen den einzelnen Fasern eine gewisse Lockerung erzielt, welche durch alle Erschütterungen und Bewegungen des Drahtes, etwa Schwingungen, wesentlich begünstigt wird. Diese Lockerung des Zusammenhanges zwischen den einzelnen Fasern in den Bündeln hat aber wieder nothwendig eine Verminderung der inneren Reibung und damit eine Abnahme des log. Decrements im Gefolge, wie solche in den Beobachtungen hervortritt[1]).

1) Wenn nun Schmidt zum Studium der inneren Reibung in Drähten ein constantes log. Decrement abwarten zu müssen glaubt, so ist er gleichwohl gewiss auf richtiger Fährte; denn es hat zunächst ohne Zweifel für die theoretische Naturbetrachtung das meiste Interesse, die innere Reibung von sit venia verbo idealen Drähten kennen zu lernen, ich meine von Drähten, welchen die spiralförmig gewundenen Faserbündel nicht umgelagert sind, Drähte also, wie man sie durch Abätzen mit ziemlicher Vollkommenheit leicht muss herstellen können.

Die wesentliche Unterscheidung meiner soeben gegebenen Erklärung von allen früheren glaube ich darin finden zu müssen, dass ich bei einem sinnlich noch sehr wohl controlirbaren Complex von Molekülen, bei den Fasern vorläufig stehen bleibe, während sonst stets direct auf die Lagerung der Moleküle zu einander zurückgegangen wird. An die Stelle der so unvorstellbaren als unregelmässigen Molecularbewegungen zufolge der Aenderung der Intermolecularräume etc. setze ich die grobsinnliche Vorstellung von der Aufdrehung eines Bindfadens, in welchem sich die einzelnen Stränge im aufgedrehten Zustande weniger reiben als vorher.

Bei der Erklärung der in der zweiten Gruppe zusammengefassten Phänomene, der oscillatorischen Wanderung der Ruhelage und der Ahnahme des log. Decrements mit der Abnahme der Amplitude, wird die Annahme von zumeist an der Oberfläche spiralförmig gelagerten Faserbündeln nicht unbedingt gefordert, wenngleich dieselben zum Zustandekommen beider wesentlich mit beizutragen geeignet sind[1]). Die Abnahme des log. Decrements zunächst ist nämlich ohne Zweifel auf die Accommodation zurückzuführen, so wie dieselbe von Streintz a. a. O. 1879 definirt wurde, indem sich die Moleküle bei der Accommodation „in solcher Weise ordnen, dass sie der Bewegung geringeren Widerstand entgegensetzen". Um nun zu zeigen, in welcher Weise eine solche von der Accommodation verlangte Anordnung der Moleküle durch die Schwingungen herbeigeführt werden kann, greife ich wieder auf die Fasern in dem zu Drähten ausgezogenen Metall zurück.

Zwischen allen Faserbündeln sowohl als auch zwischen den einzelnen Fasern in den Bündeln findet nämlich infolge der fortwährenden Torsionen und Detorsionen bei den Schwingungen eine Lockerung statt, auf welche auch ohne Zweifel die Abnahme der Festigkeit zurückzuführen ist. So wie es nun unmittelbar einleuchtet, dass diese durch Schwingungen bewirkte Lockerung zwischen den Faserbündeln, wenn die Torsionswage nur irgendwie nennenswerthe Schwingungen ausführt, in ihrer Wirkung auf die Abnahme des log. Decrements die durch die blosse Belastung erzielte Streckung des Drahtes, bei welcher vorzugsweise die dem Drahte an der Oberfläche spiralförmig herumgelegten Faserbündel in Betracht kamen, bedeutend übertreffen kann,

1) W. Thomson hat wohl zuerst die Abhängigkeit des log. Decrements von der Amplitude bemerkt; er theilt jedoch nur Beobachtungsresultate mit, aus denen die Abhängigkeit entnommen werden kann.

so erklärt sich auch mit Hilfe der eingeführten Vorstellung unmittelbar die Abnahme des log. Decrements mit der Abnahme der Amplitude; denn schon G. Wiedemann sagt[1]): „Es ist vorherzusehen und wird durch die Versuche bestätigt, dass die Moleküle bei wiederholten Deformationen sowohl ihre temporäre wie auch ihre permanente Gleichgewichtslage immer schneller erreichen, je öfter der Körper nach der betreffenden Richtung deformirt wird. Die elastische Nachwirkung läuft also in den verschiedenen Zeiten der Accommodation eines Körpers verschieden schnell ab", und ich brauche nur hinzuzufügen, sie läuft auch verschieden leicht ab, was in gleicher Weise aus der beobachteten grösseren Geschwindigkeit des Verlaufs der elastischen Nachwirkung mit der Ausbildung der Accomodation wie auch aus der von mir gegebenen Anschauung über die Constitution des Drahtes gefolgert werden kann. Denn es ist offenbar für kleine Oscillationen die Accommodation — ut sim in verbis facilis — eine viel vollkommenere als für grosse Oscillationen, schon weil naturgemäss der Draht erstere viel öfter ausgeführt hat, so dass also bei den kleinen Deformationen für kleine Amplituden der innere Widerstand gegen die Oscillationen nicht nur absolut, sondern auch relativ ein geringerer ist als bei den grösseren Deformationen für grosse Amplituden, bei welchen ja offenbar auch noch nach sehr langer Gebrauchszeit der Drähte zu den Umkehrzeiten der Schwingungen zur Vervollkommnung der Lockerung zwischen den Fasern ein bedeutender Energieverbrauch stattfindet.

Die oscillatorische Bewegung der Ruhelage einer Torsionswage, welche dieselbe Periode hat wie die Torsionsschwingungen selbst, kann zwar nach den bekannten Methoden im Experiment nicht direct nachgewiesen werden, sie ist also insofern hypothetisch, und so wie sie als hypothetisch von W. Weber a. a. O. zur Erklärung des constanten log. Decrements eingeführt ist, so finden wir sie auch noch als hypothetisch fortgeführt — allerdings mit etwas veränderter Beziehung zu den übrigen Vorgängen im Draht — bei Braun und Kurz[2]) in einer Abhandlung: „Ueber die Dämpfung der Torsionsschwingungen von Drähten"; gleichwohl ist in jeder Beobachtung des Phänomens der elastischen Nachwirkung ein experimenteller Nachweis für obige oscillatorische Wanderung enthalten, und besonders bei den Beschreibungen der wesentlich statischen Versuche von G. Wiedemann an

1) Wied. Ann. Bd. 6 S. 512.

2) Carl's Repert. Bd. 15 S. 566.

stärkeren Barren stösst man deshalb auf Schritt und Tritt auf die von Weber eingeführte Vorstellung des Nachtrödelns — sit venia verbo. Der directeste experimentelle Beweis dürfte aber doch wohl erbracht sein in den Experimenten von Neesen und O. E. Meyer, in denen durch an den Draht angeklebte Spiegel gezeigt wurde, dass sich die mittleren Querschnitte noch lange bewegen, nachdem schon die Enden zur Ruhe gebracht sind[1]).

1) In dieser Beobachtung des Nachschwingens der auf einander folgenden Querschnitte von den Enden des Drahtes nach der Mitte zu scheint mir noch der Schlüssel zur Erklärung einer Aenderung des log. Decrements zu liegen, welche zuerst Streintz a. a. O. mit der Bemerkung erwähnt, dass er für dieselbe keine genügende Erklärung zu finden im Stande sei. Streintz beobachtete nämlich 3½ Monate fortgesetzt denselben Draht, und vom 37. Tage an bemerkbar, aber besonders deutlich vom 88. Tage an, nachdem der Draht also lange der gleichen Spannung unterworfen war und ungestört Schwingungen ausgeführt hatte, zeigte sich innerhalb der ersten Minuten eine kleine Erhöhung des log. Decrements, wenn die Vorsicht benutzt war, dass der Draht nicht länger als ½ Tag und nicht weniger lang als 20 Minuten vor den in folgender Tabelle unter I registrirten ersten Beobachtungen in Ruhe war. Die unter II registrirten Beobachtungen wurden stets unmittelbar nach den unter I angegebenen erhalten, so dass sie zwischen der 26. und 52. Schwingung liegen, da das Decrement stets aus 25 Schwingungen berechnet wurde. Hierbei muss jedoch bemerkt werden, dass zwischen den Versuchszeiten Erwärmen, Erschüttern des Drahtes etc. nicht ausgeschlossen war, weil die Untersuchung des Einflusses solcher Störungen in erster Linie unter die Zwecke der Beobachtungen von Streintz gehörte; denn hieraus dürfte leicht, wie aus der Bemerkung, dass im Anfang die Versuchscautelen natürlich nicht in dem Maasse bekannt waren wie später, eine Erklärung dafür herfliessen, dass erst in der letzten Hälfte der Beobachtungszeit — vor dem Reissen des Drahtes — die angegebene Beobachtung deutlich hervortrat.

Tag	Stunde u. Min.		I	II	Tag	Stunde u. Min.		I	II
88	11^h	20^m	177	181	98	1^h	0^m	170,1	169,5*
92	1	30	179	175*	98	1	30	170,8	171,5
93	11	45	166	176	101	10	23	167,3	165,7*
93	12	35	176	179	102	10	20	160,8	162,9
93	1	10	176,3	176,7	102	10	51	163,7	164,5
96	11	30	171,8	174,9	102	11	35	163,1	163,4
96	1	12	170,4	173,8	103	9	48	158,4	161,9
97	1	30	169,1	170,7	103	11	38	158,5	160,9

Die drei mit einem Sternchen bezeichneten Fälle, in denen keine Zunahme des log. Decrements beobachtet wurde, können die in den übrigen Beobachtungen hervortretende Regel doch wohl nicht aufheben; ich erkläre mir aber diese Zunahme des log. Decrements in den ersten Minuten auf Grund der angegebenen Beobachtungen von Neesen und O. E. Meyer dadurch, dass aus den im Drahte von den Enden nach der Mitte zu fortschreitenden Schwingungen der Querschnitte ein vergrösserter Widerstand für die Torsionsschwingungen herrühren muss, solange sich noch nicht wie es im längeren Verlauf der Schwingungen jedenfalls geschieht, die Bewegungen aller Querschnitte mit einander in Einklang gesetzt haben.

Nach dieser Bemerkung über die Existenz der Wanderung II. Art habe ich jetzt noch, ausgehend von meiner Annahme einer faserigen Structur der Metalldrähte, ausgehend also von der Voraussetzung, dass in den Punkten unzähliger mehr oder weniger kurzer Strecken die Moleküle in der Richtung dieser Strecken einen viel festeren Zusammenhang haben als in allen zu den Strecken senkrechten Richtungen, eine Vorstellung zu geben für das Zustandekommen der elastischen Nachwirkung oder specieller der oscillatorischen Wanderung des Nullpunktes für die Schwingungen einer Torsionswage. Weil nun die faserige Structur an Holzstäben besonders deutlich ausgebildet ist, so nehme ich zunächst einen solchen und erkenne leicht an demselben, wie durch Hin- und Hertordiren zwischen den Faserbündeln sich Spalten bilden, nicht jedoch Spalten mit absolut glatten Wänden, deren Zusammenlegung beim Aufheben der Spalte gelegentlich des Rückganges der Torsion kein Hemmnis entgegenstände, sondern es zeigen sich vereinzelt hervorstehende Enden von zersprungenen Fäserchen, welche dem Zusammenlegen der Spaltenwände sich mit ihrer Biegungstorsion entgegenstemmen. Es lässt sich nun leicht durch Beobachtung verschiedener Hölzer nachweisen, dass die zerrissenen Fäserchen desto weniger zahlreich und zugleich kürzer sind, je weniger die faserige Structur hervortritt, je brüchiger das Holz ist, so dass man wohl zu dem Schlusse berechtigt ist, dass bei Metallen wegen der noch viel weniger vollkommenen Faserbildung die Wirkung der zerrissenen Fäserchen durch ihre Biegungstorsion viel weniger bedeutend sein muss als bei den Hölzern, was jedoch nicht nur nichts gegen die Existenz dieser Wirkung erweist, sondern sogar mit den über den Verlauf der elastischen Nachwirkung gemachten Beobachtungen sehr gut harmonirt. Denn in seiner jüngsten Abhandlung: „V. Fragment einer Arbeit über die Torsion“ erhält G. Perard als das Hauptresultat seiner allerdings durch mangelhafte locale Verhältnisse vielfach gestörten Versuche den Nachweis, dass auch in faserigem Eisen von starkem Kaliber die elastische Nachwirkung nicht so rasch verlaufe, dass man sie in ihrem Fortschritte nicht verfolgen könne, während Weber und auch noch F. Kohlrausch den Verlauf der elastischen Nachwirkung in Metallen für eine viel zu rasche hielten. An Gespinsten, also an Gebilden mit ausgeprägtester faseriger Structur, beobachtete E. Müller [1]) vorzugsweise ein Reissen und Herausspringen der äusseren

1) Civilingenieur Bd. 26 H. 2 u. 3.

Fasern; deshalb könnte man, wenn man mir wenigstens zugestehen will, dass die elastische Nachwirkung zum wesentlichen Theile auf die Biegungselasticität der beim Bruch der Fäserchen herausgesprungenen Enden zurückzuführen sei, zu der Annahme hinneigen, dass die an der Drahtoberfläche wie in den Gespinsten spiralförmig gelagerten Faserbündel den Hauptantheil an der elastischen Nachwirkung für sich in Anspruch nehmen dürfen, zumal sich offenbar bei den mehr schräg gelegten Fasern die herausgesprungenen Enden weniger leicht wieder glatt anlegen. Bei diesem Versuche, die Ursachen der elastischen Nachwirkung vorstellbar darzulegen, werde ich daran erinnert, dass Braun zeigte[1]), wie bei der Complication der Erscheinungen das Eigenthümliche der elastischen Nachwirkung erst recht zu Tage trete, weshalb dieselbe nicht einfach als Correctionsglied, sondern als ein eigener Vorgang zu betrachten sei.

Eine Gesetzmässigkeit der Art, dass sie mathematischer Formulirung fähig wäre, hat sich für die elastische Nachwirkung noch nicht entdecken lassen; denn jeder Forscher findet seine Versuche nur durch eine von ihm selbst aufgestellte empirische Formel mit genügender Annäherung richtig dargestellt. Es kann sich also nur um qualitative Erklärungen handeln. Weber und mit ihm F. Kohlrausch erklären die Dämpfung der Schwingungen allein durch die elastische Nachwirkung, nämlich „durch eine fortdauernde Verschiebung des Punktes, um welchen als Mittelpunkt die Schwingungen geschehen". Schmidt dagegen und mit ihm Braun und Kurz denken zur Erklärung wenigstens des constanten log. Decrements zumeist an die innere Reibung: „mag nun die innere Reibung allein stehen, oder mag sie durch eine Nachwirkung I. Art minder oder mehr merklich erhöht sein"[2]).

Dieser Unterscheidung zwischen der elastischen Nachwirkung als Ursache gefasst und der inneren Reibung habe ich durch meine Vorstellung von der Wirkung der herausgesprungenen Fäserchen durch ihre Biegungselasticität Rechnung tragen wollen, da doch meine Erklärung der elastischen Nachwirkung durch dieselben die Annahme einer inneren Reibung keineswegs ausschliesst. Zur Begründung dieser Unterscheidung muss ich jedoch auf einige Begriffsbestimmungen eingehen, welche in den einander rasch folgenden Arbeiten über die elastische Nachwirkung eingeführt sind.

---

1) Pogg. Ann. Bd. 159 S. 340.

2) Braun u. Kurz a. a. O. S. 566.

P. Schmidt erklärt die Abnahme des log. Decrements, soweit sie nur von der Grösse und Dauer der Belastung, höchstens noch von Longitudinalvibrationen abhängt, durch sog. Nachwirkungsdeformationen, und ich habe die Vorstellungsweise, durch welche er dieselben zu diesem Zwecke einführt, S. 352 citirt.

Zur Erklärung der gleichzeitig mit der Abnahme der Amplitude sich zeigenden Abnahme des log. Decrements nimmt nun Schmidt wieder zu Nachwirkungsdeformationen seine Zuflucht; und wenn auch die Vorstellungsweise, durch welche diesmal die Nachwirkungsdeformationen eingeführt werden, ganz wesentlich verschieden ist von der früheren soeben wieder von mir erwähnten, so folgt doch nachher die Erklärung der Aenderungen des log. Decrements beiderlei Art in „ganz ähnlicher Weise“, und auf S. 252 und 255 a. a. O. werden beide Ursachen, also beide Nachwirkungsdeformationen, als „identisch“ proclamirt. Schmidt denkt sich das Entstehen der Nachwirkungsdeformationen bei Schwingungsbewegungen des Drahtes wie folgt: „Wird nämlich ein Draht in Schwingungen versetzt, so ist dies ja nichts anderes, als dass die Theilchen des Drahtes Deformationen (Verschiebungen) aus ihrer Ruhelage erfahren. Ist die Elasticität des Drahtes, d. h. die Kraft, welche die Deformation aufzuheben strebt, gering, so werden die Theilchen des Drahtes bei jedem Durchgange des spannenden Gewichts durch die ursprüngliche Gleichgewichtslage diese noch nicht vollkommen erreicht haben; es werden vielmehr bei jeder Schwingung nach der einen Seite hin gewisse Verschiebungen der Moleküle im Draht nach derselben Seite oder kurz Nachwirkungsdeformationen zurückbleiben, die auf die Bewegung nach der andern Seite hin verzögernd einwirken. Je grösser die Geschwindigkeit, mit welcher die Schwingungsbewegungen vor sich gehen, sein wird, d. h. je grösser entweder die Amplitude oder je kleiner die Schwingungsdauer bei derselben Amplitude ist, desto grösser wird die Abnahme des Decrements mit der Amplitude sein“.

Schmidt stützt die von ihm behauptete Identität der in angegebener Weise zur Erklärung zweier verschiedener Phänomene eingeführten Nachwirkungsdeformationen vorzugsweise darauf, dass beim zweiten wie beim ersten Phänomen die auf Gauss zurückzuführende Formel

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{a}{b + t}$$

sich als gleich gut anwendbar erweist. Schmidt überträgt nämlich

diese Formel von den Längenänderungen durch spannendes Gewicht (bei W. Weber) auf die Abnahme des log. Decrements ε, so dass ε_0 den Grenzwerth desselben in der Zeit t gleich unendlich und a und b Constante vorstellen[1]).

Hierzu bemerkt Streintz a. a. O. S. 24: „Ich halte es nicht für unwahrscheinlich, dass diese Formel in vielen Fällen passende Dienste leisten kann, insbesondere deshalb, weil ja nach meiner Anschauung bei gespannten Drähten die Abnahme des L mit der Zeit theilweise ihre Ursache in dem Auseinanderrücken der Moleküle hat und dies ja auch eine Nachwirkungserscheinung ist. Ich will nur constatiren, dass die bisher gewonnenen Resultate hierüber noch kein Urtheil zulassen."

„Betrachtet man nämlich gleich die erste Tabelle auf S. 63, welche für die Weber'sche Formel beweisend sein soll, so erkennt man, dass die vier gefundenen Werthe eine gerade Linie bilden, und dass es zu deren Darstellung also keiner dreiconstantigen Hyperbelgleichung, sondern nur einer zweiconstantigen linearen Gleichung bedarf."

Und über die Tabellen, welche Schmidt zum Nachweis der Abhängigkeit des log. Decrements gegeben hat, bemerkt Streintz S. 26:

„Ferner sucht Schmidt zu zeigen, dass die schon früher aufgeschriebene Weber'sche Formel auch hier anwendbar ist, was nun beweisen soll, dass die Abnahme des L mit der Amplitude auch mit dem Verschwinden von Nachwirkungsdeformationen zusammenhängt."

„Die für diesen Beweis aufgestellten Tabellen finden sich auf S. 253 und 255. Ich werde nun zeigen, dass die dreiconstantige Gleichung $Z = a + bT + cT^2$ die Beobachtungen ebenso gut darstellt wie die Weber'sche Formel, dass somit die Tabelle für die Weber'sche Formel nichts beweist."

In ähnlicher Weise wenden sich Braun und Kurz gegen die von Schmidt behauptete Identität, indem sie sagen: „Weil die beiderlei Nachwirkungsdeformationen, resp. die Abnahme des Decrementes in den successiven Tagen und diejenige in einer und derselben Schwingungsreihe (bei Ueberschreitung des Grenzwinkels) sich in die nämliche empirische Formel einordnen lassen, darum seien es zwei

1) Braun findet (Pogg. Ann. Bd. 151, 1874, S. 260—263) für diese Abhängigkeit des log. Decrements von der Amplitude die Formel: $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varkappa \xi^2$, wobei ε das Decrement für grössere Amplituden, ε_0 dasjenige für kleine Amplituden, ξ die Amplitude und $\varkappa$ eine Constante bedeutet. Nach Schmidt passt das Gesetz nur für Braun's Beobachtungen, und auch für diese nur in erster Approximation.

identische Arten von Nachwirkungsdeformationen. Dass hieraus kein Schluss auf die Wesenheit der Ursachen gezogen werden kann, braucht nach dem Vorigen nicht mehr weiter erörtert zu werden."

„Nur anhänglich sei noch bemerkt, dass auch die Motivirung, mittels welcher Schmidt S. 62 zu VII (der Weber'schen Formel) gelangt, auf einer Verwechslung der Zug- oder gewöhnlichen mit der Schub- oder Torsionselasticität[1]) beruht, die so schlechterdings nicht anginge, wenn nicht VII als empirische Formel auf beide und noch auf viele andere Dinge gleich gut passen würde."

Braun und Kurz theilen deshalb die von Schmidt eingeführten Nachwirkungsdeformationen nach den Wirkungen ein in Nachwirkungen I. und II. Art, so dass diejenigen I. Art, welche nach der auf S. 361 angezogenen Stelle im Verein mit der inneren Reibung zur Erklärung des für kurze Zeit constanten log. Decrements dienen sollen, „das log. Decrement später kleiner werden lassen", während infolge der Nachwirkungen II. Art, auf welche Braun und Kurz die oscillatorische Wanderung der Ruhelage zurückführen, das log. Decrement gleich abnehmen soll.

Man erkennt nun sehr leicht, wie die von mir vorgestellte Wirkungsweise der Fasern gegen äussere auf den Draht einwirkende Kräfte dieser Unterscheidung der Nachwirkungen sowohl wie auch deren Abtrennung von der inneren Reibung möglichst folgt, wenn ich auch betreffs dieser Abtrennung nicht ganz mit Braun und Kurz übereinstimme. Denn Braun und Kurz denken durch die Elimination der Nachwirkungsdeformationen im Verlauf einer langen Reihe von Versuchen zur ungetrübten Darstellung der inneren Reibung zu gelangen, wie man etwa von einem Stamme Buchenholz die Rinde entfernt, um nachher den Stamm als homogene Masse ansehen zu können; ich dagegen ziehe vor, alles, was an Reibung im Drahte vorhanden ist, in der inneren Reibung zusammenzufassen und die Inhomogeneität zu bestimmen, so dass eine an das obige Bild anknüpfende Darstellung des Zusammenhangs zwischen Nachwirkungen und innerer Reibung, wie ich ihn vorstelle, erhalten wird durch einen Stamm, dessen äussere rauhe Schicht mit dem Kerne so eng verwachsen ist, dass dieselbe aus dem Kerne langsam nachwächst, während man sie von aussen zu

---

1) Hierüber eine gedrängte Darstellung in A. Kurz, Taschenbuch der Festigkeitslehre. Berlin, Ernst & Korn. 1877.

entfernen sucht. Hierbei stütze ich mich auf die in folgendem Satze von Streintz am bestimmtesten ausgesprochene Beobachtung:

„e) Ein definitiver elastischer Zustand des Drahtes konnte nicht erreicht werden, trotzdem derselbe durch $3^1/_2$ Monate unausgesetzt in Verwendung war."

Nachdem Braun und Kurz die oscillatorische Wanderung der Ruhelage auf die Nachwirkungen II. Art zurückgeführt haben, von denen kurz vorher ausgesagt ist: „die zweite lässt das Decrement jetzt schon kleiner werden und führte uns zu dem Grenzwinkel, innerhalb dessen die Amplituden nach der geometrischen Reihe oder also mit constantem Decrement abnehmen", machen sie noch folgende Bemerkung: „Wenn eine solche hypothetische Wanderung wirklich oder in merklicher Stärke existirt, so muss also daraus eine Dämpfung hervorgehen, welche zu der bei constantem Decrement stattfindenden noch hinzukommt." Demnach denken sich Braun und Kurz, dass bei constantem log. Decrement keine oscillatorische Wanderung der Ruhelage, weil keine Nachwirkung II. Art, mehr stattfindet. Ich bin früher zu dem Schlusse gekommen, dass der directeste experimentelle Beweis für die oscillatorische Wanderung der Ruhelage von Neesen und O. E. Meyer erbracht sei durch die Wahrnehmung, dass sich die mittleren Querschnitte noch lange bewegen, nachdem schon die Enden zur Ruhe gebracht sind. Wenn man nun zugibt, dass eine oscillatorische Wanderung des Nullpunktes der Schwingungen noch existiren muss, solange sich noch ein Nachschwingen der von den Enden nach der Mitte zu auf einander folgenden Querschnitte beobachten lässt, so kann man auch einen directen Beweis für die Richtigkeit der von Braun und Kurz gehegten Ansicht, dass bei constantem log. Decrement keine oscillatorische Wanderung mehr stattfinde, nur in der Beobachtung erblicken, dass sich das Nachschwingen der mittleren Querschnitte der Beobachtung mehr und mehr entziehe, wenn der Draht entweder durch längere Belastung oder auch durch wiederholte Schwingungsversuche auf ein nahezu constantes Decrement gebracht ist. Leider bin ich nicht in der Lage, aus der Beschreibung der Versuche von O. E. Meyer und Neesen entnehmen zu können, ob die Drähte, als sie das Nachschwingen der mittleren Querschnitte zeigten, schon so lange aufgehangen und benutzt gewesen sind, dass man bei ihnen ein nahezu constantes log. Decrement vermuthen könnte.

Braun und Kurz berufen sich statt auf Experimente auf folgende von Cornu und Baille[1]) integrirte und diskutirte Pendelgleichung:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + Ay + B\frac{dy}{dt} + A'y^2 + B'\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = 0,$$

in welcher die Luftreibung entsprechend der Gleichung

$$d\varphi = -\varepsilon\varphi(1+\beta\varphi),$$

also als auch noch von der zweiten Potenz der Geschwindigkeit abhängig vorausgesetzt ist. Das von Cornu und Baille a. a. O. gegebene Integral soll nun die Superposition zweier Bewegungen enthalten, so dass die erste derselben die Schwingung mit constantem Decrement ist, dagegen die zweite „le déplacement périodique de cette position d'équilibre considérée comme mobile par le fait de la perturbation" (Nachwirkung II. Art).

Bei der Integration von Cornu und Baille ist jedoch $B' = 0$ gesetzt und ausserdem sind Quadrate von B vernachlässigt, so dass, wenn überhaupt die in dem Integral der Pendelgleichung entdeckte Superposition der Bewegungen für die Richtigkeit der Anschauungen von Braun und Kurz Beweiskraft enthält, diese durch die Vernachlässigungen in der Rechnung mindestens sehr geschwächt wird.

Betreffs der dritten Gruppe der Erscheinungen an Torsionswagen, welche die mit der Abnahme der Amplitude erfolgende Wanderung der Ruhelage und die Zunahme des log. Decrements für dieselbe Amplitude bei fortgesetzten Versuchen enthalten soll, bin ich fast ausschliesslich auf meine eigenen Experimente angewiesen, deren Beschreibung und Resultate ich deshalb zunächst geben will. Ich hatte im Wintersemester 78/79 im Laboratorium des Herrn Geheimraths Hankel unmittelbar an der Zimmerdecke zwei empfindliche Drehwagen aufgehängt an Messingdrähten, deren Durchmesser $= 0{,}28^{mm}$ war. Das Gewicht der eisernen Wagebalken mit ihrer Belastung streifte nahe an die Tragfähigkeit derselben, so dass sich innerhalb der 3 Monate, während welcher ich die beiden Drehwagen zu Stossversuchen benutzte, eine nicht unbedeutende Verlängerung der Drähte zeigte. Ich beobachtete nun, nachdem also die Drähte während 3 Monate Zeit gehabt hatten, sich auszuhangen, und durch viele Schwingungen auch Gelegenheit, sich möglichst vollkommen zu accommodiren, die Umkehrpunkte

1) Compt. rend. T. LXXXVI p. 1001 s.

über in ganze Grade getheilten Theilkreisen, deren Durchmesser $= 470^{mm}$ war, so dass $^1/_{10}$ Grade recht wohl noch hätten geschätzt werden können. Gleichwohl habe ich nur ganze Grade abgelesen; die angegebenen $^1/_{10}$ Grade der Gleichgewichtslage sind also erst durch die Rechnung entstanden. Die Drehwagen hatten stets längere Zeit vor dem Beginne der Versuche ungestört gehangen, und die Beobachtung der Umkehrpunkte wurde erst begonnen etwa 15 Minuten nachdem ich durch einen schwachen Stoss die Schwingungen hervorgerufen hatte. Zwischen den Beobachtungen der einzelnen Reihen von 7 Umkehrpunkten verfloss stets ungefähr eine halbe Stunde, während welcher die Drehwage ihre Schwingungen ungestört fortsetzte. Die 5 Werthe, welche ich aus den 7 Umkehrpunkten erhielt, wenn ich zweimal aus je zwei unter einander stehenden Zahlen der Beobachtungsreihe das Mittel genommen hatte, stimmten stets schon so gut mit einander überein, dass ich mich mit dem directen Mittel aus denselben begnügen konnte, weshalb ich auch die von Gauss[1]) zur Bestimmung der Ruhelage gegebene Formel

$$p = x + \frac{1}{1 + \Theta} \cdot (x' - x)$$

glaubte unberücksichtigt lassen zu dürfen. Der Widerstand der Luft, welcher übrigens sowohl nach den auf theoretischem Wege abgeleiteten Formeln als auch nach Versuchen von G. Wiedemann und Streintz bei meinen im Verhältnis zu ihrer Schwere sehr wenig Fläche bietenden Drehwagen nur sehr unbedeutend sein konnte, ist jedenfalls für die Wanderung der Ruhelage sowohl wie auch für die Vergrösserung des log. Decrements bei gleicher Amplitude irrelevant; derselbe ist deshalb nicht berücksichtigt. Die Schwingungsdauer beider Drehwagen hatte ich vorher gleich resp. $140{,}8^{sec}$ und $93{,}5^{sec}$ gefunden. Mit der Richtung des ersten Anstosses, welcher die Drehwagen in Schwingungen versetzte, wechselte ich in den einzelnen Versuchsreihen ab, so dass bei der ersten Versuchsreihe, welche mit 284^0 Ampl. beginnt, der Stoss auf grosse Zahlen trieb, bei der nächsten auf kleine u. s. w.

Als Amplitude ist stets die erste in der entsprechenden Reihe von Umkehrpunkten angegeben.

---

1) Resultate aus den Beobachtungen des Magnetischen Vereins 1837 S. 78.

I.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
284°	169,0	0,0196
166	172,8	0,0204
88	173,3	0,0184
37	176,3	0,0122

II.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
232°	166,7	0,0133
172	168,6	0,0131
81	171,7	0,0242
52	172,5	0,0148

III.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
273°	162,1	0,0173
164	166,1	0,0190
83	168,6	0,0241
13	172,8	0,0301

IV.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
294°	161,5	0,0116
207	163,3	0,0104
146	164,3	0,0157
90	167,0	0,0195
48	169,6	0,0132
42	167,8	0,0267
27	168,1	0,0313

V.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
236°	161,8	0,0140
129	166,2	0,0141
81	168,0	0,0267
36	169,7	0,0193
30	168,9	0,0173

Zwischen den drei ersten Versuchsreihen liegen stets mehrere Tage; sie wurden gelegentlich zwischen anderen Versuchen erhalten und als die letzten zur Vertretung zahlreicher ähnlicher Reihen hergesetzt. Dagegen sind die beiden letzten Versuchsreihen nur durch eine kurze Pause während der Mittagszeit getrennt. Zudem wurde bei denselben das Intervall von einer halben Stunde nach der Uhr bestimmt, während bei den ersten drei Reihen die durch sonstige Beschäftigung ausgefüllten Zeitintervalle weniger genau gleich sind. Und schliesslich wurde, da sowohl Braun und Kurz als auch Schmidt eine nicht zu vernachlässigende Abhängigkeit des log. Decrements von der Zimmertemperatur nachgewiesen haben, bei den beiden letzten Versuchsreihen constatirt, dass Schwankungen in der Zimmertemperatur um mehr als einen Grad Celsius nicht vorgekommen waren. Dasselbe gilt für die folgenden durch Beobachtung der Drehwage Nr. 2 gewonnenen Versuchsreihen.

I.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
248°	225,4	0,0182
153	227,6	0,0238
41	227,5	0,0000

II.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
177°	223,6	0,0183
117	225,8	0,0106
82	227,3	0,0309

III.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
171°	223,9	0,0133
71	226,0	0,0128
30	225,0	0,0074

IV.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
264°	220,3	0,0176
154	222,9	0,0129
77	223,2	0,0164
17	223,2	0,0481

V.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
263°	219,9	0,0121
170	221,5	0,0120
109	223,1	0,0093
78	223,5	0,0116
28	224,0	0,0000

Bei beiden Drehwagen zeigen die angegebenen Versuchsresultate deutlich eine nicht unerhebliche Verlegung der Ruhelage mit der Abnahme der Amplitude, und zwar findet diese Verlegung in entgegengesetztem Sinne statt, wie die bekannte Verlegung infolge der andauernden Belastung. Bei den beiden letzten Versuchsreihen beider Drehwagen, zwischen denen nur eine ziemlich kurze Pause zur Mittagszeit liegt, ist diese letztere Verlegung bereits so gering geworden, dass bei gleichen Amplituden sehr nahe wieder dieselben Ruhelagen beobachtet wurden. Die ausserordentlich rasche Wanderung der Ruhelage I. Art, welche die zu ihr entgegengesetzt gerichtete Wanderung III. Art sehr leicht überdeckt, bietet eine naheliegende Erklärung dafür, dass ich die Wanderung III. Art erst nach lange Zeit gelegentlich meiner Stossversuche fortgesetzten Ruhelagebestimmungen bemerkt habe, und dass dieselbe von anderen Experimentatoren sogar ganz hat übersehen werden können.

Die Vergrösserung des log. Decrements für dieselben Amplituden in den auf einander folgenden Beobachtungsreihen zeigt sich nur an der Drehwage Nr. 1, und auch hier ist die Zunahme durch die ausserordentlich starken Schwankungen der für das log. Decrement gefundenen Werthe fast versteckt. Wenn ich nämlich in jeder Reihe die ersten log. Decremente weglasse, weil diese nach den Erfahrungen von Schmidt sowohl als auch besonders von Streintz mancherlei Störungen unterworfen sind, so kann ich aus meinen Versuchen mit der Drehwage Nr. 1 noch folgende beiden Reihen zusammenstellen:

Zahl der Versuchsreihen	Ampl.	log. Decr.	Zahl der Versuchsreihen	Ampl.	log. Decr.
I	88	0,0184	I	37	0,0122
II	81	0,0202	II	52	0,0148
III	83	0,0241	III	13	0,0301
IV	90	0,0195	IV	42	0,0267
V	81	0,0267	V	36	0,0193

Hierbei ist jedoch zu bemerken, dass für die kleinen Amplituden meine Bestimmungen des log. Decrements etwas ungenau waren, da ich auch bei diesen nur ganze Grade ablas.

Da meine Stossversuche wegen der angegebenen starken Abhängigkeit der Ruhelage von der Amplitude nicht recht befriedigende Resultate lieferten, benutzte ich meine Johannisferien im Jahre 1880 zur Wiederholung derselben und zur Fortsetzung der Untersuchung des

vorliegenden Gegenstandes, wozu wieder Herr Geheimrath Hankel die Freundlichkeit hatte, mir ein Zimmer in seinem Laboratorium zu überlassen. Ich benutzte diesmal zur Aufhängung meiner Drehwagen Stahldrähte mit einem Durchmesser von 0,38 mm, welche 14 Tage lang vorher noch etwas über das Gewicht der Drehwage belastet, aber nie tordirt waren. Da beide Drehwagen vor Beginn der Stossversuche keine Abhängigkeit der Ruhelage von der Amplitude zeigten, will ich nur die erste mit der Drehwage Nr. 1 erhaltene Reihe angeben, sowohl um an den unregelmässigen Aenderungen der Ruhelage zu zeigen, wie unregelmässig noch die elastischen Vorgänge in einem Drahte verlaufen, welcher zum ersten Male Schwingungen ausführt, als auch um eine Vergleichung der Decrements mit später erhaltenen zu ermöglichen; denn mit der Drehwage Nr. 1 habe ich nach Beendigung der Stossversuche noch fortexperimentirt.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.	Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
940°	160,1	0,0082	365°	158,75	0,0062
763	162,6	0,0071	313	159,0	0,0061
647	162,3	0,0073	267	159,4	0,0058
518	159,4	0,0083	232	160,0	0,0040
429	158,4	0,0068	199	160,0	0,0032

Nachdem ich meine beiden Drehwagen 3 Wochen zu Stossversuchen benutzt hatte, erhielt ich mit demselben Drahte folgende Versuchsreihen. Die Nacht vorher hat stets die Drehwage ungestört kleine Oscillationen um ihre Ruhelage ausgeführt.

I.			II.		
Ampl.	Ruhel.	log. Decr.	Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
4308°	73,7	0,01149	2395°	74,0	0,00738
1811	73,6	0,00656	2029	73,5	0,00703
1302	73,3	0,00633	1350	73,8	0,00549
976	73,8	0,00562	777	73,7	0,00512
635	73,9	0,00524	603	73,7	0,00667
432	73,7	0,00506	396	72,8	0,00475
298	73,2	0,00381	345	72,6	0,00456
			303	72,8	0,00407

Hierauf verreiste ich 5 Tage und beauftragte den H. Hausmann Müller während meiner Abwesenheit die Drehwage in grossen Schwingungen zu erhalten. Nachdem nach meiner Rückkehr der Draht wieder 24 Stunden nur unbedeutende Oscillationen der Drehwage mitgemacht hatte, erhielt ich folgende Reihe:

III.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.	Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
2930°	75,5	0,00924	548°	73,8	0,00592
2305	74,7	0,00859	260	72,8	0,00560
1349	74,2	0,00689	212	72,4	0,00629
962	74,2	0,00639			

Unmittelbar nach meiner Rückkunft von der Reise benutzte ich die Drehwage, welche unmittelbar vorher noch Oscillationen mit gegen 20 vollen Umdrehungen gemacht hatte, und erhielt folgende besonders wegen der anfänglichen Ruhelage 103,1 schwer verständliche Versuchsreihe:

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.	Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
2483°	103,1	0,00845	1069°	90,2	0,00503
1979	96,3	0,00734	593	87,8	0,00606
1582	94,7	0,00705	382	85,5	0,00455
1277	92,6	0,00643	268	84,1	0,00575

Weil die Ferien zu Ende waren, habe ich nach Beendigung meiner Stossversuche nicht mehr als die vier angegebenen Versuchsreihen anfertigen können. Unter diesen zeigen die drei I, II und III, welche mit den nöthigen Vorsichtsmaassregeln angestellt wurden, unverkennbar eine zwar nicht bedeutende Wanderung der Ruhelage III. Art sowohl wie I. Art, und es wird besonders klar, wie diese Wanderung III. Art mit der Fortsetzung der Versuche immer mehr hervortritt, besonders stark in der letzten Versuchsreihe, welche nach meiner fünftägigen Reise, also nach der Zeit, in welcher der Draht besonders zahlreiche und starke Torsionen und Detorsionen auszuhalten hatte, gewonnen wurde. Um die von der Grösse der Amplitude unabhängige Aenderung des log. Decrements in der folgenden Tabelle deutlich mit Rücksicht auf die energischen äussern Einwirkungen darzustellen, welche der Draht in meiner Abwesenheit erfahren hatte, schliesse ich die aus I und II entnommenen Zahlen durch eine Klammer zusammen.

Zahl der Versuchsreihen	Ampl.	log. Decr.
(I	(1811	(0,00656
II)	2395)	0,00738)
III	2305	0,00859
(I	(1302	(0,00633
II)	1350)	0,00549)
III	1349	0,00689

Zahl der Versuchsreihen	Ampl.	log. Decr.
I	976	0,00562
II	—	—
III	962	0,00639
I	635	0,00524
II	603	0,00667
III	548	0,00592
I	298	0,00381
II	303	0,00407
III	260	0,00560
III	212	0,00629

In dieser Tabelle scheint mir die Vergrösserung des log. Decrements für dieselbe Amplitude bei späteren Versuchen mit genügender Sicherheit ausgesprochen zu sein.

Nach Beendigung meiner Stossversuche ersetzte ich an der Drehwage Nr. 2 den Stahldraht durch einen Kupferdraht mit 0,42^{mm} Durchmesser, und auch diese Drehwage hat Herr Müller während meiner fünftägigen Abwesenheit grosse Schwingungen ausführen lassen. Gleichwohl ist aus den mit dieser Drehwage erhaltenen Werthen für Amplitude, Ruhelage und log. Decrement nichts zu entnehmen, und ich theile dieselben deshalb nur der Vollständigkeit wegen mit.

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
2639°	348,4	0,0230
1476	350,3	0,0173
265	348,5	0,0100
132	349,0	0,0150
1055	349,1	0,0128
641	350,5	0,0120
402	349,5	0,0096
280	349,2	0,0105
67	349,5	0,0109

Ampl.	Ruhel.	log. Decr.
2154°	350,3	0,0209
1011	349,7	0,0140
592	350,8	0,0117
237	349,3	0,0097
164	349,7	0,0103
1168	350,6	0,0145
711	350,7	0,0106
498	350,4	0,0105
335	349,6	0,0094

Die Erfolglosigkeit meiner Versuche mit dem Kupferdraht mag nun sehr wohl allein ihren Grund darin haben, dass die Drehwage noch zu kurze Zeit benutzt war, dass also die fünftägige Behandlung durch Herrn Müller nicht genügte, um im Kupferdraht die Aenderungen hervorzurufen, welche erst die Wanderung III. Art und die Zunahme des log. Decrements bedingen. Dies ist wahrscheinlich, weil anfänglich auch an den Messing- und Stahldrähten die Wanderung III. Art nicht beobachtet werden konnte, und wird noch wahrscheinlicher, da von den Stossversuchen her meine Drehwagen so hingen, dass nicht beide

gleichzeitig grössere Schwingungen ausführen konnten, wodurch eine, wenn ich nicht irre, auch von mir recommandirte Bevorzugung des Stahldrahtes von Seiten des Herrn Müller sehr leicht möglich gemacht wurde. Es kann aber auch in der grösseren Weichheit des Materials ein Grund dafür gefunden werden, weshalb sich die an Messing- und Stahldraht beobachteten Erscheinungen an Kupferdrähten schwerer hervorrufen lassen, und hierfür will ich wenigstens eine Aeusserung von Warburg[1]) sprechen lassen: „Aber an so behandelten (an freier Luft oder im Wasserstoffstrom unter schwacher Spannung geglühten) Drähten von Dicken, für welche der Apparat construirt war (0,3 — 0,4^{mm}), habe ich die zweite Forderung (dass die permanente Torsion über den ganzen Draht hin nahezu dieselbe sei) nur beim Kupfer annähernd, beim Stahl und Eisen auch nicht annähernd erfüllt gefunden; besonders beim Eisen betrifft die permanente Torsion gewöhnlich nur eine kleine Stelle des Drahtes! Entsprechend findet man, wenn man einen nach obiger Vorschrift behandelten Eisendraht in eine Kreisform zu biegen sucht, dass permanente Biegungen in Form eines ziemlich scharfen Knickes eintreten, wobei die übrigen Theile des Drahtes ganz gerade bleiben, während der permanent gebogene Kupferdraht gleichförmig gekrümmt erscheint."

Ich habe schliesslich noch den Aufhängedraht der Drehwage durch eine Spirale ersetzt und wieder bei abnehmender Amplitude die auf einander folgenden Ruhelagen bestimmt. Dabei erhielt ich folgende Werthe:

Ampl.	Ruhel.	Ampl.	Ruhel.	Ampl.	Ruhel.
395°	222,9	449°	271,6	416°	299,5
261	228,3	244	279,1	254	304,6
150	236,8	157	282,6	184	307,3
98	241,8	101	286,3	110	310,0
		75	289,8	74	312,2

In obigen Daten schreitet die Verlegung der Ruhelage in demselben Sinne und soweit dies nach den Intervallen zwischen den einzelnen Versuchsreihen ungefähr bemessen werden konnte und wegen der nie ganz zu vermeidenden Erschütterungen sowie wegen der Störung durch den ersten Anstoss zur Erzeugung der Schwingungen überhaupt zu erwarten war, auch mit derselben Geschwindigkeit vorwärts, gleichviel

1) Unterschied zwischen Eisen- und Kupferdrähten. Ber. über die Verh. der naturf. Gesellsch. zu Freiburg i. B. 1880 S. 442.

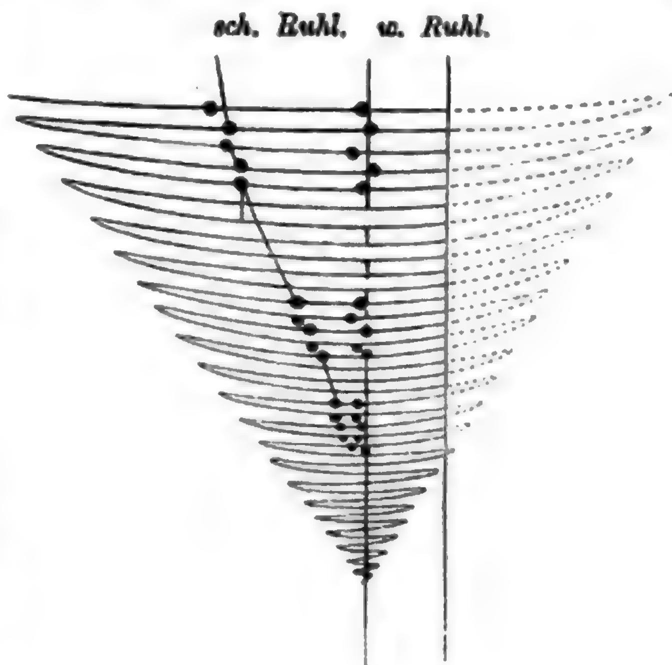
ob die Drehwage schwingt oder ruhig hängt. Freilich ist die Verlegung der Ruhelage I. Art im Sinne des Aufdrehens der Spirale so beträchtlich, dass ich mir den Einwurf gefallen lassen muss, es könnten doch wohl Verlegungen III. Art vorhanden gewesen, aber durch die Verlegungen I. Art überdeckt sein. Doch zweifle ich nicht daran, dass jeder bei Wiederholung obiger Versuche, durch welche allein ein Urtheil über die unvermeidlichen Störungen durch den ersten Anstoss z. B. möglich wird, mit mir zu der Ueberzeugung gelangen wird, dass die Ruhelage für an Spiralen aufgehängte Drehwagen innerhalb weiter Grenzen von der Amplitude unabhängig ist, wenn die Belastung der Spirale hinreicht, um die einzelnen Windungen so weit aus einander zu bringen, dass während der Schwingungen keine Reibungen zwischen denselben stattfinden.

Die spiralförmige Anordnung der Faserbündel an der Oberfläche des Drahtes, welche die Wanderung der Ruhelage I. Art direct erklärte, gibt also nicht so direct einen Erklärungsgrund für die Wanderung der Ruhelage III. Art; sie braucht jedoch in der Vorstellung nur einen Schritt weiter verfolgt zu werden, damit sie das Verlangte leistet und zwar so leistet, dass sich auch ganz ungezwungen die Erklärung für die Zunahme des log. Decrements anschliesst.

Belastet man nämlich die Spirale nicht so sehr, dass Reibungen zwischen den einzelnen Windungen absolut ausgeschlossen sind, so tritt in ganz augenfälliger Weise bei Abnahme der Schwingungsweite eine Verlegung der Ruhelage in entgegengesetztem Sinne zu der wegen dauernder Belastung und der dadurch bedingten Abwicklung der Spirale erfolgenden Verlegung ein. In diesem Falle ist also die Erscheinung qualitativ dieselbe wie bei meinen unifilar aufgehängten Drehwagen, und es können entschieden auch an sich schon die spiralförmig die Oberfläche des Drahtes umziehenden Fasern naturgemäss nur mit einer Spirale verglichen werden, deren Windungen noch sehr nahe an einander liegen.

So einfach auch die Erklärung für die doppelte Wanderung der an noch enggewundener Spirale aufgehängten Drehwage ist, so will ich doch, weil es so gar nahe liegt, ein noch einfacheres Beispiel heranziehen. Man denke sich nämlich ein Pendel mit elastischer Kugel, welches bei seinen Schwingungen nach einer Seite hin fortwährend gegen eine Wand anschlägt, und bestimme in der für Drehwagen üblichen Methode aus den durch die Wand gestörten Schwingungen

die Ruhelage. Man wird alsdann eine Ruhelage finden, welche auf der von der Wand abgewendeten Seite der Verticalen durch den Aufhängepunkt liegt. Die nebenstehende Figur, in welcher punktirt den Schwingungen das Stück angesetzt wird, welches gewissermassen durch die Wand abgeschnitten ist, mag dies noch etwas verdeutlichen.



Die Figur lässt zugleich deutlich hervortreten, wie die nach der üblichen Methode bestimmte Ruhelage sich der wirklichen, d. h. der Verticalen, mehr und mehr nährt, je weniger stark die Kugel an die Wand anschlägt, je kleiner also die Amplitude wird. Dieses Annähern gegen die wirkliche Ruhelage zeichnet die Wanderung III. Art, und sie findet statt in der Richtung nach dem Hemmnis hin. In der Spirale liegt nun das Hemmnis in dem Zudrehen, deshalb muss die Wanderung III. Art stattfinden in derselben Richtung, in welcher sich die Spirale zudreht. Die Wanderung I. Art findet in dem Sinne des Aufdrehens der Spirale statt, also, wie auch das Experiment zeigt, in entgegengesetztem Sinne wie die Wanderung III. Art.

Mit dieser durch die Analogie mit der enggewundenen Spirale inducirten Vorstellung zur Erklärung der Wanderung der Ruhelage III. Art durch die Reibung der Fasern an einander ist neben dem erwähnten Ueberdecken der Wanderung III. Art durch die Wanderung I. Art noch direct ein zweiter Erklärungsgrund dafür an die Hand gegeben, dass die Wanderung III. Art erst nach längerer Gebrauchszeit der Drähte beobachtet werden kann. Solange nämlich ein Draht noch nicht zahlreiche und grosse Torsionen und Detorsionen erfahren hat, wird noch vorzugsweise in der Nähe der beiden Umkehrpunkte ein beträchtlicher Theil der überhaupt in den Schwingungen verzehrten Energie zur Lockerung der einzelnen Fasern unter einander verwendet, wofür die zu Anfang der Gebrauchszeit stets beträchtliche Abnahme

des log. Decrements directen Beweis liefert. Es ist nun sofort klar, dass sich die Flächenreibung zwischen den einzelnen Fasern beim Zudrehen der spiralförmig gelagerten Bündel nicht eher bemerkbar machen kann, als bis durch die fortschreitende Lockerung zwischen den einzelnen Fasern so viel Fläche klar gelegt und gleichzeitig der bis zum Bruche zweifelsohne noch fortdauernde Verbrauch an Energie zur Blosslegung von Fasern so herabgemindert ist, dass der durch die Reibung zwischen den Fasern bedingte Verbrauch an Energie in den Schwingungen nicht mehr zum Vernachlässigen klein genug ist gegen den Gesammtverbrauch an Energie in den Schwingungen.

Bevor ich noch zu dem Versuche schreite, auseinanderzusetzen, wie wegen der faserigen Structur im Drahte durch die fortgesetzten Torsionen und Detorsionen bei den Schwingungsversuchen Vorgänge und Veränderungen bedingt sein können, welche eine einfache und naturgemässe Erklärung dafür liefern, dass später sich bei derselben Amplitude grössere Werthe des Decrementes zeigen als zu Anfang, darf ich nicht unterlassen zu bemerken, dass meines Wissens P. M. Schmidt die fragliche Erscheinung zuerst beobachtet hat. Schmidt erhielt nämlich a. a. O. S. 245 für die Amplitude 14260″ in der ersten Tabelle $\varepsilon = 0{,}01862$ und für die Amplitude 14209″ in der dritten Tabelle $\varepsilon = 0{,}02060$.

Durch diese und ähnliche Angaben bekämpft Schmidt die von Streintz 1874 a. a. O. geäusserte Ansicht, dass die beobachtete Abhängigkeit des log. Decrements von der Amplitude durch die Accommodation erklärt werden könne. Seinerseits glaubt aber Schmidt die beobachtete Zunahme des Decrementes auf den Einfluss der Anfangsamplitude zurückführen zu können, da nämlich in der ersten Tabelle die Anfangsamplitude 17669″, in der dritten 36688″ war. Von einem solchen Einfluss der Anfangsamplitude hat sich jedoch in meinen Versuchen nicht nur nichts gezeigt, sondern ich glaube auch behaupten zu dürfen, dass derselbe wegen der vollkommneren Accommodation durch die unmittelbar vorhergehenden Schwingungen, welche in der ersten Tabelle bloss 5′, in der dritten 20′ gedauert hatten, sich, wenn überhaupt, in entgegengesetztem Sinne müsste bemerkbar gemacht haben. Doch mag ich, wie auch Schmidt, an eine merkbare Accommodation in der kurzen Zeit, in welcher man eine Beobachtungsreihe ausführt, nicht recht glauben.

Diese Zunahme des log. Decrements für dieselbe Amplitude bei lange fortgesetzten Versuchen, welche sich mit keiner der mir bekannten

Theorien über tordirte und detordirte Drähte so recht vertragen will, erklärt sich ganz ungezwungen durch mein Zurückgreifen auf die faserige Structur, da ich nur in der Schilderung des Vorganges, welchen die Schwingungen in der faserigen Substanz einleiten, fortzufahren brauche. Nachdem nämlich durch die Torsionen und Detorsionen bis zu einem gewissen Grade eine Loslösung einzelner Fasern aus dem unmittelbaren continuirlichen Zusammenhange mit den Nachbarfasern bewirkt ist, bilden sich durch die noch weiter fortgesetzten Schwingungen, indem sich zugleich die herausgesprungenen Faserenden zahlreicher zeigen, in den Fasern Inflexionspunkte, Knoten oder Knüllungen, wenn das Wort gestattet ist, wodurch die Reibung zwischen den einzelnen Fasern natürlich beträchtlich vermehrt und damit das log. Decrement vergrössert wird.

Für das Entstehen der Inflexionspunkte in den Fasern will ich gleich die experimentellen Beweise anführen, welche sich aus den Versuchen von G. Perard und G. Wiedemann entnehmen lassen; zuvor muss ich jedoch noch erwähnen, dass aus der Bildung der Inflexionspunkte auch wieder ein Grund dafür entnommen werden kann, dass die Wanderung der Ruhelage III. Art erst nach lange fortgesetzten Versuchen deutlich hervortritt. Während nämlich bei dem Zusammendrehen der noch gerade gestreckten Fasern zufolge der Zugelasticität der Fasern ein mehr elastischer Widerstand gegen die Schwingung erfolgt, so dass der Vorgang durch ein Pendel illustrirt wird, dessen Kugel gegen eine elastische Wand anschlägt, also durch das Aufstossen nicht übermässig viel von der Schwingungsenergie verloren geht, entspricht der fortschreitenden Ausbildung von Inflexionspunkten eine Abnahme der Elasticität der Wand, so dass infolge des Aufstossens die Pendelschwingungen viel rascher abnehmen als früher, womit die scheinbare Ruhelage sich der wirklichen rascher nähert, also die Wanderung III. Art bemerkbarer wird.

Die Versuche von G. Perard und G. Wiedemann, auf welche ich mich beziehen will, sind allerdings mit Metallstäben angestellt, aber es ist gewiss kein Grund erfindlich, weshalb an den Fasern von Drähten durch die lange fortgesetzten Schwingungen der Drehwage keine Inflexionspunkte hervorgerufen werden sollten, wenn sich dieselben an den Fasern von Stäben als unverkennbare Folge der fortgesetzten Torsionen und Detorsionen zeigen. Ich nutze deshalb direct zunächst das, was G. Perard im IV. Fragment einer Arbeit über die Elasti-

cität von Metalldrähten (Revue univers. des mines etc. 1879) veröffentlicht hat[1]).

Das Bemerkenswertheste in den Versuchen von G. Perard ist, dass der Umfang der Reaction viel rascher wächst bei der Detorsion als bei der directen Torsion, und zwar trotz einer Störung (malgré l'état d'avarie) während der Torsion. Bei 5^0, gerechnet vom Anfang der Detorsion, liessen nämlich die Dynamometer einmal plötzlich nach, und die Reaction, welche bei 4^0 $2{,}93^d$ betragen hatte, schwächte sich zu $0{,}43^d$ ab. Die Barre verlängerte sich um $^1/_4{}^{mm}$, ohne dass sich irgend welche Spur eines Bruches an der Oberfläche zeigte. Die Dynamometer hatten das plötzliche Loslassen sehr gut ausgehalten, und auch am Balancier zeigte sich nichts, was zur Erklärung des Stosses und der denselben begleitenden schwachen Detonation hätte Anhalt geben können. G. Perard hält es für wahrscheinlich, dass sich im Innern der Barre die Fasern, welche sehr zusammengedrückt waren, bei der Detorsion getrennt hatten, wie man an Schnüren beobachten kann, wenn man sie aufdreht, und dieser innere Bruch hat einen Theil der an dem Punkte disponiblen elastischen Kraft aufgezehrt und so den Umfang der Reaction verkleinert. Ich halte G. Perard nach den von ihm gegebenen zahlreichen Versuchsreihen für vollkommen berechtigt zu der Vermuthung, dass dieser Stoss, diese plötzliche und beträchtliche Verminderung des Reactionsbogens, welche der die betreffende Versuchsreihe zur übersichtlichen Darstellung bringenden Kurve im fraglichen Punkte die Gestalt eines V gibt, nichts anderes als die Vergrösserung eines inneren Phänomens sei, welches sich in einer Torsionen und Detorsionen unterworfenen Barre sehr oft wiederholt und durch intermittirende Verkleinerungen der Reactionsbögen deutlich angezeigt wird: Verkleinerungen, welche im übrigen das langsame Wachsen der Reaction nicht aufhalten.

Hiermit bringt Perard selbst eine frühere Beobachtung vom Jahre 1876[2]) in Zusammenhang, welche für meine Erklärungsversuche der Erscheinungen an unifilaren Drehwagen den Fortschritt von den durch die Schwingungen unter einander mehr und mehr gelockerten Fasern zu der Ausbildung von Inflexionspunkten an denselben bezeichnet. An der citirten Stelle gibt nämlich G. Perard die Beobachtungsresultate

1) Siehe Beiblätter d. Ann. f. Phys. u. Chemie Bd. 4 (1880) S. 593.
2) Bulletins de l'Acad. roy. de Bruxelles 2e sér. T. XLII No. 12.

von Torsions- und Detorsionsversuchen, welche zum Studium magnetischer Effecte angestellt waren, und sagt: „Die Fasern, welche sich gewunden haben, kehren durchaus nicht regelrecht in die frühere Lage zurück; jede Schraubenlinie theilt sich in zwei oder mehrere Abschnitte, welche durch Inflexionspunkte oder Knoten von einander getrennt und abwechselnd im Sinne der Torsion und Detorsion gerichtet sind. Bei quadratischem Querschnitte war es möglich, die Inflexionspunkte zu zählen."

Diese Bemerkung stimmt vollkommen zu den Beobachtungen von G. Wiedemann, welcher Wied. Ann. Bd. 6 S. 510 sagt: „Ebenso wie bei der Entmagnetisirung eines Magnets Folgepunkte entstehen können, so können sie sich auch z. B. in einem zuerst tordirten, dann entgegengesetzt gedrillten Stabe zeigen. Bei geringen Torsionen ist dies nicht direct erkennbar, bei grösseren sehr wohl. Um dies nachzuweisen, wurde ein 15^{mm} dicker, 160^{mm} langer weicher Kupferstab an einem Ende in einen Schraubstock eingespannt, am andern um 720^{0} tordirt und dann ebenso weit zurückgedreht. An den wellenförmig gewundenen Fasern ersah man ganz deutlich, dass die Detorsion an den Enden des Stabes am stärksten, der Mitte zu viel geringer war. Indem die verschieden weit von ihren endlichen Gleichgewichtslagen entfernten Moleculargruppen eines solchen Stabes infolge der elastischen Nachwirkung gleichzeitig mit verschiedener und variabler Geschwindigkeit derselben zustreben und diese Begegnungen sich summiren, kann eine alternirend gerichtete Drehung des freien Endes des Stabes eintreten, wie sie von F. Kohlrausch beobachtet worden ist." Entsprechende Beobachtungen finden sich in den Abhandlungen von Neesen Pogg. Ann. Bd. 157 und von O. E. Meyer Pogg. Ann. Bd. 154 beschrieben.

Die beiden zuletzt behandelten Erscheinungen an unifilar aufgehängten Drehwagen können erst nach langer Gebrauchszeit beobachtet werden, wie die von mir gegebene Vorstellung über die Constitution des Drahtes und deren Abänderungen durch die wiederholten Torsionen und Detorsionen in Uebereinstimmung mit der Erfahrung lehrt. Ich glaubte deshalb in der jüngsten Abhandlung von Streintz, von welcher ich erst vor kurzem Kenntnis erhielt, für dieselben rechte Ausbeute machen zu können, da Streintz $3^1/_2$ Monat an demselben Draht beobachtet hat. Darin habe ich mich jedoch vollständig getäuscht, und es ist mir dies nur dadurch erklärlich, dass Streintz in erster

Linie auch die Erwärmung mit untersucht und deshalb den Draht wiederholt mit dem Bunsen'schen Brenner behandelt hat. Ob nun überhaupt das Ausglühen für die faserige Structur verderblich ist, oder ob Streintz nur durch das Ueberstreichen der Oberfläche des Drahtes mit der Flamme des Bunsen'schen Brenners die Lostrennungen, welche durch die Schwingungen zwischen den Fasern zu Zeiten erzielt waren, wieder ungeschehen machte: auf jeden Fall beweist es nichts gegen meine Versuchsresultate, dass Streintz dieselben nicht auch erzielte. Viel eher lässt sich daraus schliessen, dass es für die Wanderung der Ruhelage III. Art vorzüglich auf die Vorgänge in der Oberflächenschicht ankomme, in welcher ich ja auch allein die spiralförmig gewundenen Fasern schon zur Erklärung der Wanderung der Ruhelage I. Art vorausgesetzt habe. Die Zunahme des log. Decrements aber für dieselbe Amplitude bei späteren Versuchen ist von mir auf die Wirkung der Inflexionspunkte zurückgeführt, deren Ausbildung leicht durch zeitweiliges Erhitzen mag verhindert werden können.

Ausgehend von der Absicht, die Umstände zu schildern, welche die Bestimmung der Ruhelage compliciren, da fast allgemein die Ansicht vertreten wird, man könne durch Vergrösserung der Zahl der zu beobachtenden Umkehrpunkte mit allenfallsiger Berücksichtigung der von mir als Wanderung I. Art bezeichneten Ruhelage durch Interpolation zwischen die vor und nach den Versuchen bestimmten Ruhelagen mit beliebiger Genauigkeit die oft so äusserst wichtige Nulllage der Schwingungen einer unifilar aufgehängten Drehwage bestimmen, bin ich durch die Lektüre der gerade in jüngster Zeit so ausserordentlich bereicherten Literatur über die elastische Nachwirkung zu einer eingehenderen Behandlung des Gegenstandes fast gegen meinen Willen geführt worden, indem ich bemerkte, wie sich durch die Betonung der faserigen Structur der Metalldrähte unter Berücksichtigung der Aenderungen, welche in derselben infolge der wiederholten Torsionen und Detorsionen nothwendig vorgehen müssen und nach den von G. Perard und G. Wiedemann an Stäben gemachten Beobachtungen wirklich vorgehen, ein einfacher Zusammenhang zwischen den, einzeln betrachtet, äusserst überraschenden Vorgängen an der unifilar aufgehängten Drehwage naturgemäss hergestellt. Mit der Zunahme des Interesses am Gegenstande mehrte sich natürlich auch mein Eifer im Bestreben, mir die einschlägige Literatur mit möglichster Vollständigkeit

zu verschaffen; deshalb sind mir noch einige Abhandlungen von Perard V. Fragment, Streintz, Nissen, Romson, Müller etc. zugegangen, als ich schon mit Niederschrift des Vorliegenden beinahe fertig war. Und die Leichtigkeit, mit welcher sich die Resultate derselben den bei meinen eigenen Versuchen schon klar ausgebildeten Vorstellungen fügten, verleiht mir grosses Vertrauen in die schon durch ihre Einfachheit in etwas gewährleistete Richtigkeit derselben. Die einzige Schwierigkeit des Einfügens entstand aus den Begriffsschwankungen, welche mir ganz besonders in dem hier in Frage kommenden von Erstlingsarbeiten wie die vorliegende bevorzugten Abschnitte der Physik heimisch zu sein scheinen, weshalb ich bei der Berücksichtigung der von den verschiedenen Experimentatoren erzielten Resultate nebst Deutungen Excursionen nicht vermeiden konnte.

Kleinere Mittheilungen.

A. Wassmuth, Ueber elektromagnetische Tragkraft.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1882 Nr. 3.)

Der Verfasser bestimmt für zwei Ringmagnete, von denen jeder in der Mitte zerschnitten war, die elektromagnetischen Tragkräfte T und ermittelt zugleich in der seit Kirchhoff bekannten Weise die zugehörigen magnetischen Momente μ der Volumeinheit nach absolutem Maasse.

Magnet und Anker waren so mit Draht umwickelt, dass das Auftreten des freien Magnetismus möglichst verhindert war. Die Dimensionen der Eisenringe waren so gewählt, dass die Intensität der Magnetisirung in jedem Punkte eines Querschnittes die gleiche war.

Die Quotienten $\frac{T}{\mu}$ fallen bis zu einem Minimum, das in der Nähe des Wendepunktes liegt; von da an steigen sie langsam mit wachsendem μ.

Auch die Quotienten $\frac{T}{\mu^2}$ erwiesen sich nicht als constant; sie beginnen mit einem hohen Werthe, fallen dann ungemein rasch, um bei fortgesetzter Magnetisirung langsam bis zu einem minimalen Werthe abzunehmen. Dieser Punkt wird erreicht, wenn die Magnetisirung ungefähr 80 % des jeweiligen Maximums beträgt. Für den Wendepunkt erlangt $\frac{T}{\mu^2}$ gerade jenen Werth, wie er der bekannten Gleichung $T = \frac{2\pi q \mu^2}{g}$, in der q die Grösse der zwei Berührungsflächen und g die Beschleunigung der Schwere vorstellt, entspricht.

In den Versuchen von Siemens (Berl. Monatsb. Juni 1881, S. 705) findet das Gesagte seine weitere Bestätigung.

Der Verfasser gelangt zu einer den vorliegenden sowie den von Siemens gegebenen Versuchen sich gut anschliessenden Formel, indem er die mehr ideale Auffassung Stefan's der unendlich nahen Platten (Sitzb. d. k. Akad. Bd. 81 S. 92) verlässt und sich einen Ring in

magnetische Platten von endlicher, mit steigender Magnetisirung zunehmender Dicke zerlegt denkt. Wird ferner noch der Umstand hervorgehoben, dass Magnet und Anker sich in Wirklichkeit nicht unmittelbar berühren, so lässt sich unter Berücksichtigung der Anziehungskräfte paralleler Flächen die Gleichung

$$\frac{T}{\mu^2} = \alpha + \varepsilon\mu^2 + \frac{1}{\beta + \gamma\mu^2}$$

ableiten, worin $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ gewisse Constanten bedeuten. Dabei ist β für nur etwas stärkere Magnetisirungen gleich Null zu nehmen und ε immer sehr klein. Die Quotienten $\frac{T}{\mu}$ und $\frac{T}{\mu^2}$ zeigen dann auch das beobachtete Verhalten.

Eine eigenthümliche Erscheinung zeigte sich, wenn zwischen Anker und Magnet sehr dünne Glimmerblättchen gelegt wurden. War die Magnetisirung noch nicht zu hoch, so stieg dadurch die Tragkraft bedeutend, so z. B. in einem Falle von $4{,}7^{\text{kgr}}$ auf $9{,}0^{\text{kgr}}$. Dieselbe Erscheinung — nur in viel geringerem Grade — fand bei den stärksten erreichbaren Magnetisirungen statt; der inducirte Strom nahm ebenfalls zu. In der Abhandlung wird eine einfache Erklärung dieses Vorganges gegeben.

Monatmittel der magnetischen Declination, Inclination und Intensität zu Pawlowsk bei St. Petersburg im Jahre 1880.

(H. Wild, Annalen des Physikalischen Centralobservatoriums Jahrg. 1880.)

1880	Declination W	Horizontal-Intensität	Vertical-Intensität	Total-Intensität	Inclination
Januar	0° 59,36′	1,6372	4,6730	4,9515	70° 41,52′
Februar	59,10	374	752	536	41,88
März	58,46	369	732	516	41,76
April	58,24	372	756	540	42,11
Mai	57,73	372	763	546	42,27
Juni	57,41	378	774	558	42,12
Juli	56,86	375	762	546	42,08
August	56,00	362	770	549	43,09
September	55,63	364	768	548	42,91
October	55,24	362	759	539	42,83
November	53,99	362	774	553	43,18
December	53,96	365	775	555	43,01
Jahr	0° 56,83′	1,6369	4,6760	4,9542	70° 42,40′

Monatmittel der an der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus im Jahre 1881 angestellten magnetischen Beobachtungen.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1882 Nr. 4.)

1881	Declination	Horizontal-Intensität	Inclination
Januar	9° 57,31′	2,0519	63° 22,0′
Februar	56,51	503	24,2
März	56,84	516	24,9
April	56,36	522	24,6
Mai	55,57	521	26,6
Juni	54,84	523	23,3
Juli	54,58	511	25,8
August	54,43	511	24,5
September . . .	53,33	498	25,3
October	52,37	500	24,5
November . . .	51,45	494	25,7
December . . .	50,87	492	25,4
Jahr	9° 54,54′	2,0509	63° 24,2′

Literatur.

Bulletin Astronomique et Météorologique de l'Observatoire Impérial de Rio de Janeiro. No. 4, 5, 6.

R. Clausius, Ueber die verschiedenen Maasssysteme zur Messung elektrischer und magnetischer Grössen. S. A.

Angelo Emo, Influenza della Temperatura sul Coefficiente d'Attrito del Mercurio effluente per un tubo di vetro capillare. Torino 1882.

—— Sui Calori Specifici e sulle Densita delle Soluzioni di Glicerina nell' Acqua. Torino 1882.

A. v. Ettingshausen, Bestimmungen der Diamagnetisirungszahl des metallischen Wismuths in absolutem Maasse.

R. Ferrini e **P. Pogliaghi**, La Luminosità Elettrica dei Gas e la Materia Radiante. Milano, Fratelli Dumolard. 1882.

F. Lippich, Ueber polaristrobometrische Methoden. S. A.

—— Ueber ein Halbschattenpolarimeter. S. A.

J. Mielberg, Magnetische Beobachtungen des Tifliser Physikalischen Observatoriums im Jahre 1880. Tiflis 1881.

Mittheilungen der Internationalen Polar-Commission. 2. Heft. St. Petersburg 1882.

A. Naccari, Sui Fenomeni Termici prodotti dalla Scintilla d'Induzione. Torino, Löscher.

—— e **M. Bellati**, Sul Riscaldamento dei corpi isolanti solidi e liquidi in causa di successive polarizzazioni elettrostatiche. Torino 1882.

Report of the Meteorological Council to the Royal Society, for the Year ending 31st of March 1881.

O. N. Rood, On a method of obtaining and measuring very high vacua with a modified form of Sprengel-Pump. S. A.

A. Wassmuth, Ueber die Tragkraft von ringförmigen Elektromagneten. S. A.

H. Wild, Annalen des Physikalischen Centralobservatoriums zu St. Petersburg. 1880.

—— Das magnetische Ungewitter v. 30. Januar bis 1. Februar 1881. St. Petersburg.



XVIII. Band. 7. Heft.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 7. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Bezugsquellen-Liste.

Bezeichnung der Firma	Fabrikate und Angabe der Specialität
Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4.	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamo-elektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Sickler, Karl, Karlsruhe.	Astronom. und geodät. Instrumente und physik. Lehrapparate.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.
Wesselhöft, M., Halle a. S.	Physikalische Vorlesungsapparate, speciell elektrische und akustische.

Zusammenstellung der bisher construirten Thermostaten.

Von

Dr. Hermann Hammerl,

Privatdocent a. d. Universität Innsbruck.

(Fortsetzung von S. 332.)

III.

Thermostaten mit Selbstregulirung.

Wie schon erwähnt, kann man die Thermostaten der dritten Gruppe in mechanische und elektrische eintheilen.

a) Mechanische Thermostaten.

Der älteste Apparat dieser Art dürfte der Feuerregulator von Bonnemain[1]) sein, welchen er benutzte, um Wasser auf eine constante Temperatur zu erhitzen, das dann für Brütvorrichtungen, Glashäuser etc. in Verwendung kam. Er construirte zu diesem Zwecke einen Ofen, welcher oberhalb des Rostes mit der zu erhitzenden Wassermenge rings umgeben war. Vom unteren Theile des Ofens gingen 5 auf- und absteigende Röhren durch das Wasser, durch welche der Rauch seinen Ausgang nahm, das Wasser erhitzte und fast kalt in den Schornstein entwich.

Die Stärke des Feuers und somit auch die Temperatur des Wassers regulirte er durch abwechselndes Oeffnen und Schliessen der Ofenklappe vermittels der gleichzeitigen Ausdehnung und Zusammenziehung einer Metallstange, die in das Wasser eingetaucht war. Die Bewegung dieser Stange übertrug ein Hebel auf die Ofenklappe, die sich daher abwechselnd schloss und öffnete. Aus der beigefügten Zeichnung dieses Mechanismus ist jedoch das Detail desselben nicht recht verständlich, daher habe ich dieselbe ganz weggelassen, zudem dieses System kaum noch irgend welche Anwendung finden wird.

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 16 S. 285; Bulletin de la Soc. d'Encourag. pour l'ind. nat No. 242 p. 238.

Der Apparat von Andrew Ure [1]), welcher denselben Zweck verfolgt, beruht ebenfalls auf der Ausdehnung eines festen Körpers.

Ein Stab *A* (Fig. 16) ist aus 2 flachen Stücken zweier Metalle mit ungleichen Ausdehnungscoefficienten zusammengenietet. Das eine

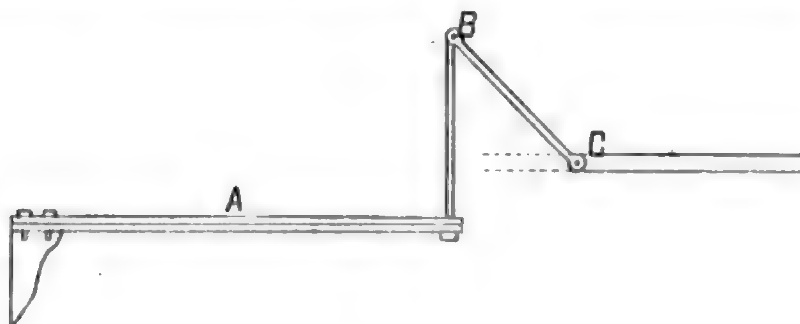


Fig. 16.

Ende des Stabes ist festgeschraubt, das andere in Verbindung mit einem Wurfhebel *B*, welcher selbst wieder an einem leicht drehbaren Sperrhahn *C* befestigt ist. Der Hahn befindet sich in der Röhre, durch welche das erwärmende Material, Dampf, heisses Wasser, zugeleitet wird.

Ist das Metall mit dem grösseren Ausdehnungscoefficienten auf der oberen Seite des Stabes, so wird er bei Erhöhung der Temperatur sich nach abwärts krümmen und damit die Oeffnung des Hahnes und den Zufluss der Wärmequelle vermindern. Sinkt die Temperatur, so krümmt sich der Stab nach aufwärts, und die Oeffnung des Hahnes wird wieder grösser.

Lemares [2]) benutzte im Jahre 1835 die Ausdehnung des Wassers, um bei seinen Brütvorrichtungen die Temperatur zu regeln. Er bediente sich dazu eines Schwimmers, der je nach der Ausdehnung oder Zusammenziehung des Wassers in einer engen Röhre emporstieg oder herabsank und dadurch die Rauchfangröhre mehr oder weniger öffnete.

Die eigentliche Periode der Thermostatenconstruction beginnt erst mit Kemp [3]), der im Jahre 1850 einen sehr sinnreichen Apparat erfand, um vermittels einer Gasflamme constante Temperaturen von 30—300° C. zu erzeugen. Alle später construirten Apparate sind nichts als Modificationen, die zum Theil mit gutem, zum Theil mit schlechtem Erfolge gekrönt waren.

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 42 S. 173.
2) Dingl. Polyt. J. Bd. 56 S. 474.
3) Dingl. Polyt. J. Bd. 117 S. 352; Chemical Gazette 1850 No. 182.

Der Thermostat von Kemp besteht aus einem Luftthermometer *AB* (Fig. 17), welches im unteren Theile seiner Kugel *B* und in einem Theile seiner Röhre *A* Quecksilber enthält. Eine Röhre von kleinerem Durchmesser steckt mitten in der Röhre *A*; der ringförmige Zwischenraum ist durch eine kleine messingene Stopfbüchse *D* luftdicht gemacht, in welcher die Röhre *C* in jeder erforderlichen Höhe festgehalten werden kann. Seitwärts ist die Stopfbüchse noch mit einer Röhre *E* versehen. Beim Gebrauch dieses Instrumentes wird die Kugel *B* in dieselbe Lage gebracht wie der Körper, welchen man der Hitze der Gasflamme aussetzt, also z. B. bei Erhitzung eines Wasser- oder Luftbades wird er in dasselbe eingesenkt. Man verbindet nun den oberen Theil der Röhre *C* mit der Gasleitung und *E* durch einen langen Kautschukschlauch mit dem Gasbrenner. Sollte das Bad auf 80° erhitzt werden, so wird man bei Ausdehnung der Luft das ansteigende Quecksilber so lange verhindern, die untere Oeffnung der Röhre *C* zu verschliessen, bis nicht genau diese Temperatur erreicht ist. Ist das jedoch eingetreten, so wird man die Röhre *C* bis zur Berührung des Quecksilbers herunterschieben, der Gaszufluss wird gehemmt und die Temperatur kann nicht mehr steigen. Damit aber die Flamme nicht total auslöscht, ist in der Röhre *C* bei *F* eine kleine Oeffnung angebracht, durch welche nur so viel Gas strömt, dass immer eine sehr kleine Flamme fortbrennt. Sinkt dann die Temperatur des Bades, so sinkt auch das Quecksilber, die untere Oeffnung der Röhre *C* wird frei, mehr Gas strömt zum Brenner, die Flamme wird grösser und verhindert das weitere Sinken der Temperatur. Nach einigen Schwankungen nimmt die Flamme eine solche Grösse an, dass sie dem Bade gerade so viel Wärme zuführt, als es an die Umgebung abgibt.

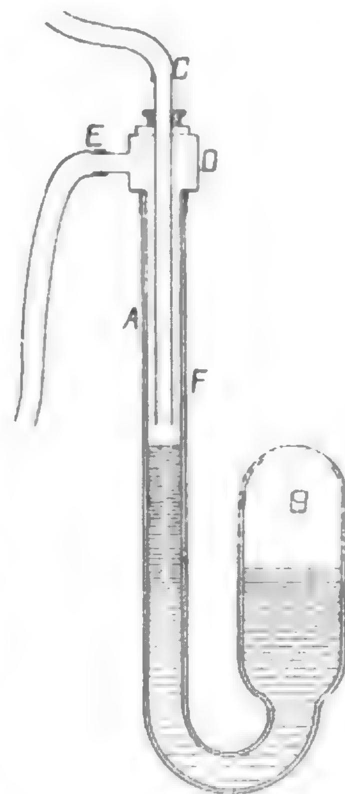


Fig. 17.

Der Thermostat functionirt jedoch nur dann gut, wenn die Röhre *C* das Quecksilber benetzt, weshalb Kemp vorschlägt, am unteren Ende der Röhre *C* eine Platinhülse anzubringen, die durch Eintauchen in ein flüssiges Amalgam von Natrium und Quecksilber amalgamirt wurde.

25^{kgr} Wasser behielten vermittels dieses Thermostaten die Temperatur von 30° C. während 6 Wochen.

K. Westly[1]) schlägt noch im selben Jahre folgende vorzunehmende Veränderungen vor, um den Kemp'schen Thermostaten empfindlicher zu machen. Anstatt in der inneren Röhre (gegenüber *F*) ein kleines Loch zu machen, schneide oder schleife man das Ende der Röhre *C* an einer Seite auf, um einen langen engen Schlitz zu bilden, den das Quecksilber allmählich, jedoch nie ganz verschliessen würde. Oder man gebe dem Ende der Röhre *C* die Form eines Kegels oder umgekehrten Trichters und schneide einen Theil der Seite auf; es wird dann die Fläche für den Durchgang des Gases eine Parabel oder Hyperbel bilden, wodurch sich das Einströmen des Gases sehr genau nach der verlangten Temperatur reguliren lasse. An den Rand der Oeffnung kann man mittels des Löthrohres einen Platindraht oder einen Streifen von Platinblech schweissen, um die metallische Berührung mit dem Quecksilber zu sichern; oder man könnte die innere Röhre auf eine kurze Strecke mit Platin auf galvanischem Wege überziehen.

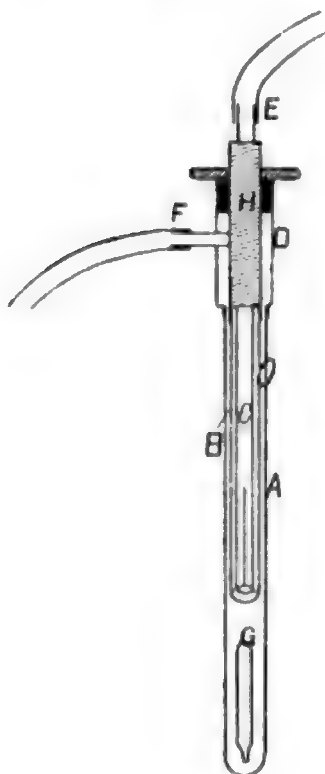


Fig. 18.

Der erste Vorschlag fand seine Ausführung durch Bunsen[2]). Sein Thermostat besteht aus einem unten zugeschmolzenen Glascylinder *A* (Fig. 18), in dessen unterem Theile sich ein Luftgefäss *G* befindet, welches unten offen und durch Quecksilber, mit welchem der Cylinder gefüllt ist, abgeschlossen wird. Der Cylinder trägt oben eine Messingfassung *D*, die auf einer Seite mit einem Schlitz und an ihrem oberen Ende in ihrem inneren Theile mit Schraubengängen versehen ist. In diese Messingfassung lässt sich ein Messingcylinder *H* einschrauben, welcher 4 Ansatzröhren enthält, nämlich *F* und die Glasröhre *B*, die mit einander communiciren, dann *C*, versehen mit einer engen Spalte, welche die Fortsetzung der Röhre *E* ist.

Der Gang des Apparates ist folgender: Das Gas tritt ein bei *E*, entweicht, solange das Quecksilber die Spalte nicht versperrt, in die

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 117 S. 355; Chemical Gazette 1850 No. 184.
2) Dingl. Polyt. J. Bd. 143 S. 342.

Röhren *B* und *F*, von wo es durch einen Kautschukschlauch zum Brenner gelangt.

Bunsen glaubte nun durch die Anwendung der Spalte einer kleinen Oeffnung nicht mehr zu bedürfen, da das Quecksilber die Spalte allmählich, jedoch nie ganz versperren und so der Brenner immer mit einer kleinen Flamme fortbrennen würde. Jedoch zeigte sich diese Voraussetzung nicht als richtig, und auch Bunsen musste eine sehr kleine Oeffnung *O* in der Röhre *C* anbringen, um das vollständige Auslöschen der Flamme zu verhüten.

Dieser Apparat wird in vielen chemischen Laboratorien zur Constanthaltung der Temperatur benutzt und bewährt sich ziemlich gut, vorausgesetzt, dass man nicht eine zu grosse Genauigkeit beansprucht, da derselbe die Temperatur nur bis auf 2, 3 Grade constant erhält. Ein weiterer Uebelstand sei ferner, dass sich die Oeffnung *O* bald wegen der Unreinigkeiten des Gases verstopft und ebenso die Spalte, welche eben sehr fein sein muss, wenn der Apparat empfindlich sein soll. Bei Temperaturen über 300° C. ist er wegen der zu starken Verdampfung des Quecksilbers fast nicht mehr anwendbar. Diesen Uebelstand hat, wie wir sehen werden, Scharer durch eine kleine Abänderung an dem Apparate gehoben und so den Thermostaten von Bunsen für höhere Temperaturen eingerichtet.

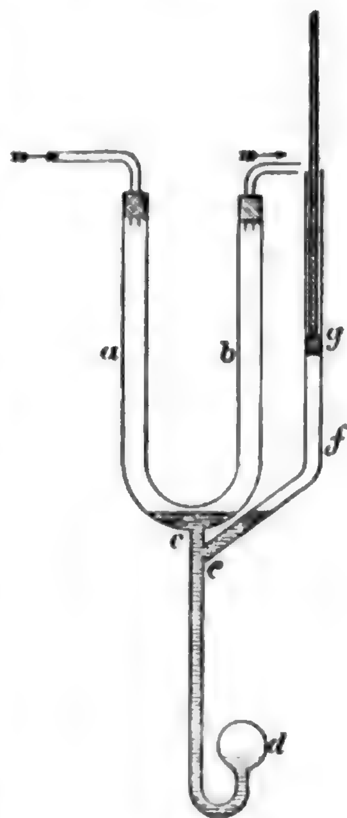


Fig. 19.

Guthrie's[1]) Thermostat zeigt Fig. 19. Das Gas strömt, ehe es zur Flamme kommt, durch ein Uförmiges Rohr *ab*. An das Verbindungsrohr der beiden Schenkel desselben ist vertical nach unten ein Rohr *cd* angeschmolzen, welches unten in eine Kugel endigt und dann nach oben umgebogen ist. Nahe dem U ist an die angesetzte Röhre eine erst schräg, dann vertical aufsteigende Röhre *ef* angeschmolzen, durch welche der Apparat bis nahe dem U mit Quecksilber gefüllt wird, das die in der Kugel *d* befindliche Luft zusammenpresst. Die Kugel wird in den Erhitzungsraum gesenkt, und durch einen Kolben *g* in der seitlichen Röhre *ef*

1) Fortschr. d. Phys. 1868; Phil. Mag. (4) vol. XXXVI p. 30.

wird dann der Stand des Quecksilbers so regulirt, dass es bis in die Verbindungsröhre der Schenkel der Uförmigen Röhre reicht. Die geringste Temperaturerhöhung bewirkt dann eine Ausdehnung der Luft in der Kugel und damit ein Heben des Quecksilbers, welches das U mehr oder weniger verschliesst. Es gelang Guthrie mit diesem Apparat während 6 Stunden die Temperatur des Bades bis auf 1,1° C. constant zu erhalten.

Der Hipp'sche [1]) Wärmeregulator zur Erzielung constanter Temperaturen beruht auf der Ausdehnung und Zusammenziehung einer aus 2 Metallen bestehenden Lamelle, die dadurch den Gaszufluss vermindert oder vermehrt. Die ganze Einrichtung (Fig 20) besteht aus

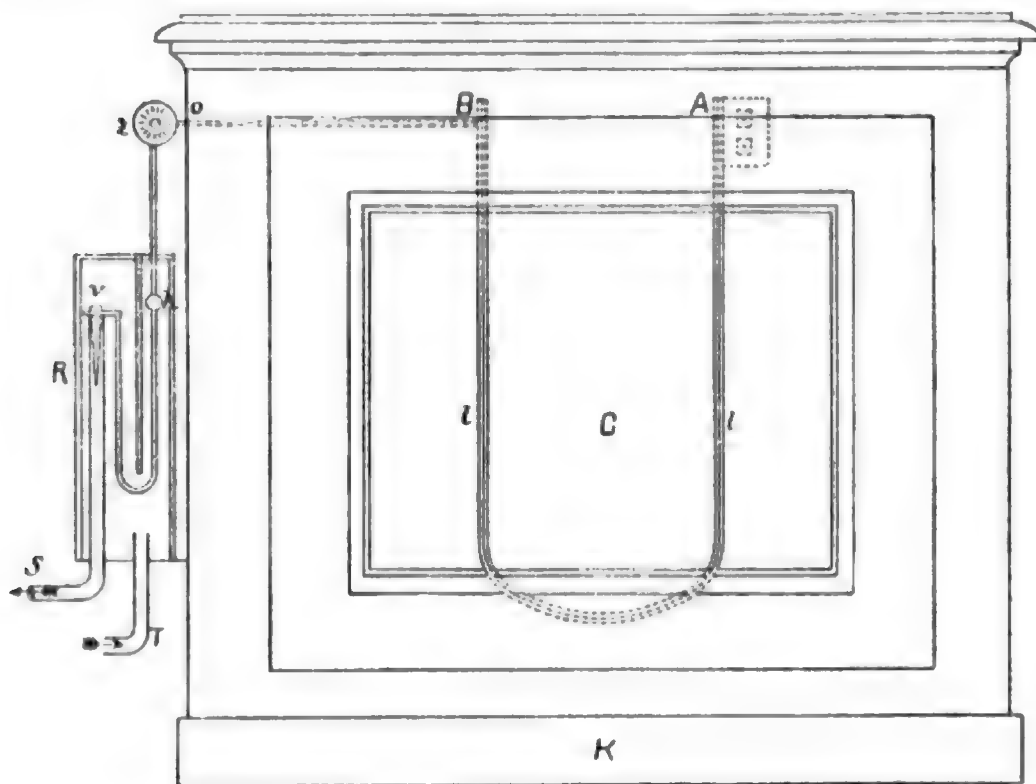


Fig. 20.

einem Ofen *C*, construirt aus Holz, mit Glasscheiben auf der vorderen und oberen Seite. Den Boden bildet ein aus Kupferblech bestehender Wasserkasten *K*. An den innern Wänden des Ofens laufen behufs gleichmässiger Vertheilung der Wärme mehrfach gewundene Röhren, die mit dem Wasserbehälter communiciren und 2 Oeffnungen haben, theils zum Auslassen der Luft beim Einfüllen des Wassers, theils zum Aus-

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 191 S. 366; Carl's Repert. f. Exp.-Phys. Bd. 4 S. 201; Chem. Centralbl. 1869 S. 959; Fortschr. d. Phys. 1868 S. 405, 1869 S. 487.

lassen des Dampfes für den Fall, dass durch irgend einen Zufall das Wasser ins Kochen gerathen sollte. An der inneren Hinterwand des Ofens befindet sich eine U förmig gebogene bimetallische Lamelle *l*, deren eines Ende bei *A* befestigt ist, während das andere Ende *B* — da die Stahllamelle aussen und die Messinglamelle innen liegt — bei fallender Temperatur sich *A* nähert, d. h. nach rechts, und bei steigender Temperatur sich nach links bewegt. Dieses bewegliche Ende der Lamelle steht mittels eines bei *o* die Ofenwand durchsetzenden Kupferfadens mit dem Gasregulator *R* in Verbindung, indem derselbe um die Achse einer Regulirschraube *s* gewunden ist. Diese Schraube bildet das obere Ende eines um den Punkt *h* beweglichen, unten umgebogenen Winkelhebels, dessen anderes Ende bei *v* ein conisches Ventil trägt, welches die Zuleitungsröhre des Gases *S* verschliesst. *T* ist die Ausflussröhre des Gases.

Beginnt die Temperatur im Innern des Ofens über eine gewisse, durch die Regulirschraube *s* bestimmte Grösse zu steigen, so bewegt sich das andere Ende *B* der bimetallischen Lamelle nach links, und damit wird das Ventil *v* mehr geschlossen, d. h., es bringt wenig Gas zur Flamme. Hipp hat auch die Correctionsschraube statt auf dem Ventilhebel auf der entgegengesetzten Seite des Kastens in der Weise angebracht, dass vermittels einer Mikrometerschraube die bimetallische Feder, deren Fuss in eine Coulisse geht, so gestellt wird, wie es die Temperatur verlangt, welche man im Kasten haben will.

Dieser Apparat scheint nur zur Constanthaltung von Temperaturen von 30 — 40° C. benutzt worden sein, weil darüber einige Daten vorliegen, woraus sich aber nichts über die Güte und Genauigkeit desselben schliessen lässt. Seine Anwendung ist beschränkt, da man nicht leicht zur Erzielung einer höheren Temperatur als 100° C. eine andere Flüssigkeit hineingeben kann.

Der verbesserte Bunsen-Kemp'sche Regulator von Schorer [1]) besteht aus einem in den Erhitzungsraum eingesenkten leeren Reagenzglas *b* (Fig. 21 S. 392), welches durch die Röhre *f* in Verbindung mit dem einen Schenkel des U förmigen Rohres *c* ist. In dem anderen Schenkel ist der Bunsen'sche Regulator angebracht. *gg* ist das Gaszuleitungsrohr mit dem schmalen Spalt *h*, umgeben von dem Ableitungsrohre *ii*. Das U förmige Gefäss wird bis *k* mit Quecksilber gefüllt. Der Schrauben-

1) Zeitschr. f. analyt. Chem. Bd. 9 S. 213; Chem. Centralbl. 1871 S. 493.

knopf *l* ermöglicht ein geringeres oder tieferes Eintauchen der Röhre *gg*. Es ist also hier die Ausdehnung der Luft, welche das Sperren und

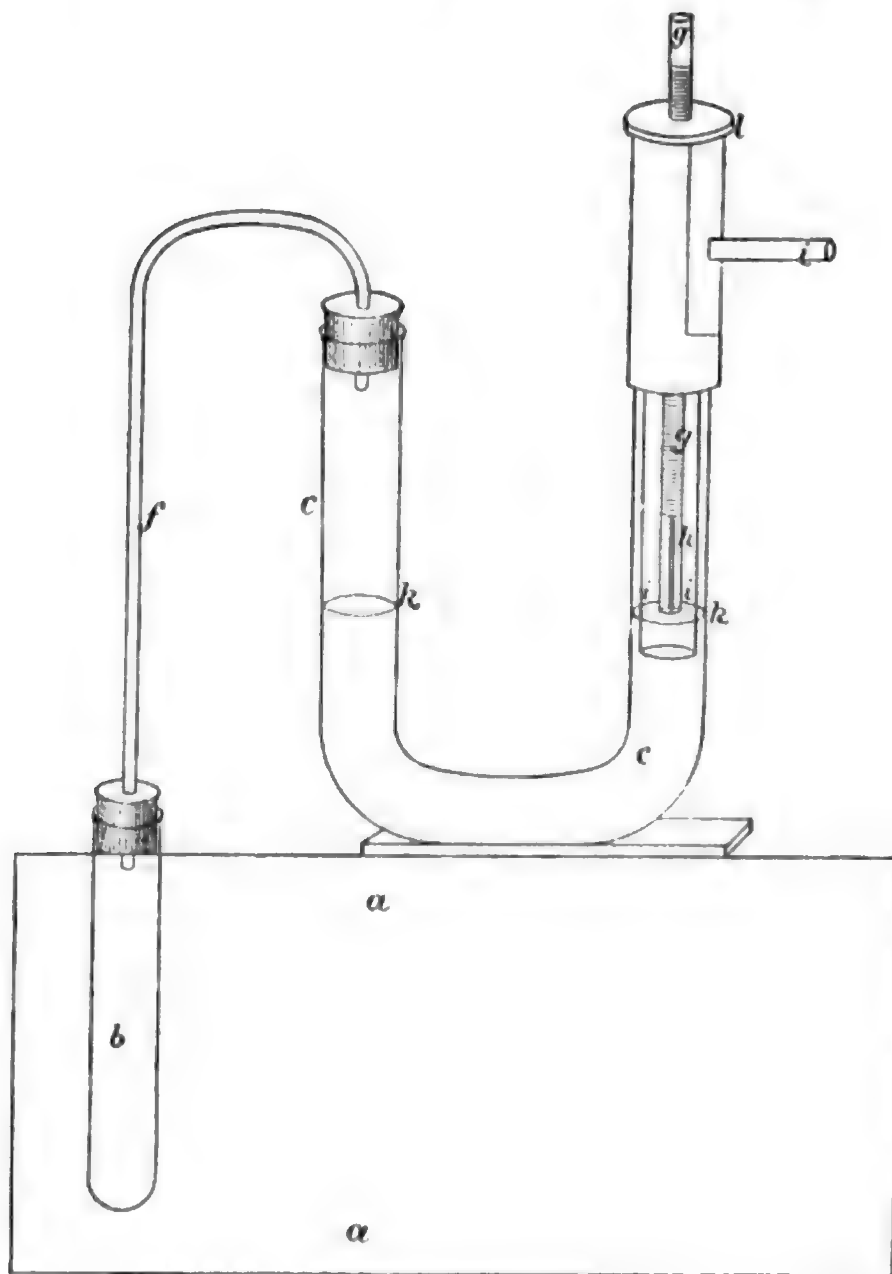


Fig. 21.

Oeffnen der Spalte durch das Quecksilber bewirkt, ein Vortheil, welcher den Apparat für Temperaturen höher als die Siedetemperatur des Quecksilbers verwenden lässt.

Die Quecksilbermasse ist aber sehr gross, so dass der Apparat nicht besonders empfindlich sein kann und die Temperatur wahrscheinlich auch nur auf 2 — 3° constant hält. Angaben über die Empfindlichkeit liegen keine vor.

Schlösing's[1]) Thermostat (Fig. 22^A^) besteht aus einem Quecksilberreservoir, welches sich in dem Raume befindet, dessen Temperatur constant erhalten werden soll, und ausserhalb desselben in einer Röhre *ab*, die bei *b* mit einer Kautschukplatte überbunden ist. Bei *c* ist an die Röhre ein kurzes Rohr angeschmolzen, welches durch einen Kautschukschlauch mit dem durch einen Hahn abschliessbaren Kugelrohr *e* in Verbindung steht. Anderseits

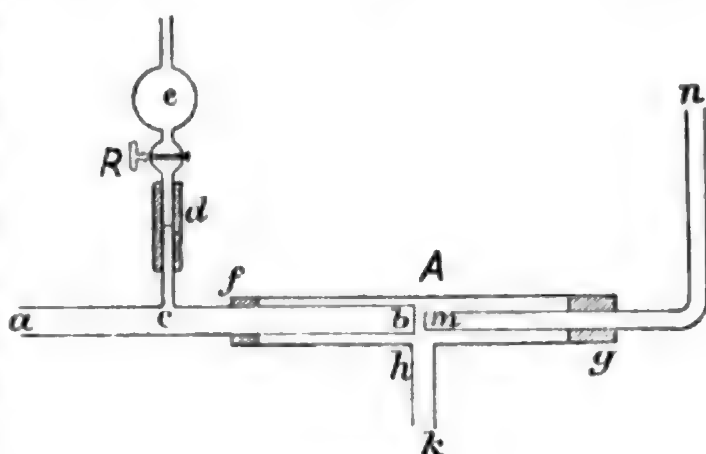


Fig. 22^A^.

ist auf der Röhre *ab* mittels eines durchbohrten Stopfens ein gläserner Cylinder *fg* befestigt, welcher mit 2 Röhrenstücken *hk* und *mn* in Verbindung steht. *hk* ist in demselben eingeschmolzen, *mn* in demselben durch einen Stopfen *g* befestigt und so gestellt, dass sein Rand bei *m* der Kautschukplatte gegenüber und derselben sehr nahe steht. *mn* steht mit der Gasleitung, *hk* mit dem Brenner in Verbindung. Ist der Brenner angezündet, nimmt die Temperatur des Bades zu, so dehnt sich das Quecksilber aus und fliesst bei geöffnetem Hahne *R* in die Kugel *e*. Wird der Hahn geschlossen, sobald das Bad die erwünschte Temperatur erreicht hat, so wird die Kautschukplatte in Form einer Kugelmütze durch das Quecksilber ausgebaucht und dadurch der Zutritt des Gases beschränkt. Das zweckmässigste Verhältnis zwischen dem Durchmesser der Kautschukplatte und der Röhre *mn* ist nach Schlösing 3 : 2. Für einen Oelbadtrockenschrank wendet er als Reservoir das an einer Wand befestigte Röhrensystem Fig. 22^B^ an; für Oelrollbäder gibt er ihm die in Fig. 22^C^ dargestellte Form.

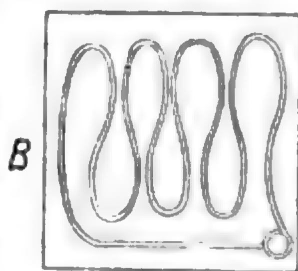


Fig. 22^B^.

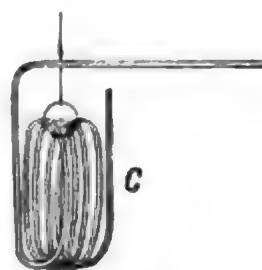


Fig. 22^C^.

Später hat Schlösing seinem Thermostaten die in Fig. 22^D^ (S. 394) dargestellte Form gegeben, welcher viel empfindlicher sein soll als

1) Ann. de Chim. et Phys. (4) t. XIX p. 205; Zeitschr. f. analyt. Chemie 1870 S. 477.

ersterer. Bei diesem befindet sich zwischen der Kautschukplatte und dem Gaszuleitungsrohr eine kleine hölzerne Platte *P*, welche leicht an der Kautschukplatte anliegt und deren Stiel in dem oberen Raume

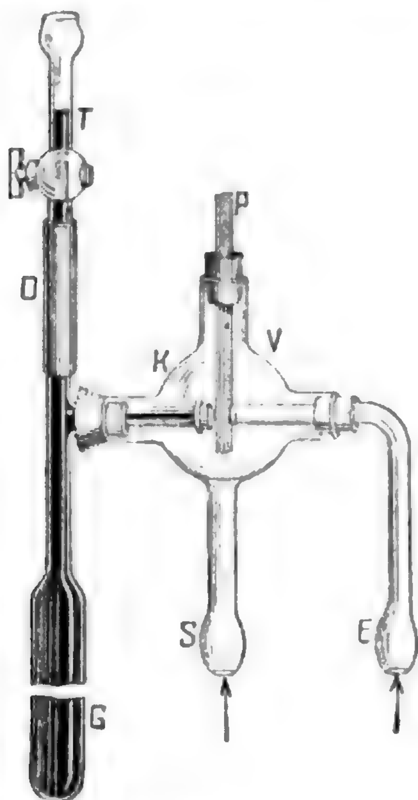


Fig. 22D.

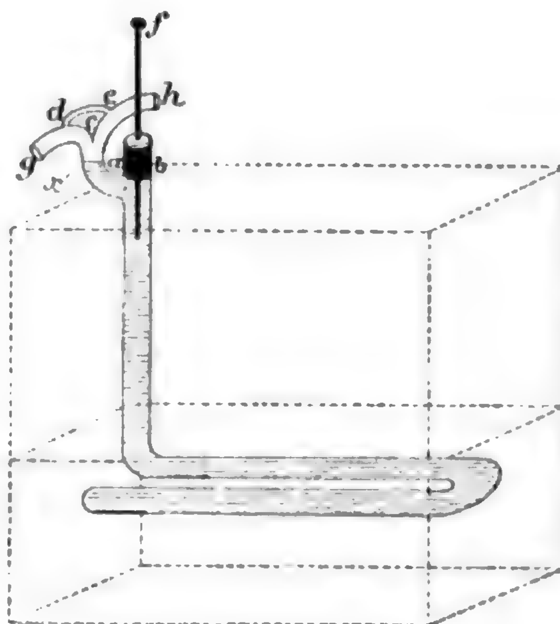


Fig. 23.

der Kugel *K* befestigt ist. Die Holzplatte besitzt auf der dem Zuleitungsrohre zugekehrten Fläche einen kleinen Falz, damit sie, selbst wenn sie ganz auf der Oeffnung des Rohres aufliegt, den Zufluss des Gases niemals vollständig unterbricht.

Mit diesem so abgeänderten Thermostaten hat der Erfinder ein 8 Liter fassendes Oelbad während längerer Zeit auf der Temperatur 180—181° C. constant erhalten.

Im Jahre 1871 begegnen wir 3 Constructionen von Thermostaten, einem von H. Carmichael, von Hannay und dem von Jeannel.

Carmichael[1]) gibt dem seinigen folgende Form. Ein 40cm langes, 0,6cm weites Glasrohr (Fig. 23) ist dreimal so gebogen, dass es unter eine innerhalb des Luftbades angebrachte Platte passt und oben aus einem Loch herausragt, ohne irgendwo mit dem Bade selbst in Berührung zu kommen. Bei *a* ist ein Rohr von 2mm innerem Durchmesser angebracht, das nach oben mit dem grösseren Rohr gleich-

1) Zeitschr. f. analyt. Chem. Bd. 10 S. 85; Zeitschr. f. Chem. u. Pharm. N. F. Bd. 6 S. 484.

gerichtet ist und bei *c* sich in 2 Arme theilt. Letztere sind so gebogen, dass ihre horizontalen Schenkel in eine gerade Linie fallen. Bei *d* und *e* sind sie durchstochen und zwar in der Weise, dass sich beim Herausziehen des durchstechenden Platindrahtes kleine Ansätze bilden, deren feine Spitzen beinahe zugeschmolzen und mit einander durch einen Kautschukschlauch verbunden sind. Das untere Ende des weiten Rohres ist zugeschmolzen und das obere mit einem feinen Korkstopfen geschlossen, in welchem ein langer dünner Stab von Glas eingepasst ist. Der Stopfen muss bis an *ab* reichen, damit kein Platz für Luft vorhanden ist. Nachdem das Ganze mit Quecksilber gefüllt worden ist, befreit man letzteres durch Erhitzen mit einer Flamme von Luft und Feuchtigkeit. *g* steht mit dem Gashahn, *h* mit dem Brenner in Verbindung. Die Oeffnungen bei *d* und *e* sind so fein, dass das durch sie hindurchströmende Gas für sich allein nicht im Stande ist, das Bad bedeutend zu erwärmen; allein sie verhindern, dass das plötzliche Steigen des Quecksilbers die Flamme auslöscht. Beim Gebrauch lässt man das Quecksilber allmählich steigen, bis das Bad die gewünschte Temperatur hat; dann schiebt man den Glasstab in die Röhre, bis das Quecksilber bei *x* beinahe gegen die möglichst scharfe Kante *c* stösst. Die Empfindlichkeit hängt natürlich von der Menge des Quecksilbers ab; Oxydation desselben tritt nicht ein, weil es sich in dem kleinen aus dem Bade herausragenden Rohre abkühlt. — Carmichael hatte seinen Apparat schon 2 Jahre im Gebrauch, bevor er ihn veröffentlichte. Bei langem Gebrauch dieses Thermostaten müssen jedoch auch Störungen eintreten, da die zwei feinen Oeffnungen sich in gar nicht langer Zeit vollständig durch die Unreinigkeit des Gases verstopfen werden.

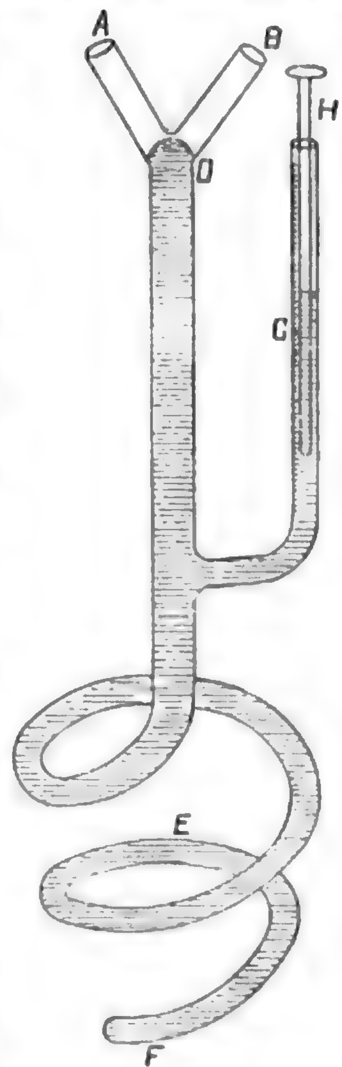


Fig. 24.

Hannay [1]) hat den Thermostaten von Carmichael etwas modificirt. Er besteht (Fig. 24) aus einer Röhre *DEF* in Schlangenform, geschlossen in *F* am unteren Ende; oben ist sie in 2 Arme *DA* und

1) Moniteur scientifique 3e série t. XVI p. 1021.

DB getheilt. Seitwärts in *C* ist eine Röhre *CH* angeschmolzen, welche eingetheilt ist und den Kolben *B* enthält. Die Röhre *DEF* ist mit Quecksilber gefüllt, deren Stand durch den Kolben *B* regulirt wird. Das Gas kommt in *B* an und entweicht in *A* zum Brenner. Ist die verlangte Temperatur im Bade erreicht, so führt man das Quecksilber vermittels des Kolbens *B* sehr nahe der Biegung *D*, so dass nur sehr wenig Gas zum Brenner gelangt.

Die Eintheilung auf der Röhre *CH*, welche auf empirischem Wege angefertigt wurde, gibt für jede constant zu erhaltende Temperatur augenblicklich den Stand des Kolbens *B*.

Viel empfindlicher und zu höheren Temperaturen anwendbar ist der Thermostat von Jeannel[1]) (Fig. 25 S. 397). Er besteht aus einem metallenen, mit Luft gefüllten Behälter *A* von 300 — 400ccm Rauminhalt, welcher in das Medium, dessen Temperatur mit Hilfe des Gasbrenners regulirt wird, getaucht ist und durch ein umgebogenes Metallrohr nebst Kautschukmuff *C* mit dem Schenkel *D* einer verticalen U förmigen Röhre in Verbindung steht. Letztere ist bis auf ⅓ ihrer Höhe, etwa bis *E*, mit Glycerin gefüllt. Sie stellt mit dem Behälter *A* eine Art Luftthermometer dar, denn die Ausdehnung oder Zusammenziehung der in *A* befindlichen Luft ist es, welche eine Hebung oder Senkung der Flüssigkeitssäule im Schenkel *F* bewirkt. Letzterer enthält einen gläsernen Schwimmer *G* von der Form eines Aräometers, dessen obere Fassung *H* eine Stahlnadel *I* in verticaler Stellung auf einem Siegellackplättchen trägt. Das Gas tritt durch die Röhre *J* und durch den Kork *L* in den Schenkel *F* und verlässt denselben durch das Rohr *P*. Die Mündung des letzteren hat eine Verlängerung in Form eines sehr feinen Kautschukrohres *O*, in welcher die Nadel des Schwimmers gleitet und deren Mündung *O'* beim Steigen des Schwimmers sich gegen das erwähnte Plättchen legt. Das durch die Röhre *J* anlangende Gas setzt seinen Weg durch die Rohre *P*, *P*, *P* bis zum Brenner fort, wo seine Flamme die Temperatur des Mediums *M* und des Inhaltes *A* erhöht. Aus diesem geht hervor, dass, wenn der Luftbehälter *A* erwärmt wird, die Nadel *I* in dem Kautschukrohr *O* mehr oder weniger steigt und dadurch den Gaszutritt zu der Röhre *P*, somit auch die Temperatur des Mediums regulirt. *R* ist ein Justirungshahn und *S*

1) Ann. de Chim. et Phys. (4) t. XXV p. 386; Dingl. Polyt. J. Bd. 204 S. 460; Zeitschr. f. analyt. Chem. Bd. 9 (1872) S. 192; Chem. Centralbl. 1872 S. 497.

eine Kautschukblase, mit deren Hilfe der Gasstrom, mithin auch die Temperatur des Mediums sich variiren lässt. Sollte nämlich die durch das Thermometer angezeigte Temperatur den gewünschten Grad übersteigen, so genügt es, den Hahn *R* zu öffnen und mehr oder weniger

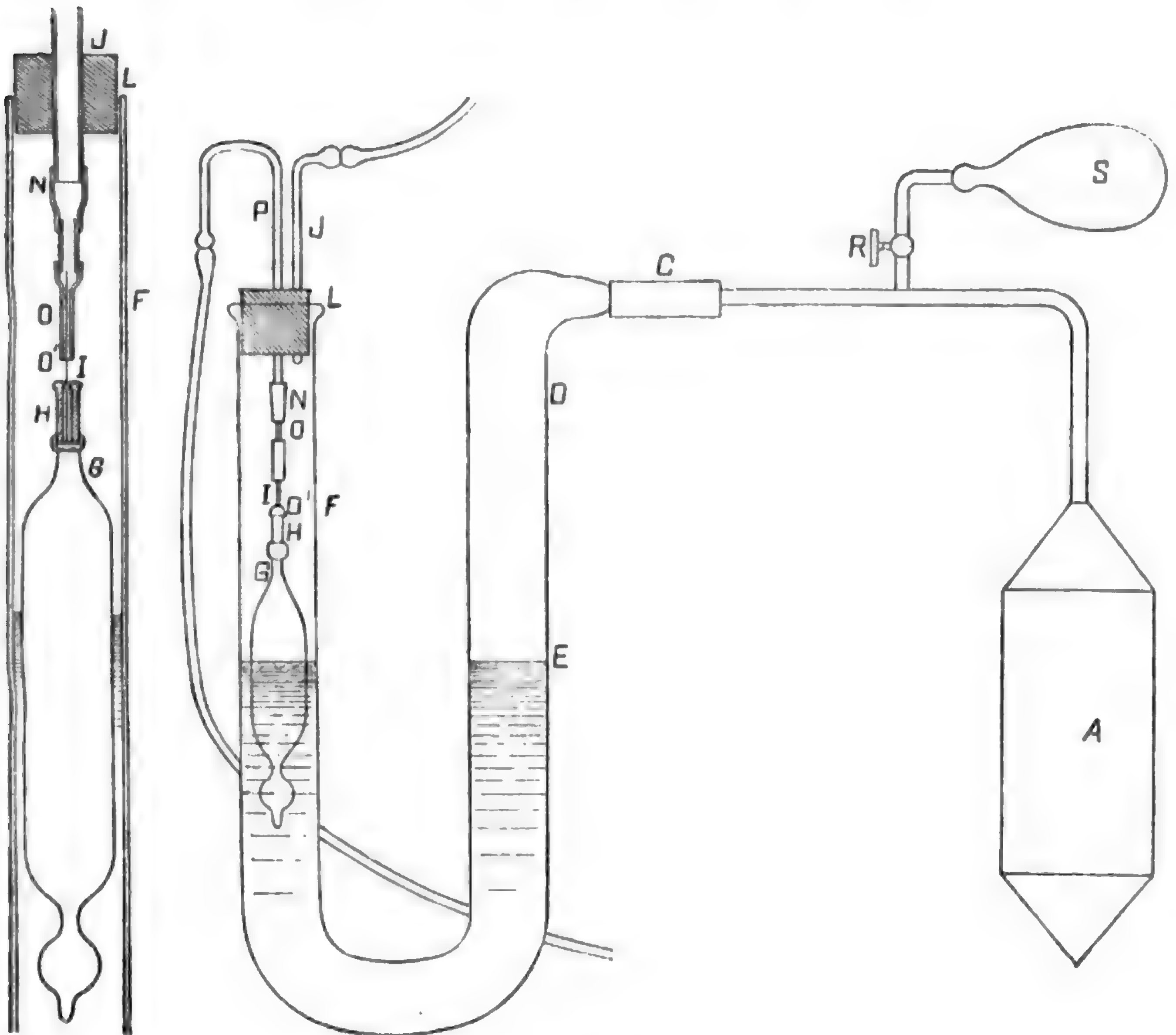


Fig. 25.

auf die Blase *S* zu drücken, um dadurch den Druck im Behälter *A* und im Schenkel *D* zu erhöhen und so das Steigen des Schwimmers im Schenkel *F* zu veranlassen. Infolge dieses Vorganges legt sich das Plättchen, aus welchem die Nadel hervorragt, auf die Mündung und mässigt den Gaszufluss. Zur Erhöhung der Temperatur des Mediums braucht man nur die Luft in die Blase treten zu lassen. Die Röhre *P* lässt sich unter Reibung in der Oeffnung des Korkes *L* verschieben. Je nachdem man sie höher oder tiefer stellt, nähert oder entfernt

sich die Mündung O' des Kautschukrohres O von dem Plättchen des Schwimmers. Hierin liegt ein zweites Regulirungsmittel. Des Gefäss A und die U förmige Röhre können sehr weit von einander entfernt sein, so dass sehr hohe Temperaturen auf das Glycerin keinen erheblichen Einfluss ausüben können.

Milne-Edwards[1]) berichtet auf die Veröffentlichung des Jeannel-schen Thermostaten über einen ähnlichen, welchen er schon seit mehreren Jahren zur Constanthaltung von Temperaturen bei Brütvorrichtungen benutzt hat.

In der Gasleitung, welche zum Brenner führt, befindet sich ein kleines Gefäss, an welchem ein Thermometer von besonderer Form vertical angeschmolzen und in das Wasserbad eingesenkt ist. Seitwärts von der Zuflussröhre des Gases befindet sich in dem Gefäss noch eine feine ausgezogene Röhre, die mit dem Brenner durch einen Kautschukschlauch verbunden ist; sie hat eine solche Lage, dass die Quecksilberkuppe die Oeffnung derselben durch ihren höheren oder tieferen Stand schliesst oder öffnet. Ist die gewünschte Temperatur des Bades erreicht, so wird durch Hinzugeben oder Hinwegnehmen von Quecksilber bewirkt, dass es gerade die Oeffnung der ausgezogenen Röhre im Gefäss verschliesst. Das Gas kann dann nur mehr durch eine kleine an der Abflussröhre angebrachte Oeffnung zum Brenner fliessen, wodurch das vollständige Auslöschen der Flamme verhindert wird.

Rieth[2]) berichtet auf der Naturforscherversammlung zu Rostock im Jahre 1871 über einen Gasregulator, dessen Princip auf Benutzung der durch Wärme bewirkten Bewegung eines aus ungleichen Metallen combinirten Metallstreifens besteht. Der Metallstreifen kann durch eine Schraube der Ausströmungsöffnung des Gases genähert oder weiter entfernt werden; das bewegliche Ende trägt einen stumpfen Conus, der die Gaszuströmungs- oder Gasausströmungsöffnung bei einer bestimmten Temperatur je nach der Stellung der Schraube schliesst.

Auf die Frage, ob Rücksicht genommen sei auf den wechselnden Gasdruck, und auf welche Weise etwaige Störungen durch denselben beseitigt werden, erklärt Rieth, dass nur bei sehr starker Druckänderung eine geringe Erhöhung der Temperatur stattfinde.

---

1) Ann. de Chim. et Phys. (4) t. XXV p. 390.
2) Chem. Centralbl. 1871 S. 615.

J. Martenson [1]) construirte sich folgenden Temperaturregulator für Glasflammen. In dem Luftbade (Fig. 26) befindet sich ein hohler, dünnwandiger, mit Luft gefüllter Glascylinder *g*, welcher nach aussen

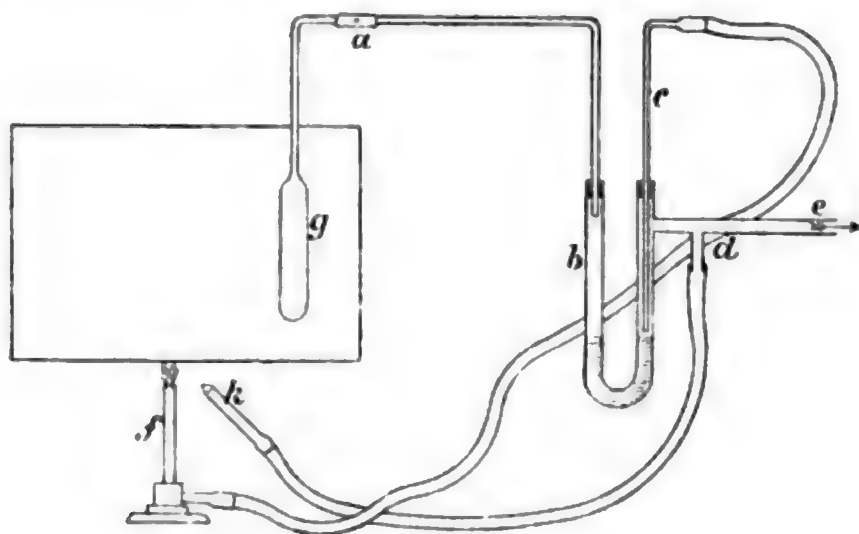


Fig. 26.

zu in eine Röhre *a* verlängert ist. Diese steht mit dem einen Schenkel einer U förmigen Röhre *b* in Verbindung, dessen untere Biegung mit Quecksilber gefüllt ist. Der äussere Schenkel ist oben mit einem Kork verschlossen, durch welchen eine Gasleitungsröhre *c* zum Brenner führt. Diese Gasleitungsröhre *c* ist an ihrem unteren, in den U förmigen Schenkel hineingehenden Ende etwas zugezogen und unten glatt abgeschliffen. Ausserdem mündet oberhalb des Quecksilbers ein zweites Glasrohr *e*, welches das Gas zuführt, mit einer Zweigleitung *d*, die in eine sehr feine Spitze endet und dem Brenner gegenübergestellt ist. In dem Rohre *a* befindet sich eine feine Oeffnung, welche durch einen Kautschukring verschlossen werden kann. Sollte man eine Temperatur z. B. von 110° C. constant halten, so öffnet man diese feine Oeffnung, bis die Temperatur des Bades etwa 105° C. anzeigt; dann schliesst man, wodurch die Temperatur noch bis auf 109° steigt, und schiebt nun das Glasrohr *c* bis zur Berührung mit dem Quecksilber herab. Der Bunsen'sche Brenner löscht aus, es bleibt nur die ganze kleine Flamme *k*, welche auf das Bad fast keinen Einfluss ausübt. Sinkt die Temperatur, so wird die Gasleitungsröhre frei, das Gas strömt zum Brenner und wird von der Flamme *k* angezündet. Der Apparat soll viele Stunden die Temperatur bis auf ± 0,25° constant erhalten.

1) Pharm. Zeitschr. f. Russland Bd. 11 S. 136; Chem. Centralbl. 1872 S. 513.

Jakob Myers[1]) versieht den Schlösing'schen Thermostaten mit einem Luftreservoir, um sehr hohe, den Siedepunkt des Quecksilbers übersteigende constante Temperaturen zu bekommen. Dieses Reservoir ist in der obersten Wand eines eisernen gut schliessenden Luftbades eingeführt, welches er vermittels Leuchtgas erhitzte. Wenn nun das Bad bis zu einer gewissen hohen Temperatur, 250° C., erhitzt werden sollte, so fand Myers, dass die dazu erforderliche Gasmenge zu gross ist, als dass der Thermostat sie zu reguliren vermöchte, weil eben die Distanz zwischen der Zuflussröhre des Gases und dem Kautschukkäppchen zu gross gemacht werden musste. Myers musste das Gas unter grösserem Drucke ausströmen lassen und konnte dann mittels 4 Bunsen'scher Brenner die Temperatur des Bades auf 350° C., mittels 5 auf 362° C. bringen. Dieser Uebelstand rührt von dem grossen Wärmeverlust der nicht erhitzten Wände her, weshalb man einem Luftbade eine solche Form geben muss, dass alle Wände möglichst gleichmässig, wie ich es früher angedeutet habe, erhitzt werden.

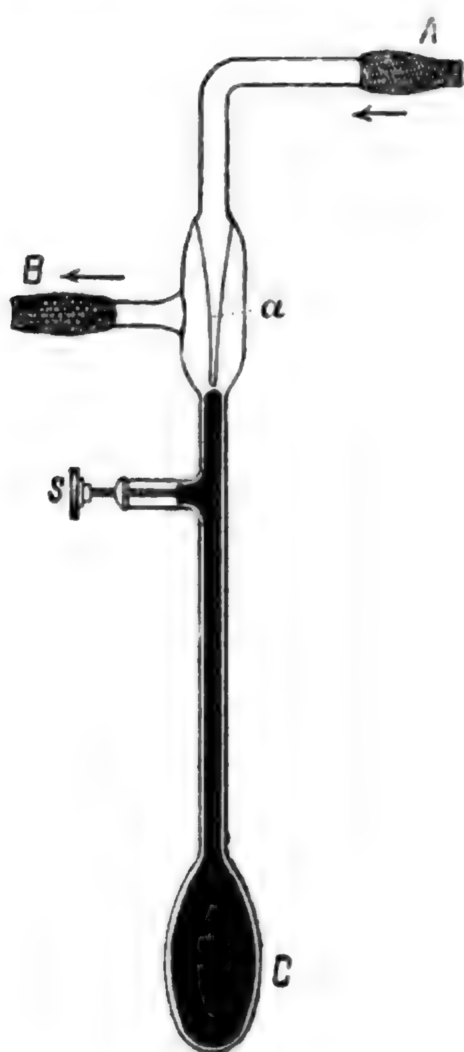


Fig. 27.

Eine häufige Anwendung hat der Thermostat von Reichert[2]) gefunden. *C* (Fig. 27) ist das mit Quecksilber gefüllte Gefäss, dessen Thermometerröhre nach oben sich in einen Cylinder erweitert, in welchem das Gaszuflussrohr *A* eingeschmolzen ist. Dieses reicht bis an die Stelle, an der die Erweiterung der Thermometerröhre beginnt, und hat dort eine sehr feine Oeffnung. Durch die Röhre *B*, welche an den Cylinder angesetzt ist, strömt das Gas nach dem Brenner ab. Die Schraube *S* regulirt für verschiedene Temperaturen des Bades den Quecksilberstand in der Thermometerröhre. —

1) Chem. Centralbl. 1872 S. 785; Berl. Chem. Ges. Bd. 5 S. 859.
2) Zeitschr. f. analyt. Chem. Bd. 11 S. 34; Pogg. Ann. Bd. 144 S 467; Carl's Repert. Bd. 8 S. 123.

Fig. 28 zeigt die Form, wie er jetzt von C. Gerhardt, Lager chemischer Utensilien in Bonn, geliefert wird.

Eine kleine Modification hat dieser Thermostat von Muencke[1]) erfahren (Fig. 29). In die etwa 18mm weite und 145mm lange, mit einem wulstigen Ringe *oo* versehene Glasröhre *a* ist ungefähr in der Mitte das 80mm lange Röhrchen *b* eingeschlossen. Im oberen 40mm langen Theil besitzt dasselbe einen Durchmesser von 8mm, im unteren, fast bis auf den Boden der Glasröhre reichenden nur einen von 1 — 1 ½mm. Das seitliche Rohr *f* am oberen Theil der Röhre *a* dient zur Weiterleitung des Gases zu dem Brenner. Der die Röhre *a* verschliessende Kork trägt die eiserne Zuleitungsröhre *g*, welche sich nach unten allmählich conisch verengt und hier bei 2mm unterer Oeffnung mit einem der Röhre *b* entsprechenden, theilweise durchbrochenen Scheibchen und einem kleinen nach oben zu sich verjüngenden Spalt versehen ist. Die kleine Oeffnung *p* verhindert das gänzliche Verlöschen der Flamme. Im unteren Theil der Röhre *a* befindet sich etwas Quecksilber, in welches die Röhre *b* eintaucht. Die eiserne Röhre *g* ist in dem Kork verschraubbar und trägt oben das rechtwinklig gebogene Rohr *h* für den Gaszuleitungsschlauch. Erstere kann daher beliebig eingestellt werden, ohne die Richtung von *h* zu ändern. Bei Zunahme der Temperatur wird das Quecksilber durch die in *mm* eingeschlossene Luft in die Röhre *b* getrieben, so dass je nach der Einstellung der Röhre *g* gegen die Quecksilberkuppe das Maximum der Erwärmung beliebig regulirbar ist.



Fig. 28.

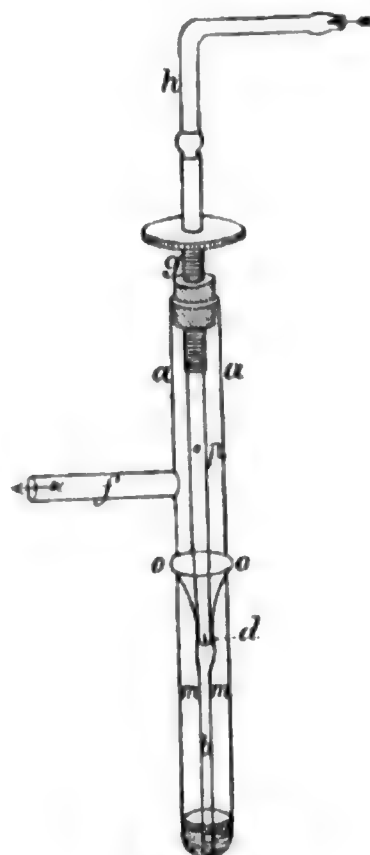


Fig. 29.

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 219 S. 72; Zeitschr. f. analyt. Chem. Bd. 15.

Fig. 30 zeigt die vom Mechaniker Wiesnegg in Paris ausgeführte Form dieses Thermostaten. Statt der Oeffnung *p* ist der Ableitungsschlauch mit einem anderen Schlauch in Verbindung, durch welchen fortwährend von der Gasleitung eine ganz geringe Menge von Gas zum Brenner geführt wird, die das vollständige Auslöschen desselben verhindert. Der Hahn *b* regulirt die erforderliche Gasmenge.



Fig. 30.

Diese drei Thermostaten sind bequem und leicht zu gebrauchen und genügen vollständig, wenn man sich auf Schwankungen der Temperatur von 3 — 4° C. gefasst macht. Grössere Genauigkeit kann man aber nicht beanspruchen, wenn sie auch noch so gut construirt sind; ferner sind sie wegen der Verdampfung des Quecksilbers für hohe Temperaturen nicht mehr anwendbar.

Nicht viel verschieden von den vorhergehenden ist der Regulator von Page [1]). Derselbe besteht (Fig. 31 S. 403) aus einem Thermometer mit verlängertem cylindrischem Gefässe *A*. Fast am Ende der Röhre ist die Tförmige Röhre *B* eingeschmolzen, die einerseits mit der Röhre *C* in *m*, anderseits mit der Röhre *DD* in *r* verbunden ist. Die Röhre *D* enthält bei *K* die vermittels eines Korkes befestigte Capillarröhre *F* und ist bei *G* mit der Thermometerröhre verbunden. Die Röhre *D* ist noch bei *n* mit *C* verbunden. Das Gas kommt von der Röhre *C* in die Röhre *DD*, in die feine Capillarröhre *F* und von da in die Röhren *B* und *C* zum Brenner. Das Thermometer *AA* ist mit Quecksilber gefüllt und verhindert den Austritt des Gases aus der Capillarröhre, wenn die verlangte Temperatur im Bade erreicht ist. *F* ist ein Hahn, um das Gas direct zum Brenner gelangen zu lassen; der Hahn *J* dient dazu, dem Brenner immer eine kleine Menge Gas zuzuführen, damit die Flamme nie vollständig auslöscht.

Je nachdem die Capillarröhre höher oder tiefer gestellt wird, können verschiedene Temperaturen constant erhalten werden.

1) Journ. of Chem. Soc. 1876 p. 24.

Auf die Veröffentlichung dieses Thermostaten durch Page bemerkt Fletscher [1]), dass er schon seit 15 Jahren einen ähnlichen Regulator in seinem Laboratorium gebrauche. Sein Apparat ist einfacher, weil er statt des Hahnes *S* eine kleine Oeffnung im Kork *K* für den fortwährenden Durchgang des Gases angebracht hat. Ferner benutzte er Gefässe aus Eisen, da in diesem Falle das Quecksilber viel schneller seine Temperatur ändert. Weiter schlägt er noch vor, das Gefäss in solche Lage zu bringen, dass jede Aenderung der Flamme zuerst auf den Regulator einwirkt. Bei höheren Temperaturen tritt ein Steigen derselben ein, da das Quecksilber verdampft.

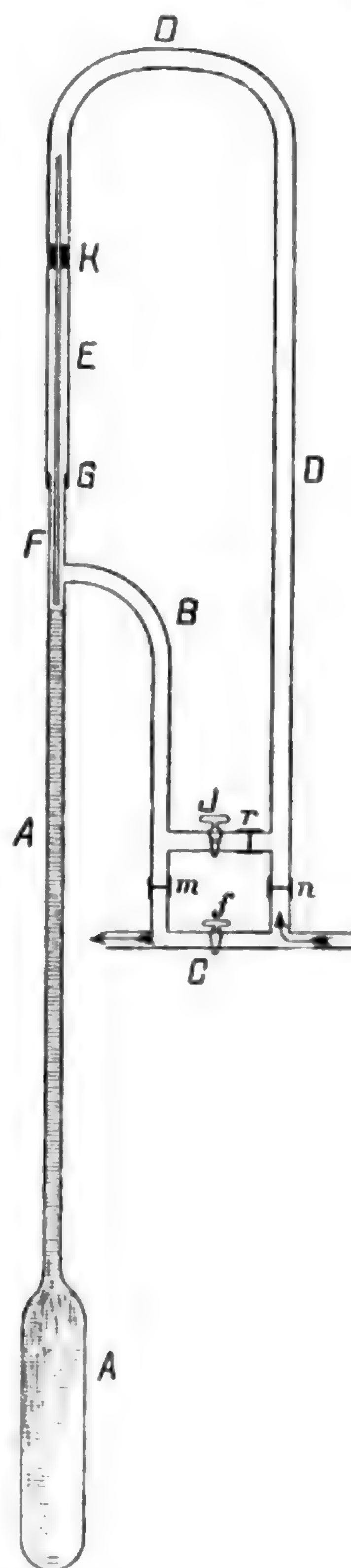


Fig. 31.

Die im folgenden Jahre construirten Thermostaten sind von Roulin, Randall und Nauman.

Roulin's [2]) Regulator besteht aus einem hohlen eisernen Cylinder *a* (Fig. 32 S. 404), an welchen als Fortsetzung eine dünne eiserne Röhre *b* geschraubt ist. Das Ganze ist mit Quecksilber gefüllt. Den Kopf der Röhre *b* bildet eine Büchse, bestehend aus 2 concentrischen conischen Düsen *c* und *d*, wovon die kleinere *d* ihre Spitze in der Nähe der Quecksilberkuppe hat. Das durch *A* hergeleitete Gas strömt durch die centrale Bohrung der inneren Düse *d* abwärts, dann um die Spitze der letzteren herum in die äussere Düse *c* und von da durch das Rohr *B* nach dem Brenner.

Central in dem Apparat steckt die mit einer Theilung versehene Stange *ee* aus blau angelaufenem Stahl, welche in einer Stopfbüchse gleitet. Je nachdem man diese Stange mehr oder weniger in die Röhre *b* und das Gefäss *a* eintaucht, bringt man das Quecksilber mehr oder weniger ins Steigen und ist auf diese Weise

1) Journ. of Chem. Soc. 1876 p. 488; Chemical News vol. XXXIII p. 61.
2) Dingl. Polyt. J. Bd. 227 S. 263; Bulletin de la Soc. d'Encourag. t. IV (1877) p. 726.

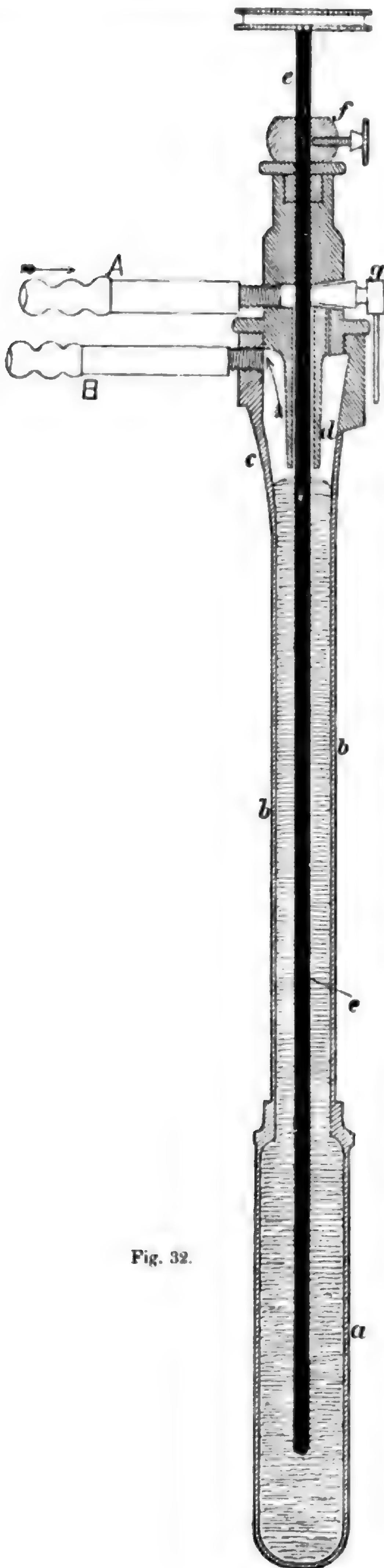


Fig. 32.

im Stande, den Gasverbrauch, mithin auch die Temperatur zu reguliren. Eine kleine Stellschraube *f* dient zum Feststellen der Stange *e* in der gewünschten Höhe. Oberhalb der beiden conischen Düsen ist ausserdem ein kleiner Hahn *g* angebracht, welcher die Röhren *A* und *B* in directe Verbindung zu setzen gestattet, um dem Brenner das zur Vermeidung des gänzlichen Auslöschens bestimmte Gasminimum zu sichern.

Die Temperatur der Quecksilberoberfläche ist bei diesem Apparat fast die der äusseren, daher die Verdunstung desselben so zu sagen gleich Null; anderseits gibt die Ringform der conischen Düsen dem Apparate eine grosse Empfindlichkeit. Diese ist jedoch sehr sorgfältig zu construiren, damit die Regelmässigkeit ihrer Wirkung nicht durch die Capillarerscheinungen beeinträchtigt werde. Die Düsen *c* und *d* müssen vollkommen centrirt und die vom Gas durchströmten ringförmigen Räume sehr eng sein, und zwar derjenige, durch welchen das Gas ankommt, etwas enger als jener, durch welchen es ausströmt. Der Rand derselben muss sehr fein und ein wenig ausgezackt, das Quecksilber sehr rein sein.

Die engen ringförmigen Räume dürften sich jedoch auch bei diesem Thermostaten verunreinigen und fortwährende Störungen bei längerem Gebrauch herbeiführen. Bei sehr hohen Temperaturen wird wegen der

guten Leitungsfähigkeit des Quecksilbers auch das in der Röhre sehr warm werden und daher verdampfen.

Randall [1]) regulirt den Zufluss eines heissen Wasserdampfstromes, um verschiedene constante Temperaturen in einem Wasserbehälter zu erzielen.

In Fig. 33 ist der Wasserbehälter *b*, dessen Zu- und Ablaufröhren bei *z* und *a* angedeutet sind. Die Dampfröhre *d* leitet den heissen

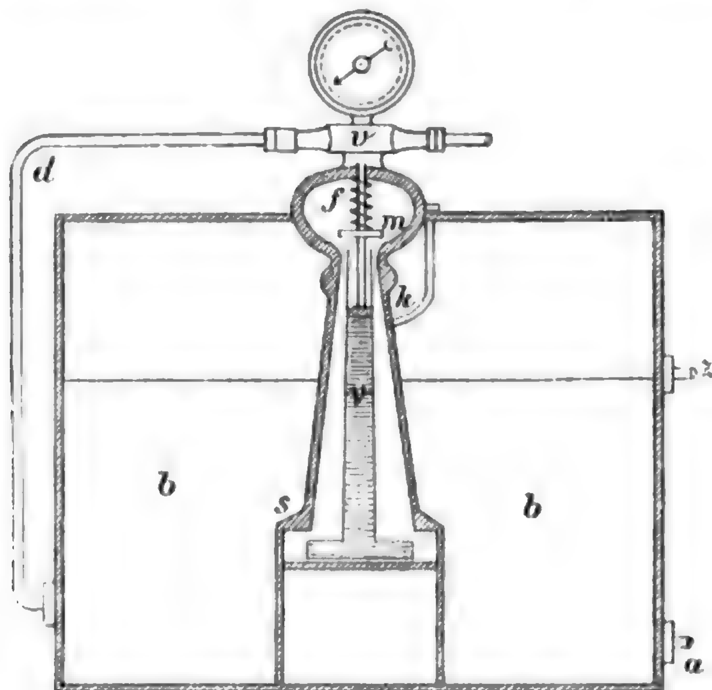


Fig. 33.

Dampf nach Maassgabe eines Drosselventils *v* in den Behälter; die Spindel dieses Ventils trägt ein kleines Kölbchen *k*, welches sich in dem engen Hals des nach unten zu einer hohlen Scheibe erweiterten, möglichst dünnwandigen Rohres *v* bewegt. Letzteres ist mit einer leicht ausdehnbaren Flüssigkeit gefüllt, welche bei ihrer Erwärmung das Kölbchen mit dem Ventil hebt und dieses theilweise schliesst, wodurch die zum Behälter tretende Dampfmenge verringert wird. Die Temperatur des Wassers sinkt, und die Flüssigkeit im Thermometerrohre erfährt eine Contraction; das Kölbchen geht unter dem Drucke der auf die Ventilspindel geschobenen Feder *f* zurück, und das Ventil öffnet sich wieder. Steigt dann die Temperatur des Wassers in *b* über die durch die Tragkraft der Feder bestimmte Grenze, so beginnt dieses Spiel von neuem. Die Maximalstellung des Ventils lässt sich

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 224 S. 478.

durch eine auf seiner Spindel verstellbare Mutter *m* reguliren, welche sich gegen den Rand des Rohres *v* legt. Ein auf dem Ventil angebrachter Indicator, welcher mit der Ventilspindel in Verbindung steht, gibt die jeweilige Temperatur im Behälter an. Das Thermometerrohr *v* ist durch einen Hohlgussständer vor Beschädigung geschützt, der aber die Empfindlichkeit des Thermostaten sehr beeinträchtigen wird.

O. Nauman und A. d'Arsonval haben sehr ähnliche Apparate zur Constanthaltung von Temperaturen construirt, die nicht bloss von den Schwankungen der atmosphärischen, sondern auch von denen des Gasdruckes unabhängig sein sollen.

Nauman's[1]) Thermostat besteht im wesentlichen aus 2 in einander gefügten Gefässen oder Kesseln *A* (Fig. 34), deren innerer die zu erwärmende Substanz oder Flüssigkeit enthält, während der Zwischenraum zwischen beiden mit Wasser oder für höhere Temperaturen mit einer schwer siedenden Flüssigkeit, Oel oder Glycerin, gefüllt ist. Vom Bade des inneren Gefässes führt in der Regel ein Kanal quer nach aussen, um die Flüssigkeit ablaufen zu lassen, bzw. einen Luftzug im Gefässe unterhalten zu können, da der Apparat mit einem doppelwandigen, gut schliessenden Deckel versehen ist. Unter den Gefässen befindet sich der Feuerraum resp. die Gasflamme. Am oberen Theil des Apparates zwischen den beiden Kesseln befindet sich in einem Gefässe Quecksilber, welches bei seiner Ausdehnung in das Röhrchen *b* und von diesem in den Becher *c* tritt. Dieser ist an einer ringförmigen Wage *d* befestigt, die, durch das ausgeflossene Quecksilber in Bewegung gesetzt, den Gaszufluss vermindert oder vermittels des an ihr befestigten, aber frei schwebenden Bügels *nn'* durch Vorwärtsbewegung eine Petroleumflamme verkleinert. Tritt dagegen bei eintretender Abkühlung ein Theil Quecksilber nach dem Rohre *b* zurück, so erfolgt auch eine rückgängige Bewegung des Bügels und eine Zunahme der Temperatur des Bades.

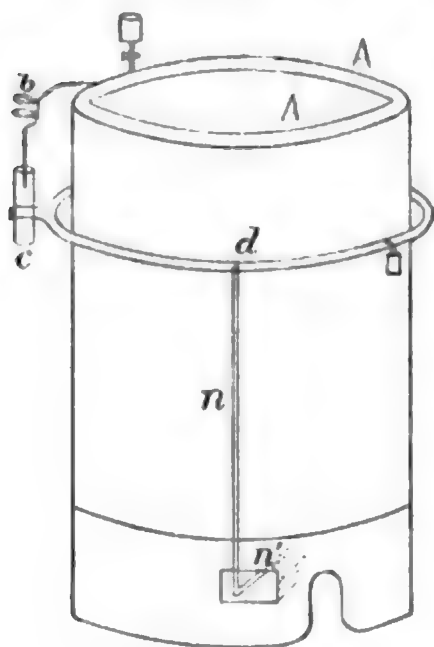


Fig. 34.

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 226 S. 276.

D'Arsonval [1]) benutzt sehr sinnreich die Ausdehnung der zwischen den zwei conischen Gefässen enthaltenen Flüssigkeit, um den Gaszufluss zu reguliren. Nach dieser Idee construirte er einen sog. directen Regulator und einen indirecten.

Der directe Thermostat ist in Fig. 35 dargestellt. Er besteht aus 2 conisch cylindrischen Gefässen *a, b* mit 2 Hohlräumen; der eine davon, der centrale, ist der Raum, welcher auf einer constanten Temperatur erhalten werden soll, der andere, der ringförmige, ist durch die Röhre *v* vollständig mit Wasser gefüllt, das durch den Brenner *h* erwärmt wird. Die Variationen des Volums, welche diese grosse Wassermasse erleidet, regelt die Passage des Gases zum Brenner, worin eben die Originalität des Apparates und die grosse Empfindlichkeit besteht.

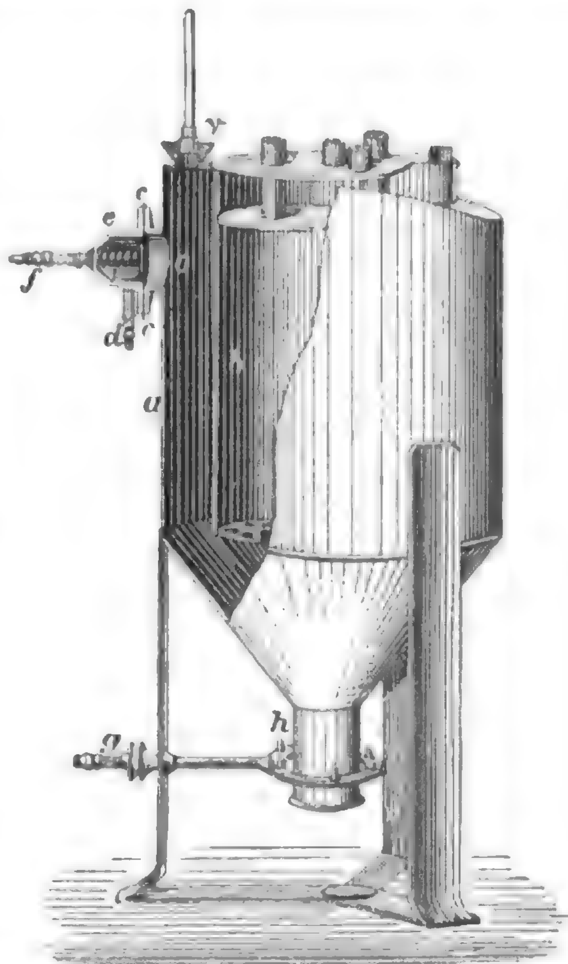


Fig. 35.

Die äussere Wand hat nämlich bei *o* eine seitliche Röhre, welche, communicirend mit dem ringförmigen Raum, nach aussen durch eine verticale Membrane von Kautschuk geschlossen ist. Diese Membrane ist, wenn die Oeffnung *v* geschlossen ist, der einzige Theil der Wand, welcher die Variationen des Wasservolums nach aussen übertragen kann. Das Gas kommt an durch die Röhre *f*, deren anderes Ende genau im Centrum dieser Membrane in einer kleinen Distanz im Innern einer metallischen Büchse sich befindet; es geht zum Brenner durch die Röhre *d*. Die Röhre *f* kann überdies durch eine Feder in beliebige Entfernungen von der Membrane gebracht werden. Die Röhre und die Membrane bilden auf diese Weise einen sehr empfindlichen Hahn, von welchem der Grad der Oeffnung von den Veränderungen

1) Journ. de Pharm. Chim. (4) t. XXVI p 474; Chem. Centralbl. (3) Bd. 9 S. 65.

des Wasservolums abhängt. Er lässt zum Brenner, nach Erreichung der gewünschten Temperatur, nur die nothwendige Menge Gas, um die Ursachen der Erkaltung zu compensiren. In die Oeffnung *v* kann auch ein Thermometer hineingesteckt werden. In dieser Combination erwärmt direct das Gas den Regulator, welcher wieder seinerseits direct auf das Gas reagirt.

Ueber die Empfindlichkeit des Apparates bringt d'Arsonval folgendes Resumé. Er enthält 20 Liter Wasser; $^{1}/_{20}$ ccm genügt, um den Gasverbrauch von dem Minimum zum Maximum zu bringen. Man kann annehmen, dass $^{1}/_{4}$ hiervon ausreicht, um die Abkühlungsursachen zu compensiren. Nun aber dehnt sich die obige Wassermenge für jeden Grad um 3 — 4 ccm aus, und da weniger als $^{1}/_{20}$ ccm schon hinreichend ist, die Regulirung zu bewirken, so ergibt sich, dass die Temperatur auf weniger als $^{1}/_{200}{}^{0}$ constant bleibt. Seine Empfindlichkeit nimmt übrigens mit der Grösse continuirlich zu.

Von der Güte und Empfindlichkeit dieses Thermostaten habe ich mich selbst überzeugt, da derselbe im Laboratorium von Berthelot zu Paris während mehrerer Monate zur Constanthaltung der Temperaturen von 30 — 50° C. verwendet wurde.

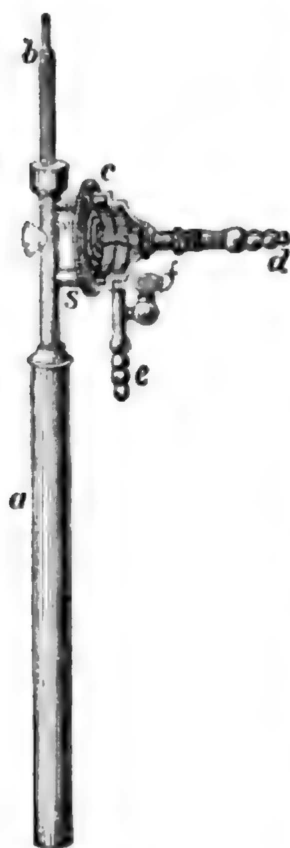


Fig. 36.

Indirecter Regulator von d'Arsonval (Fig. 36). Dieser besteht aus einem messingenen cylindrischen Gefässe *a*, an welches eine bleierne Röhre *b* angesetzt ist. Dieses Gefäss trägt seitwärts ein Gehäuse *c*, dessen vordere Wand durch eine metallische Aneroidmembrane gebildet ist und mit dem ersteren durch die Röhren *v* und *s* in Verbindung steht. Das Gefäss ist mit einer ausdehnbaren Flüssigkeit (Petroleum oder Glycerin gefüllt) und hermetisch verschlossen, so dass die Variationen des Volums der Flüssigkeit sich auf die elastische Membrane übertragen. Das Gas kommt von der Röhre *d* gegen die Membrane, tritt aus durch die Röhre *e* und regelt sich auf dieselbe Weise wie in dem ersten Regulator.

Dieser Thermostat erlaubt constante Temperaturen zwischen + 30° C. und 200° C. herzustellen, gestattet also eine viel grössere Anwendung als der erstere, der nur für Temperaturen von 30 — 50° C. sehr empfindlich ist. Die Länge der Röhre *a*

macht ihn in dieser Form in manchen Fällen unanwendbar, daher d'Arsonval später dem indirecten Regulator eine etwas andere Form gegeben hat.

Er besteht (Fig. 37) aus einer Kapsel *k*, deren eine Wand eine Membrane ist, die sich unter der Einwirkung irgend eines Druckes ausdehnt. Diese Ausdehnung verschliesst mehr oder weniger das Ende einer Röhre *e*, die das Gas zum Brenner führen soll. Die Kapsel *k* hat weiter 2 Ansatzröhren: die eine *a* communicirt mit einem mit irgend einer Flüssigkeit gefüllten Gefässe, das sich in dem Bade befindet, in welchem die Temperatur constant erhalten werden soll; die andere Ansatzröhre führt zu einem trichterförmigen Gefässe *b*. Das zur Verbrennung gelangende Gas geht von der Gasleitung zur Röhre *de* und von da zur Röhre *c*, die mit dem Brenner durch einen Kautschukschlauch verbunden ist; ausserdem führt noch eine Zweigleitung von der Röhre *d* zur Röhre *f*, die ebenfalls mit dem Brenner in Verbindung steht.



Fig 37.

Sei nun in einem Bade die Temperatur *T* constant zu erhalten. Man verbindet die Röhre *a* mit dem Gefäss, das mit Wasser oder Glycerin gefüllt ist und sich in dem Raume befindet, welcher die Temperatur *T* erhalten soll. Man füllt den Trichter *b* ebenfalls mit Wasser oder Glycerin, öffnet den Hahn desselben, so dass jetzt Gefäss, Verbindungsröhre, Kapsel und ein Theil des Trichters mit derselben Flüssigkeit gefüllt sind. *d* und *f* sind in Verbindung mit der Gasleitung, die Röhre *c* mit dem Brenner.

Nach Erreichung der gewünschten Temperatur *T* in dem Bade schliesst man den Hahn des Trichters, so dass bei weiterem Steigen der Temperatur die Ausdehnung der Flüssigkeit auf die Membrane sich überträgt und daher die Zuflussröhre des Gases mehr oder weniger verschliesst. Es lässt sich leicht die Röhre *e* so stellen, dass die Absperrung des Gases in dem Moment geschieht, wo die Temperatur in dem Bade sehr wenig über *T* gestiegen ist. Die Flamme löscht jedoch nicht ganz aus, weil durch die Röhre *f* immer eine sehr kleine Menge Gas zum Brenner gelangt.

Derselbe Apparat erlaubt auch die Regulirung des Zuflusses einer Kältemischung, wenn am Ende der Röhre *e* ein Ventil angebracht ist, das sich bei der Ausdehnung der Membrane, d. i. beim Steigen der Temperatur in dem Bade öffnet statt schliesst, wie es Fig. 38 zeigt.

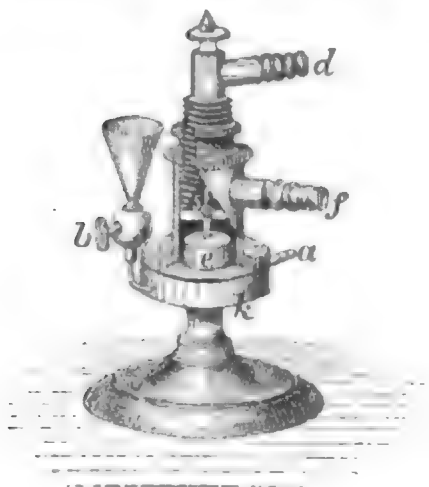


Fig. 38.

Für Temperaturen höher als 150° C. bis zu 300° und 1200° C. wird das Gefäss und die Kapsel mit Luft gefüllt, deren Ausdehnung der Membrane eine convexe Gestalt zu geben sucht. Auf der Membrane lastet dann ein Gewicht *P* (Fig. 39), das am Ende eines Hebels befestigt ist und dem inneren Drucke der Luft das Gleichgewicht hält. Dieses Gewicht und die Zuleitungsröhre *e* des Gases werden so gestellt, dass bei der gewünschten

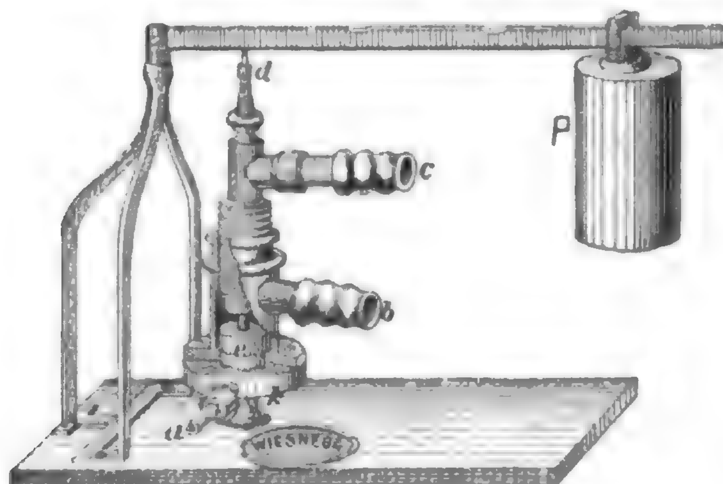


Fig. 39.

Temperatur kein Gas mehr zum Brenner gelangt. Das Gefäss, welches mit der Kapsel communicirt, ist entweder von Glas oder von Porcellan.

Der Regulator (Fig. 40 S. 411) setzt sich dann aus 3 Theilen zusammen:

1. dem Luftgefäss *R*, bestimmt, in das Bad gesetzt zu werden, in welchem die constante Temperatur erhalten werden soll;
2. dem Manometer *MM*, welches den Druck der Luft in dem Gefässe anzeigt, und
3. dem eigentlichen Regulator, der die Passage des Gases zum Brenner vermittels des Gewichtes *P* regulirt.

Cresti [1]) construirte sich den in Fig. 41 abgebildeten Thermostaten. *A* ist ein cylindrisches Gefäss aus Glas, das sich in dem Bade *M* befindet, in welchem die Temperatur constant erhalten werden soll.

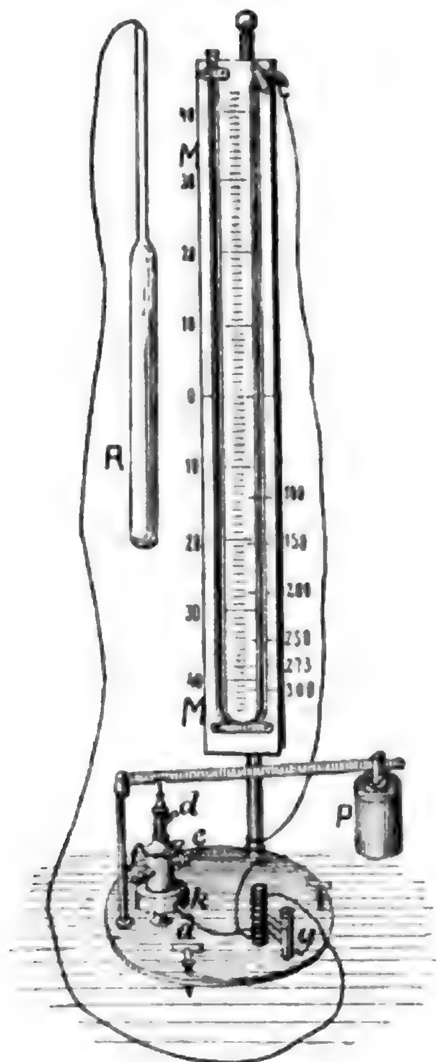


Fig. 40.

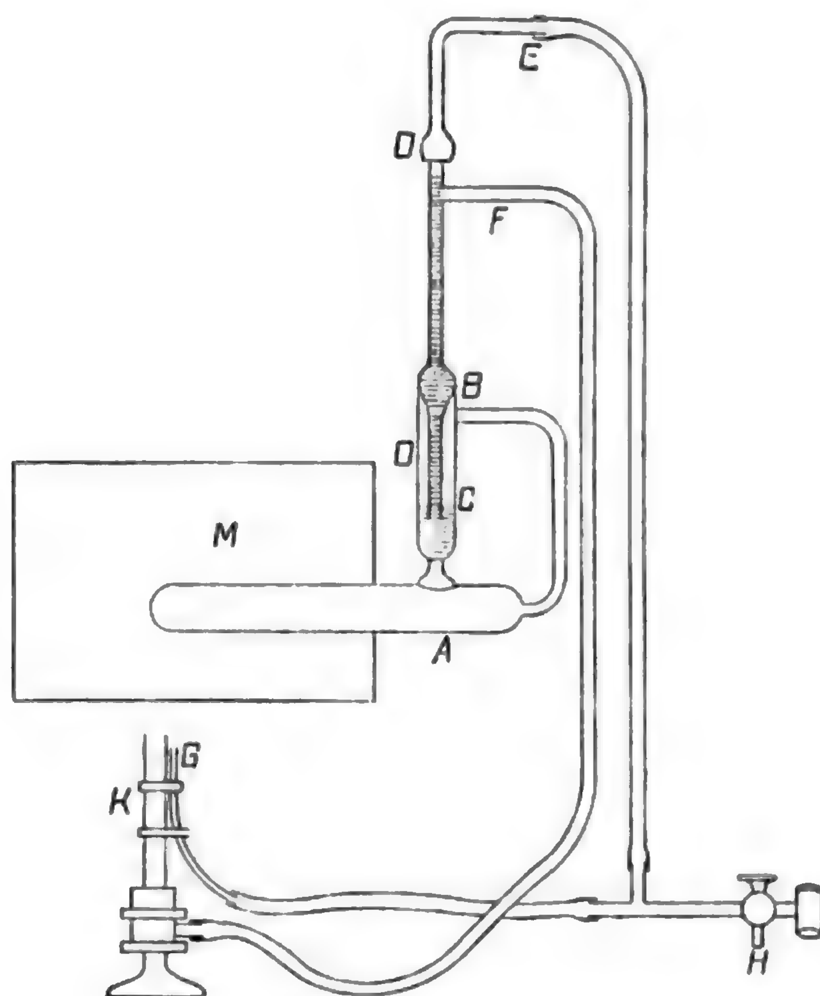


Fig. 41.

Von diesem Gefäss führt eine Röhre *B* zu der Röhre *C*, in welcher die capillare Röhre *DD'* eingeschmolzen ist. Von dieser Röhre führt seitwärts ein Kautschukschlauch zum Brenner *K*, und von dem obersten Theile der Röhre *DD'* führt eine Leitung zum Gashahn *H* und eine Zweigleitung zu einer in eine feine Spitze ausgezogene Röhre *G*, die an dem Brenner befestigt ist.

Es wird nun in *C* so viel Quecksilber eingefüllt, dass bei der erwünschten Temperatur der Zufluss des Gases in der Richtung *HEDFK* abgesperrt wird, indem durch die Ausdehnung der Luft in dem Gefässe *A* das Quecksilber in der Röhre *DD'* bis zu *F* ansteigt und so das Gas verhindert zum Brenner zu gelangen. Die Flamme

1) Gazetta chim. 1878, Turin; Berl. Ber. 1878 S. 2030; Chem. Centralbl. (3. F.) Bd. 10 S. 447; Zeitschr. f. analyt. Chem. Bd. 20 S. 104.

löscht aus, die Temperatur des Bades wird fallen und damit auch das Quecksilber in der Capillarröhre, die Absperrung des Gases hört auf. Das Gas würde in K ausströmen, wenn es nicht durch die kleine Flamme G wieder angezündet würde, die fortwährend brennt und so klein ist, dass durch dieselbe keine Erwärmung des Bades eintreten kann. Dieser Thermostat ist für hohe Temperaturen anwendbar, da nicht leicht eine Verdampfung des Quecksilbers eintritt.

Die bekannte Unempfindlichkeit des Bunsen'schen Thermostaten sucht Andreae[1]) durch folgenden Kunstgriff aufzuheben.

Eine gläserne Röhre von 1,5^{cm} Durchmesser (Fig. 42) ist an einem Ende in eine offene Spitze ausgezogen, bei a mit einem Seitenstück versehen, dann umgebogen und zum Theil mit Quecksilber gefüllt. Ueber das Quecksilber im kurzen Schenkel bringt man ein wenig von einer flüchtigen Flüssigkeit, deren Siedepunkt ungefähr gleich ist der Temperatur, welche man erreichen will. Man schliesst dann den Schenkel bc zu und befestigt im engen Schenkel de vermittels eines Korkes ein oben umgebogenes Röhrchen, welches mit der Gasleitung in Verbindung gesetzt wird. Sobald nun die Temperatur des Bades ein wenig über den Siedepunkt der Flüssigkeit bei b steigt, wird das Quecksilber im kürzeren Schenkel sinken, im langen steigen und so die Zuflussröhre des Gases schliessen. Die Regulirung geschieht hier durch die Aenderung der Maximaltension der flüchtigen Flüssigkeit; da dieselbe in der Nähe des Siedepunktes einer Flüssigkeit schon sehr gross ist, so ist der Regulator sehr empfindlich.

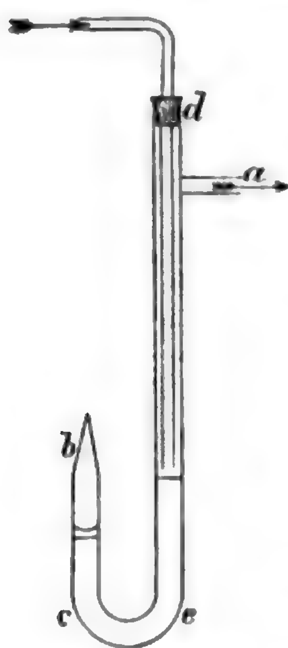


Fig. 42.

Die Maximaltension des Aetherdampfes z. B. nimmt nach Regnault von 35 — 40° C. um 146^{mm} zu, d. h. für 0,1° im Durchschnitt um 2,9^{mm}. Versuche mit Aether zeigten, dass die Temperatur des Wasserbades während 5 — 6 Stunden bis auf 0,04° C. constant blieb, beim Eintritt des abends zweimal so grossen Gasdruckes stieg die Temperatur ein wenig bis 0,05° C.

Als flüchtige Flüssigkeiten empfiehlt Andreae für Temperaturen unter 110° C. Aether, Aethylalkohol, Aceton, mehrere Arten von Petroleumäther, Alkohol und Wasser.

1) Wiedem. Ann. Bd. 4 S. 614; Chem. Centralbl. (3) 9. Jahrg. S. 625.

Dieser Apparat ist sehr einfach und sehr empfindlich, wenn man eine Flüssigkeit in den kürzeren Schenkel hineingibt, dessen Siedetemperatur der verlangten des Bades fast gleich ist. Allerdings gibt es für jede constant zu erhaltende Temperatur eine solche Flüssigkeit nicht, aber es ist möglich, diese Bedingnng annähernd zu erfüllen, wenn man dieselbe Flüssigkeit verschiedenen Drucken aussetzt.

In diesem Sinne wurde dieser Thermostat von R. Benoit[1]) modificirt. Derselbe besteht aus 2 durch einen Kautschukschlauch verbundenen Röhren, die zum Theil mit Quecksilber gefüllt sind. In dem einen, in das Bad eingetauchten, oben zugeschmolzenen Schenkel befinden sich einige Tropfen einer Flüssigkeit, etwa Methylalkohol; der andere ist ganz analog den bei den gewöhnlichen Regulatoren verwendeten Gasinterruptoren eingerichtet. Durch Heben dieses letzteren ändert man den auf der Flüssigkeit lastenden Druck und dadurch die Temperatur, bei der die Flüssigkeit verdampft, wodurch ein Abschliessen des Gaszuflusses hervorgerufen wird. Die Tension des Methylalkohols beträgt bei 10° C. 50^{mm}, bei 100° C. 2405^{mm}; es kann daher bei Verschiebung von 2^{mm} der Apparat für jede Temperatur bis 100° C. regulirt werden. Es ist übrigens selbstverständlich, dass man je nach den Temperaturgrenzen, zwischen welchen man arbeiten will, mit Vortheil sich einer anderen mehr oder minder flüchtigen Flüssigkeit bedienen kann.

L. v. Babo[2]) benutzte die Ausdehnung und Zusammenziehung fester Körper, um den Gaszufluss zu reguliren, der einen zur Erhitzung von Glasröhren construirten Ofen damit speisst.

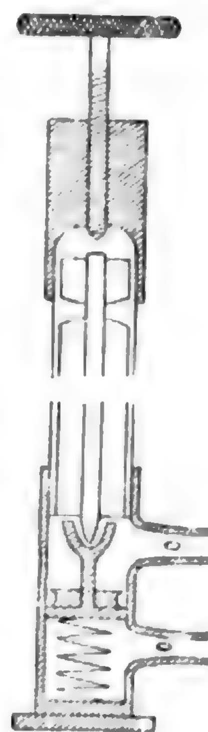


Fig. 43.

An das Ende einer Kupferröhre (Fig. 43) sind die Gaszuleitungs und -ableitungsröhren *o, o* seitlich angelöthet. Zwischen diesen befindet sich ein Ventil, welches, durch eine Spiralfeder vom Ende der Röhre gegen einen Ring gepresst, einen Verschluss zu der Gaszuleitungs- und -ableitungsröhre bedingt. Es kann kein Gas hindurchgehen, wenn das Ventil nicht durch einen Druck von der Seite der Kupferröhre

1) Wiedem. Beibl. Bd. 4 S. 296.
2) Berl. Gesellsch.-Ber. 1880 S. 1219.

aus geöffnet wird. Durch letztere ist deshalb ein an dem Ventil mit dem einen Ende anstossender Glasstab gesteckt, dessen anderes Ende durch eine Mikrometerschraube verstellbar ist. Ist mittels dieser Schraube der Apparat auf eine bestimmte Temperatur eingestellt, so wird wegen der ungleichen Ausdehnung des Kupfers und des Glases bei steigender Temperatur die Ventilöffnung verkleinert, bei vermindertem Gaszufluss und dadurch bedingter niederer Temperatur aber vergrössert, bis der Gleichgewichtszustand wieder eingetreten ist.

(Schluss folgt.)

Ueber die Anwendung der Photometrie auf das Studium der Diffusionserscheinungen bei den Flüssigkeiten.

Von

Sigmund v. Wroblewski.

(Vom Herrn Verfasser aus den Annalen der Physik u. Chemie mitgetheilt.)

§ 1. Seit der im Jahre 1803 erfolgten Publication des Berthollet-schen Werkes[1]), in welchem bereits behauptet wird, dass die Diffusion der Salzlösungen im Wasser nach demselben Gesetze wie die Fortpflanznng der Wärme in festen Körpern vor sich geht, und dabei der Versuch beschrieben wird, welcher 52 Jahre nachher von Fick zur Bestimmung der Diffusionsconstante des Kochsalses benutzt wurde, hat man sehr oft versucht, eine exacte Methode zur Ermittelung der Diffusionsconstanten zu finden. Der Misserfolg der bisherigen Bemühungen ergibt sich am besten aus der nachstehenden Zusammenstellung der bis jetzt erhaltenen, im absoluten Maasse ausdrückbaren

---

1) Berthollet, Essai de statique chimique. Paris 1803. Ich verdanke Herrn Dr. A. Kossel in Strassburg, auf dieses interessante Werk aufmerksam gemacht worden zu sein. Aus dem 4. Capitel des 1. Theiles: „De la propagation de l'action chimique" geht unzweifelhaft hervor, dass Berthollet für seine Zeit sehr klare Anschauungen über den Vorgang der Diffusion gehabt hat. Der im Text gemeinte Versuch ist in seinem Werke folgenderweise beschrieben: „Lorsque l'eau agit sur un sel pour le dissoudre, la couche qui est contiguë au sel est d'abord dans un état de saturation plus avancé que celle qui lui est superposée, et ainsi de suite, jusqu'à la surface; il n'y a donc qu'une légère différence de saturation entre chaque couche" ... (p. 412; vgl. Fick in Pogg. Ann. Bd. 94, 1855, S. 69 ff.). Nachdem Berthollet wiederholentlich die Parallele zwischen den Diffusionsvorgängen und der Wärmeleitung gezogen hat, sagt er zum Schluss in Bezug auf die Diffusion der Salzlösungen: „L'analogie que j'ai indiquée entre les combinaisons du calorique et les autres combinaisons chimiques, vient se réunir ici à celle que nous observons entre la propagation de l'action chimique qui produit les dissolutions et celle de la chaleur qui tend à se mettre en équilibre dans les corps qui diffèrent par la température" (p. 428).

Zahlen in Bezug auf das Chlornatrium, dessen Diffusionsconstante im Wasser am öftersten gemessen worden ist. Diese Constante soll betragen:

nach Graham[1])	bei	5° C.	88	$\times 10^{-7} \cdot \frac{cm^2}{sec}$.
„ „	„	9° C.	105	
„ Fick[2])	—	—	116	
„ „	„	15° C.	108	
„ „	„	20° C.	131	
„ Johannisjanz[3])	—	—	53	
„ Schuhmeister[4])	„	10° C.	97	

Eine noch geringere Uebereinstimmung findet man, wenn man nach den Gesetzen fragt, denen diese Constante unterliegt. Während aus den Versuchen von Graham, Fick und Schuhmeister das Wachsen der Constante mit steigender Temperatur sich ergibt, zeigen die Versuche von Johannisjanz keine solche Abhängigkeit. Während H. F. Weber[5]) aus seinen Versuchen mit Zinksulfat die Schlussfolgerung zieht, dass die Diffusionsconstante mit steigender Concentration sehr langsam abnimmt, und dass demzufolge in der Theorie der Diffusion „das Fick'sche Elementargesetz“ in derselben Weise corrigirt werden muss, wie in der Theorie der Wärmeleitung das von Fourier aufgestellte Elementargesetz, wo bekanntlich die Wärmeleitungsconstante mit steigender Temperatur abnimmt, zeigen die Versuche von Schuhmeister, dass diese Forderung voreilig ist, da wenigstens bei den Salzen, deren Constante ihrer relativen Grösse wegen leichter und exacter zu ermitteln war, die umgekehrte Abhängigkeit auftritt, d. h. die Constante mit der steigenden Concentration zunimmt. Sollten die von H. F. Weber und Schuhmeister behaupteten Beziehungen neben einander bestehen können, so würden wir es hier mit einer Erscheinung zu thun haben, die man in keinen Zusammenhang mit den bis jetzt bekannten Eigenschaften der Flüssigkeiten zu bringen im Stande wäre. Abgesehen von diesen Widersprüchen veranlasste mich

---

1) Nach der Berechnung von Stefan. Wien. Ber. Bd. 79, 1879, S. 164.

2) Der erste von den angeführten drei Werthen ist von Maxwell (Encyclopedia Brit. 9. Aufl. vol. 7 p. 217; vgl. auch Sir W. Thomson vol. 11 p. 586), zwei übrige von Stefan (Wien. Ber. Bd. 78, 1878, S. 970) berechnet worden.

3) Johannisjanz, Wied Ann. Bd. 2, 1877, S. 24.

4) Für 10proc. Lösung. Schuhmeister, Wien. Ber. Bd. 79, 1879, S. 625.

5) H. F. Weber, Wied. Ann. Bd. 7, 1879, S. 550.

die Wichtigkeit, welche in den letzten Jahren die Diffusion als ein Untersuchungsmittel zur Lösung verschiedener auf die Molecularphysik bezüglicher Fragen gewonnen hat[1]), mich nach einer Methode umzusehen, die gestatten würde, nicht nur die Diffusionsvorgänge dort, wo die Endresultate durch einfache Wägungen ermittelt werden können, mit einer bis jetzt nicht erreichten Exactheit zu verfolgen, sondern auch das Gebiet der Erscheinungen der Untersuchung zugänglich zu machen, welches bis jetzt aus dem Mangel an entsprechenden Methoden völlig unangreifbar gewesen ist.

Die Methode ist sehr einfach und vorläufig mit sehr primitiven Mitteln, wie sie mir zur Verfügung standen, hergestellt.

In die Mitte einer grossen Glaswanne *a* (Fig. 1), welche in einem Raum von nahezu constanter Temperatur auf einem massiven Pfeiler

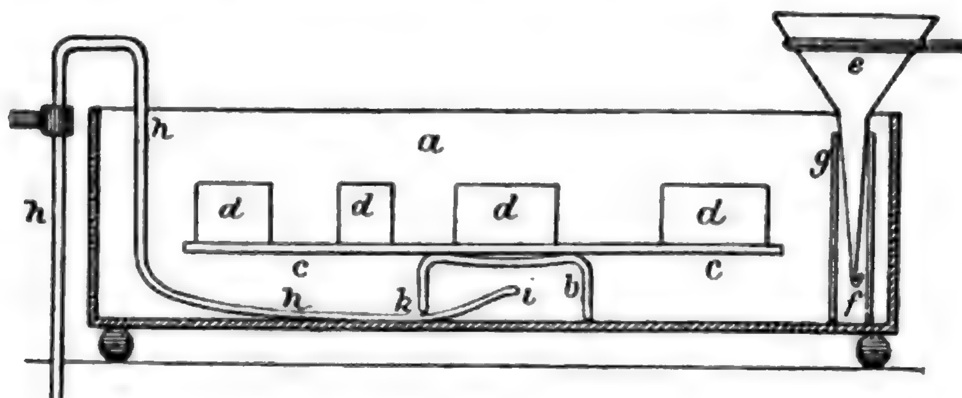


Fig. 1.

aufgestellt ist, wird eine Glasschale *b* mit dem Boden nach oben eingesetzt, darauf die Wanne bis zu der Höhe der Schale mit Wasser gefüllt und aus der letzteren die Luft durch geeignete Vorrichtung entfernt. Auf die Schale wird ein schmaler, aber dicker ebener Glasstreifen *c* gelegt, welcher durch Unterschieben von Keilen unter die Füsse der Glaswanne mit Hilfe eines Niveau in horizontale Lage gebracht wird. Auf diesem Glasstreifen werden vier Cylindergefässe *d* von ungefähr gleicher Höhe in genügenden Entfernungen von einander und von den Wänden der Wanne aufgestellt und mit den zu untersuchenden Flüssigkeiten so weit gefüllt, dass der Meniscus die möglichst grösste Höhe erhält. Man lässt jetzt das Wasser in der Wanne bis etwa einen Millimeter unterhalb des Randes des niedrigsten der Gefässe steigen und überlässt den Apparat zum völligen Ausgleich etwa vorhandener Temperaturunterschiede einer Ruhe von mehreren

1) Vgl. v. Wroblewski, Wied. Ann. Bd. 8, 1879, S. 29—52.

Stunden. Nach derselben lässt man nur noch durch einen sehr fein ausgezogenen Trichter *e*, dessen Spitze *f* nach oben gekehrt ist, Wasser von derselben Temperatur in die Wanne eintreten, und zwar bis zu einer Höhe von einigen Millimetern oberhalb des Randes der Gefässe. Der Trichter lässt bei etwa 12,5° C. in der Minute 21 ^{ccm} Wasser hindurch nnd bewirkt bei dem Querschnitt der Wanne eine Niveauerhöhung von 0,02 ^{cm} in der Minute. Um Strömungen in der Nähe der Oberfläche möglichst gering zu machen, taucht der Trichter in eine enge Glasröhre *g*, welche auf dem Boden der Wanne aufsitzt. Das Gelingen des Versuches ist von der Wahl einer möglichst geringen Wanddicke der Gefässe und von der möglichst grossen Höhe der Menisken abhängig, weil im anderen Falle das aufsteigende Wasser nach Erreichung des Randes der Gefässe, statt sich allmählich über denselben zu schliessen, sich zu einem höheren Niveau erhebt und dann beim plötzlichen Schliessen in das Gefäss eindringen kann. Bei der Beachtung der genannten Vorsicht aber wird die Flüssigkeit in den Gefässen durch das Abfliessen der Menisken vor dem Eindringen des Wassers vollständig geschützt. Der Augenblick des Schliessens des Wassers über jedem Gefässe wird notirt. Ist das Cylindergefäss von sehr dünnem Glas und die in ihm enthaltene Flüssigkeit gefärbt, so kann man sehen, dass nach dem Abfluss des Meniscus die Flüssigkeit im Gefäss durch eine den Rand verbindende ebene Fläche von der darauf liegenden völlig klaren Wasserschicht scharf abgegrenzt ist.

Man überlässt jetzt den Apparat für die Dauer des Versuches sich selbst.

Will man den Versuch unterbrechen, so wird das Wasser aus der Glaswanne mit Hilfe einer Glasröhre *h* abgelassen, deren sehr eng ausgezogenes Ende *i* durch eine in der Wand der Glasschale *b* ausgefeilte Rinne *k* unter diese Schale eingeführt ist. Die Dimensionen der Röhre sind so gewählt, dass das Niveau des Wassers in der Minute um etwa 0,07 ^{cm} sinkt.

Zur Berechnung des Versuches dient dieselbe Formel, welche ich vor einigen Jahren aus der Fourier'schen Theorie der Wärmeleitung entnommen und zur Ermittelung der Gesetze, nach welchen die Gase in absorbirenden Substanzen sich verbreiten, benutzt habe[1]). Arbeitet man mit Salzlösungen und bedeutet:

1) v. Wroblewski, Wied. Ann. Bd. 2, 1877, S. 482.

V das Volumen des Cylinders,
Ω seinen Querschnitt,
l seine Länge,
C_1 die Concentration der Lösung (d. h. das Gewicht des wasserfreien Salzes in der Volumeneinheit der Flüssigkeit) im Cylinder vor dem Versuch,
C_2 die mittlere Concentration der Lösung im ganzen Cylinder nach dem Versuch,
t die Dauer des Versuches und
D die Diffusionsconstante,

so ist die während des Versuches ausgetretene Salzmenge gleich:

$$V(C_1 - C_2) = \frac{2\,\Omega\, C_1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{Dt}, \tag{I}$$

woraus

$$D = \frac{l^2 \pi}{4}\left(1 - \frac{c_2}{c_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{t}. \tag{II}$$

Die Formel II liefert streng richtige Resultate, solange t eine gewisse Grenze nicht überschreitet[1]).

§ 2. Zur Prüfung der Methode wurde das chemisch reine Chlornatrium gewählt. Es wurden drei Lösungen dargestellt, von denen die erste 0,66487, die zweite 5,8506 und die dritte 17,695 Gewichtstheile des wasserfreien Salzes in 100 Gewichtstheilen der Lösung enthielt. Das specifische Gewicht bezogen auf Wasser von 4° und den luftleeren Raum betrug:

für die 1. Lösung	1,00473	bei	9,24° C.	und	1,00392	bei	15,4°
„ „ 2. „	1,04337	„	8,05° C.	„	1,04165	„	15,4°
„ „ 3. „	1,1347	„	8,4° C.	„	1,1318	„	15,4°

Aus diesen Zahlen wurden Tabellen berechnet, aus welchen das specifische Gewicht der Lösung für jeden Salzgehalt und jede Temperatur gefunden werden konnte.

Die Versuche wurden mit den Cylindern von 2 bis 8^{cm} im Durchmesser und von 3,45 bis 5,036^{cm} in der Tiefe ausgeführt, und zwar auf die Weise, dass man entweder alle Gefässe mit derselben Lösung füllte und sah, ob der Querschnitt und die Tiefe der Cylinder von Einfluss auf das Endresultat des Versuches sind, oder dass man Gefässe

1) Ueber die Grenze der Gültigkeit dieser Formel, deren sich später Stefan und Schuhmeister bedient haben, vgl. Stefan, Wien. Ber. Bd. 77, 1878, S. 388.

mit verschiedenen Lösungen füllte und den Versuch mit verschiedenen Concentrationen bei genau derselben Temperatur und denselben sonstigen Bedingungen hatte. Der Salzgehalt der Flüssigkeit in jedem Cylinder am Ende jedes Versuches wurde durch Abdampfen im Platintiegel, Glühen und Wägen ermittelt und das zur Berechnung von C_1 nothwendige specifische Gewicht aus den oben erwähnten Tabellen für den gefundenen Salzgehalt und die Endtemperatur des Versuches genommen. Die Temperaturschwankungen betrugen — wenn der Versuch 6 Stunden dauerte — bis 0,3 und bei 24stündiger Dauer bis 0,5° C.

Es ergab sich, dass die Methode empfindlich ist, und dass sie bei passenden Bedingungen einer grossen Präcision fähig ist. Da ich bald im Stande zu sein hoffe, die Versuche nach dieser Methode in grossem Umfang, mit grösseren Mitteln und bei den Bedingungen, welche die Erreichung der erwünschten Genauigkeit ermöglichen, auszuführen, so begnüge ich mich hier mit der Angabe der Diffusionsconstante für Kochsalzlösungen nur für eine Temperatur.

Sie beträgt bei 8,5° C. und bei 6,5stündiger Dauer der Versuche:

bei der 0,66487 proc. Lösung	0,000 007 68		
„ „ 5,8506 „ „	0,000 008 08	$\frac{cm^2}{sec}$.	
„ „ 17,695 „ „	0,000 008 89		

Ein Blick auf diese Zahlen zeigt, dass die von Schuhmeister angegebene Abhängigkeit von der Concentration, deren Gesetz übrigens seine Methode ihm zu ermitteln nicht gestattet hat, in Wirklichkeit vorhanden ist. Der Vergleich seiner Zahlen mit den meinigen ist aber nicht zulässig, da er selbst zugibt, dass die von ihm erhaltenen Zahlen als absolute Werthe unzuverlässig sind. Der Grund davon liegt theilweise darin, dass bei seinen Versuchen die Temperaturschwankungen während eines Versuches 2 bis 3° betrugen, theilweise aber an den Bestimmungen der Concentrationen. Statt den Salzgehalt am Ende jedes Versuches zu messen, bestimmte Schuhmeister nur das specifische Gewicht der Flüssigkeit und berechnete den Salzgehalt aus den Gerlach'schen Tabellen — ein Verfahren, welches die Diffusionsconstante vollständig unsicher macht, da der Salzgehalt einer Lösung sich viel schneller ändert als das specifische Gewicht, und da demzufolge ein kleiner Fehler in der Bestimmung des specifischen Gewichtes die berechnete Concentration, die in der Gleichung II als Quadrat vorkommt, schon merklich entstellt.

Aus den oben angeführten Zahlen ergibt sich, dass die Diffusionsconstante bei der angegebenen Versuchsdauer und innerhalb der angegebenen Concentrationen mit der Abnahme des Salzgehaltes nach dem Gesetze der geraden Linie abnimmt.

Aus diesem Resultate ergeben sich einige interessante Consequenzen:

1. Der numerische Werth der Constante bei derselben Temperatur und derselben Anfangsconcentration hängt von der Dauer des Versuches ab — eine Consequenz, welche Schuhmeister schon vermuthete, die aber seine Methode nicht ergeben hat. Die Versuche von grösserer Dauer müssen geringere Werthe liefern. Versuche mit 24 stündiger Dauer haben diese Consequenz bestätigt.

2. Ein stationärer Zustand, bei welchem die Concentrationen in der Flüssigkeit von unten nach oben nach dem Gesetze der geraden Linie abnehmen, ist nicht möglich. Die Methode von Fick, welche diesen Zustand voraussetzt, kann deshalb keine richtigen Resultate liefern, und die von ihm gegebene und auf dieser Voraussetzung beruhende Definition der Diffusionsconstante ist nicht mehr haltbar.

Aus dem oben mitgetheilten Gesetze der Abhängigkeit der Diffusionsconstante von dem Salzgehalt und aus der Consequenz 1. ergibt sich, dass bei einer und derselben Temperatur der Werth der Constante zwischen zwei weit von einander liegenden Grenzwerthen variiren kann. Den einen Grenzfall würde der Versuch mit einer vollständig gesättigten Lösung von verschwindend kurzer Dauer ergeben, den zweiten der Versuch mit einer Lösung, deren Salzgehalt sich der Null nähert. Die Ermittelung des ersten Grenzwerthes ist vorläufig unmöglich, die exacte Kenntnis des zweiten ist — wie ich es am Ende dieser Abhandlung zeigen werde — von sehr grosser Wichtigkeit.

Jetzt kommt die Frage: Wo liegt der physikalische Grund und die Nothwendigkeit der hier auseinandergesetzten Abhängigkeit der Diffusionsconstante vom Salzgehalte der Lösung? Schuhmeister, nachdem er diese Abhängigkeit bemerkt hat, sagt: „Worin dieses ganz verschiedene Verhalten der beiden Arten von Lösungen (d. h. concentrirten und verdünnten) seinen Grund hat, vermag ich nicht zu sagen.“ [1])

1) Schuhmeister a. a. O. S. 624.

Und da er zu seinen Versuchen nur die Röhren von 1,5 bis 3 qcm Querschnitt benutzt hat, so spricht er von der eventuellen Wirkung der Capillarität. Bei meinen Versuchen betrugen die Querschnitte 3,1 bis 50,3 qcm, und die Sache hat deshalb mit der Capillarität nichts zu thun.

Der Grund ist sehr einfach. Mischt man ein Volumen Wasser einmal mit einem Volumen concentrirter Salzlösung und das andere Mal mit einem Volumen verdünnter Salzlösung, so ist die eintretende Contraction in dem ersten Falle grösser als in dem zweiten. Die Diffusion einer Salzlösung im Wasser wurde bis jetzt ganz einseitig betrachtet. Während Berthollet[1]) und nach ihm Fick[2]) die Diffusion ausschliesslich der Einwirkung der Kräfte, die zwischen dem Wasser und der Salzlösung thätig sind, zugeschrieben hatten, wurde diese Einwirkung von den neueren Schriftstellern vollständig ausser Acht gelassen. Nach der Analogie der freien Diffusion der Gase schrieb man die Diffusion der Salzlösungen allein einer der Moleculargeschwindigkeit der Gasmoleküle analogen Geschwindigkeit der Flüssigkeitsmoleküle zu. Die Versuche zeigen, dass bei der Diffusion einer Salzlösung im Wasser weder die eine noch die andere Hypothese ausschliesslich richtig ist. Der Vorgang wird bedingt sowohl durch die Wirkung der Molecularkräfte, welche die Contraction herbeiführen, wie durch die den Molekülen eigene Moleculargeschwindigkeit. Ist der Cylinder mit concentrirter Lösung gefüllt gewesen und kommt diese Lösung in Berührung mit Wasser, so ist der Antheil der Molecularkräfte an dem Ergebnis des Versuches, welches durch den numerischen Werth der Diffusionsconstante ausgedrückt wird, bedeutend grösser als in dem Falle, wenn der Cylinder mit verdünnter Lösung gefüllt gewesen ist. Die Diffusionsconstante muss deshalb in dem ersten Falle grösser ausfallen als in dem zweiten, was die Versuche auch ergeben. Wir sind deshalb im Stande, den Diffusionsvorgang bei einer Salzlösung nach unserer Willkür anzuordnen. Bei dem Grenzfalle, wo der Versuch mit gesättigter

1) Berthollet a. a. O. p. 409—429.

2) Fick sagt: „Die Verbreitung eines gelösten Körpers im Lösungsmittel geht, wofern sie ungestört unter dem ausschliesslichen Einfluss der Molecularkräfte stattfindet, nach demselben Gesetze vor sich, welches Fourier für die Verbreitung der Wärme in einem Leiter aufgestellt hat" (a. a. O. S. 65).

Lösung angestellt wird, ist die Erscheinung von vollständig gemischtem Charakter, und der Werth der Diffusionsconstante hängt zum grössten Theil ab von dem Antheil der Molecularkräfte am Versuche. In dem Grade dagegen, wie der Versuch sich dem zweiten Grenzfalle nähert, wo der Salzgehalt der Lösung verschwindend klein wird, hängt der Werth der Constante immer weniger und weniger von dem Antheil der Molecularkräfte ab, und die Constante beginnt gegen den Werth zu convergiren, welchen sie annehmen würde, wenn die Diffusion eine rein kinematische Erscheinung wäre, wie dies bei den Gasen der Fall ist, wo bekanntlich keine Contraction eintritt.

Die Diffusionsconstante einer Salzlösung verliert deshalb vollständig den Sinn einer Constante, denn sie nimmt in jedem speciellen Falle einen anderen Werth an. Sie wird aber dadurch zu einem sehr wichtigen Untersuchungsmittel, welches uns mit der Zeit nicht nur die Intensität und die Gesetze, nach welchen die Molecularkräfte wirken, zu bestimmen gestatten wird, sondern auch zu den Aufschlüssen über die Art der Molecularbewegung bei den Flüssigkeiten führen wird.

§ 3. Die Diffusionsconstanten der Salzlösungen im Wasser, soweit man sie aus den Versuchen von Graham, Fick, Schuhmeister und F. H. Weber übersehen kann, haben das Gemeinsame, dass sie bei der Temperatur von etwa 10° C. eine Gruppe von Zahlen von derselben Ordnung bilden, die zwischen 0,000010 und 0,000002 $\frac{cm^2}{sec}$ liegt. Der kleinste bekannte Werth — etwa 0,000002 $\frac{cm^2}{sec}$ — kommt den schwefelsauren Salzen, wie dem schwefelsauren Kupfer und schwefelsauren Zink, zu.

Es war für mich von grossem Interesse, zu erfahren, welchen Werth die Diffusionsconstante annimmt, wenn der Salzgehalt sich nur wenig von der Null unterscheidet, wenn er so klein ist, dass er weder mit der Wage noch auf chemischem Wege ermittelt werden kann, mit anderen Worten, wenn die Lösung sich von reinem Wasser so gut wie gar nicht unterscheidet, und wenn der Antheil der Molecularkräfte an dem Ergebnis des Versuches auf ein Minimum gebracht worden ist. Einen solchen Fall kann man leicht herstellen, indem man Wasser mit einem sehr stark färbenden Salz färbt und die Diffusion des gefärbten im reinen Wasser beobachtet. Viel schwieriger

ist es hier, die Erscheinung quantitativ zu verfolgen, da es sich dabei um sehr kleine Grössen handelt. Alle colorimetrischen Methoden erweisen sich hier als unempfindlich.

Ich habe mich deshalb entschlossen, zu versuchen, ob man die Concentrationen auf dem photometrischen Wege nicht hinreichend scharf messen könnte.

Zu diesem Zweck musste ich zuerst einen Farbstoff aussuchen, welcher hinreichend lichtbeständig wäre — eine Eigenschaft, die wahrscheinlich nur äusserst wenigen Farbstoffen zukommt. Ich verdanke es Herrn Professor Rose in Strassburg, mich auf das Nigrosin aufmerksam gemacht zu haben, welches diese Eigenschaft — wie die Versuche ergaben — in hinreichendem Grade besitzt. In sehr geringen Mengen genommen färbt es das Wasser sehr intensiv schwarzviolett, und der Extinctionscoefficient der Flüssigkeit für das Natriumlicht behält noch nach einem Monate denselben Werth[1]). Als photometrische Vorrichtung diente mir das Hüfner'sche Spectrophotometer[2]), welches mir auf die liebenswürdigste Weise vom Herrn Professor Schmiedeberg in Strassburg zur Verfügung gestellt wurde, wofür ich ihm hier meinen besten Dank auszusprechen für angenehme Pflicht halte.

Wenn ich hier nach mehrmonatlichen Messungen nur wenige Resultate, die dabei den Charakter der Orientirungsversuche tragen, mittheilen kann, so liegt dies zum grössten Theil daran, dass die Eigenthümlichkeiten des Photometers es nicht empfindlich genug für die Zwecke der Aufgabe machten. Um die von mir befolgte Gebrauchsweise des Apparates zu rechtfertigen, muss ich in ein paar Worten das Princip, auf welchem er beruht, berühren. Es ist ein Spectroskop, vor dessen Spalt ein Glasspiegel so angebracht ist, dass die von ihm reflectirten und dann in die eine Hälfte des Spaltes einfallenden parallelen Lichtstrahlen durch diese Reflexion polarisirt sind. Da durch die zweite Hälfte des Spaltes natürliches, von derselben Lichtquelle stammendes Licht hineinfällt, so sieht man im Fernrohr des Spectroskops zwei scharf an einander grenzende Spectra — das eine erzeugt durch polarisirtes, das andere durch natürliches Licht. Im Fernrohr

---

1) Untersucht man mit dem gleich im Text zu besprechenden Apparate z. B. wässerige Fuchsinlösung, so findet man, dass, wenn eine Reihe von Bestimmungen nach einander gemacht worden ist, bei einer jeden Bestimmung der zu messende Winkel immer kleiner ausfällt.

2) Hüfner, Kolbe's Journ. Bd. 16, 1877, S. 290—313.

zwischen dem Ocular und Objectiv ist ein um seine Achse drehbares Nicol angebracht. Bei der Stellung, bei welcher seine Polarisationsebene mit derjenigen der durch Reflexion polarisirten Strahlen zusammenfällt, wird die Intensität der beiden Spectra durch Vorschiebung eines Keiles aus Rauchglas abgeglichen. Ist nun der absorbirende Körper vor dem Spalt in den Weg der nichtpolarisirten Strahlen gestellt und ist aus beiden Spectren durch eine anstatt des Fadenkreuzes im Fernrohr angebrachte Abblendungsvorrichtung ein Farbenstreifen an der Stelle herausgeschnitten, wo gerade der gewählte Absorptionsstreifen liegt, so wird durch die Drehung des Nicols um einen Winkel φ die Intensität der beiden Hälften des farbigen Streifens gleich gemacht, und der Extinctionscoefficient ist dann, wie bekannt, dem negativen Logarithmus von $\cos^2 \varphi$ proportional.

Da bei der Drehung des Nicols infolge seiner Einsetzung zwischen dem Ocular und Objectiv des Fernrohrs die Farbe des ausgeschnittenen Streifens je nach dem Sinne der Drehung sich änderte (resp. das ganze Spectrum sich etwas verschob), so musste ich auf den Gebrauch des Spectrums verzichten und als Lichtquelle eine mit Natrium gefärbte Bunsen'sche Flamme nehmen. Die Messungen lassen sich dann ausführen, wenn man nur dafür sorgt, dass die Flamme ruhig brennt, und dass die Lichtintensität nicht unter eine gewisse Grenze sinkt.

Eine viel grössere Schwierigkeit bot der Umstand, dass die Angaben des Photometers mit denjenigen der Wage vollständig aus einander gingen. Bei den Winkeln φ von 75° bis 65°[1]), wo die Unterschiedsempfindlichkeit des Auges die grösste ist, lieferte der Apparat für verdünntere Lösungen beträchtlich grössere Extinctionscoefficienten, als dies in dem Fall sein würde, wenn zwischen dem Extinctionscoefficienten und der Farbstoffmenge eine Proportionalität vorhanden wäre. Es blieb nichts übrig, als den Apparat zwischen den oben angeführten Grenzen von φ zu calibriren. Es versteht sich von selbst, dass die gemachte Calibrirung jedesmal nur für die Flüssigkeit, mit welcher sie ausgeführt wurde, für die gegebene Justirung und die Aufstellung des Apparates, der Lichtquelle und der Linse, welche die Lichtstrahlen parallel machte, galt. Die geringste Aenderung in der Aufstellung des Apparates zwang zur neuen Calibrirung.

---

1) Null der Scala entspricht dem Maximum der Helligkeit.

Die ganze Schwierigkeit, mit welcher die Ausführung der Versuche verbunden ist, wird noch mehr hervortreten, wenn man berücksichtigt, dass ein Fehler von einem Zehntel Grad in der Bestimmung vom Winkel φ (bei $\varphi = 75{,}5^0$) die Diffusionsconstante schon etwa um 7 % entstellt, und dass in manchen Fällen der Werth des Winkels φ bis auf $0{,}2^0$ unsicher war.

Zum Färben wurde aus dem gleich zu erklärenden Grunde das Wasser aus der Strassburger Wasserleitung genommen. Nachdem es sorgfältig ausgekocht und durchfiltrirt war, betrug sein specifisches Gewicht bei $14{,}7^0$ C. (bezogen auf Wasser von 4^0 und luftleeren Raum) 0,99934. (Das specifische Gewicht des destillirten Wassers bei derselben Temperatur beträgt bekanntlich 0,999195.) Dieses Wasser wurde so weit mit Nigrosin gefärbt, dass man das Nicol um $77{,}7^0$ drehen musste, wenn die Dicke der absorbirenden Schicht 1^{cm} betrug. Der Extinctionscoefficient der Flüssigkeit für das Natriumlicht (Linie *D*) war also 1,3431. Eine Aenderung im specifischen Gewicht des Wassers, die durch dieses Färben entstehen musste, konnte ich mit den Mitteln, die mir zur Verfügung standen, nicht nachweisen. Daraus ergibt sich, wie gering die zum Färben genommene Menge des Farbstoffs war. Der Farbstoffinhalt dieser Flüssigkeit, welchen ich der Kürze wegen „Normallösung" nennen will, wurde gleich Eins gesetzt. Die Calibrirung ergab, dass der bei den verdünnteren Lösungen gefundene Farbstoffgehalt nach folgender Formel corrigirt werden musste:

$$n = 0{,}093 - 0{,}474\, m + 0{,}381\, m^2,$$

wo n die Correction ist und m die optisch gefundene Farbstoffmenge. Die Formel gilt nur für Werthe von $m = 1$ bis $m = 0{,}7$, und die Correction ist mit Ausnahme des Falles $m = 1$ (wo sie $= 0$ ist) für alle Werthe von m negativ.

Nimmt man zum Färben destillirtes Wasser, so gelingt der Diffusionsversuch sehr selten, da beim Schliessen des Wassers über dem Cylindergefäss die letztgenannte Flüssigkeit in das Innere des Gefässes sehr oft hineindringt. Ist aber im Cylinder das gefärbte Wasserleitungswasser und ausserhalb von ihm destillirtes Wasser, so genügt schon der oben angeführte Unterschied im specifischen Gewichte vollständig, um den Versuch zu sichern. Bereits vor einigen Jahren habe ich gezeigt, dass eine Dichtigkeitsänderung an der Oberfläche des Wassers, die 0,02, ja sogar 0,01 % beträgt, den Gleichgewichtszustand im Innern des

Wassers sofort vollständig stört[1]). Hier sehen wir umgekehrt, dass ein Ueberschuss am specifischen Gewicht im Betrage von etwa 0,015% ausreicht, um diesen Gleichgewichtszustand gegen eine ziemlich starke Störung zu schützen.

Es war aber noch eine Schwierigkeit zu beseitigen. Ist nämlich der Diffusionsversuch zu Ende und lässt man das Wasser aus der Glaswanne *a* (Fig. 1 S. 417) noch so vorsichtig ab, so treten beim Sinken des Niveau sehr geringe, aber deutlich sichtbare Spuren des gefärbten Wassers aus dem Cylinder heraus, wie dies in Fig. 2 auf eine, der Deutlichkeit wegen, etwas übertriebene Weise dargestellt ist. Es wurden verschiedene Formen für die Ausflussvorrichtung hergestellt und durchprobirt. Es ergab sich, dass bei der in Fig. 1 dargestellten Form der Fehler auf sein Minimum gebracht wird, und wenn die Dimensionen passend gewählt worden sind, vollständig verschwindet. Ich will bemerken, dass der Einfluss dieses Fehlers auf das Endresultat des Versuches derart ist, dass der Werth der Constante etwas grösser erscheint, als er in Wirklichkeit ist. Zu den Versuchen mit gefärbtem Wasser wurde jedesmal nur ein Cylinder genommen, welcher auf die Mitte der Glasschale *b* (Fig. 1) gestellt wurde.

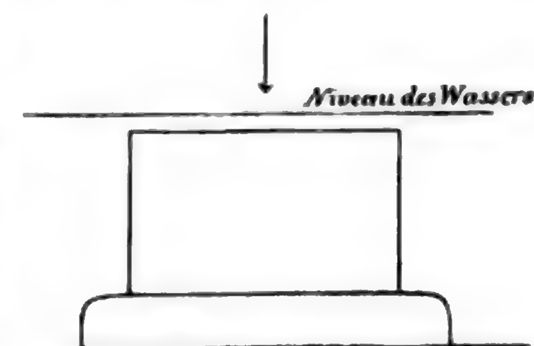


Fig. 2.

Mögen die nachstehenden Zahlen bloss als Orientirungszahlen betrachtet werden, welche nur die Grössenordnung feststellen sollen, zu welcher die Constante eines Salzes im Wasser gehört, wenn die Concentration der Null sich nähert. Die Versuche waren bei den Temperaturen von etwa 10° angestellt. Die Constante D wurde nach der Formel berechnet:

$$D = \frac{l^2\pi}{4}\left[1 - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + n\right)\right]^2 \cdot \frac{1}{t}, \qquad \text{(III}$$

wo bedeuten:

$\varepsilon_1 = -2 \log \cos \varphi_1$ den Extinctionscoefficienten der Normallösung (die Dicke der absorbirenden Schicht war immer 1^{cm});

$\varepsilon_2 = -2 \log \cos \varphi_2$ den mittleren Extinctionscoefficienten der Flüssigkeit im ganzen Cylinder nach dem Versuch;

1) v. Wroblewski, Wied. Ann. Bd. 2, 1877, S. 500 und Bd. 7, 1879, S. 13, wo die Versuche mit dem um 50% verminderten Sättigungscoefficienten mitgetheilt sind.

φ_1 und φ_2 sind die Winkel, um welche das Nicol gedreht werden musste für die Normallösung und für die Flüssigkeit nach dem Versuch;

$n = 0{,}093 - 0{,}474 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + 0{,}381 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2$ die Correction;

l die Tiefe des Cylinders in Centimetern;

t die Dauer des Versuches in Stunden und Minuten.

φ_1	φ_2	t	l	$10^8 D$
77,7°	75,741	45h 22m	3,5	81
„	75,881	40 15	3,5	80
„	76,046	40 13	3,45	66
„	75,109	69 14	3,5	88
„	75,075	69 20	3,45	88
„	74,35	134 55	3,45	68
„	75,407	118 21	5	86

(Werte von $10^8 D$ in $\frac{cm^2}{sec}$)

Die hier als Beispiel angeführten Werthe von D kamen am öftersten vor. Bei wenigen Versuchen ging der Werth der Constante bis auf 0,000 000 4 herunter.

Aus diesen Zahlen erlaube ich mir nur die Schlussfolgerung zu ziehen, dass die Constante D in diesem Falle um eine Stelle kleiner ist als die kleinste bis jetzt bekannte Constante eines Salzes.

Ich hoffe, sobald mir eine vollkommenere photometrische Vorrichtung zur Verfügung steht, exactere Zahlen erhalten zu können.

Die in diesem Aufsatze beschriebene Untersuchungsmethode, deren Anwendbarkeit, ich möchte sagen, unbeschränkt ist, und die einer grossen Präcision fähig ist, drängt zur Erledigung einer Reihe neuer Probleme. Ich erlaube mir, hier nur zwei, die ich nächstens zu erledigen hoffe, anzuführen.

Zuerst müssen für verschiedene Salze diejenigen Werthe ermittelt werden, gegen welche die Diffusionsconstante der Salzlösung im Wasser convergirt, wenn der Salzinhalt derLösung sich der Null nähert. Erst wenn diese Werthe, und zwar nicht für eine, sondern für verschiedene Temperaturen, ermittelt worden sind, wird man sagen können, auf welche Weise die Diffusionsconstante von der Natur des Salzes abhängt. Die Versuche mit Salzlösungen, welche bei stärkeren Concentrationen die quantitativen Bestimmungen mit der Wage und bei den verdünnteren auf dem optischen Wege gestatten, werden von besonderem Interesse

da sein, wo es sich um die Bestimmung des Antheils der Molecularkräfte an dem Ergebnisse des Versuches handeln wird.

Zweitens muss nachgesehen werden, ob man mit verschiedenen Farbstoffen Wasser färbend nicht im Stande sein wird, eine Constante zu ermitteln, die ich hier, einem analogen, bereits von J. Clerk Maxwell betrachteten Falle entsprechend, die Diffusionsconstante einer Flüssigkeit in sich selbst nennen will. Denken wir uns einen in zwei Theile durch eine verschiebbare Wand getheilten, mit demselben Gas gefüllten Raum, in dessen beiden Hälften derselbe Druck und dieselbe Temperatur herrschen mögen. Wird die Wand entfernt, so beginnt infolge der den Molekülen eigenen Moleculargeschwindigkeit die Diffusion des Gases aus der einen Hälfte des Raumes in die zweite und umgekehrt. Die dabei auftretende Diffusionsconstante nennt Maxwell die Diffusionsconstante eines Gases in sich selbst (Coefficient of diffusion of the gas into itself). Sie kann nicht gemessen werden, da man die Moleküle eines Gases nicht markiren kann. Sie lässt sich aber aus dem kinematisch gemessenen Reibungscoefficienten[1]) des betreffenden Gases berechnen. Dazu braucht man diesen Coefficienten nur mit einem Zahlenfactor zu multipliciren, welcher nach Maxwell 1,5435 betragen soll.

Bei der Diffusion der Salzlösungen diffundirt gegen das reine Wasser nicht das Salz, sondern die Salzlösung. Je verdünntere Lösung man nimmt, desto mehr nähert man sich dem Zustande, wo das reine Wasser gegen das reine Wasser diffundirt. Inwieweit ich bei meinen Versuchen mit Nigrosin diesem Zustande mich genähert habe, darüber fehlt mir vorläufig jeder Anhaltspunkt. Ich bezweifle aber nicht, dass dies der einzige Weg zur Ermittelung dieser Constante ist, die auf ähnliche Weise für jede Flüssigkeit bestimmt von eminenter Bedeutung für die noch aufzubauende kinetische Theorie der Flüssigkeiten sein wird. Man hat nur an die Dienste zu denken, welche Maxwell die von Loschmidt ermittelten Diffusionsconstanten für freie Diffusion der Gase geleistet haben[2]).

---

1) d. h. wenn die Dimension des Coefficienten $\frac{\text{Länge}^2}{\text{Zeit}}$ ist.

2) Man sehe den Aufsatz von Maxwell „On Loschmidt's Experiments on diffusion in Relation to the kinetic Theorie of gases“ in Nature vom 14. Aug. 1873, p. 298—300, wo zum ersten Mal aus der Diffusionsconstante die mittlere Weglänge der Moleküle berechnet worden ist.

Absolute Messung der Stärke des Erdmagnetismus auf galvanischem Wege ohne Zeitbestimmung.

Von

F. Kohlrausch.

(Mittheilung des Herrn Verfassers aus den Nachr. d. Göttinger Gesellschaft d. Wiss.)

Auf Anregung von Herrn Weber habe ich schon vor längerer Zeit im Magnetischen Observatorium zu Göttingen den Versuch gemacht, die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus mit Hilfe des elektrischen Stromes anstatt des Magnetes zu messen, und hatte die Ehre, der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften die Ergebnisse dieser Arbeit am 6. Februar 1869 vorzulegen.

Der Strom durchlief nämlich ein grosses Weber'sches Bifilargalvanometer und gleichzeitig eine Tangentenbussole. Die Ablenkung des Bifilargalvanometers misst hier das Product aus dem Erdmagnetismus in die Stromstärke; die Ablenkung der Tangentenbussole ist dem Quotienten aus beiden Grössen proportional. Aus beiden Beobachtungen zusammen ergibt sich sowohl die Stromstärke, wie die erdmagnetische Intensität.

Wenn so diese Methode entsprechend dem Gauss'schen Wege verfährt, auf welchem ja das Product und der Quotient aus dem Erdmagnetismus und einem Stabmagnetismus bestimmt wird, so bietet das galvanische Verfahren den wesentlichen Vortheil, dass alle entscheidenden Messungen gleichzeitig, also unabhängig von den erdmagnetischen Variationen, ausgeführt werden. Eine schätzenswerthe Eigenschaft der galvanischen Methode liegt ferner in dem Umgehen aller dauernden grösseren Magnete, die im Beobachtungsraume sich und andere Instrumente stören.

Trotz diesen Vortheilen konnte das Verfahren in der damals beschriebenen Gestalt mehr nur von der theoretischen Seite ein grosses Interesse als eine ausgebreitete praktische Verwendung beanspruchen.

Zu letzterem Zwecke war vor allem zu wünschen, dass die Instrumente in kleineren Dimensionen ausgeführt wurden als damals, wo der als Bifilargalvanometer aufgehangene Drahtring einen Durchmesser von $^2/_3$ Meter und ein Gewicht von $^1/_4$ Centner besass.

Ausserdem lagen in den Messungen einige grössere Schwierigkeiten, unter denen die genaue Messung der Windungsfläche des Bifilargalvanometers und die Bestimmung von dessen Trägheitsmoment obenan stehen. Auch die elastische Nachwirkung der dickdrähtigen Aufhängung des Galvanometers verlangte besondere Hilfsmittel der Elimination.

Ich denke hier ein Verfahren zu beschreiben, welches alle die genannten Schwierigkeiten beseitigt. Die Instrumente sind handlich und nehmen einen kleinen Raum ein; die Elasticitätskräfte werden überhaupt nicht zum Messen benutzt. Endlich braucht weder eine Windungsfläche noch ein Trägheitsmoment bestimmt zu werden; ja man bedarf gar keiner Uhr zu den Bestimmungen. Die Tangentenbussole wird durch einen kleinen magnetisirten Stahlspiegel ersetzt. Von genauen Messungen werden nur diejenigen von zwei Scalenausschlägen und die Messungen einiger Längen und zweier Fadenabstände verlangt.

I. Uebersicht des Verfahrens.

Ein Drahtring sei an seinen beiden Zuleitungsdrähten mit der Windungsfläche im magnetischen Meridian (als Bifilargalvanometer) aufgehängt. Seine Windungsfläche sei gleich f, die statische Directionskraft der bifilaren Aufhängung gleich D, und T bedeute die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus. Alsdann bringt der Strom i im Drahtringe eine kleine Ablenkung α desselben hervor, gegeben durch

$$D \operatorname{tg} \alpha = f i T. \tag{I}$$

Nördlich oder südlich in dem grossen Abstande a von der Mitte des Ringes befinde sich eine Magnetnadel, so erfährt die letztere durch den Strom im Ringe eine Ablenkung φ, gegeben durch

$$a^3 \operatorname{tg} \varphi = \frac{fi}{T}. \tag{II}$$

Durch Division beider Gleichungen fällt die Windungsfläche f und die Stromstärke i heraus und kommt

$$T^2 = \frac{D}{a^3} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi}. \tag{III}$$

Ermittelung der Directionskraft D. Die statische Directionskraft des Bifilargalvanometers lässt sich, wie schon von Weber im Jahre 1839 geschehen, aus dem Trägheitsmoment und der Schwingungsdauer der Rolle bestimmen. Bekanntlich liefern aber auch die Dimensionen der bifilaren Aufhängung mit dem Gewicht des angehängten Körpers die Directionskraft in absolutem Maasse. Ist l die Fadenlänge, e_1 und e_2 der gegenseitige Abstand der Befestigungspunkte der Fäden oben und unten, m die Masse, also gm das Gewicht des Bifilargalvanometers, so wird

$$D = \frac{e_1 e_2}{4l} gm.$$

Dies in III eingesetzt, erhält man

$$T^2 = \frac{1}{a^3} \cdot \frac{e_1 e_2}{4l} gm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi}. \qquad \text{(III}^a$$

Zu messen sind hier also nur 2 Ablenkungswinkel, 4 Längen und ein Gewicht. Nur die Bestimmung von e_1 und e_2 erfordert dabei einen Aufwand von Sorgfalt, der über die gewöhnlichen Ansprüche einer Messung hinausgeht. Gegenüber dem Gauss'schen Verfahren, welches ebenfalls zwei Ablenkungen und ein Gewicht, ferner aber drei Längen und drei Schwingungsdauern zu messen aufgibt, sind wir also wesentlich im Vortheil. Dazu kommt, dass die Schwingungs- und theilweise auch die Ablenkungsbeobachtungen bei Gauss eine gleichzeitige Beobachtung der Intensitätsvariationen nicht wohl umgehen lassen und dass endlich die Fehler der Magnetabstände und Magnetometerausschläge, wegen des Gauss'schen Eliminationsverfahrens für die Vertheilung des Stabmagnetismus, einen relaliv hohen Einfluss auf das Resultat ausüben. Auch der nicht einfach zu bestimmende „Magnetismus der Lage", d. h. der von dem Erdmagnetismus herrührende Unterschied des Stabmagnetismus, je nachdem der Magnet als Schwingungsstab oder als Ablenkungsstab gebraucht wird, bildet einen unbequemen Bestandtheil der Messung auf magnetischem Wege, der bei uns wegfällt.

2. Beschreibung der Instrumente.

Das Bifilargalvanometer bestand zunächst aus einem 200 mm weiten Ringe von feinstem besponnenem Kupferdraht (0,12 mm Durchmesser). Der Ring enthält bei einem Gewicht von nur 108 g 1300 Windungen, also etwa 40 qm Windungsfläche. Ein leichter horizontaler Stab von 100 mm Länge trägt diesen Ring und einen dünnen Plan-

spiegel. Der Stab selbst wird getragen durch zwei 0,09 mm dicke Kupferdrähte, die mit dem Ringdrahte in leitender Verbindung stehen und über die etwas abgeschrägten Endflächen des Stabes nach oben führen. An der Zimmerdecke sind diese Drähte an einer ähnlichen Suspension befestigt, die zur Orientirung des Ringes in den magnetischen Meridian horizontal drehbar ist.

Der Umstand, dass die Ebene der Aufhängedrähte ostwestlich liegt, bewirkt erstens, dass der Strom kein Drehungsmoment von Seiten des Erdmagnetismus auf die Drähte hervorbringt, zweitens aber, dass auch die Einwirkung dieses Stromes auf die Bifilarrolle und auf das Magnetometer sich bei dem Commutiren heraushebt.

Der Fadenabstand beträgt oben wie unten nahe 100 mm. Zu seiner genauen Messung dienen kleine Millimetertheilungen, an den vier Befestigungspunkten nahe hinter den Drähten angebracht. Der Abstand der Theilstriche von einander ist vorher mit dem Comparator gemessen worden. Die Beobachtung der Theilungen und der Fäden mittels eines Mikroskopes mit Mikrometerocular lässt den Abstand der Fäden auf einige Hundertel des Millimeters, also relativ zum Ganzen auf ebensoviele Zehntausendtel, messen.

Das kleine Magnetometer wird in einem Abstande von 700 mm seitlich von dem Bifilargalvanometer aufgestellt. Es trägt an einem kleinen Torsionskreise einen am Coconfaden aufgehängten magnetisirten Stahlspiegel. Wegen des Eisengehaltes fast aller käuflichen Metalle und wegen des Diamagnetismus, welchen das reine Kupfer zeigt, ist das Instrument bis auf einige kleinere kupferne Verbindungsstücke ganz metallfrei gearbeitet. Die Schwingungen werden durch einen Töpler'schen Luftdämpfer (Pogg. Ann. Bd. 149 S. 416) beruhigt.

Die gleichzeitige Ablenkung des Bifilargalvanometers und des Magnetometers wird zweimal gemessen, einmal mit nördlich, das andere Mal mit südlich gestelltem Magnetometer. Als Abstand a des Magnetometers von dem Drahtringe gilt dann die Hälfte des sehr genau messbaren Abstandes des Magnetometerfadens in beiden Stellungen.

Die Wägung des Drahtringes mit Zubehör kann controlirt werden, ohne das Instrument von seinen Drähten abzunehmen. Eine einfache Vorrichtung liefert dabei die Prüfung, ob die beiden Drähte gleich stark belastet sind.

Der Ausdruck für T^2 verlangt von den beiden (nahe gleichen) Ablenkungswinkeln α und φ nur das Verhältnis ihrer Tangenten.

Die Beobachtung beider Winkel geschieht deswegen an einer und derselben geradlinigen Millimeterscale von 2 m Länge. Hätten die beiden Spiegel genau denselben Abstand von der Scale, so brauchte der letztere gar nicht gemessen zu werden. In Wirklichkeit genügt es wenigstens, den Abstand genähert zu kennen, aber den kleinen Unterschied beider Abstände genau zu ermitteln, was ohne Mühe durch eine Visirvorrichtung erreicht wird.

3. Genauere Berechnung.

Zu der schematischen Behandlung der Aufgabe unter Nr. 1 treten einige kleine Ergänzungen.

1. Zu der Directionskraft der bifilaren Aufhängung kommt noch die Torsionskraft der Fäden.

Es sei ε_1 und ε_2 das Torsionsmoment beider Fäden. ε kann bestimmt werden aus der Schwingungsdauer τ eines an den Draht angehängten Körpers vom Trägheitsmomente $\varkappa$ als $\varepsilon = \frac{\varkappa \cdot \pi^2}{\tau^2}$. Aus der Länge l des Drahtes und dessen Halbmesser findet man auch ε mit Hilfe des Elasticitätsmoduls des Kupfers. Als praktisch hier genügende Rechnungsregel nenne man σ das Gewicht eines Meters von dem Draht in Milligrammen. Dann ist ε nahe $= 100000 \frac{\sigma^2}{l}$. Das Elasticitätsmoment ist gegen die ganze Directionskraft so klein, dass eine rohe Kenntnis von ε genügt.

2. Die Drahtlänge wird nicht auf beiden Seiten genau gleich sein. Man setzt für l in der Formel für D das Mittel beider Längen l_1 und l_2.

3. Zu dem Gewicht des an den beiden Drähten aufgehangenen Körpers tritt noch das halbe Gewicht der Aufhängedrähte selbst. Dasselbe sei in gm bereits mitbegriffen.

Hiernach wird die gesammte Directionskraft des Bifilargalvanometers

$$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{e_1 e_2}{l_1 + l_2} gm + \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

4. Die Magnetometernadel übt auf den Ort des Bifilargalvanometers eine kleine, den Erdmagnetismus verstärkende Kraft aus. Es sei k das in bekannter Weise bestimmte Verhältnis des Nadelmagnetismus zum Erdmagnetismus, so wird die Formel I

$$D \operatorname{tg} \alpha = fi\,T\left(1 + 2\frac{k}{a^3}\right).$$

5. Die Torsion des Magnetometerfadens wird in bekannter Weise berücksichtigt, indem zu T in Gleichung II der Factor $1 + \Theta$ hinzutritt, wo Θ den Torsionscoefficienten der Magnetometernadel bedeutet.

6. Der Ausdruck $\frac{fi}{a^3}$ für die Fernewirkung des Drahtringes setzt voraus, dass man das Quadrat des Verhältnisses vom Ringhalbmesser r gegen die Entfernung a vernachlässigen darf. In unserem Falle aber ist das Verhältnis etwa $= 1 : 7$. Die Rechnung zeigt, dass anstatt $\frac{fi}{a^3}$ genauer zu setzen ist

$$\frac{fi}{a(a^2 - r^2)}\left(1 + \frac{1}{8} \cdot \frac{r^2}{a^2}\right).$$

7. Endlich erleidet die Wirkung der Bifilarrolle auf das Magnetometer eine kleine Abschwächung dadurch, dass die Rolle durch ihre Ablenkung ein wenig aus dem magnetischen Meridian heraustritt. Man trägt diesem Umstande hinreichend genaue Rechnung, indem man in Gleichung II zu fi den Factor setzt

$$\cos\alpha - 2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi.$$

Mit Rücksicht auf alle diese Correctionen würde also nach dem Ausdruck zu rechnen sein

$$T^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{e_1 e_2}{l_1 + l_2}\, gm + \varepsilon_1 + \varepsilon_2\right) \frac{1 + \frac{1}{8} \cdot \frac{r^2}{a^2}}{a(a^2 - r^2)} \cdot \frac{\cos\alpha - 2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi}{(1 + \Theta)\left(1 + 2\frac{k}{a^3}\right)} \cdot \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\varphi}.$$

Die hier neu eingetretenen Grössen sind sämmtlich klein und leicht hinreichend genau zu ermitteln.

Hier bedeutet also

m die Masse des Bifilargalvanometers einschliesslich der halben Masse der Aufhängefäden,

r den Halbmesser der Bifilarrolle,

e_1, e_2 den oberen und den unteren Fadenabstand,

l_1, l_2 die Länge der beiden Fäden,

ε_1, ε_2 deren elastisches Torsionsmoment,

g die Schwerbeschleunigung am Beobachtungsorte,

$2a$ die Entfernung zwischen den beiden Orten des Magnetometerfadens in der nördlichen und der südlichen Stellung des Instruments,

Θ den Torsionscoefficienten des Magnetometers,

k das Verhältnis des Nadelmagnetismus des Magnetometers zum Erdmagnetismus,

α den Ablenkungswinkel der Bifilarrolle und

φ den Ablenkungswinkel des Magnetometers, beide im Mittel aus den beiden Beobachtungen.

4. Beispiel.

Am 20 Dec. 1880 wurde in dem von grösseren Eisenmengen abgelegenen nordöstlichen Zimmer des Physikalischen Instituts zu Würzburg gefunden:

$$m = 144560^{\text{mg}} \qquad r = 97^{\text{mm}}$$
$$e_1 = 101{,}83^{\text{mm}} \qquad e_2 = 99{,}54^{\text{mm}}$$
$$l_1 + l_2 = 5402{,}9^{\text{mm}}$$
$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 216000$$
$$\Theta = 0{,}00016 \qquad k = 75300$$
$$a = 700{,}0^{\text{mm}}$$

und bei dem Scalenabstande $2433{,}0^{\text{mm}}$ bez. $2438{,}7^{\text{mm}}$ der doppelte Ausschlag der Bifilarrolle $= 135{,}07^{\text{mm}}$ und des Magnetometers $= 142{,}80^{\text{mm}}$, woraus

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\varphi} = 0{,}9481.$$

Daraus berechnet sich die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus

$$T = 1{,}938 \; \frac{\text{mg}^{\frac{1}{2}}}{\text{mm}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}}.$$

Kleinere Mittheilungen.

Der Volta'sche Fundamentalversuch als Vorlesungsversuch.

Von W. v. Beetz.

In der neuesten Auflage des Lehrbuches der Physik von Müller (Bd. 3 S. 235) hat Herr Pfaundler den Volta'schen Fundamentalversuch in der Gestalt beschrieben, in welcher ich ihn mit Hilfe meines Bifilarelektroskopes anzustellen pflege. Seine Beschreibung weicht von der, welche ich gegeben habe, scheinbar nur unwesentlich ab, veranlasst aber dadurch einen wohlbegründeten Einwand. In meiner ersten Beschreibung des Versuches[1]) habe ich über die Ableitung der einen Metallplatte, welche zur Erzeugung der Potentialdifferenz gebraucht wird, gar nichts gesagt; an einer anderen Stelle[2]) habe ich nur ausgesprochen, dass die eine Platte „leitend berührt" werden solle. Herr Pfaundler sagt aber ausdrücklich: „mit dem Finger ableitend berührt"[3]) und knüpft daran die Bemerkung: „Gegen diese Art des Experiments ist einzuwenden, dass es nicht die Elektricitätsentwicklung durch Berührung trockener Metalle beweist, weil eine einseitige Berührung mit der Handoberfläche stattgefunden hat." Dieser Einwurf erledigt sich sofort, wenn man den Versuch so anstellt, wie ich es gegenwärtig thue. Die eine Metallplatte wird von ihrem isolirenden Handgriff ab- und auf einer auf dem Tische liegenden schweren Bleiplatte festgeschraubt, die andere wird am isolirenden Griffe gefasst, wiederholt auf die erstere aufgesetzt, abgehoben und an die Condensatorplatte geführt. Dass diese nicht aus Messing, sondern je nachdem die sie berührende Platte eine Kupfer- oder eine Zinkplatte ist, ebenfalls aus Kupfer oder Zink bestehen muss, habe ich a. a. O. schon angegeben. Die Bleiplatte muss ziemlich schwer sein, weil eine leichte Unterlage durch die Adhäsion der gut abgeschliffenen Metallplatten

---

1) Carl's Repertorium Bd. 9, 1873, S. 181.

2) Beetz, Grundzüge der Elektricitätslehre (Stuttgart 1878) S. 23.

3) Nach Edelmann, neuere Apparate (Stuttgart 1882) S. 75.

bei deren Trennung mit aufgehoben werden würde. In dieser Anordnung ist der Versuch ebenso rein wie in der anderen, auch von Herrn Pfaundler als rein anerkannten Gestalt, in welcher die isolirten Kupfer- und Zinkplatten ein einziges Mal auf einander gedrückt, von einander getrennt und von beiden Seiten der Elektroskopkugel auf gleichen Abstand genähert werden, worauf dann die Kugel je nach dem Vorzeichen ihrer Ladung sich der Kupfer- oder der Zinkplatte zuwendet.

E. Lecher, Ueber Ausstrahlung und Absorption. I. Abhandlung.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1882 Nr. 6.)

Die vorliegende Arbeit zerfällt in drei Theile.

1. Der erste Theil gibt eine mathematische Betrachtung. Es sei eine bestimmte Temperatur und Wellenlänge ins Auge gefasst. Wenn die Einheit der Strahlung in irgend einem Körper A den Weg Eins zurücklegt, bleibe die Wärmemenge a wirklich in dem Körper zurück. a heisse das wirkliche Absorptionsvermögen. Von der Einheit der auf die Oberfläche dieses Körpers von aussen (innen) auffallenden Strahlung werde ϱ (r) regelmässig reflectirt, μ (m) zerstreut reflectirt und ν (n) diffus hinein (heraus) gebrochen, so findet man unter der Annahme von sich einschliessenden Kugelschalen den gewöhnlichen Absorptionscoefficienten

$$\alpha = \frac{1-\varrho-\mu-\nu}{1-r(1-a)^x}[1-(1-a)^x(1-m-n)]+\mu+\nu,$$

wenn x die Dicke der durchstrahlten Schichte ist. Jeder einzelne Strahl hat seinen Ursprung in einem kleinen Raume, dem Strahlungscentrum. In der Raumeinheit des Körpers A seien eine bestimmte Anzahl solcher Strahlungscentra, und die ideelle Summe ihrer einzelnen Wirkungen, das wirkliche Ausstrahlungsvermögen, ist eine Function der Temperatur φ (t). — Dann berechnet sich, wieder für den Fall von einander einschliessenden Kugelschalen, das gewöhnliche Ausstrahlungsvermögen per Flächeneinheit

$$f(t) = \frac{\psi(t)}{4\pi R^2}\cdot\frac{(1-a)^x-1}{l(1-a)}\cdot\frac{1-r-m-n}{1-r(1-a)^x}+$$
$$+(p+q)\frac{(1-a)^x(1-r-m-n)}{1-r(1-a)^x}+\lambda+k,$$

wo p, q, λ und k Werthe sind, welche die Strahlungswirkungen benachbarter Körpertheile ausdrücken.

Das Kirchhoff'sche Gesetz lautet in dieser neuen Darstellungsweise ausgedrückt

$$-4 \log \text{nat} (1 - a) = \frac{\varphi(t)}{F(t)},$$

wobei $F(t)$ die Strahlung eines ideal schwarzen Körpers darstellt in Bezug auf dieselbe Wellenlänge und Temperatur, für welche a und φ gelten.

Ferner folgt, dass bei genügender Dicke der Unterschied des Ausstrahlungsvermögens verschiedener Körper nur herrührt von dem Unterschiede des Reflexionsvermögens, weil die ursprünglich gleichen Strahlungen beim Verlassen des Körpers in verschiedener Weise ins Innere zurückreflectirt werden.

2. Der zweite Theil behandelt Dinge mehr hypothetischer Natur. Unter Annahme der Constanz des wirklichen Absorptionsvermögens für verschiedene Temperaturen ergibt sich, dass die Strahlung eines jeden Körpers schon bei der tiefsten Temperatur alle Wellenlängen besitzt, welche sie bei höheren Temperaturen hat, und dass die relative spectrale Vertheilung der ausgestrahlten Energie von der Temperatur des strahlenden Körpers unabhängig ist. Dabei wirkt aber die Aenderung des Reflexionsvermögens mit der Temperatur störend ein; wenn daher stark reflectirende Körper bei höheren Temperaturen mehr violette Strahlen aussenden, geschieht das nur, weil bei diesen Temperaturen die violetten Strahlen im Verhältnis zu den rothen beim Heraustreten aus dem Medium weniger stark zurückreflectirt werden.

3. Der letzte Theil bringt einige experimentelle Erläuterungen zu dem vorigen Satze. Man kann die Experimente in thermometrische und photometrische theilen. — Bei Besprechung der ersteren werden die Versuche von Ritschie, Melloni, Prevostaye, Desains, Tyndall u. s. w. discutirt, im anderen Falle die von Draper, Becquerel und Crova.

Verfasser liess ein erhitztes Platinblech nach zwei Seiten hin auf ein Differentialthermometer oder eine Differentialthermosäule strahlen. Man verglich so die Absorptionsvermögen diverser fester, flüssiger und gasiger Körper und fand gegenüber den Strahlungen eines verschieden temperirten Platinbleches, sobald letzteres mit Graphit überzogen war, beinahe gleiche Absorptionen. Dieses Resultat kann ganz im Sinne des unter 2. Gesagten gedeutet werden.

Was die photometrischen Experimente anbelangt, so handelte es sich darum, in einem Glan'schen Spectro-Photometer die Spectra eines und desselben Körpers bei Roth- und Weissgluth zu vergleichen und so direct die aufgestellten Ideen zu prüfen. In dem Maasse nun, als die zum Glühen verwandten Körper weniger reflectirend sind, in ebendemselben Maasse ist auch die spectrale Vertheilung der Lichtempfindung bei verschiedenen Temperaturen ähnlicher. Bei einer gewissen Art von elektrischen Incandescenzlampen, wo schwarze Kohlenfäden geglüht wurden, zeigte sich selbst bei Zuhilfenahme von fluorescirenden Ocularen vollkommene Identität in Bezug auf die Qualität des Spectrums, welch letztere somit in diesem Falle als von der Temperatur ganz unabhängig erschien.

Was die Gesammtstrahlung irgend eines Körpers anbelangt, so gelangt man zu folgendem Satze: Wenn die Strahlung eines schwarzen Körpers durch irgend eine Function der Temperatur dargestellt ist, dann gibt ein für alle Temperaturen gleicher Bruchtheil ebendieser Function die wirkliche Ausstrahlung für einen anderen Körper, nur angenähert aber das scheinbare Ausstrahlungsvermögen, und zwar mit um so grösserer Annäherung, je geringer die Aenderungen des Reflexionsvermögens, oder, mit Rücksicht auf die Gleichungen Fresnel's, je geringer die Aenderungen des Brechungsexponenten mit der Temperatur sind.

Monatmittel der magnetischen Declination, Inclination und Intensität zu Tiflis im Jahre 1880.

(J. Mielberg, Magnetische Beobachtungen des Tifliser Physikal. Observatoriums im Jahre 1880.)

1880	Declination	Inclination	Horizontal-Intensität	Vertical-Intensität	Total-Intensität
Januar	— 0° 46,90′	55° 35,41′	2,5726	3,7558	4,5524
Februar	47,01	33,91	752	561	541
März	47,52	32,46	754	530	517
April	47,41	30,44	747	472	465
Mai	47,92	28,49	754	437	440
Juni	48,43	27,84	765	438	447
Juli	48,41	27,72	760	428	436
August	49,24	29,06	746	439	437
September	49,10	28,79	739	422	419
October	49,57	29,29	755	457	457
November	50,56	29,42	743	443	439
December	50,09	29,74	734	437	429
Jahr	— 0° 48,51′	55° 30,21′	2,5748	3,7468	4,5463

Abonnements-Einladung

auf

Zeitschrift

für

Angewandte Elektricitätslehre

mit besonderer Berücksichtigung

der Telegraphie, des elektrischen Beleuchtungswesens, der Galvanoplastik und verwandter Zweige.

Herausgegeben von

F. Uppenborn jun.,

Ingenieur und Elektrotechniker in Nürnberg.

Das sich mehr und mehr anhäufende wichtige Material für diese Zeitschrift wurde Veranlassung, dieselbe vom 1. Juli ab öfter erscheinen zu lassen, und zwar statt monatlich 2mal, **jetzt alle 10 Tage.** Die in München stattfindenden elektrotechnischen Versuche, welchen der Redacteur als Mitglied des Prüfungscomités nahe steht, kommen in dieser Zeitschrift zur vollständigen Darstellung. Die sachgemässe Berichterstattung, verbunden mit der raschen Veröffentlichung derselben, macht die Zeitschrift jetzt gewissermassen zum **Centralblatt für Elektrotechnik.** Dem Interesse Rechnung tragend, das Gelehrte und Fachmänner an den elektrotechnischen Versuchen in München nehmen, erlässt die Verlagshandlung

vom 1. Juli 1882 ab das Abonnement auch semesterweise.

Es ist also Gelegenheit geboten, sich von jetzt ab auf die Zeitschrift zum Preise von 10 Mark pro Halbjahr zu abonniren. Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen an, welche auf Wunsch auch Probenummern gratis liefern.

Jahrgang 1882 Nr. 9 enthält:

Rundschau.
Die Elektricitätsausstellung zu Paris. Die Brush-Maschine. — Telephonie.
Die Bestimmung des mechanischen Aequivalentes elektrischer Arbeit.
Kleinere Mittheilungen. — Patente.

Jahrgang 1882 Nr. 10 enthält:

Rundschau.
Getheilte Vertical-Galvanometer. Von Dr. Emil Boettcher.
Anschluss von Blitzableitern an städtische Gas- und Wasserleitungen.
Phosphorbronze für Telephondrähte.
Kleinere Mittheilungen.
Patente.

Jahrgang 1882 Nr. 11 enthält:

Rundschau.
Die Elektricitätsausstellung zu Paris. Telephonie.
Telephon Schwerd-Scharnweber.
Kröttlinger's dynamoelektrische Maschine mit Handbetrieb für Laboratoriumszwecke.
Ueber die Möglichkeit des Correspondirens auf langen, directen Kabeladern unter Erzielung von Morse- oder Hughes-Schrift. Von O. Stürmer, Telegraphen-Sekretär in Königsberg i. Pr.
Kleinere Mittheilungen.
Literatur.
Patente.
Anfragenkasten.
Berichtigung.

Jahrgang 1882 Nr. 12 enthält:

Rundschau.
Die Elektricitätsausstellung zu Paris. Dynamo- und magnetoelektrische Maschinen. (Schluss.)
Die Brush-Maschine. Von Dr. Victor Wietlisbach in Zürich.
Die Glühlichtlampen.
Ueber die Möglichkeit des Correspondirens auf langen, directen Kabeladern unter Erzielung von Morse- oder Hughes-Schrift. Von O. Stürmer, Telegraphen-Sekretär in Königsberg i. Pr. (Fortsetzung.)
Literatur.
Kleinere Mittheilungen.
Patente.
Anfragenkasten.

München und Leipzig. **R. OLDENBOURG.**

XVIII. Band. 8. Heft.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 8. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Zusammenstellung der bisher construirten Thermostaten.

Von

Dr. Hermann Hammerl,

Privatdocent a. d. Universität Innsbruck.

(Schluss von S. 414.)

b) Elektrische Thermostaten.

Bei sehr vielen Thermostaten dieser Art finden wir einen gemeinsamen Bestandtheil, der dazu dient, den elektrischen Strom im Moment der erreichten Temperatur zu schliessen und dadurch eine weitere Zunahme der Temperatur zu verhindern. Es ist das von J. Maistre[1]) zuerst erfundene sogenannte elektrische Thermometer, worüber wir im Jahre 1854 folgende Beschreibung finden:

Man nimmt ein Quecksilber-Thermometer, in dessen Kugel ein Platindraht eingeschmolzen ist. Im oberen Theile des Thermometers befindet sich ein anderer Platindraht, welcher im Inneren der Röhre bis auf einen gewissen Punkt hinabreicht, aber bei gewöhnlicher Temperatur das Quecksilber des Thermometers nicht berührt. Diese beiden Drähte sind mit den Polen einer galvanischen Säule in Verbindung und in den Leitungsdraht ist ein grösserer Magnet eingeschaltet, welcher, wenn der Strom hergestellt ist, Ventile öffnet, durch die dann warme Luft oder Wasserdampf in die Zimmer oder in den Kessel gelangt, welche geheizt werden sollen.

Clerget[2]) bringt nun etwas später eine Zeichnung (Fig. 44 S. 442) und eine nähere Beschreibung dieses elektrischen Thermometers.

Bei Anfertigung dieses Thermometers befestigt der Glasbläser in der Kugel oder dem Cylinder, welcher den Quecksilberbehälter bildet, einen Platindraht, dessen Ende das Quecksilber berührt; ferner führt er in die Röhre des Instrumentes durch deren oberen Theil, ehe er ihre Oeffnung an der Lampe zuschmilzt, einen zweiten Platindraht ein, der bis zu demjenigen Grade der Scale hinabgeht, welcher die zu signalirende oder constant zu erhaltende Temperatur anzeigt.

---

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 133 S. 157; Compt. rend. 1854 No. 24.

2) Dingl. Polyt. J. Bd. 134 S. 23; Bulletin de la Soc. d'Enc. 1854 p. 361.

Aus diesem ergibt sich, dass das so construirte Thermometer nur eine einzige gewisse Temperatur constant erhielt und man daher gezwungen war, so viele Thermometer zu benutzen, als man constante Temperaturen haben wollte.

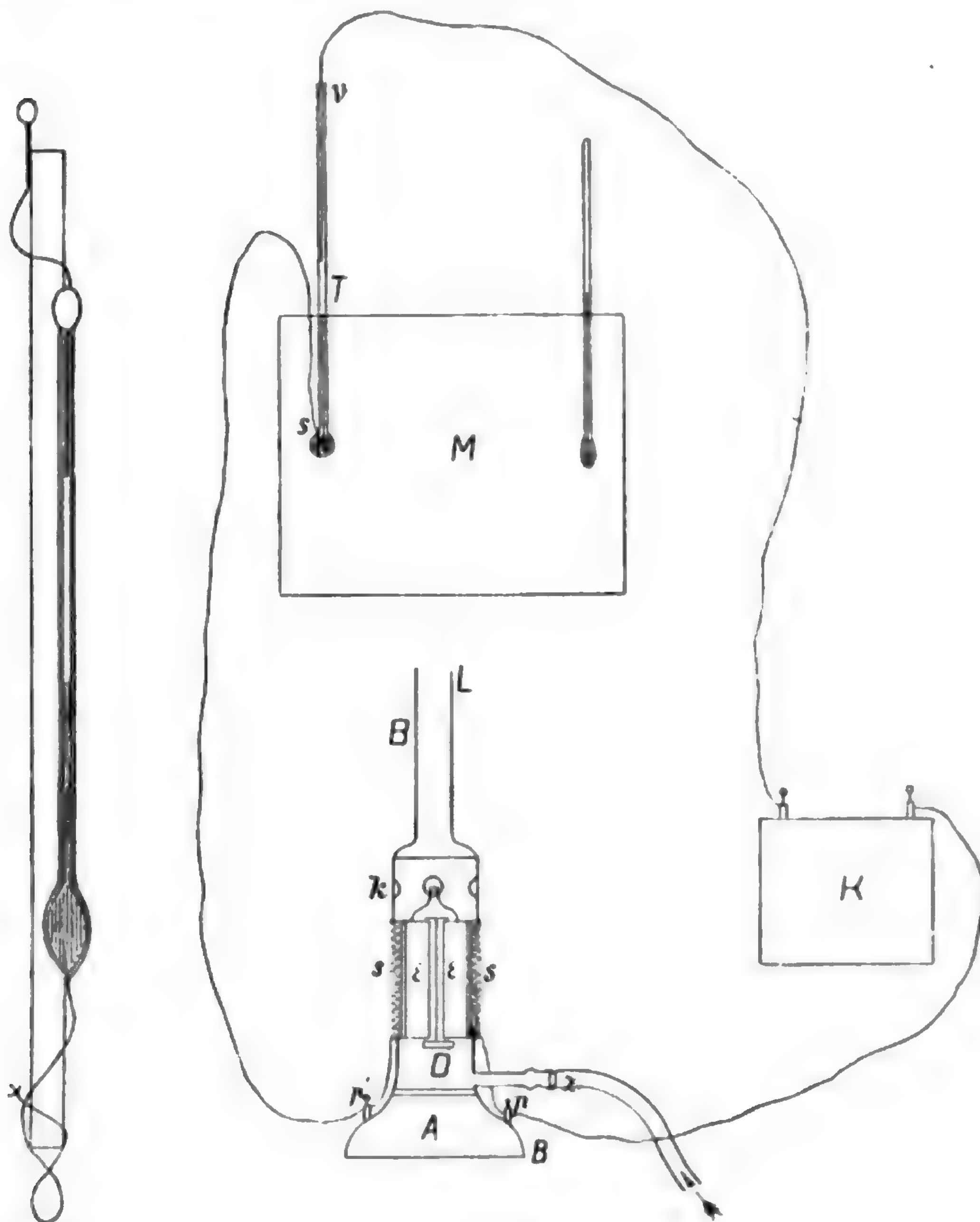


Fig. 44. Fig. 45.

Fünf Jahre später hat Pfaundler ganz unabhängig ein solches Thermometer construirt, aber mit veränderlicher Einstellung des Platindrahtes und hat gleichzeitig den elektrischen Strom benutzt, um in einem sinnreich construirten Bunsen'schen Brenner den Gaszufluss zur Erhaltung der constanten Temperatur zu regeln.

In Fig. 45 ist *M* das zu erhitzende Bad, *T* das Thermometer mit dem eingeschmolzenen Platindraht *s* und mit dem verschiebbaren *v*;

BB ist der Brenner. Auf den Fuss *A* desselben ist ein durchbohrter weicher Eisencylinder *EE* aufgeschraubt, umgeben mit einer Spule von zwei oder drei Drahtwindungen *ss*, deren Enden zu den Klemmen *p*,*p'* führen. In der Durchbohrung hängt ein Messingdraht, an welchem ein leichtes Eisenplättchen *D* befestigt ist; *kL* ist der Bunsen'sche Brenner.

Die Röhre *z* führt zur Gasleitung. Man verbindet nun den einen Pol der Batterie mit dem Platindraht *v*, den anderen mit dem Ende *p* des Drahtes auf der Spule, während das zweite Ende *p'* mit dem in die Thermometerkugel eingeschmolzenen Drahte *s* verbunden wird.

Nach Erreichung der gewünschten Temperatur im Bade schiebt man den Platindraht *v* so tief in die Thermometerröhre, bis er das Quecksilber berührt. Der Strom wird geschlossen, der magnetisch gewordene Eisenkern *E* zieht das weiche Eisenstück *D* an und hindert den weiteren Gaszufluss. Bei Abnahme der Temperatur sinkt die Quecksilbersäule, der elektrische Strom hört auf, die Passage für das Gas wird wieder frei.

Ist der Brenner mit sehr vielen Drahtwindungen versehen und überhaupt sehr empfindlich construirt, so glaubt Pfaundler, dass eine Thermosäule von Noë, die über den Brenner unterhalb des Bades angebracht ist, genügen würde, um den nöthigen Strom zur Absperrung des Gases durch die Flamme selbst zu liefern. Sobald nämlich die erwünschte Temperatur erreicht ist, wird der Strom geschlossen und nach einigen Schwankungen entsteht eine kleine Flamme, die den Wärmeverlust des Bades nach aussen compensirt.

Salet hat auf den Vorschlag von Pfaundler im Jahre 1864 einen dem Thermostaten von Scheibler ähnlichen construirt, worüber Friedel[1]) später einen Bericht veröffentlichte.

Pfaundler hat sich später den in Fig. 46 (S. 444) dargestellten Thermostaten construirt.

In einem hermetisch geschlossenen cylindrischen Glasgehäuse *gg* ist sowohl die Zuleitungs- *ac* als auch die Ableitungsröhre *b* des Gases eingeführt. Auf der Oeffnung *c* des Rohres *a* ruht das Plättchen *d*, befestigt an dem um *f* drehbaren Hebel *hf*. *ee* sind zwei Elektromagnete, die auf das an dem Hebel befestigte weiche Eisenstück *w* einwirken. *p* und *q* reguliren die Hebung und Senkung des Hebels.

1) Bulletin soc. chim. 1865.

Auf dieses Gehäuse ist ein Holzbrettchen *mm* befestigt, das ein Luftthermometer ähnliches Gefäss *tt* trägt. Dieses ist mit etwas Quecksilber gefüllt, enthält in seiner Capillarröhre den Platindraht ν und

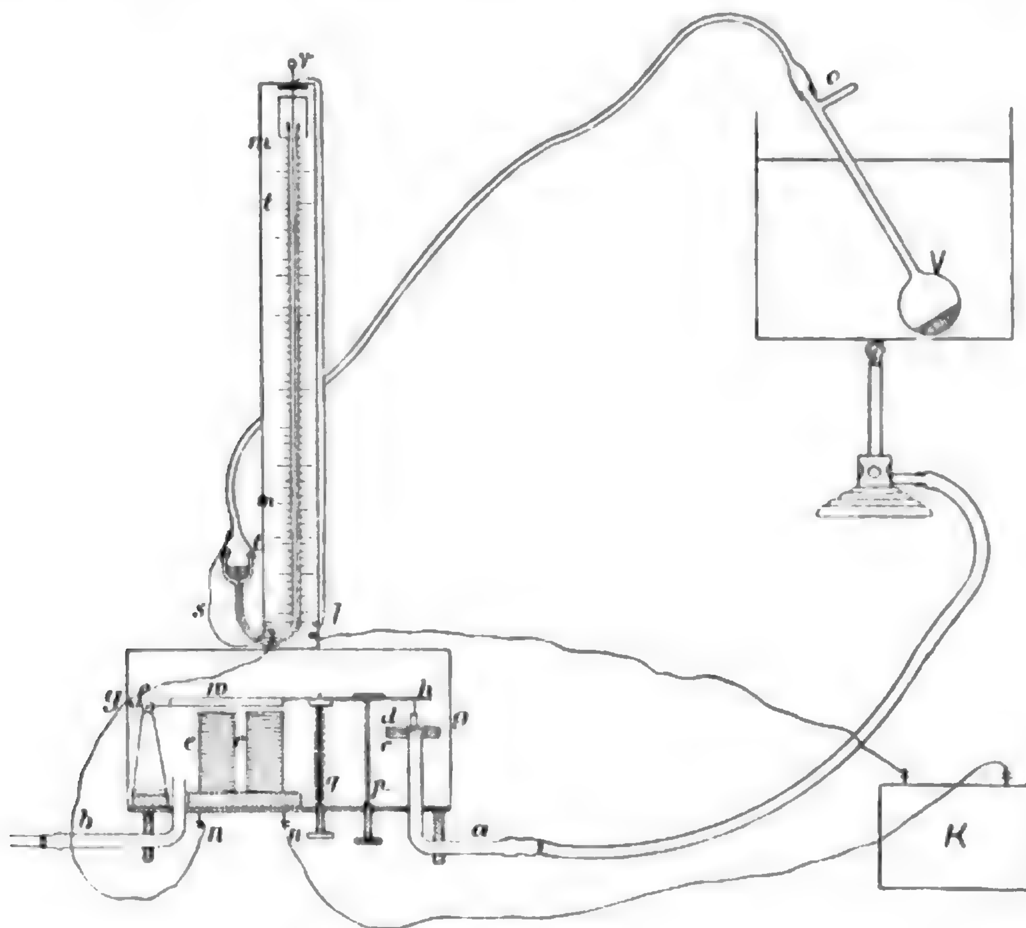


Fig. 46.

sein Gefäss ist durch eine feine Kupferröhre mit dem Glasgefäss *V* in Verbindung. Das Quecksilber in dem birnförmigen Gefäss ist in leitender Verbindung mit dem Drahte *s* und der Platindraht ν mit der Klemme *l*, welcher mit einem Pole der Kette in Verbindung steht. Der andere Pol ist mit dem Elektromagnet bei *n* und dieser mit dem Drahte *s* in leitender Verbindung. Das Glasgefäss *V*, beschwert mit etwas Quecksilber, ist in dem Erhitzungsraum; den darunter befindlichen Brenner verbindet man durch einen Kautschukschlauch mit dem Rohre *a*, während durch *b* das Gas in das Gehäuse eintritt.

Das Spiel des Apparates ist folgendes:

Durch die Ausdehnung der Luft im Glasgefässe *V* steigt das Quecksilber in der Capillarröhre und zwar für die gewünschte Temperatur im Bade bis zu einem bestimmten Punkte. Man schiebt nun den Platindraht herunter, bis er das Quecksilber berührt, der Strom wird

geschlossen, das weiche Eisenstück *w* durch den Elektromagneten angezogen, das Plättchen *d* kommt auf die Oeffnung *c* der Röhre *a* zu liegen und hindert so den weiteren Zufluss zum Brenner, oder besser gesagt, vermindert nur denselben, damit die Flamme nicht ganz auslöscht. Sinkt die Temperatur im Bade, so zieht auch die Luft im Gefässe *V* sich zusammen, das Quecksilber sinkt in der Capillarröhre, der Strom wird unterbrochen und die Oeffnung *c* wird wieder frei.

Die Röhre des Gefässes *V* ist mit einer Seitenröhre *o* versehen, damit bei sehr hohen Temperaturen ein Theil der Luft entweichen kann, widrigenfalls das Quecksilber leicht über die Capillarröhre austreten könnte.

Für die Höhe des Quecksilbers in der Capillarröhre bei verschiedenen Temperaturen kann man sich auf empirischem Wege eine Scale aufertigen, so dass man immer gleich die Stellung des Platindrahtes für die constant zu erhaltende Temperatur angeben kann.

Die richtige Stellung des Hebels *hf* so zu reguliren, dass bei geschlossenem Strom nur eine sehr kleine Menge Gas durchströmt, bietet einige technische Schwierigkeiten. Pfaundler hat deshalb den Hebel immer so gestellt, dass er die Oeffnung *c* der Röhre *a* vollständig verschloss und dafür durch eine Zweigleitung eine ganz kleine Flamme dem Brenner gegenüberstellte, die denselben immer wieder anzündete.

Am Ende des Jahres 1864 gibt Morin[1]) ein Verfahren an, um mit seiner angeblich erfundenen Thermomètre-vigie die Erreichung einer gewünschten Temperatur in einem Raum anzuzeigen.

Der Apparat dazu besteht nun aus nichts Anderem, als dem Pfaundler-Maistre'schen Thermometer, einer Batterie und einem Läutewerk.

Kohlrausch[2]) modificirt den von Morin vorgeschlagenen Wecker oder Signalthermometer in ein Thermometer, das in Treibhäusern den Zufluss von kalter und warmer Luft so regulirt, dass die Temperatur zwischen 15—18° C. fortwährend erhalten bleibt. *T* (Fig. 47 S. 446) ist das Thermometer mit den Leitungsdrähten, *B* eine constante Kette, E_1 und E_2 die Elektromagnete, A_1 und A_2 die dazugehörigen Anker in Verbindung mit Klappen, welche die Oeffnungen O_1 und O_2 für erwärmte und kalte Luft schliessen und öffnen. In der Zeichnung, wo das

1) Compt. rend. t. LIX (1864) p. 1082.
2) Dingl. Polyt. J. Bd. 175 S. 389.

Thermometer zwischen 15° und 18° C. steht, sind beide Klappen in Wirksamkeit. O_1 öffnet sich, wenn die Temperatur unter 15° sinkt, O_2 dagegen, wenn sie über 18° steigt.

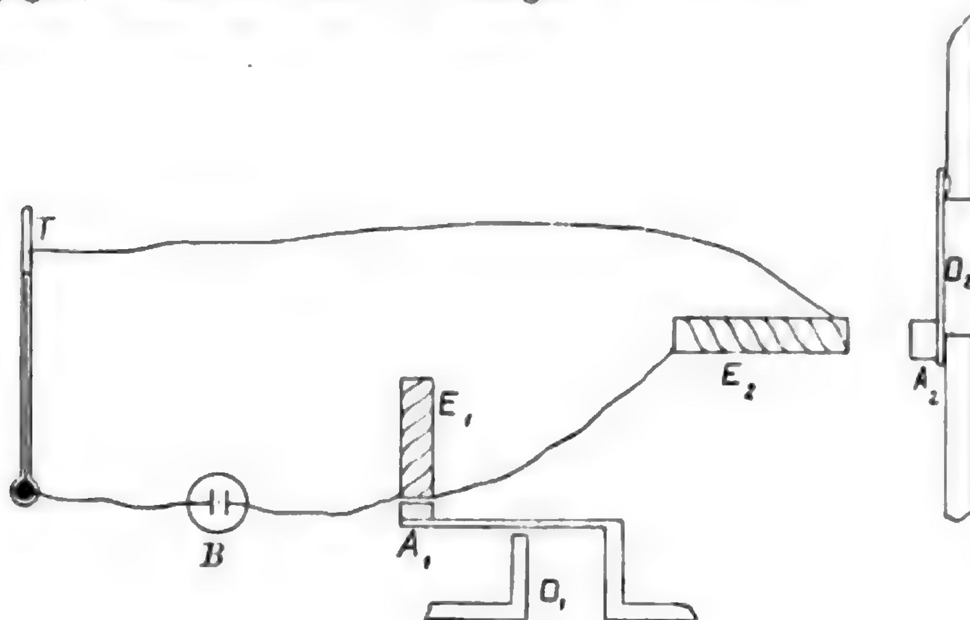


Fig. 47.

Abweichend von dem vorausgegangenen Thermostaten ist ein anderer Apparat von Kohlrausch[1]), welchen er zur Herstellung constanter Temperaturen construirte, die nur sehr wenig von der Umgebungstempe-

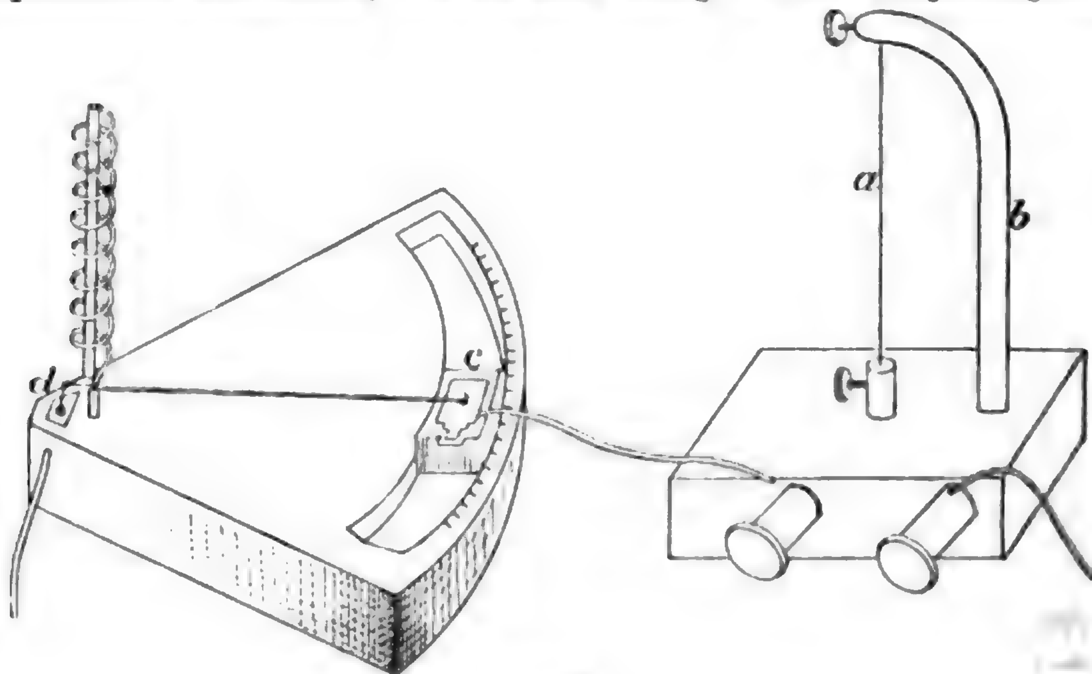


Fig. 48.

ratur abweichen sollen. Diese Absicht wird durch Heizung des Raumes mit dem galvanischen Strom erreicht, welchen ein Metallthermometer unterbricht, sobald die Temperatur über dem verlangten Punkt steht.

In Fig. 48 ist *a* der erwärmte Platindraht, welchem der Strom durch den Messinghalter *b* vermittels einer Klemmschraube zugeführt

1) Pogg. Ann. Bd. 125 S. 626.

wird. Der Strom geht von da in den Quecksilbernapf *c* und durch einen Metallzeiger, welcher an dem unteren Ende der Thermometerspirale befestigt ist und zwei eintauchende Spitzen trägt, in das Quecksilber *d* und zur Batterie zurück. Der Napf *c* ist in einer kreisförmigen Rinne verstellbar, an deren Ende die Thermometertheilung für die Spitze des Zeigers angebracht ist. In dem der Temperatur nach oberen Rande des Gefässes ist ein Ausschnitt befindlich, durch welchen die Spitze hindurchgeht, aus dem aber das höher stehende Quecksilber der Capillarität wegen nicht ausfliessen kann. Hier wird also bei steigender Temperatur der Strom unterbrochen. Um das Amalgamiren der Spitzen und das Anhängen des Quecksilbers zu vermeiden, bestehen diese aus angelötheten Platindrähten.

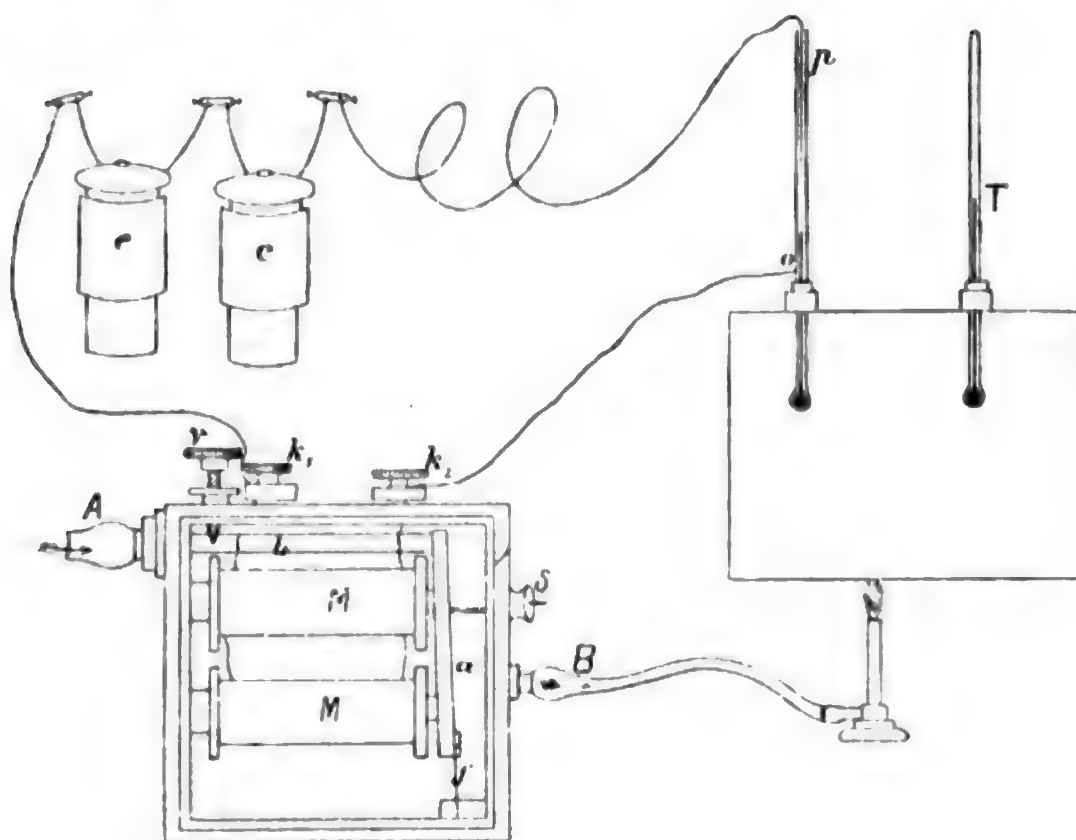


Fig. 49.

Der nun folgende Thermostat von Scheibler[1]) ist dem Salet'schen sehr ähnlich; aus dem Berichte, den wir folgen lassen, ist aber anzunehmen, dass Scheibler den einen oder anderen Theil desselben ganz unabhängig construirt hat.

Der wesentliche Theil besteht 1. aus einem viereckigen Gehäuse (Fig. 49), durch welches das Leuchtgas mittels der Schläuche *A*, *B*

1) Zeitschr. f. analyt. Chemie 1868 S. 88; Zeitschr. d. Ver. f. Rübenzuckerindustrie d. deutsch ill. Gew.-Zeit. 1867 S. 283; Zeitschr. f. Chemie u. Pharm. 1867 S. 701; Carl's Repert. Bd. 4 S. 122; Will. Jahresb. 1867 S. 885: Fortschr. d. Phys. 1867 S. 396.

gehen muss, um zu dem Brenner zu gelangen; 2. in einem thermometerartigen Glaskörper *op*, dessen unterster Theil in den Trockenschrank hineinragt. In dem Gefässe eines oben offenen Thermometers ist ein Platindraht eingelöthet, so dass er mit dem Quecksilber in leitender Verbindung steht. Dieser Platindraht hat als Verlängerung einen Kupferdraht, der den in dem Gehäuse befindlichen Elektromagneten *MM* in bekannter Weise umkreist und dann zu dem einen Pol einer aus zwei Meidinger'schen Elementen *ee* gebildeten Batterie führt. Der andere Pol ist mit einem Platindraht *p* in Verbindung, der beliebig tief in das offene Ende des Glaskörpers hineingeschoben werden kann. Das Leuchtgas, welches den unter dem Trockenschrank befindlichen Bunsen'schen Brenner zu speisen bestimmt ist, wird in das mit Glasscheiben geschlossene Gehäuse durch das Rohr *b* eingeführt, bei *B* strömt es zum Brenner, wo es angezündet wird. Die Erwärmung des Trockenapparates beginnt und das Quecksilber in der Röhre des Glasapparates wie das im wirklichen Thermometer *T* fängt an zu steigen. Zeigt das Beobachtungsthermometer die gewünschte Temperatur, so schiebt man den Platindraht *p* vorsichtig und langsam so tief in die Röhre, bis er das Quecksilber berührt. Es wird dadurch der Strom geschlossen, der Elektromagnet zieht den Anker *a* an und dieser verschliesst alsdann mit seinem oberen Ende, welches ein Lederpolster trägt, die Oeffnung der Röhre *b*, so dass kein Gas mehr in das Gehäuse eintreten kann. Die Flamme würde auslöschen, jedoch um dieses zu verhüten, besitzt die Gaszuführungsröhre *b* eine kleine Seitenöffnung, welche vermittels der Schraube *v* beliebig gross oder klein gemacht werden kann. Durch diese kleine Oeffnung strömt dann eine geringe Menge Gas aus, wenn die Hauptöffnung der Röhre verschlossen ist, also kann der Brenner nicht vollständig erlöschen.

Zabel[1]) ändert den eben beschriebenen Regulator von Scheibler so ab, dass er sowohl für Spiritus- als für Gasflammen verwendbar ist.

Zwei Elektromagnete *a*, *b* (Fig. 50 S. 449) sind an der Vorderseite zweier senkrecht aufeinander stehender Brettchen *B*, *B'* befestigt; in *G* hängt ein Pendel, welches unten die dünne horizontale Blechplatte *p* und das die senkrechte Stellung des Pendels bewirkende Gegengewicht *P* trägt. An dem Metallstück *q* befindet sich die schmale Metallfeder *d*, welche dem Kern des Elektromagneten *b* sehr nahe und bei *i* an der

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 186 S. 202; Zeitschr. f. analyt. Chemie. Bd. 7, 1868, S. 239; Strecker Jahresber. 1868 S. 903; Fortschr. d. Phys. 1867 S. 397.

Spitze der Feder *f* anliegt, letztere ist an dem Schlitten *f'* befestigt. Damit der Pendel leicht schwingt, kann die Platte *B* durch die in der Platte *B'* befindliche Stellschraube *v* senkrecht gerichtet werden. *M* ist der Trockenkasten, *T'* das die Temperatur anzeigende Quecksilberthermometer, *T* dagegen das von Scheibler angegebene offene Thermometer ohne Scale.

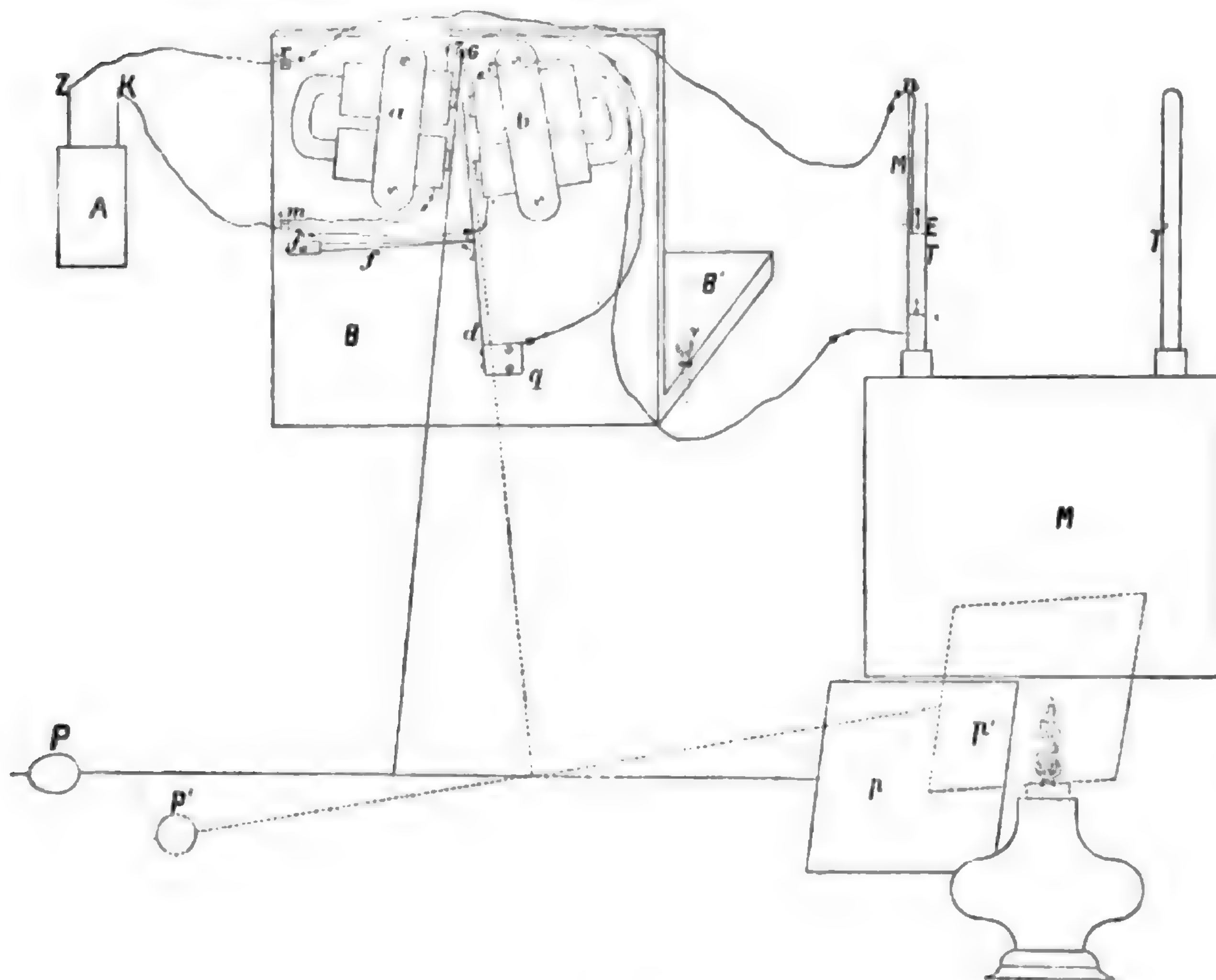


Fig. 50.

Verbindet man die Pole des Elementes *A* in der Weise, wie es in der Figur angegeben ist, mit den beiden Elektromagneten und dem Thermometer *T*, so wird, je nachdem der Strom durch den Elektromagnet *a* oder *b* geht, das Pendel nach *a* oder *b* hingezogen. An dem Kern des Elektromagneten *b* hat das Pendel und die Feder *d* Platz, ohne dass beide sich in ihren Schwingungen berühren, weil eben *b* etwas höher liegt als *a*.

Der Gebrauch des Regulators ist nun folgender. Die bei einer bestimmten Temperatur zu trocknende Substanz wird in den Trockenkasten *M* gestellt und die Spiritus- oder Gasflamme darunter angezündet.

Der Draht *n*, welcher durch die Klemme *x* direct zum Zinkpol des Elementes führt, wird oben in das Thermometer *T* ein wenig eingeschoben. Das Pendel wird so gestellt, dass sich die Blechplatte *p* $^1/_2$ — 1 ^{cm} vor und in gleicher Höhe mit der Spitze der Flamme befindet. Der positive Strom des Elementes geht durch die Klemme *m* direct zum Elektromagneten *a* und begegnet hier dem negativen Strom, der vom Zinkpol durch die Klemme *x*, den Schlitten *f'*, die Feder *f*, bei der Spitze *i* in die Feder *d* eintritt, und durch den Schlitten *q* zu dem anderen Pole des Elektromagneten *a* geht. Durch diesen Schluss der Kette wird der Kern des Elektromagneten *a* magnetisch und das Pendel von ihm angezogen. Der Kern des Elektromagneten *b* dagegen ist nicht magnetisch, da die Quecksilbersäule im Thermometer *T* den Draht *n* nicht berührt. Sobald das Thermometer *T* die Temperatur *T'* anzeigt, schiebt man *n* in das Thermometer hinein, in demselben Moment wird die Kette des Elektromagneten *b* geschlossen, er zieht die Feder *d* an, die Spitze *i* wird frei, die Kette des Elektromagneten *a* unterbrochen und der Kern desselben hört auf magnetisch zu werden. Es bewegt sich daher das Pendel gegen den Elektromagneten *b* und die Platte *p* kommt über die Flamme zu liegen, die weitere Wärmezufuhr wird auf diese Weise verhindert. Sinkt das Thermometer, so kehrt auch die Platte *p* in die ursprüngliche Lage wieder zurück.

Ueber die Empfindlichkeit dieses Thermostaten liegen keine Angaben vor, weder für niedere noch für hohe Temperaturen.

Ferd. Springmühl[1]) erfindet im Jahre 1871 wieder das elektrische Thermometer, das er einerseits als Wecker benutzt, wenn das Wasser in einem Wasserbad vollständig verdampft ist, andererseits construirt er sich damit den in Fig. 51 (S. 451) dargestellten Gasregulator zur Herstellung constanter Temperaturen. Auf der Achse des Metallhahnes *A*, durch welchen das zu verwendende Leuchtgas strömt, sitzt ein Zahnrad *g*. Ein Hebel *ab*, welcher um *c* drehbar ist, greift in das Zahnrad ein und bildet bei *b* den Anker des Elektromagneten *B*; der Spielraum des Ankers kann durch Schrauben regulirt werden. Durch die Messingspirale *e, d* wird der Hebel in der Lage gehalten, dass er in die Zähne des Rades eingreift und von den Polen des Magneten etwas entfernt ist. Das Zahnrad und somit der Hahn *A* hat durch den Hebel an *g*, an welchem ein Gewicht befestigt ist, das Bestreben sich von rechts nach links zu drehen, durch welche Be-

1) Dingl. Polyt. J. Bd. 202 S. 242.

wegung der Hahn geschlossen wird. Der Hebel an *g* hat die Lage, welche in der Zeichnung gegeben ist, wenn der Hahn offen sein soll. Von dem elektrischen Thermometer des Luftbades führt der eine Draht zur Kette und von da um den Elektromagneten *B* zu dem Hahne *A*, der andere Draht zu dem Hebel *ab*. Die Thätigkeit des Apparates ist nun leicht zu erklären: Wird durch das Steigen des Quecksilbers

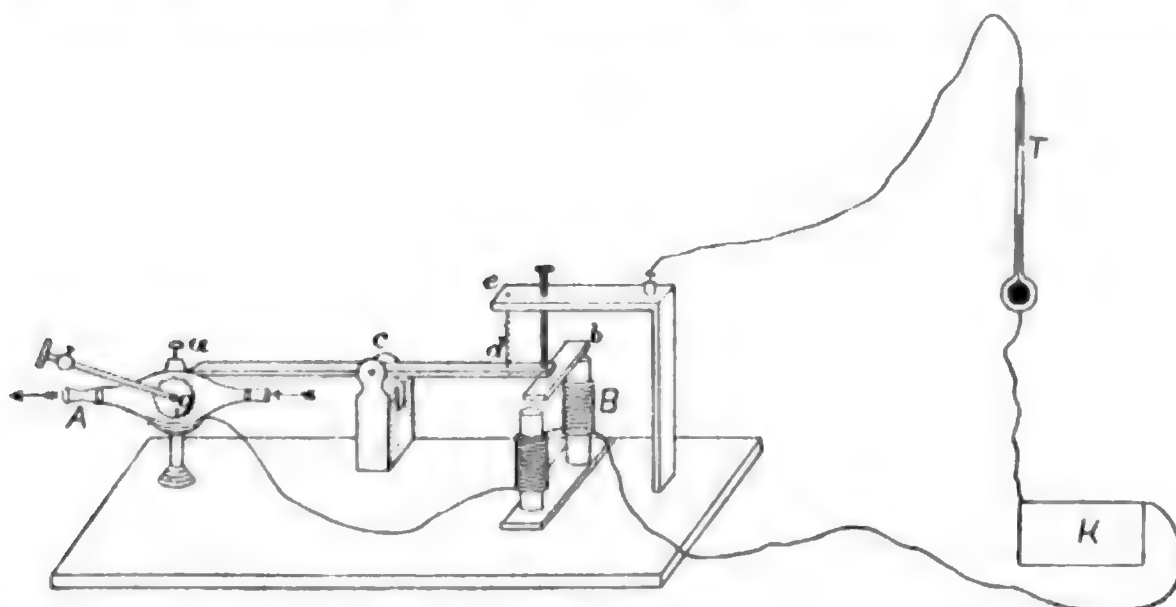


Fig. 51.

im Thermometer der Contact mit dem Platindraht bewirkt, so wird der Strom hergestellt, er geht von der Kette um den Elektromagneten durch das Zahnrad in den Hebel *ab* zum Thermometer und zur Kette zurück. Der Magnet zieht den Anker an, der Hebel neigt sich nach rechts und lässt links den Zahn des Rades los; dadurch wird jedoch sofort der Strom unterbrochen, der Elektromagnet lässt den Anker wieder los und der Hebel fällt in eines der folgenden Zähne des Rades, weil durch das Gewicht des Hebels an *g* der Hahn sich nach links gedreht hat. Die Drehung des Hebels hat den Zufluss des Gases vermindert und durch das Fallen des Thermometers wird der Strom so lange unterbrochen, bis durch den eingetretenen vermehrten Gaszufluss die Temperatur wieder steigt und das Spiel von neuem beginnt.

Um ein zu schnelles Schliessen des Hahnes, welches durch Ueberspringen mehrerer Zähne leicht erfolgt, zu vermeiden, thut man nach Springmühl gut, den Hebel erst in ein anderes Zahnrad greifen zu lassen, dessen Zähne dann in ein auf der Achse des Hahnes sitzendes Rad eingreifen.

J. Martenson[1]) hat seinen früher beschriebenen Regulator für Gasflammen, unter Anwendung eines elektrischen Stromes auch für Spiritusflammen eingerichtet.

Er nimmt dazu eine kleine enge U förmige Röhre (Fig. 52), in deren Biegung ein Platindraht eingeschmolzen ist, ein anderer Platindraht kann in dem offenen Schenkel mit dem Quecksilber in Berührung

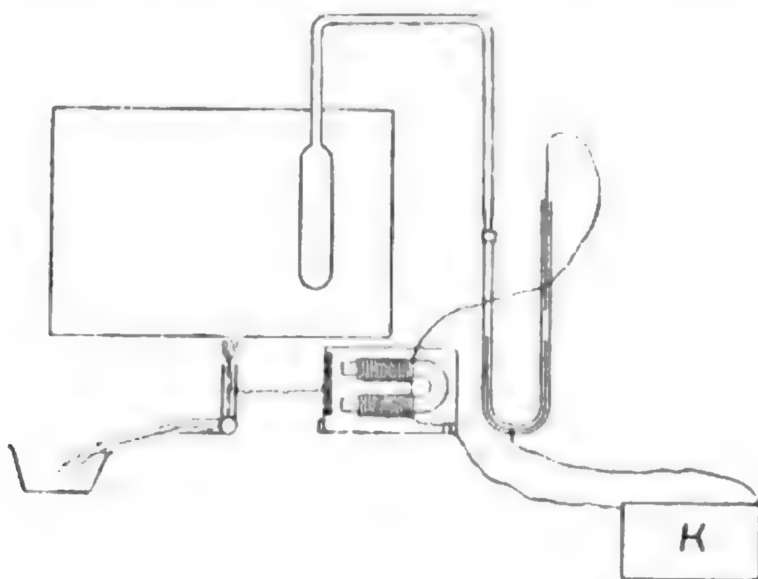


Fig. 52.

gebracht werden. Ist die zu wünschende Temperatur erreicht, der verstellbare Draht mit dem Quecksilber in Verbindung gebracht, so wirkt der hiermit geschlossene Strom auf einen Magnet, dessen angezogener Anker den leichtbeweglichen Spiritusbrenner unter dem Trockenschranke seitwärts zieht. Der Spiritusbrenner ist ein rechtwinklig aufgebogenes Glasrohr mit Docht und durch einen Gummischlauch mit dem entfernt stehenden Reservoir verbunden. Er ist mit einem Draht an den Elektromagneten geknüpft.

Schlussbemerkung.

Ueberblickt man diese eben beschriebenen Thermostaten, so wird bei der überwiegenden Mehrzahl derselben durch Verschliessung der Ausflussöffnung des Gases das weitere Steigen der Temperatur verhindert, wenn die gewünschte Temperatur erreicht ist. Bei den mechanischen und elektrischen Thermostaten stellt sich eine Flamme her, die gerade hinreicht, um die Abkühlung des Bades zu compensiren.

1) Pharm. Zeitschr. f. Russl. Bd. 11 S. 136; Chem. Centralbl. 1872, S. 513.

Es ist möglich, mit diesen Thermostaten verschiedene constante Temperaturen zu erhalten, wenn die in der Einleitung erwähnten Bedingungen 1, 2, 3, 4 und 5 erfüllt sind.

Handelt es sich nur um die Constanthaltung der Temperatur während einiger Stunden, so kann man wenigstens annähernd alle diese Bedingungen als erfüllt ansehen. Die Quantität der Füllung des Bades wird fast die nämliche bleiben, wenn man nicht sehr flüchtige Substanzen dazu nimmt. Das Gas wird auch in gleichen Zeiten gleiche Mengen dem Thermostaten zuführen und von derselben Heizkraft sein.

Anders gestaltet sich aber die Sache, wenn der Thermostat während mehrerer Tage oder Wochen ununterbrochen fungiren soll. In diesem Falle wird sich besonders die Quantität der Füllung des Bades ändern; man wird sich genöthigt sehen, dasselbe mit einem Rückflusskühler zu versehen oder statt dessen ein Luftbad zu gebrauchen.

Das Gas tritt innerhalb einer so langen Zeit unter verschiedenen Drucken in den Thermostaten. Man muss also einen Gasdruckregulator einschalten, der immer während der ganzen Zeit den Druck des Gases constant erhält.

Angenommen nun, es wären alle diese Bedingungen für alle Thermostaten erfüllt, welcher ist nun der bestconstruirte von allen, oder welchen soll ich nehmen, wenn ich eine Temperatur unter 100° C., von 100° — 200° oder über 300° C. constant erhalten will?

Diese Fragen sind nicht leicht zu beantworten, weil fast jeder Anhaltspunkt dazu fehlt. Jeder, der einen Thermostaten nöthig hatte, hat sich einen, gerade passend zu seinem Zwecke, construirt; genügte er seinen Anforderungen, so wurde er als sehr brauchbarer Thermostat jedem angepriesen. Es liegen über keinen einzigen Thermostaten Angaben vor, wie derselbe bei niederer und hoher Temperatur fungirt. Will man, was ja von der grössten Wichtigkeit ist, über die Empfindlichkeit des Thermostaten genügenden Aufschluss erhalten, so muss man ihn bei verschiedenen Temperaturen und verschieden lang für jede einzelne Temperatur prüfen. Hält er z. B. die Temperaturen von 30° — 100° C. sehr gut constant, so ist das durchaus nicht mehr der Fall für Temperaturen von 100° — 200° C. und noch weniger für die über 300° C.

Die Lösung dieser Frage kann nur herbeigeführt werden, wenn man alle Thermostaten oder wenigstens die, welche am meisten Vertrauen verdienen, mit einander bei verschiedenen Temperaturen vergleicht.

Man würde dann sehen, welche empfindlich für niedere und welche es für hohe Temperaturen sind. Man könnte dann gewiss einen von allen diesen Thermostaten empfehlen, der empfindlich ist für Temperaturen von 30° — 100° C., einen anderen, der eine grosse Empfindlichkeit besitzt für Temperaturen von 100°, 200° — 250° C.

Für Temperaturen über 250° C. würde es aber Schwierigkeiten haben, da ja ein grosser Theil derselben, ohne untersucht zu sein, durch ihre Construction solche Temperaturen nicht constant erhalten können. Bei Thermostaten, welche Quecksilber enthalten, verdampft dasselbe bei so hohen Temperaturen schon sehr stark, so dass schon infolgedessen die Temperatur nicht constant bleibt. Aber auch alle anderen genügen den Anforderungen nicht mehr, es wird bei der bisher üblichen Anordnung unmöglich sein, Temperaturen über 300° C. constant zu erhalten.

Es kommt dies von dem Umstande her, dass die Differenz der Wärmemenge, welche das Bad an die Umgebung abgibt, und der verfügbaren Wärmemenge sehr gering ist. Auf diesem bisher eingeschlagenen Wege ist es also sehr schwierig, ja fast unmöglich, beliebig constante Temperaturen unter und über 300° C. bis zu einer gewissen Grenze herzustellen.

Sollte es nun aber nicht möglich sein, ein solches Arrangement zu treffen, dass ein und derselbe Thermostat immer dieselbe Empfindlichkeit besitze?

Ein und derselbe Thermostat kann nur dann für alle Temperaturen gleich empfindlich bleiben, wenn die zur Verfügung stehende Wärmemenge eine Temperatur in dem Bade hervorbringen würde, welche die höchste verlangte constant zu erhaltende Temperatur weit übersteigt. Das trifft aber in gewöhnlichen Fällen nicht ein, denn ein einziger Bunsen'scher Brenner erhitzt ein Luftbad, wie man sie gewöhnlich für die Laboratorien construirt, kaum auf 300° C. Dem ist nun nur dadurch abzuhelfen, dass man zur Erreichung einer höheren Temperatur auch die Wärmequelle vergrössert und zwar im rascheren Verhältnis, als die gewünschte Temperatur höher ist. Denn ist z. B. der Thermostat empfindlich für eine Temperatur von 150° C. bei Benützung eines Bunsen'schen Brenners, so wird für eine Temperatur von 300° C. nothwendig sein, mehr als die doppelte Wärme zuzuführen, damit derselbe Thermostat für diese Temperatur dieselbe Empfindlichkeit besitze. Je höher die Temperatur ist, desto grösser ist die Differenz

zwischen der äusseren Temperatur und der des Bades, also auch um so grösser die Abkühlungsgeschwindigkeit. Wenn z. B. für die Constanthaltung einer Temperatur von 100° C. $^1/_{20}$ der verfügbaren Wärmemenge genügt, um vermittels des Thermostaten die Abkühlung des Bades zu compensiren, so wird für eine Temperatur von 200° C. mehr als $^1/_{10}$ der Wärmemenge nöthig sein, damit sich Wärmezufuhr und Wärmeverlust das Gleichgewicht halten. Führen wir aber jetzt mehr als die doppelte Wärmemenge dem Bade zu, so wird wieder $^1/_{20}$ derselben die Abkühlung des Bades compensiren.

Es kommt also darauf hinaus, sich ein Luftbad zu construiren, das durch eine gewisse Anzahl von Gasflammen auf allen Seiten möglichst gleichmässig erhitzt wird. Will ich eine niedere Temperatur mit dem Thermostaten in demselben constant erhalten, so werde ich nur eine oder zwei Flammen benutzen, für eine sehr hohe werde ich dann fast alle benutzen, um dieselbe Empfindlichkeit des Thermostaten wie für die niedere Temperatur zu erhalten.

Ich könnte also sagen, ein Thermostat ohne Selbstregulirung (Bunsen, Merryweather), ein guter Thermostat mit Selbstregulirung und ein Gasdruckregulator sind unumgänglich nothwendig, um beliebig hohe und niedere Temperaturen, natürlich innerhalb gewisser Grenzen, beliebig lange constant zu erhalten.

Die Theorie des galvanischen Elementes.

Von

Dr. Franz Exner,

a. ö. Professor der Physik an der Wiener Universität.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Wiener Academie mitgetheilt.)

In meiner Abhandlung[1]): „Zur Theorie des Volta'schen Fundamentalversuches" habe ich gezeigt, dass die sogen. Volta'sche Contactkraft, die an der Berührungsstelle zweier Metalle auftreten soll, nicht existirt; da die Vorstellung von der Entstehung des galvanischen Stromes gegenwärtig wesentlich auf der Annahme einer solchen Contactkraft basirt, so erscheint es nothwendig, die Wirkungsweise des galvanischen Elements vom Standpunkt der chemischen Theorie aus vollkommen zu entwickeln.

Dies der Zweck der vorliegenden Untersuchung. Was die älteren, denselben Gegenstand betreffenden Theorien anlangt, so kann ich mich darüber ganz kurz fassen; diejenigen unter ihnen, die von der ursprünglichen Volta'schen Vorstellung ausgehen, kommen hier nicht in Betracht, da sie auf der Annahme einer Kraft fussen, die nicht existirt, und was die sogen. chemischen Theorien betrifft, so haben von ihnen nur 3 die besondere Aufmerksamkeit der Physiker erregt. Es sind dies die Theorien von De la Rive, Becquerel und Schönbein. Die beiden erstgenannten sind leider unvollendet geblieben; sie gehen beide von dem Grundsatze aus, dass der chemische Process im Elemente die primäre Quelle des Stromes ist, ohne jedoch diesen Gedanken weiter zu verfolgen und dessen Consequenzen mit der Erfahrung zur Deckung zu bringen. Man kann sie daher kaum als Theorien bezeichnen, sie sind vielmehr — allerdings nicht zu unterschätzende — Ideen zu solchen. Die Tendenz-Theorie Schönbein's ist unter allen gewiss

1) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 81 S. 1220. — Repertorium B. 17 S. 428.

die vollendetste und, so viel mir bekannt, auch die am meisten verbreitete; sie sucht bekanntlich die Existenz des primären chemischen Angriffs in der Kette zu umgehen und substituirt an dessen Stelle die Tendenz zu einem derartigen Angriff; erst infolge der Summation dieser Tendenz und der durch Induction geweckten elektrischen Kräfte soll die Oxydation des Metalles thatsächlich eintreten. Es verdankt somit diese Theorie — die überhaupt den heutigen Anschauungen kaum entsprechen dürfte — ihre Entstehung der veralteten und ganz falschen Ansicht, dass das Zink der Kette nicht primär angegriffen werde. Ich muss gestehen, dass das Festhalten an dieser Ansicht mir etwas ganz unverständliches ist, da man doch jede Wasserstoffentwicklung durch directe Auflösung von Zink in angesäuertem Wasser bewerkstelligt. Dass das amalgamirte Zink durch den an einer glatten Oberfläche festhaftenden Wasserstoff bei directer Auflösung vor weiterem Angriff geschützt wird, ist längst bekannt, und dasselbe gilt vom reinen Zink im Wasser, worin es sich alsbald mit einer unlöslichen Schicht von Zinkoxyd bedeckt. Es ist aber auch unmittelbar klar, wieso beim Schliessen des Stromes dieser Schutz aufhört und die Oxydation des Zinkes ungehindert fortschreitet, sobald durch das Vorhandensein eines Lösungsmittels für eine stets reine Zinkfläche gesorgt ist. Die Schönbein'sche Theorie umgeht daher einen thatsächlich bestehenden Factor und führt statt dessen hypothetische und durch nichts constatirte Kräfte ein (die elektrische Induction zwischen Zink und dem Sauerstoff des Wassers); es kann daher auch diese Theorie nicht darauf Anspruch machen, die Erscheinung wirklich zu umfassen.

Ich will nun kurz den Ausgangspunkt der von mir im Nachfolgenden gegebenen Theorie charakterisiren.

Es ist bekannt, dass eine chemische Reaction zwischen 2 Substanzen immer unter Wärmeentwicklung vor sich geht, wenn die potentielle chemische Energie der Componenten grösser ist, als die der Producte[1]), wobei die auftretende Wärme als das Aequivalent der verlorenen Energie erscheint. So repräsentirt z. B. das System Zn, H_2O eine grössere potentielle Energie als das System ZnO, H_2 und die Folge

1) Es hat diese Regel vielleicht eine allgemeinere Bedeutung, so dass überhaupt nur solche Reactionen stattfinden, bei denen ein Umsatz von potentieller Energie in actuelle eintritt; Ausnahmen hiervon, wie z. B. die Bildung der Superoxyde unter Wärmebindung, würden sich vielleicht als scheinbare erweisen, wenn wir von den sich abspielenden Processen eine genauere Kenntnis hätten.

davon ist eben die unter Wärmeentwicklung auftretende Zersetzung des Wassers durch das Zink. Gleicherweise ist die potentielle Energie von Zn, $CuSO_4$ grösser als die der Reactionsproducte $ZnSO_4$, Cu etc. Es fragt sich nun, in welcher Form die bei der Reaction verloren gegangene Energie wieder erscheint. Zweifellos erhält man je nach der Versuchsanordnung dieselbe in verschiedenen Formen frei, als Wärme oder als Elektricität.

Bei der gewöhnlichen Auflösung des Zinks in Wasser ergibt sich Wärme, wählt man aber die Anordnung wie in einem galvanischen Element, so resultirt aus dem Verschwinden von chemischer Energie zunächst nicht Wärme, sondern Elektricität; es ist selbstverständlich, dass diese Elektricität nach Menge und Potential dieselbe Arbeit repräsentirt, wie die direct entwickelte Wärme. Der Process, der sich beim Auflösen eines isolirten Stückes Zink in isolirtem Wasser abspielt, scheint mir demnach der folgende zu sein: Die bei der Auflösung verlorene chemische Energie tritt zunächst wieder in der Form zweier gleicher Mengen positiver und negativer Elektricität auf; von diesen geht erfahrungsgemäss die negative ins Zink, die positive ins Wasser. Sind die beiden Massen, das Zink und das Wasser, nicht unendlich gross, so muss dadurch das Potentialniveau in ersterem sinken, in letzterem steigen, und zwar in beiden mit ganz verschiedenen Geschwindigkeiten je nach den Verhältnissen ihrer Capacitäten. Da der chemische Angriff ungehindert fortdauert und somit auch die Entwicklung von Elektricität, so ist klar, dass die Potentialdifferenz an der Erzeugungsstelle bald eine Grösse erreichen wird, die der trennenden Kraft das Gleichgewicht hält.

Von diesem Moment an tritt an der Erzeugungsstelle selbst eine Wiedervereinigung der geschiedenen Elektricitäten ein, welche Vereinigung natürlich nur unter Wärmeentwicklung stattfinden kann. Es wird also das Zink sich zwar noch weiter auflösen, aber — wenigstens scheinbar — unter directer Wärmeentwicklung. Ich glaube aber, dass man allen Grund hat, die letztere als eine secundäre zu bezeichnen; denn macht man die Capacitäten des Zinks und des Wassers immer grösser und grösser, so erhält man zunächst immer mehr und mehr Elektricität, und macht man beide unendlich gross, oder was dasselbe ist, leitet man beide zur Erde, wodurch man eben das Anwachsen ihrer Potentiale verhindert, so erhält man die ganze verbrauchte chemische Energie in Form eines elektrischen Stromes. Dass die

Potentialdifferenz, bis zu welcher die beiden isolirten Leiter geladen werden, proportional dem Wärmewerthe des chemischen Processes per Aequivalent ist, bestätigt die Erfahrung und habe ich auch einen Beweis dieses Satzes in meiner Eingangs citirten Abhandlung gegeben. Es liegt demnach der Gedanke nahe, die Wärme, die bei irgend einer chemischen Reaction auftritt, nicht als primär entwickelt zu betrachten, sondern sie als die Joule'sche Wirkung der an der Reactionsstelle entstehenden elektrischen Ströme aufzufassen.

Bevor ich nun an die weitere Entwicklung der Theorie des galvanischen Elementes von diesem Standpunkte aus gehe, ist es nothwendig, noch eine Vorfrage zur Entscheidung zu bringen. Man schreibt allgemein nicht nur dem Metallcontacte, sondern auch der Berührung von Metallen und Flüssigkeiten einen Antheil an der Strombildung zu. Es ist natürlich, dass die chemische Theorie den einen so wenig wie den anderen gelten lässt; was nun den Contact zwischen Metallen anlangt, so habe ich schon in vorangegangenen Publicationen gezeigt, dass ihm keine Rolle im galvanischen Elemente zufällt, es erübrigt demnach noch der gleiche Nachweis auch für den Contact von Metallen mit Flüssigkeiten. Selbstverständlich aber kann sich dieser Nachweis nur auf jene Fälle erstrecken, wo keine chemische Wechselwirkung zwischen den sich berührenden Körpern eintritt, denn für letzteren Fall fordert ja auch die chemische Theorie die Entwicklung von Elektricität. Da eine Reihe älterer wie neuerer Untersuchungen vorliegen, in denen der Nachweis zu führen gesucht wird, dass auch ohne chemische Wirkung zwischen Metallen und Flüssigkeiten Contactwirkung auftritt, wie etwa bei Berührung von Platin und Wasser oder Salpetersäure, so wird es nothwendig sein, wenigstens auf die wichtigeren dieser Arbeiten einzugehen, es soll dies am Schlusse dieser Abhandlung geschehen.

Für die nachfolgenden Versuche wurde die Methode von R. Kohlrausch gewählt; es bildete die Flüssigkeit die eine Platte eines Condensators, dessen andere aus einem Metalle bestand. Schliesst man den Condensator in sich und untersucht man seine Ladung am Elektrometer, nachdem die Platten von einander entfernt sind, so erhält man dadurch ein Maass der eingetretenen Elektricitätsbewegung. Verbindet man ferner den Condensator noch mit den Polen eines constanten Elements, etwa eines Daniell, so liefert die erneuerte Messung das Verhältnis der elektromotorischen Kraft, infolge deren der Condensator bei directer Schliessung sich ladet zu der elektromotorischen Kraft des Daniell'schen Elementes.

In meiner Arbeit über die Theorie des Volta'schen Fundamentalversuches wurde bereits gezeigt, dass die Ladung eines Condensators, der z. B. aus Zink und Platin besteht, infolge der Induction eintritt, die von der elektrischen Oxydschicht des Zinkes auf das Platin ausgeübt wird. Wenn sich nun an Stelle des Platins Wasser befindet, so müsste in diesem die gleiche Inductionswirkung bemerkbar werden, d. h. ein Condensator Zink-Wasser müsste sich bei Schliessung durch einen Metalldraht, der vom Wasser nicht angegriffen wird, genau so laden wie ein Condensator Zink-Platin.

Es fragt sich, ob eine derartige Induction in Flüssigkeiten wirklich eintritt wie in Metallen; in Flüssigkeiten, welche Wasser enthalten, und nur um solche handelt es sich vorläufig, ist das gewiss der Fall. Man kann z. B. eine isolirt aufgestellte Wassermasse durch die geringste elektromotorische Kraft ganz so laden, wie einen an Capacität gleichen Metallkörper. Es hat dies seinen Grund in der Anwesenheit von freiem Sauerstoff im Wasser und in der dadurch bedingten elektrolytischen Convection. Wäre das Wasser vollkommen frei von Sauerstoff, so könnte sich in demselben die Elektricität nur unter gleichzeitiger Ausscheidung von Wasserstoff und Sauerstoff bewegen; die dadurch bedingte Polarisation würde aber sofort eine weitere Ladung des Wassers unmöglich machen. Ist aber freier Sauerstoff vorhanden, so wird der ausgeschiedene Wasserstoff sogleich wieder oxydirt und die Polarisation sinkt auf Null; es kann dann durch die geringste elektromotorische Kraft das Wasser geladen werden.

Da in dem vorliegenden Falle die betreffenden Elektricitätsmengen stets nur sehr geringe sind, so kann man den vorhandenen Sauerstoffvorrath in Wasser ohne jeden Zweifel als genügend ansehen, um die Polarisation vollständig zu beseitigen. Für alle derartigen Fälle verhält sich dann das Wasser wie ein Metall; die Versuche, welche Faraday bewogen, eine metallische Leitung im Wasser anzunehmen, waren sämmtlich derart, dass bei ihnen starke elektrolytische Convection im Spiele war.

Ich will kurz einen Versuch erwähnen, der zeigt, wie man in gewöhnlichem Wasser mit Hilfe eines Daniell'schen Elementes Elektricität induciren kann, also mittels einer Kraft, die für sich noch nicht im Stande ist, Wasserzersetzung zu bewirken.

Man lasse aus einem Glastrichter Wasser in einem engen und geschlossenen Strahle austreten; dort, wo der Strahl sich in Tropfen

auflöst, umgebe man ihn mit einem Metallrohr, das genügend weit ist, um nicht von den Tropfen berührt zu werden. Das Wasser fange man in einem isolirt aufgestellten Glasgefässe auf und verbinde es durch einen Platindraht mit der Elektrometerleitung. Man wird bei dieser Anordnung noch keine Ladung des Elektrometers erhalten. Leitet man aber das Wasser im oberen Trichter durch einen Platindraht zur Erde, und verbindet man die Metallröhre mit dem einen Pol eines Daniell'schen Elementes, dessen anderer Pol abgeleitet ist, so zeigt das Elektrometer sofort eine sich steigernde Ladung an. Es inducirt die geladene Metallröhre im Wasserstrahl Elektricität, die abgestossene fliesst zur Erde und die angezogene fällt mit den Tropfen in das Auffangegefäss. Ladet man die Inductionsröhre mit dem andern Pole des Elementes, so erhält man natürlich auch die entgegengesetzte Ladung des Elektrometers[1]).

Es folgt nun die Mittheilung der Versuche über die fragliche Spannungsdifferenz zwischen Metallen und Flüssigkeiten.

1. Versuch.

Es soll die Spannung zwischen Platin und Wasser bestimmt werden. Den einen Theil des Condensators bildete eine massive Platinplatte, den andern ein flaches, mit Wasser gefülltes Glasgefäss, das durch Aufkitten eines niedrigen Glasringes auf eine kreisrunde planparallel geschliffene Glasplatte erhalten wurde. Dieses Gefäss konnte mittels eines isolirt daran befestigten Metallstieles abgehoben werden. Schliesst man diesen Condensator in sich durch einen Platindraht und prüft man nach dem Abheben des Wassers die Platinplatte am Elektrometer, so erhält man die Ladung Null. Dass dieses Resultat nicht eine Folge der etwa zu geringen condensirenden Kraft des Apparates war, erhellt daraus, dass eine Ladung des Condensators mit einem Daniell in dem einen oder andern Sinn, einen Ausschlag von + 72, resp. — 72 Scalentheilen ergab. Es ist somit die Grösse $Pt | H_2O$ gleich Null. Nach der chemischen Theorie besagt das, es befinde sich am Platin keine elektrische Oxydschicht, die im Wasser Elektricität induciren könnte, und da an der Berührungsstelle des Platindrahtes mit dem Wasser auch keinerlei chemische Reaction auftritt, so entfällt jeder Grund zur

1) Sämmtliche Messungen wurden mit einem Quadranten-Elektrometer von Branly und mit Spiegelablesung ausgeführt; die angegebenen Zahlen bedeuten stets Millimeter der Scala.

Entwicklung von Elektricität. Nach der Contacttheorie sollte der Werth Pt|H_2O ein ziemlich bedeutender sein; was die darüber gemachten Angaben betrifft, so will ich hier vorläufig nur das eine erwähnen, dass die Bestimmung dieses Werthes in dieser einfachen Form bisher nur von R. Kohlrausch gemacht wurde. Kohlrausch findet diesen Werth nicht gleich Null, allein ich glaube, dass der Grund dieser Abweichung darin zu suchen ist, dass Kohlrausch nicht eine massive Platinplatte, sondern eine verplatinirte Kupferplatte anwendete. Da aber, wie ich schon bei einer früheren Gelegenheit gezeigt habe, ein solcher galvanoplastischer Ueberzug, auch wenn er sehr solid ist, das darunter befindliche Metall durchaus nicht vor Oxydation schützt, und da weiter eine Kupferplatte — wie die nachfolgenden Versuche zeigen werden — im darüber befindlichen Wasser sehr beträchtliche Elektricitätsmengen inducirt, so glaube ich die erwähnte Differenz zwischen meiner und Kohlrausch's Beobachtung mit Recht diesem Umstande zuzuschreiben. Ich will gleich hier erwähnen, dass dieser Fall der einzige ist, wo meine Versuchsresultate mit denen von Kohlrausch in Widerspruch stehen; in Bezug auf die Interpretation der übereinstimmenden Resultate dagegen gehen unsere Ansichten vollständig auseinander.

2. Versuch.

Nach der chemischen Theorie muss ein Condensator aus einer Zink- und einer Wasserplatte genau so wirken, wie ein Zink-Platin-Condensator, wenn die Verbindung zwischen Zink und Wasser durch irgend ein auf Wasser nicht reagirendes Metall hergestellt wird. Der Versuch bestätigt dies auch vollkommen. Das in Versuch 1 erwähnte Wassergefäss wurde auf die Zinkplatte gesetzt, doch ohne dieselbe direct zu berühren, was man durch Anbringung dreier Paraffinpunkte auf dem Zink leicht erzielen kann. Die letztere Vorsicht erweist sich als unumgänglich nöthig und zwar aus dem Grunde, weil auf noch so sorgfältig gereinigtem Glase sich immer eine Feuchtigkeitsschicht befindet, die bei directer Berührung mit dem Zink dasselbe negativ und das Wasser positiv ladet. Ist das Zink z. B. abgeleitet und verbindet man das Wasser mittels eines Platindrahtes mit dem Elektrometer, so zeigt dieses stets positive Elektricität an und zwar vom Potentiale eines Smee'schen Elementes; denn in dieser Form ist der Condensator nichts weiter, als ein solches Element. Um diese Wirkung zu vermeiden, muss eben das Glas durch 3 Paraffinpunkte vom Zink

getrennt sein. Um nun den Werth Zn | H_2O, wenn beide Substanzen einen Condensator bilden, mit dem Werthe eines Daniell'schen Elementes vergleichen zu können, wird folgendermaassen verfahren. Man verbindet das Zink mit der Erde, setzt das Wassergefäss darauf und verbindet nun den Cu-Pol eines Daniell mit der Zinkplatte, den Zn-Pol durch einen Platindraht mit dem Wasser; darauf werden diese Verbindungen wieder unterbrochen, desgleichen die Erdleitung der Zinkplatte, das Wassergefäss wird abgehoben und dieses oder die Zinkplatte am Elektrometer geprüft. Bezeichnet man mit C den Ausschlag, den man nach directer Schliessung des Condensators in sich durch die Verbindung einer seiner Platten mit dem Elektrometer erhielt, und mit D den Ausschlag durch die Ladung eines Condensators von gleicher Capacität mit einem Daniell, so entspricht der beobachtete Werth der Summe $C + D$. Schaltet man darauf das Daniell'sche Element in entgegengesetztem Sinne ein, so erhält man einen Ausschlag entsprechend $C - D$. Aus diesen beiden Gleichungen kann man den gesuchten Werth $\frac{C}{D}$ berechnen.

Ausserdem lässt sich leicht eine Controlbeobachtung anbringen, wenn man nämlich den Werth C durch directe Schliessung des Condensators beobachtet; es muss dieser Werth dann mit dem aus obigen Gleichungen berechneten übereinstimmen.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate einiger Messungen von Zn | H_2O zusammengestellt.

Nummer des Versuches	$C + D$	$C - D$	C berechn.	C beob.	D	$\frac{C}{D}$
1.	250	—15	117,5	117	132,5	0,886
2.	88	— 4	42	42	46	0,913
3.	104	— 6	49	48,5	55	0,910
4.	124	— 8	58	57,5	66	0,879
5.	152	— 8	72	72,5	80	0,900
6.	150	—10	70	69	80	0,875
7.	238	—18	110	111	128	0,859

Im Mittel ergibt die Messung somit für $\frac{C}{D}$ den Werth 0,888. In einer früheren Publication[1]) habe ich den Werth eines Zink-Platin-

1) Sitzb. d. Wiener Akad. d Wiss. Bd. 80.

Condensators = 0,881 Daniell gefunden, während sich derselbe aus der Verbrennungswärme des Zinkes zu 0,879 Daniell berechnet. Die Zahlen stimmen so weit miteinander überein, dass man sie wohl als identisch betrachten kann. Da bei den vorstehenden Versuchen die drei Paraffinpunkte nach jeder Bestimmung erneuert wurden, so sind die Zahlen der verschiedenen Beobachtungsreihen mit einander auch nicht vergleichbar.

Es wirkt demnach ein Zink-Wasser-Condensator, wenn die Schliessung durch ein unoxydirbares Metall bewerkstelligt wird, ganz wie ein Condensator aus Zink und Platin.

3. Versuch.

Dieselben Bestimmungen wurden auch für einen Condensator aus Kupfer und Wasser gemacht, wobei wieder der Schliessungsdraht aus Platin bestand. Unter Beibehaltung derselben Bezeichnungsweise ergaben sich die folgenden Resultate:

Nummer des Versuches	$C + D$	$C - D$	C berechn.	C beob.	D	$\frac{C}{D}$
1.	80	—36	22	22	58	0,379
2.	57	—25	16	16	41	0,390
3.	58	—26	16	16	42	0,381
4.	57	—25	16	15,5	41	0,390
5.	60	—27	16,5	16	43,5	0,379

Der Mittelwerth für $\frac{C}{D}$ ist 0,384. In der oben citirten Abhandlung wurde der Werth eines Cu-Pt-Condensators = 0,367 gefunden und der theoretische Werth zu 0,383 berechnet. Also auch hier stimmen die Werthe überein.

Man kann demnach sagen, dass bei einem Condensator, der zum Theil aus Wasser besteht, sich letzteres wie ein unoxydirbares Metall (Pt) verhält, so lange es nicht zu chemischen Reactionen Veranlassung gibt.

Die folgenden Versuche werden zeigen, dass dies nicht mehr gilt, wenn der das Metall und das Wasser verbindende Bügel von letzterem angegriffen wird. In diesem Falle ladet sich der Condensator unter dem Einflusse zweier Factoren, erstens der Induction zwischen Metall und Flüssigkeit (entsprechend dem Werthe $M \mid$ Pt) und zweitens der

chemischen Reaction, welch letztere gleichfalls zwischen beiden Substanzen eine bestimmte Potentialdifferenz herzustellen strebt. Das Resultat entspricht einer Superposition beider Wirkungen.

4. Versuch.

Um diese beiden Wirkungen getrennt zu erhalten, wurde zunächst ein Condensator aus Platin und Wasser construirt, dessen Schliessung durch Bügel aus verschiedenen Metallen hergestellt werden konnte. Bei der Anwendung von Platin als Condensatorplatte entfällt der von der Induction herrührende Theil der Ladung und es wird lediglich die Wirkung des Wassers auf das Metall des Bügels gemessen. Da alle Metalle bei ihrer Oxydation negativ elektrisch werden, so war zu erwarten, dass nach dem Abheben des Wassergefässes von der Platinplatte letztere freie negative, ersteres freie positive Elektricität anzeige, was auch in der That immer eintritt. Da die Potentialdifferenz an der Berührungsfläche von Metall und Wasser von dem Wärmewerthe der betreffenden Reaction abhängt, so müssen die Ladungen um so stärker werden, je leichter oxydirbar die verwendeten Metalle sind. Die folgende Tabelle bestätigt dies auch für die Substanzen Pt, Cu, Zn und Mg. Um die Zahlen mit einem Daniell vergleichbar zu machen, wurde der Platin-Wasser-Condensator durch ein Daniell geschlossen, wobei die Verbindung mit dem Wasser natürlich durch einen Platindraht geschah. Je nach der Einschaltung des Elementes ergab sich der Werth + 40 oder — 40. Die Ueberschriften der einzelnen Columnen bezeichnen das Metall, welches die Verbindung der Platinplatte mit dem Wassergefässe herstellte; für jeden Werth wurden vier Messungen gemacht und zwar stets an der Platinplatte. Die erhaltene Elektricitätsart ist hier wie bei allen folgenden Versuchen durch das Vorzeichen der Zahlen ersichtlich gemacht.

D	Pt	Cu	Zn	Mg
± 40	0	— 18	— 46	— 74
	0	— 17	— 46	— 75
	0	— 17	— 47	— 75
	0	— 17	— 46	— 75

Dass die Werthe für Pt gleich Null sind, ist natürlich; man könnte aber vielleicht auch für das Cu dasselbe erwarten, da die Verbrennungswärme desselben kleiner ist, als die des Wasserstoffes, somit eine Wasserzersetzung nicht eintreten kann. Es würde auch in einem vollkommen

von Sauerstoff freien Wasser der Werth für Cu gleich Null werden, was schon daraus hervorgeht, dass in einem solchen, etwa durch künstliche Wasserstoffentwicklung von Sauerstoff befreiten Wasser der Werth des Elementes Pt | H_2O | Cu absolut auf Null sinkt. Hat man es aber, wie dies hier der Fall ist, mit lufthaltigem Wasser zu thun, so wird das Cu durch den freien Sauerstoff oxydirt, was man auch an der allmählichen Schwärzung desselben erkennt, während es in reinem Wasser vollkommen blank bleibt. Nun entspricht der Oxydation des Cu ein Wärmewerth von ca. 18000 Calorien (per Aequivalent), dem Processe im Daniell dagegen ein solcher von 24300 Calorien. Im Maximum könnte somit der Werth für Cu $= \frac{180}{243}$ sein oder = 0,74 Daniell. Je nach der Menge des vorhandenen freien Sauerstoffes in der Umgebung des Kupfers wird also der Werth zwischen den Grenzen 0 und 0,74 Daniell schwanken. Im vorliegenden Falle beträgt er 0,43 D.

Der gleiche Einfluss des freien Sauerstoffes zeigt sich beim Zink. Dasselbe zersetzt infolge seiner grossen Verbrennungswärme (ca. 42000 Cal.) auch ganz reines Wasser unter Entwicklung von Wasserstoff. Der diesem Processe entsprechende Werth der elektromotorischen Kraft ist bekanntlich der eines Smee'schen Elementes oder gleich 0,73 Daniell. Ist aber genügend freier Sauerstoff vorhanden, um den ganzen durch Zersetzung entwickelten Wasserstoff wieder zu oxydiren, so entspricht dann der Werth der ganzen Oxydationswärme des Zinkes oder 1,73 Daniell. Es muss demnach die Beobachtung ein Resultat zwischen den Grenzen von 0,73 und 1,73 D. liefern; der wirklich erhaltene Werth $\frac{46}{40} = 1{,}15$ D. entspricht dem vollkommen.

Dass der Werth für Mg noch beträchtlicher ausfallen müsse, als der für Zink, war zu erwarten. Es ist mir keine verlässliche Angabe über die Verbrennungswärme des Magnesiums bekannt, doch ist so viel gewiss, dass dieselbe die des Zinkes bedeutend übertrifft.

5. Versuch.

Es wurde nun ein Zink-Wasser-Condensator bei Schliessung durch verschiedene oxydirbare Metalle untersucht, um die gleichzeitige Wirkung der Induction und der Oxydation zu constatiren. In der folgenden Tabelle bezeichnen wieder die Ueberschriften der Columnen das Metall des Bügels. Für jeden Werth wurden vier Messungen gemacht.

Pt	Cu	Zn	Mg
+ 57,0	+ 29,5	— 30,0	— 71,0
+ 56,5	+ 30,0	— 30,5	— 70,5
+ 57,0	+ 29,0	— 30,0	— 70,5
+ 57,0	+ 30,0	— 30,0	— 71,0

Der Werth für Pt entspricht nach Versuch 2 einem Zink-Platin-Condensator oder 0,88 D. Er ist ganz das Resultat der Induction zwischen Zink- und Wasserplatte. Beim Versuch mit Cu addirt sich schon zu dieser Wirkung die entgegengesetzte der Oxydation; da letztere nach den vorangegangenen Angaben sich auf ca. 0,43 D. beläuft, so sieht man, wie dadurch die Wirkung der Induction auf etwa die Hälfte herabgemindert werden muss, wie es auch die Zahlen der Tabelle angeben. Die Ladung der Zinkplatte behält dabei natürlich das positive Vorzeichen.

Da die Oxydation des Zinkes, wie wir eben gesehen, diesem das Potential — 1,15 D. ertheilt, die Induction dagegen + 0,88, so ist klar, dass der Werth für Zink negativ ausfallen muss, wie es auch die Beobachtung ergibt; dasselbe gilt in noch höherem Grade von dem Werthe für Magnesium.

Wie aus dem Vorstehenden ersichtlich wird, gelangt man also auch ohne die Annahme von Contactkräften zur Erklärung jener Condensatorerscheinungen, aus denen man bisher sowohl die Existenz als die Grössen der Contactkräfte abgeleitet hat. Wenn man bedenkt, dass bei diesen Ableitungen weder die Wirkungen der Induction noch die der Oxydation beachtet wurden, dass dagegen in Wirklichkeit nicht existirende Kräfte für die Berührung von Metallplatte und Metallbügel in Rechnung gezogen wurden, so wird man es begreifen, warum die von den verschiedenen Beobachtern gewonnenen Werthe für den Contact von Metallen und Flüssigkeiten so wenig mit einander übereinstimmen.

Ich will die sich hier bietende Gelegenheit ergreifen und auf einen älteren Versuch W. Thomson's[1]) eingehen, der durch eine unrichtige Interpretation zu Irrthümern fundamentaler Art geführt hat. Es ist dies ein Versuch, der beweisen soll, dass zwei Metalle, z. B. Zink und Kupfer, die isolirt in Wasser tauchen, sich auf demselben Potentialniveau befinden, und dass demnach die ganze elektromotorische Kraft eines Zink-Kupfer-Elementes ihren Ursprung dem Contacte der beiden

1) Mitgetheilt in Jenkin's Electricity and Magnetism, 2. Cap.

Metalle verdankt. Der Versuch besteht in Folgendem: Zwei Halbscheiben, aus Zink und Kupfer, sind isolirt und horizontal so neben einander aufgestellt, dass sie zwischen sich einen schmalen Schlitz frei lassen. Ueber diesem schwebt eine Aluminiumnadel, an einem feinen Platindrahte aufgehängt, doch so, dass sie nur einen Halbmesser, nicht einen ganzen Durchmesser der Scheiben darstellt. Ist die Stellung der Nadel im Uebrigen gegen beide Halbscheiben symmetrisch, und sind letztere von einander isolirt, so erfolgt kein Ausschlag, auch wenn man die Nadel bis zu einem hohen Potentiale ladet. Verbindet man aber das Zink und Kupfer durch irgend einen Metallbügel, so weicht die Nadel sofort aus und zwar gegen das Zink, wenn sie negativ geladen war. Ersetzt man aber den Metallbügel durch Wasser, etwa durch einen Wassertropfen, den man auf den Schlitz bringt, so erfolgt kein Ausschlag der Nadel. Aus letzterem Umstande wurde dann gefolgert, dass überhaupt das Zink und Kupfer im Wasser keine Potentialdifferenz habe, oder dass allgemein die Wirkung einer Flüssigkeit darin bestehe, das eine Metall einfach auf das Potentialniveau des andern zu bringen.

Zu diesem Versuche ist nun das Folgende zu bemerken: Erstens ist derselbe, strenge genommen, nicht ganz richtig; die Nadel bleibt bei der Anordnung mit dem Wassertropfen nicht vollkommen in Ruhe, sondern zeigt kleine Ausschläge an, die je nach den Versuchsbedingungen variiren, und deren Erklärung sich gleich ergeben wird. Zweitens ist die relative Ruhe der Nadel nur einem Zufall zuzuschreiben, der gerade bei der hier gewählten Combination Zn, H_2O, Cu eintrifft, aber sofort verschwindet, wenn man andere Metalle oder eine andere Flüssigkeit verwendet.

Die Erklärung des Versuches ist meiner Ansicht nach die folgende: Sind beide Platten metallisch verbunden, so findet zwischen der geladenen Nadel und ihnen eine verschiedene Induction statt, da die Oxydschichten beider Metalle sich auf verschiedenem Potential befinden. Der Effect dieser verschiedenen Induction ist genau derselbe, als bestünde zwischen den Platten die Potentialdifferenz Zn | Cu. Verbindet man aber die Metalle durch Wasser, so addirt sich — genau wie bei den früher besprochenen Condensatorversuchen — zu dieser Induction noch die Wirkung der Oxydation, die in diesem Falle dem Werthe eines Volta'schen Elementes entspricht. Da durch die Induction das Zn positiv wird gegen das Cu, durch die Oxydation dagegen negativ, so ist das beobachtete Resultat die Differenz der einzelnen Wirkungen.

Betrachten wir nun letztere in Bezug auf ihre Grösse. Der Werth Zn|Cu ist gleich 0,50 D. Die elektromotorische Kraft eines Volta'schen, mit reinem Wasser gefüllten Elementes ist theoretisch gleich 0,33 D., steigt aber, wenn im Wasser freier Sauerstoff vorhanden ist, bei gewöhnlichem Wasser bis ungefähr 0,56 D. Man sieht aus diesen Zahlen, dass es nicht wunderbar ist, wenn bei gleichzeitigem Auftreten beider Wirkungen die Nadel in Ruhe bleibt.

Aus ganz demselben Grunde nimmt auch ein Zink-Kupfer-Condensator keine merkliche Ladung an, wenn man seine Platten mit den gleichartigen Polen eines Volta'schen Elementes verbindet.

Da nun die Induction constant bleibt, so lange man Zink- und Kupferplatten verwendet, die Wirkung der Oxydation sich aber mit der angewendeten Flüssigkeit ändern muss, so hat man darin ein leichtes Mittel, die Richtung der hier gegebenen Erklärung des Thomson'schen Versuches zu constatiren.

Zu diesem Zwecke wurden an die Metallscheiben horizontale Fortsätze aus den gleichen Metallen gelöthet, über die zur Herstellung der Verbindung je nach Bedürfnis ein Metalldraht oder ein mit beliebiger Flüssigkeit getränkter Faden gelegt werden konnte. Die Aluminiumnadel war mit einem Spiegel versehen, so dass mit Fernrohr und Scala beobachtet werden konnte. Geladen wurde die Nadel durch eine trockene Säule.

6. Versuch.

Bei directer metallischer Schliessung ergab sich der Werth von Zn|Cu gleich + 24. Wurde aber die Verbindung durch einen Wasserfaden hergestellt, so zeigte die Nadel nur eine Ablenkung von —2 Scalentheilen, zum Beweise, dass das Volta'sche Element noch um etwas Geringes die Inductionswirkung übertraf.

Wurde nun wirklich ein kleines, mit gewöhnlichem Wasser gefülltes Volta'sches Element so mit dem Apparat verbunden, dass die Wirkungen sich summirten, so resultirte ein Ausschlag von + 50. Daraus ergibt sich also, wenn man die Kraft eines Volta'schen Elementes mit V bezeichnet:

$$\mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} = 24;\ \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} - V = -2;\ \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} + V = 50.$$

Eine zweite Versuchsreihe gab ganz analoge Resultate, nämlich:

$$\mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} = 30;\ \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} - V = -4;\ \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} + V = 64.$$

Man sieht schon aus diesen Versuchen, dass das Zn und Cu bei Verbindung durch Wasser sich nur angenähert auf gleichem Potentiale befinden; noch deutlicher tritt dies hervor, wenn man die Verbindung, sowie die Füllung des Volta'schen Elementes durch angesäuertes Wasser bewerkstelligt. Infolge der Bildung und Lösung des schwefelsauren Zinkoxyds steigt die elektromotorische Kraft eines solchen Elementes bis 0,73 D. Es muss also dann auch die Wirkung der Oxydation die der Induction schon beträchtlich überwiegen. Dies geht auch aus folgendem Versuche zur Evidenz hervor. Es wurde gefunden:

$$\mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} = 30;\ \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} - \mathrm{V} = -11,\ \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} + \mathrm{V} = 72.$$

Der Ausschlag von 11 Scalentheilen, den hier die Nadel anzeigt, ist nicht mehr zu übersehen, und davon, dass sich das Zink und Kupfer bei Verbindung durch die Flüssigkeit auf demselben Potential befinden, ist keine Rede mehr. Auch numerisch stimmen die Beobachtungen vollkommen mit der oben gegebenen Erklärung dieses Versuches überein. Bei Anwendung von reinem Wasser ist einerseits Zn|Cu = 0,50, andererseits V = 0,56; also das Verhältnis Zn|Cu : V = 0,89. Dagegen ergaben die beiden erst angeführten Beobachtungen.

$$\mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} = 24;\ \mathrm{V} = 26, \text{ somit } \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} : \mathrm{V} = 0{,}92$$

und

$$\mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} = 30;\ \mathrm{V} = 34, \quad \text{„} \quad \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} : \mathrm{V} = 0{,}88,$$

also Werthe, die mit dem berechneten genügend in Uebereinstimmung stehen. Für den Versuch mit angesäuertem Wasser hat man Zn|Cu = 0,5 und V = 0,73, somit

$$\mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} : \mathrm{V} = 0{,}69,$$

während die Beobachtung liefert

$$\mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} = 30;\ \mathrm{V} = 42, \text{ somit } \mathrm{Zn}|\mathrm{Cu} : \mathrm{V} = 0{,}71.$$

Man sieht somit, dass der Thomson'sche Versuch sich vom Standpunkte der chemischen Theorie aus vollkommen erklärt und dass er nichts weniger beweist als den Satz, dass zwei Metalle, die in eine Flüssigkeit tauchen, sich auf demselben Potentialniveau befinden, welcher Satz sich übrigens auch ganz direct durch die Beobachtung der elektroskopischen Spannungen der eintauchenden Metalle widerlegt.

Nach dieser Abschweifung will ich wieder zum früheren Thema, der Bestimmung der Spannungsdifferenzen zwischen Metallen und Flüssigkeiten zurückkehren. Dass der Werth Pt|H_2O gleich Null sei, wurde schon gezeigt, gleicherweise, dass man bei der Berührung oxydirbarer Metalle mit Wasser den erhaltenen Effekt auf Rechnung der Oxydation schreiben muss.

Da man sehr oft die Behauptung findet, dass das Platin mit Flüssigkeiten, von denen es nicht angegriffen wird, eine beträchtliche Contactwirkung zeigt — und mit Hinblick auf das Smee'sche und Grove'sche Element ist dies von Wichtigkeit — so wird es nicht überflüssig sein, durch besondere Versuche zu zeigen, dass derartige Wirkungen nicht existiren.

Es soll dies in Bezug auf Platin und die bei galvanischen Elementen gebräuchlichsten Flüssigkeiten geschehen.

7. Versuch.

Es wurde wieder der aus einer Zinkplatte und dem Flüssigkeitsgefässe bestehende Condensator verwendet. Befindet sich in letzterem Wasser und schliesst man durch einen Platindraht, so erhält man eine Ladung, die, wie schon gezeigt wurde, nur von der Induction der Zinkplatte auf das Wasser abhängt; denn dass zwischen Platin und Wasser keine Contactwirkung stattfindet, geht schon aus dem Versuche 1 mit dem Platin-Wasser-Condensator zur Genüge hervor.

Ersetzt man nun das Wasser durch irgend eine andere Flüssigkeit, z. B. Salpetersäure, so sollte nach der Contacttheorie der Condensator bei Schliessung durch Platin eine ganz andere Ladung annehmen als im früheren Falle. Die nachfolgende Tabelle zeigt aber, dass dies nicht eintritt. Die Ueberschrift der Columnen zeigt an, welche Flüssigkeit sich im Glasgefässe des Condensators befand; die Schliessung des letzteren in sich geschieht immer mittels eines Platindrahtes. Für jeden Werth wurden 5 Bestimmungen gemacht.

H_2O	H_2SO_4, aq.	$CuSO_4$, aq. conc.	$CuSO_4$, aq. verd.	$ZnSO_4$, aq. conc.	HCl, aq.	HNO_3 verd.	HNO_3 conc.	Alkohol
45,0	41,5	45,5	45,0	45,5	44,5	45,5	45,5	45,0
45,5	44,5	44,0	45,0	45,0	45,5	45,5	45,5	45,5
45,0	45,0	45,5	45,5	45,0	45,5	45,5	45,0	45,5
45,5	45,0	45,0	45,0	45,5	45,0	45,0	45,5	45,0
45,0	45,0	45,0	45,0	45,5	45,5	45,5	45,0	45,0

Die Zahlen geben die Ausschläge an, welche man erhält, wenn man nach Schliessung des Condensators das Flüssigkeitsgefäss abhebt und die Zinkplatte am Elektrometer prüft. Man sieht, dass alle Werthe

vollkommen gleich sind und mit den Angaben des Zink-Wasser-Condensators übereinstimmen. Es folgt daraus unmittelbar, dass an der Berührungsstelle von Platin und einer der obigen Flüssigkeiten so wenig eine elektromotorische Kraft thätig ist, wie bei der Berührung von Platin und Wasser.

Es scheint mir durchaus nicht nothwendig, die Zahl der Versuche über diesen Gegenstand zu erweitern; wenn Platin mit keiner der untersuchten Flüssigkeiten eine Contactwirkung gibt, so liegt gar kein Grund vor, dies von irgend einem anderen unoxydirbaren Metalle vorauszusetzen, dass aber bei Metallen, die von den Flüssigkeiten angegriffen werden, Elektricitätsentwicklung eintritt, dafür weiss die chemische Theorie jedenfalls bessere Gründe anzugeben als die Contacttheorie.

Nachdem nun die Vorfrage bezüglich der Contactwirkung dahin beantwortet ist, dass es eine solche Wirkung weder zwischen Metallen, noch zwischen Metallen und Flüssigkeiten gibt (sofern letztere nicht eine chemische Action veranlassen) können wir an die theoretische Construction des galvanischen Elementes gehen.

Es wurde bereits erwähnt, dass die einzige Voraussetzung, die gemacht werden soll, die ist, dass beim chemischen Angriffe des Metalles die verschwundene potentielle (chemische) Energie in Form von Elektricität wieder zu Tage tritt, und zwar von Elektricität von bestimmtem Potential. Für die folgenden Betrachtungen wollen wir uns wieder an den bestimmten Fall des Eintauchens von Zink in Wasser halten.

Wir denken uns also ein isolirtes Stück Zink in eine isolirte Wassermasse tauchend; durch den chemischen Process wird Elektricität entwickelt, und zwar strömt die negative ins Zink, die positive ins Wasser. Dieser Process muss aber sehr bald seine Grenze erreichen, denn es sinkt dadurch beständig das Potentialniveau des Zinkes und steigt das des Wassers.

Sobald aber die Potentialdifferenz eine bestimmte Grösse erreicht hat, die gleich ist der die Elektricitäten trennenden Kraft, werden alle weiter entwickelten Elektricitätsmengen sich an der Trennungsstelle selbst wieder vereinigen und zwar unter Entwicklung jener Wärmemenge, die man gewöhnlich die Auflösungswärme des Zinkes nennt. Da die in jedem Momente erzeugten positiven und negativen Elektricitäten an Quantität einander gleich sind, so folgt daraus schon, dass die

Aenderung des Potentials in beiden Substanzen mit ganz verschiedener Geschwindigkeit vor sich gehen muss, je nach deren Capacitäten, und dass demnach auch im schliesslichen Gleichgewichtszustande die freien Spannungen sehr verschiedene sein können, doch wird, wie immer auch die Dimensionen des Versuches gewählt werden, die Potentialdifferenz beider Leiter eine constante sein. Selbstverständlich muss auch, sobald das statische Gleichgewicht hergestellt ist, die Potentialfunction für alle Punkte eines jeden der Leiter denselben Werth haben.

Zunächst würde sich also ergeben, dass ein galvanisches Element theoretisch nicht aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit, sondern aus einem Metalle und einer Flüssigkeit besteht; das Metall bildet hierbei den negativen, die Flüssigkeit den positiven Pol. Ferner ergibt sich, dass die Potentiale dieser Pole (wenn das Element isolirt zusammengestellt wurde) durchaus nicht an Grösse gleich zu sein brauchen, sondern dass dieselben ganz von dem Verhältnis der Capacitäten der Pole abhängen.

Wenn es sich nun zu praktischen Zwecken darum handelt, das Element als Quelle eines permanenten Stromes zu verwenden, so ist klar, dass dieser Zweck erreicht wird, sobald man für genügenden Abfluss beider Elektricitäten von den Polen weg sorgt; denn, so lange durch diesen Abfluss die Potentialdifferenz an der Grenze des Maximums gehalten wird, werden alle neu entwickelten Elektricitätsmengen zum Ersatze für die abgeflossenen verwendet. Theoretisch am einfachsten würde man dahin gelangen, wenn man das Zink und das Wasser unendlich gross machen würde, denn dadurch würden im Laufe einer endlichen Zeit ihre Potentiale an den entfernteren Punkten stets Null bleiben und es wäre damit die Vorbedingung eines stationären Stromes erreicht. Da man nun praktisch weder die Masse des Zinks, noch die des Wassers unendlich gross machen kann, so hilft man sich auf eine andere, höchst einfache Weise: Man verbindet durch zwei metallische, im Uebrigen aber vollkommen indifferente Leiter das Zink und das Wasser mit zwei Punkten ein und desselben unendlich grossen Leiters, der Erde. Es ist klar, dass dadurch ganz dasselbe Resultat erreicht wird, denn auch jetzt haben die Enden der Ableitungen das Potential Null, ihre Anfänge dagegen besitzen die Potentialdifferenz $Zn | H_2O$, es muss somit durch die ganze Leitung ein stationärer Strom circuliren. Da man sich, um das Wasser durch einen indifferenten Körper abzuleiten, am besten des Platins bedient, so gelangt man auf

diese Weise zur Construction des Smee'schen Elementes; doch ist nicht zu vergessen, dass hier das Platin nicht der positive Pol, sondern einzig und allein ein Stück der Leitung ist. Da in jedem Momente gleiche und entgegengesetzte Elektricitätsmengen durch die Oxydation des Zinkes geliefert werden, so ist auch weiter unmittelbar klar, dass es gar nicht nöthig ist, die beiden Enden der Ableitungen mit der Erde zu verbinden; es genügt auch, wenn sie unter einander verbunden werden, da durch die gegenseitige Annulirung beider Elektricitäten stets ein Punkt mit dem Potential Null im Schliessungskreise entsteht, und somit die Bedingung für einen stationären Strom gegeben ist. Man gelangt solcherweise zu einem in sich selbst geschlossenen Smee'schen Elemente. In so vielen Gestalten man nun den chemischen Process einzuleiten und die Ableitungen herzustellen vermag, in ebenso vielen Gestalten erscheint uns das galvanische Element.

Es wären nun folgende drei Punkte experimentell zu prüfen:

1. Der sogenannte positive Pol (das Pt im Smee'schen Elemente) ist an der elektromotorischen Kraft des Elementes vollkommen unbetheiligt und spielt nur die Rolle einer Ableitung. (Jene Fälle sind selbstverständlich ausgenommen, wo das Metall des positiven Poles eine chemische Veränderung erleidet.)
2. Die Potentiale an den Polen einer geöffneten isolirten Säule sind an Grösse keineswegs gleich, sondern es kann das Verhältnis dieser Grössen je nach den Capacitäten der Pole alle möglichen Werthe haben.
3. In einem geschlossenen oder offenen Elemente erleidet die Potentialfunction nur an jenen Stellen einen Sprung, wo eine chemische Reaction auftritt.

Der unter 1 aufgestellte Satz ist durch die im Vorangehenden publicirten Versuche bereits bewiesen, es wird übrigens noch Gelegenheit sein, die Richtigkeit desselben aus nachfolgenden Versuchen, die sich auf Punkt 3 beziehen, zu entnehmen. Es wird sich zeigen, dass z. B. im Smee'schen, Daniell'schen oder Grove'schen Elemente die Flüssigkeit, die den positiven Pol umgibt, stets dasselbe Potential hat, wie dieser, woraus aber die elektrische Unthätigkeit desselben folgt.

Was den Punkt 2 anlangt, so will ich, bevor ich an die Berechnung der freien Spannungen gehe, einige Versuche mittheilen, die nur im Grossen und Ganzen die Abhängigkeit dieser Spannungen von den Capacitäten zeigen sollen.

8. Versuch.

Ein isolirter Zinkstab von 3mm Durchmesser und 200mm Länge, konnte in ein isolirtes Wassergefäss von 160mm Durchmesser eingetaucht werden. Mit diesem konnte ferner zur Vergrösserung der Capacität noch ein zweites und drittes gleichgestaltetes Gefäss durch Wasserbügel verbunden werden. (Die Höhe, bis zu welcher man Wasser in die Gefässe eingiesst, schien keine wesentliche Aenderung der Capacität zu bewirken, vermuthlich weil die ganze Glasoberfläche stets mit einer cohärenten Wasserschicht bedeckt ist.) Die Isolirungen bestanden, wie immer, aus Paraffin.

Da die Capacität des Zinkstabes eine jedenfalls viel geringere ist als die der Wassermasse selbst nur in einem Gefässe, so muss das Potential im Zink auch einen viel höheren Werth annehmen als das im Wasser, d. h. der absoluten Grösse nach, das Vorzeichen ist natürlich negativ. Verbindet man nun das Zink mit dem Elektrometer, so strömt eine gewisse Elektricitätsmenge in dasselbe und es vermindert sich dadurch der absolute Werth des Potentials im Zink. Infolgedessen werden neue Elektricitätsmengen durch die fortschreitende Oxydation ins Zink und ins Wasser gesendet und es ist klar, dass durch diese das Zink, und damit auch das Elektrometer um so stärker geladen werden, je grösser die Capacität des andern Poles, des Wassers, ist; denn um so weniger wird durch dieselben das Potential dieses Poles sich ändern. Es wird also das mit dem Zink verbundene Elektrometer eine um so stärkere Ladung anzeigen müssen, je grösser die Capacität des Wassers gemacht wird. Die folgende Tabelle gibt die erhaltenen Ausschläge an, je nachdem 1, 2 oder 3 Wassergefässe verwendet wurden; die vierte Columne (∞) bezeichnet die Werthe, die man erhält, wenn das Wasser durch einen Platindraht mit der Erde verbunden ist, seine Capacität also unendlich gross gemacht wird.

1	2	3	∞
— 17,5	— 24,0	— 27,5	— 47,0
— 17,0	— 24,5	— 28,0	— 46,5
— 17,0	— 24,0	— 28,0	— 47,0

Für jede Bestimmung wurden drei Ablesungen gemacht. Die letzte Columne gibt den vollen Werth eines Smee'schen Elementes.

Um nun dieselbe Bestimmung auch für den andern Pol zu machen, war es nothwendig, das isolirte Wassergefäss durch einen Platindraht mit dem Elektrometer zu verbinden, und die Capacität des Zinkes

durch Verbindung mit einem Condensator variabel zu machen. In der Columne 0 sind die Ausschläge ohne Anwendung des Condensators, unter 1, 2 und 3 bei verschiedenen immer stärker wirkenden Stellungen desselben angegeben und die Columne ∞ bezieht sich endlich auf den Fall, dass das Zink zur Erde geleitet ist.

Es wurden wieder je drei Bestimmungen gemacht.

0	1	2	3	∞
+ 2,0	+ 12,0	+ 22,0	+ 44,0	+ 47,0
+ 3,0	+ 12,0	+ 21,5	+ 44,0	+ 47,0
+ 2,0	+ 12,0	+ 22,0	+ 44,5	+ 47,0

Auch hier beobachtet man also denselben Gang wie im Vorhergehenden: Vergrössert man die Capacität des einen Poles, so steigt dadurch, der absoluten Grösse nach, das Potential des anderen.

Man kann dies auch an einem gewöhnlichen Daniell'schen Elemente sehr deutlich bemerken. Da hier der eine Pol durch das Zink, der andere durch die Flüssigkeit und das Kupfer gebildet wird, so sind die Capacitäten in der Regel sehr ungleich und damit auch die freien Spannungen. Die Prüfung eines solchen, in allen Theilen isolirten und offenen Elementes, ergab für den

Cu - Pol	Zn - Pol
+ 2,0	— 22,0
+ 1,5	— 22,5
+ 2,0	— 22,0

Es muss bei diesen Messungen selbstverständlich nach jeder Beobachtung das Zink aus der Flüssigkeit gehoben, abgeleitet und wieder isolirt eingesenkt werden, nachdem auch der Cu - Pol mit der Erde verbunden wurde.

Ich gehe nun an die Ableitung der Formel für die freien Spannungen einer geöffneten und isolirten Säule.

Denken wir uns Zink und Platin in Wasser tauchend, also ein offenes Smee'sches, in allen Theilen isolirtes Element. Es habe der negative Pol (das Zink) die Capacität c, der positive (Wasser und Platin) die Capacität C. An der Grenzfläche von Zink und Wasser wird sich eine constante Potentialdifferenz herstellen, die wir mit S bezeichnen wollen. Es wird der negative Pol ein Potential $-p$ annehmen, und der positive $+P$. Man hat demnach $S = P + p$.

Da die Ladungen beider Pole durch gleiche Mengen von Elektricität geschehen, so ist ins Zink die Menge $-q$ eingeströmt, ins

Wasser dagegen $+q$. Durch diese Elektricitätsmengen und durch ihre Capacitäten werden die Potentiale bestimmt bis zu welchen sich die Pole laden. Und zwar hat man

$$-q = -c \cdot p$$
$$q = C \cdot P$$

oder $C \cdot P = c \cdot p$ und

$$\frac{p}{P} = \frac{C}{c}.$$

Da ferner $P + p = S$ ist, so ergibt sich weiter

$$\frac{p}{S-p} = \frac{C}{c} \text{ oder } pc = SC - pC;$$

für den Werth von p erhält man also $S\frac{C}{C+c}$, und auf gleiche Weise für P den Werth $S\frac{c}{C+c}$.

Man hat somit die freie Spannung am

$$\left.\begin{aligned} \text{negativen Pol} &= -S\frac{C}{C+c} \\ \text{positiven Pol} &= +S\frac{c}{C+c} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I}$$

Man entnimmt aus diesen Gleichungen zunächst das Folgende:

1. Nur in dem speciellen Falle, wo $C = c$ ist, wird die Spannung an beiden Polen numerisch gleich; man hat dann

$$p = -\frac{1}{2}S$$
$$P = +\frac{1}{2}S$$

2. Verbindet man einen Pol mit der Erde, d. h. macht man seine Capacität unendlich gross, so sinkt sein Potential auf Null und das des anderen erreicht den Werth S. Es ergibt die Formel

$$\text{für } C = \infty \begin{cases} p = -S \\ P = 0 \end{cases}, \quad \text{für } c = \infty \begin{cases} p = 0 \\ P = +S \end{cases}.$$

3. Wird die Capacität eines Poles gleich Null, so steigt dadurch dessen Potential auf S und das des anderen sinkt auf Null. Man erhält

$$\text{für } C = 0 \begin{cases} p = 0 \\ P = +S \end{cases}, \quad \text{für } c = 0 \begin{cases} p = -S \\ P = 0 \end{cases}.$$

Alle diese Relationen finden in der Erfahrung ihre Bestätigung.

Die Potentiale, wie sie durch die vorstehenden Formeln gegeben werden, lassen sich nicht so ohne Weiteres am Elektrometer ablesen, da durch die Verbindung des letzteren mit einem Pole auch dessen Capacität sich ändert. Es lässt sich aber durch eine einfache Ueberlegung zeigen, dass die Potentiale, die das Elektrometer anzeigt, den Potentialen an den freien Polen proportional sind.

Es bezeichnen wieder c und C die Capacitäten des negativen und positiven Poles eines Smee'schen Elementes; der erstere habe, in ungeschlossenem Zustande natürlich, das Potential $-p$, der letztere $+P = S - p$. Jeder der beiden Pole enthält dieselbe Elektricitätsmenge, wir wollen sie mit Q bezeichnen; es ist

$$-Q = -cp \text{ und } Q = C(S-p). \tag{A}$$

Verbindet man nun z. B. den negativen Pol mit dem Elektrometer, so übergeht eine gewisse Menge negativer Elektricität an dasselbe; es sinkt dessen Potential und es steigt das des negativen Poles so lange, bis beide gleich sind. Nennen wir die Capacität des Elektrometers c' und das Potential, das es schliesslich annimmt, $-p'$, so ist $-p'$ der Werth, den wir angezeigt bekommen, wenn wir den Pol mit dem Potentiale $-p$ untersuchen. Das Verhältnis von $-p'$ zu $-p$ lässt sich nun leicht ermitteln. Die ganze Elektricitätsmenge, die in das Elektrometer strömte, sei $-q$, so ist

$$-q = -c'p'. \tag{B}$$

Durch das Abströmen dieser Menge aus dem Zinke vermindert sich die Potentialdifferenz an der Trennungsfläche von Zink und Wasser und die Folge davon ist, dass neue Mengen Elektricität in beide Leiter gesendet werden, bis die ursprüngliche Potentialdifferenz sich wieder hergestellt hat. Diese Mengen seien für das Zn $= -Q_1$, für das Pt $= +Q_1$.

Da im neuen stationären Zustande das Elektrometer das Potential $-p'$ hat, so ist dies auch der Werth für das damit verbundene Zink; das Potential des positiven Poles ist dann natürlich $= S - p'$.

Die ganze Elektricitätsmenge, die jetzt das Zink enthält, ist eine andere als zu Anfang; bezeichnen wir sie mit $-q'$, so hat man

$$-q' = -cp'. \tag{C}$$

Diese Menge $-q'$ ist aber offenbar gleich der ursprünglichen $-Q$. vermindert um die in das Elektrometer abgeflossene $-q$ und vermehrt um den aus der erneuerten Oxydation entspringenden Zuwachs $-Q_1$.

Man hat also

$$-cp' = -Q + q - Q_1. \tag{D}$$

Die Werthe für Q und q sind schon aus den Gleichungen A und B bekannt. Den Werth Q_1 liefert uns die Betrachtung des Vorganges am positiven Pol. Vor der Verbindung des Zinks mit dem Elektrometer enthielt der positive Pol die Menge $Q = C(S-p)$. Durch die Einführung des Elektrometers steigt aber sein Potential von $S-p$ auf $S-p'$, es enthält somit nachher die Elektricitätsmenge $Q' = C(S-p')$. Der ganze Gewinn an Elektricität, oder das, was wir früher mit Q_1 bezeichneten, beläuft sich auf

$$Q_1 = Q' - Q = C(S-p') - C(S-p) = C(p-p'). \qquad \text{(E}$$

Aus den Gleichungen A, B, D und E folgt endlich

$$-cp' = -cp + c'p' - C(p-p')$$

oder

$$p' = p\frac{C+c}{C+c+c'} \qquad \text{(F}$$

und ganz analog für den andern Pol

$$P' = P\frac{C+c}{C+c+c'}. \qquad \text{(G}$$

Da C, c, c' für ein und dasselbe System Constante sind, so erweisen sich also die Angaben des Elektrometers den wirklichen freien Spannungen proportional. Substituirt man in die Gleichungen F und G für p und P ihre Werthe aus den Gleichungen I, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} p' &= -S\frac{C}{C+c}\cdot\frac{C+c}{C+c+c'} \\ P' &= +S\frac{c}{C+c}\cdot\frac{C+c}{C+c+c'} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II}$$

Die Gleichungen II lassen zunächst Folgendes erkennen:

1. Ist die Capacität des Elektrometers (c') sehr klein gegen die Capacitäten der Pole, so gibt das Elektrometer direct die wirklichen Spannungen an; es wird dann $p' = p$ und $P' = P$. Doch dürfte dieser Fall in der Praxis nicht leicht vorkommen.
2. Sind die Capacitäten beider Pole einander gleich, ist also $C = c$, so erhält man

$$p' = -S\cdot\frac{C}{2C+c'}$$

$$P' = +S\frac{C}{2C+c'},$$

d. h. das Elektrometer zeigt gleiche und entgegengesetzte Potentiale an.

3. Ist einer der beiden Pole abgeleitet, der andere mit dem Elektrometer verbunden, so zeigt dieses den vollen Werth des Elementes an. Man hat dann

$$\text{für } C = \infty \begin{cases} p' = -S \\ P' = 0 \end{cases}, \quad \text{für } c = \infty \begin{cases} p' = 0 \\ P' = +S \end{cases}.$$

4. Ist die Capacität des Elektrometers sehr gross gegen die Capacitäten der Pole, so erhält man unter allen Umständen $p' = P' = 0$.
5. Sinkt endlich die Capacität eines Poles auf Null, so gibt das damit verbundene Elektrometer einen Maximalwerth an, während das Potential des anderen Poles auf Null sinkt. Man hat

$$\text{für } C = 0 \begin{cases} p' = 0 \\ P' = +S \dfrac{c}{c + c'} \end{cases}, \quad \text{für } c = 0 \begin{cases} p' = -S \dfrac{C}{C + c'} \\ P' = 0 \end{cases}.$$

Die meisten der hier angeführten Folgerungen sind erfahrungsmässig bekannt; in einer Beziehung lässt sich aber die Formel auch noch etwas genauer, wenigstens qualitativ, prüfen. Aus 3 und 5 folgt nämlich: Lässt man die Capacität eines Poles ungeändert und steigert man die des andern, z. B. des negativen allmählich von 0 bis ∞, so durchlaufen die Angaben des mit letzterem verbundenen Elektrometers alle Werthe zwischen

$$p' = -S \frac{C}{c + c'} \text{ und } p' = 0. \tag{a}$$

Verbindet man aber bei übrigens gleichbleibender Versuchsanordnung das Elektrometer mit dem positiven Pol, so müssen, während c von 0 auf ∞ gebracht wird, seine Angaben von

$$P' = 0 \text{ bis } P' = +S \tag{b}$$

variiren.

Der folgende Versuch gibt hierfür die experimentelle Bestätigung.

9. Versuch.

Es tauchten ein Zinkstab und ein Platindraht isolirt in ein Wassergefäss; da man die Capacität des Zinkes natürlich nicht wirklich gleich Null machen kann, so ist klar, dass die Werthe der Gleichungen a und b für den Fall, dass $c = 0$ sein soll, auch nur angenähert durch das Experiment wiedergegeben werden können. Es wurden nun zunächst die Spannungen beider Pole untersucht, also angenähert für den Fall $c = 0$

Dann wurde mit dem Zinkpole ein Condensator verbunden, dessen Capacität beliebig variirt werden konnte, und abermals die Spannungen beider Pole gemessen; schliesslich wurde das Zink abgeleitet, also $c = \infty$ gemacht und die entsprechenden Werthe notirt. In der folgenden Tabelle gibt jede Horizontalreihe eine Messung der beiden Pole für ein bestimmtes c, das in der ersten Verticalreihe ersichtlich gemacht ist. Dabei bedeutet $c = 0$, dass kein Condensator verwendet wurde; A, B, C dagegen bedeuten die Anwendung eines successive stärker wirkenden mit dem Zink verbundenen Condensators. Für jede Messung wurden drei Ablesungen gemacht.

Die Werthe unter p' bedeuten die am Zinkpole gemessenen Spannungen, die unter P' dasselbe für den andern Pol; das sind eben die Werthe p und P' der Formeln a und b.

c	p'	P'
	— 23,0	+ 2,0
$c = 0$	— 23,0	+ 1,5
	— 23,0	+ 1,5
	— 16,5	+ 20,0
A.	— 16,0	+ 20,0
	— 16,5	+ 19,5
	— 10,0	+ 38,0
B.	— 10,0	+ 37,5
	— 10,0	+ 38,0
	— 2,5	+ 52,0
C.	— 3,0	+ 52,0
	— 2,5	+ 52,0
	0	+ 64,5
$c = \infty$	0	+ 64,5
	0	+ 64,5

Man sieht, dass diese Resultate mit den Formeln a und b vollkommen in Einklang stehen; eine quantitative Vergleichung lässt sich allerdings nicht durchführen, da die Capacitäten A, B, C nicht bekannt waren. Allein man sieht, wie die Werthe von p' bei allmählicher Vergrösserung von c auf Null sinken und die von P' gleichzeitig von Null auf den vollen Werth eines Smee'schen Elementes steigen.

Zur Controle wurde noch eine zweite Versuchsreihe ausgeführt, bei der der Condensator mit dem positiven Pole verbunden war, also

mit dem Platin. Da dieser Pol von vorneherein der mit grösserer Capacität ist, so sind hier die Unterschiede nicht so auffallend wie im vorhergehenden Falle, und ist natürlich der Fall $C = 0$ auch ausgeschlossen. Die Bezeichnung bleibt dieselbe wie früher, nur bezieht sich jetzt A auf den Fall ohne Condensator, B und C dagegen auf die Anwendung eines schwachen, resp. starken, mit dem Platin verbundenen Condensator.

C	p'	P'
	— 23,0	+ 1,5
A.	— 23,5	+ 1,5
	— 23,5	+ 1,5
	— 37,0	+ 1,0
B.	— 37,0	+ 1,5
	— 37,0	+ 1,0
	— 52,0	+ 0,5
C.	— 52,5	+ 0,5
	— 52,0	+ 0,5
	— 64,5	0
$C = \infty$	— 64,5	0
	— 64,5	0

Da die Capacität des Zinks von Anfang an schon eine sehr kleine ist im Verhältnis zu der des positiven Poles, so ist es begreiflich, dass P' schon mit einem so kleinen Werth beginnt.

Bei Ableitung des Platins zur Erde erhält man natürlich wieder den vollen Werth des Smee'schen Elementes. Die Formeln I und II gestatten auch noch in einer andern Weise eine experimentelle Bestätigung. Es ist ohne Weiteres klar, dass, wenn der eine Pol eines Elementes zur Erde geleitet war, dann der andere $\pm S$ (wenn es sich um ein Smee'sches Element handelt) anzeigt, und zwar wird auch nach Unterbrechung der Erdleitung die Spannung einerseits 0, anderseits S bleiben, so lange nicht weitere Ableitungen eintreten. Verbindet man aber nun den vorher nicht abgeleiteten Pol mit dem Elektrometer, so wird dieses eine gewisse Spannung angeben und in Bezug auf diese folgt aus den Formeln II: War der + Pol abgeleitet, so zeigt der — Pol am Elektrometer dieselbe absolute Spannung, die der + Pol zeigen würde, wenn vorher der — Pol abgeleitet worden wäre, und zwar gleichgültig, welche Capacitäten die Pole und das Elektrometer haben.

Aus den Gleichungen II folgt dies unmittelbar. Hat man z. B. den Platinpol abgeleitet, also $C = \infty$ gemacht, so wird dadurch das Potential des Zinks $= p = - S$; verbindet man nun dasselbe mit dem Elektrometer, so zeigt dieses das Potential

$$p' = - S \frac{C + c}{C + c + c'} \text{ an.}$$

War dagegen das Zink abgeleitet, also $c = \infty$, so wird $P = + S$ und das beobachtete

$$P' = + S \frac{C + c}{C + c + c'}.$$

Man sieht demnach, dass $p' = - P'$ ist, d. h. man erhält an beiden Polen der Grösse nach gleiche, und dem Vorzeichen nach entgegengesetzte Ausschläge. Vergrössert man die Capacität des einen Poles, z. B. des Zinkpoles allmählich, so steigen dadurch die Werthe von p' und P' doch so, dass immer $p' = - P'$ bleibt. Die folgenden Zahlen zeigen auch hier eine vollkommene Uebereinstimmung mit der Formel. Es wurde wieder das Zink und Platin isolirt in Wasser getaucht. War das

Pt vorher abgeleitet, so gab das Zn am Elektrometer — 29,0
Zn „ „ „ „ „ Pt „ „ + 29,0

Nun wurde mit dem Zink noch ein Condensator verbunden und abermals beobachtet. Es ergab sich, wenn das

Pt abgeleitet war am Zn — 45,0
Zn „ „ „ Pt + 45,0

Wurden die Condensatorplatten einander noch weiter genähert, so ergab das

Zn nach Ableitung des Pt = — 56,0
Pt „ „ „ Zn = + 56,0

Es wachsen also die Werthe bei Vergrösserung von c, doch so, dass sie an beiden Polen der Grösse nach einander gleich bleiben.

Würde man durch noch weitere Verstärkung des Condensators die Capacität des Zinks unendlich gross gegen die Capacität des Elektrometers machen, so würde man schliesslich die einem Smee'schen Elemente entsprechenden Werthe $\pm$ 64,5 erhalten. Man kann dies aber selbstverständlich nicht auf die Weise erreichen, dass man das Zink statt mit dem Condensator, direct mit der Erde verbindet, weil dann zum Laden und Entladen dieses unendlich grossen Conductors auch eine unendliche Zeit erforderlich wäre.

Aus dem Vorstehenden wird man, wie ich glaube, entnehmen, dass die Formeln I und II alle Erscheinungen der sogenannten freien Spannung, soweit man dieselben mit dem Elektrometer verfolgen kann, voraus zu bestimmen gestatten, und dass dieselben mit den bisherigen Erfahrungen in vollem Einklange stehen. Das freilich geht aus ihnen nicht hervor, dass die Spannungen einer offenen Säule an beiden Polen $+\frac{1}{2}S$, resp. $-\frac{1}{2}S$ betragen müssen, wenn deren elektromotorische Kraft gleich S ist; dieser Satz, der leider noch so vielfach vertreten wird, ist aber falsch.

Ich will nun daran gehen, durch Experimente den von der chemischen Theorie geforderten Satz zu beweisen, dass in einer Kette überall dort und nur dort das Potential einen Sprung erleidet, wo eine chemische Reaction stattfindet. Zu diesem Zwecke sollen zunächst die Potentiale an den verschiedenen Punkten eines offenen Elementes untersucht werden, und zwar wollen wir der Einfachheit wegen, wieder mit dem Smee'schen Elemente beginnen.

Da man in diesem nur eine einzige Stelle des chemischen Angriffes hat und da, wie die Eingangs mitgetheilten Condensatorversuche zeigen, $Pt|H_2O$ gleich Null ist, so wird in einem solchen Elemente das Potential auch nur an der Berührungsstelle von Zink und Wasser unstätig sein können. Das ergibt auch die Erfahrung. Leitet man das Zink eines offenen und ganz isolirten Smee'schen Elementes zur Erde, so gibt das Platin, wenn mit dem Elektrometer verbunden, den vollen Werth S an. Dasselbe erhält man aber natürlich auch, wenn man durch einen indifferenten Draht (Platin) irgend einen anderen Punkt des Wassers zum Elektrometer leitet. Es ändert sich also das Potential um seinen ganzen Betrag S an der Berührungsstelle von Zink und Wasser.

Verbindet man irgend einen Punkt der Flüssigkeit durch einen Platindraht mit der Erde, und leitet man dann auch das Zink ab, so gibt der Platinpol Null; leitet man dagegen letzteren ab, so erhält man am Zink $-S$, ein Beweis, dass nur zwischen Zink und Wasser, nicht aber zwischen Wasser und Platin das Potential sich ändert. Beim Smee'schen Elemente sind diese Dinge vollkommen selbstverständlich und ich erwähne sie nur der Vollständigkeit wegen; anders verhält es sich aber bei den Elementen mit zwei Flüssigkeiten, etwa dem Daniell und Grove. Bei diesen hat man nicht mehr eine

einzige Stelle des chemischen Angriffes, sondern deren zwei, es muss daher die Potentialfunction in jedem solchen Elemente zweimal eine Unstätigkeit aufweisen.

Es wurde zunächst ein offenes Daniell'sches Element untersucht.

10. Versuch.

Das Zink tauchte in eine Thonzelle mit angesäuertem Wasser, die in einem weiteren Gefässe mit Kupfervitriollösung stand. In Bezug auf die chemischen Vorgänge in dieser Combination möchte ich Folgendes bemerken: In der Thonzelle wird jedenfalls $ZnSO_4$ gebildet und dafür H_2 frei; man nimmt aber gewöhnlich an, dass dieser H_2 bis zum positiven Pol gelangt und dort Cu reducirt. Ich glaube, man muss aber diese Vorgänge, mit Ausnahme der primären Wasserzersetzung, lediglich als ein Product der Elektrolyse des eigenen Stromes ansehen. Beim Smee'schen Elemente z. B. wird durch den am Platin eintretenden negativen Strom das Wasser zersetzt, H_2 ausgeschieden und der so durch die Elektrolyse frei gewordene Sauerstoff oxydirt dann den am Zink primär entwickelten Wasserstoff, so dass es scheint, als sei dieser mit dem positiven Strom vom Zink zum Platin gewandert. Dass durch diese Elektrolyse das Potential am Platin keine Unstetigkeit erleiden kann, ist klar, denn eine solche könnte nur infolge auftretender Polarisation sich zeigen, diese aber ist ihrem Wesen nach an die Rückbildung der zersetzten Elektrolyten gebunden und eine solche kann in gar keinem galvanischen Elemente eintreten, wie eine einfache Ueberlegung zeigt. Ebenso verhält sich die Sache auch im Daniell'schen und jedem andern Elemente. Aus dem gleichen Grunde kann auch hier die Ausscheidung des Cu am positiven Pol keinen Einfluss auf den Gang der Potentialfunction haben, da dasselbe keinen Anlass zu irgend einer chemischen Reaction gibt. Man wird erkennen, dass, da in keinem Elemente eine Polarisation existiren kann, schon der minimalste Strom zur Einleitung der Elektrolyse im Elemente genügt.

Es wird demnach im Daniell'schen Elemente durch die Elektrolyse des eigenen Stromes zunächst im Wasser an der einen Grenzfläche, dem Zink, O ausgeschieden, der sich mit dem primär entwickelten H_2 verbindet, und an der zweiten Grenzfläche $(H_2SO_4 | CuSO_4) H_2$. An eben dieser Grenze wird aus der Kupfervitriollösung O, SO_3 und am positiven Pol Cu abgesetzt. Es bildet sich also um den positiven Pol allmählich H_2SO_4 unter Abscheidung von Cu. In Bezug auf die Arbeitswerthe

ist das dasselbe, als würde der freie H_2 aus der Kupfervitriollösung direct Cu reduciren.

Wir werden demnach im Daniell zwei Quellen von elektromotorischer Kraft haben: Erstens an der Trennungsfläche von Zink und Wasser und zweitens beim Uebergang vom Wasser in die Kupfervitriollösung. Die erstere entspricht einem Smee'schen Element $Zn|H_2SO_4$, letztere einem Element $H_2|CuSO_4$. In ersterem wird Zn oxydirt unter Reduction von Wasserstoff, in letzterem wird Wasserstoff oxydirt unter Reduction von Kupfer. Die beiden Elemente sind also hinter einander geschaltet und ihre elektromotorischen Kräfte summiren sich. Es ist

$$D = S + H_2|CuSO_4.$$

Man kann die beiden Summanden des Werthes für D leicht einzeln durch den Versuch bestimmen.

Der Zinkpol des offenen Daniell'schen Elementes wurde zur Erde geleitet und der Kupferpol ans Elektrometer; dieses gab $+47$, $+47$, $+47$. Es war also $D = 47$.

Nun wurde das Cu wieder isolirt und das Wasser in der Thonzelle durch einen indifferenten Platindraht, der vorher abgeleitet wurde, mit dem Elektrometer verbunden; dieses zeigte nun $+35$, $+35$.

Es ist also $S = 35$, denn der jetzt beobachtete Werth ist nichts weiter als $Zn|H_2SO_4$, dass ist eben ein Smee. Auch gibt $\frac{35}{47} = 0{,}74$, also nahezu den theoretischen Werth (0,73) für S.

Um nun auch die Grösse des zweiten Elementes $H_2|CuSO_4$ zu finden, wurde der ableitende Draht im Wasser belassen, aber das Zink aus der Flüssigkeit gehoben und möglichst schnell das Cu am Elektrometer geprüft. Es ergab sich $+10$, $+9{,}5$, $+9{,}5$.

Die Differenz $D - S$ sollte $= 47 - 35 = 12$ sein. Dass sie in Wirklichkeit etwas kleiner gefunden wurde, ist erklärlich, denn der Wasserstoff, welcher, so lange das Zink im Wasser steht, am Platin und im Wasser frei wird, ist beschränkt und wird, nach Entfernung des Zinks, durch die Reduction des Cu rasch consumirt. Da nun die Capacität des Elektrometers verhältnismässig gross ist, so muss der Werth $H_2|CuSO_4$ etwas zu klein gefunden werden. Es tritt hier ganz dasselbe ein, wie etwa bei der Polarisation der Platinplatten in einem Wasservoltameter, die auch nach dem Oeffnen des primären Stromes sehr schnell absinkt und zwar in dem Maasse, als der vorhandene Wasserstoff verschwindet.

Lässt man den das Wasser ableitenden Platindraht etwa 1 Minute lang mit dem Kupfer verbunden, so ist jede Potentialdifferenz zwischen ihnen verschwunden, da dann eben der ganze Wasserstoffvorrath schon zur Reduction verbraucht ist, es also an jeder weiteren chemischen Action mangelt. Ob nun der Wasserstoff, bevor er das Kupfer reducirt, am Platin haftet, oder frei im Wasser vertheilt ist oder beides zugleich, das ist vollkommen gleichgiltig; das was man die Kraft eines Daniell nennt, oder die Potentialdifferenz der beiden Pole eines solchen Elementes, ist gleich der Summe der Kräfte eines Smee'schen und eines Wasserstoff-Kupfervitriollösungs-Elementes.

11. Versuch.

Dasselbe Experiment wurde auch mit einem Grove'schen Element gemacht. Die Thonzelle mit dem Zink und angesäuertem Wasser taucht in ein weiteres Glasgefäss mit Salpetersäure. Das Zink war wieder zur Erde geleitet. Wurde der positive Pol — das in die Salpetersäure tauchende Platin — mit dem Elektrometer verbunden, so gab dieses $+82$, $+82$, $+82$. Es ist also $G = 82$.

Jetzt wurde wieder bei isolirtem positivem Pol das Wasser in der Thonzelle durch einen Platindraht mit dem Elektrometer verbunden und gefunden: $+35$, $+35$, $+35$. Somit $S = 35$ wie früher. Wurde dann dieser Platindraht zur Erde geleitet und das Zink ganz aus der Flüssigkeit gehoben, so zeigte jetzt der positive Pol die Spannung: $+43$, $+42{,}5$, $+43$.

Also ist $H_2 | HNO_3 = 43$ beobachtet. Die Differenz $G - S$ würde dafür den etwas grösseren Werth $82 - 35 = 47$ ergeben. Der Grund dieser kleinen Differenz ist derselbe wie im vorhergehenden Versuche beim Daniell'schen Elemente.

Man sieht, dass der Werth des Elementes $H_2 | HNO_3$ nicht unbeträchtlich grösser ist, als der von S, was auch aus der Betrachtung der respectiven Verbindungswärmen sich ergibt. Beim Grove'schen Elemente hat also die grössere Hälfte der ganzen elektromotorischen Kraft ihren Sitz an der Berührungsstelle beider Flüssigkeiten; allein man hat die Ursache derselben nicht in dem Contacte dieser Flüssigkeiten zu suchen, was sich schon daraus ergibt, dass diese ganze elektromotorische Kraft sofort verschwindet, wenn man das Platin im Wasser mit dem in der Salpetersäure nur auf ganz kurze Zeit verbunden hatte. Es ist demnach $G = S + H_2 | HNO_3$.

Auf dieselbe Weise liessen sich natürlich auch alle anderen Elemente untersuchen und gleichsam in ihre Bestandtheile zerlegen; in dem folgenden Schema (Fig. 1) sind die Diagramme der Potentialfunction für die drei Elemente Smee, Daniell und Grove dargestellt, wenn die Elemente offen und am Zinkpole abgeleitet sind.

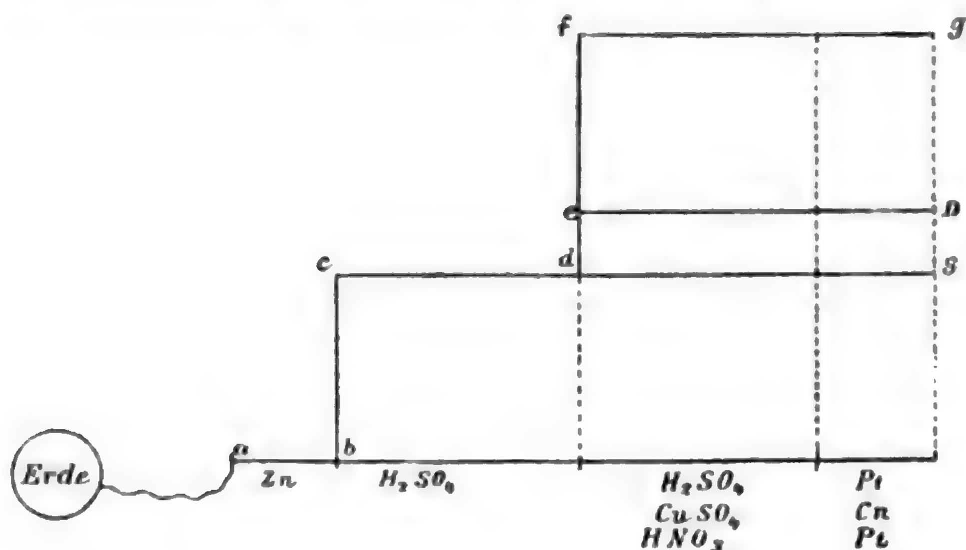


Fig. 1.

Es bezieht sich die Linie *abcdS* auf das Smee'sche, *abcdeD* auf das Daniell'sche, *abcdfg* auf das Grove'sche Element. Die Grössenverhältnisse der Potentialdifferenzen sind der Wirklichkeit entsprechend gezeichnet.

Ich gehe nun an die Untersuchung des Potentialgefälles in einem geschlossenen Elemente. Nach der chemischen Theorie treten durch das Hinzufügen des Metallcontactes keine weiteren Complicationen ein, die Contacttheorie sieht dagegen gerade in diesem einen integrirenden Bestandtheil des galvanischen Elementes. Obgleich ich nun schon anderweitig den Nachweis geliefert habe, dass die Metallcontacte an der Bildung einer elektromotorischen Kraft keinen Antheil haben, so will ich hier nochmals einen directen Beweis dieses Satzes liefern.

12. Versuch.

Ein Smee'sches Element *A* (Fig. 2 S. 489) war am Platinpol abgeleitet, und ausserdem durch einen grossen Widerstand *R* von 5000 S. E. geschlossen. Im Punkt *c* war die Verbindung des Zinks und Kupfer durch Löthung hergestellt. Nach der Contacttheorie musste das Potential im Punkt *c* einen Sprung entsprechend Zn | Cu machen, nach der chemischen Theorie dagegen muss es in sämmtlichen metallischen

Verbindungen stetig sein. Um dies zu prüfen, könnte man einfach die Punkte *a* oder *b*, die zu beiden Seiten der Contactstelle liegen, mit dem Elektrometer verbinden. Man bekommt bekanntlich in diesem

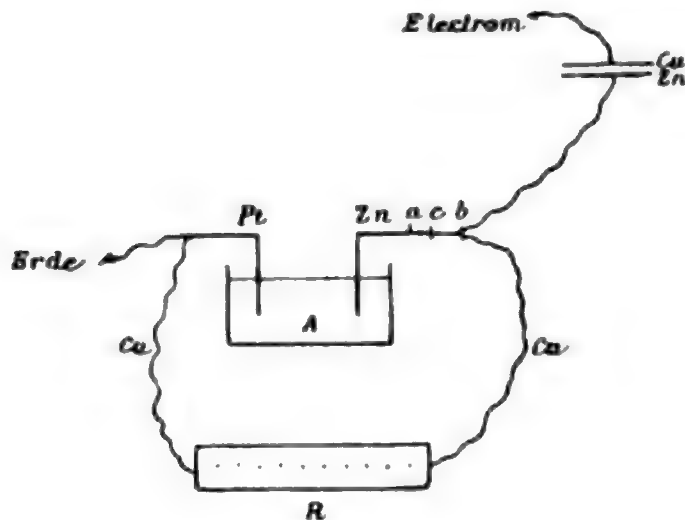


Fig. 2.

Falle die gleichen Ausschläge, wie dies schon von R. Kohlrausch bemerkt wurde, wenngleich derselbe sich, in Ermanglung eines empfindlichen Elektrometers, einer etwas umständlicheren Methode bedienen musste. Diese Gleichheit der Ausschläge für die Punkte *a* und *b* wurde von Kohlrausch aber nur für eine scheinbare genommen, dadurch bedingt, dass infolge der Berührung dieser Punkte mit dem dritten Körper *M* in die Messung einmal noch der Werth Zn | M, das andere Mal aber Cu | M eingeführt wurde. Die Differenz beider Aenderungen ist eben Cu | Zn und dadurch müsste der Werth Zn | Cu im Punkte *c* scheinbar verschwinden. Diese Darstellung ist vom Standpunkte der Contacttheorie aus vollkommen correct, allein es lässt sich mit Hilfe der Inductionsmethode zeigen, dass auch ohne Anwendung eines dritten Metalles *M* der Werth Zn | Cu im Punkte *c* verschwindet.

Verbindet man mit dem Elektrometer einen Zn | Cu-Condensator, und schliesst denselben in sich unter gleichzeitiger Ableitung zur Erde, so gibt das Elektrometer nach Unterbrechung dieser Erdleitung keinerlei Ausschlag an. Verbindet man nun den Punkt *a* (Zink) mit der Zinkplatte des Condensators, so ladet sich diese bis zum Potentiale von *a* und inducirt infolgedessen in der Kupferplatte eine gewisse Menge Elektricität. Der Erfolg davon war ein Ausschlag = — 31. Wurde nun, ohne an der Stellung des Condensators etwas zu ändern, und nachdem derselbe wieder in sich geschlossen und zur Erde abgeleitet

wurde, der Punkt *b* mit der Kupferplatte und die Zinkplatte mit dem Elektrometer verbunden, so war der Ausschlag abermals = — 31. Dasselbe ist der Fall, wenn man den Punkt *a* zur Kupferplatte, oder *b* zur Zinkplatte leitet, unter allen Umständen gibt das mit der andern Condensatorplatte verbundene Elektrometer den Ausschlag = — 31 an. Es ist dies aber nur möglich, wenn Zn | Cu = 0 ist.

Wir werden demnach alle Sprünge der Potentialfunction im Elemente selbst zu suchen haben und nicht im äusseren Schliessungsbogen, sofern dieser metallischer Natur ist.

13. Versuch.

Es soll der Gang des Potentials in einem geschlossenen Smee'schen Elemente ermittelt werden. Zu dem Zwecke befanden sich das Zink und das Platin in getrennten Gefässen mit angesäuertem Wasser, die durch einen in capillare Enden ausgezogenen Bügel, der mit derselben Flüssigkeit gefüllt wurde, verbunden waren. Der Widerstand dieses Bügels ist als unendlich gross im Vergleiche mit den übrigen Widerständen der Schliessung zu betrachten. Das Zink, das zur Erde geleitet wurde, taucht in das Gefäss *A*, das Platin in das Gefäss *B*. Aeusserlich wurde das Element durch einen kurzen Kupferdraht geschlossen. Nach der chemischen Theorie müsste nun das Wasser im Gefässe *A* das Potential + *S* haben, und dieses müsste im Bügel bis auf 0 absinken, welchen Werth das Wasser des Gefässes *B* anzeigen sollte.

Die Beobachtung ergab Folgendes: Wurde das Elektrometer durch einen Platindraht mit dem Wasser in *A* verbunden, so erfolgte ein

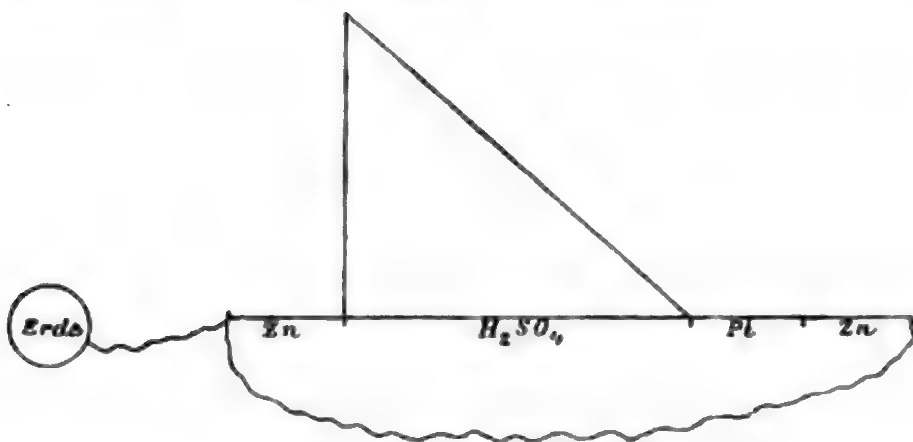


Fig. 3.

Ausschlag = + 35. Verband man aber das Elektrometer mit *B*, so sank der Effect auf + 3. Dass der Werth nicht vollständig 0 wurde,

hat seinen Grund vielleicht darin, dass die Wasserstoffschichte am Platin einen Widerstand repräsentirt, der gegen den des Bügels nicht verschwindend ist. Von dieser Unregelmässigkeit abgesehen, zeigt das Potentialgefälle im geschlossenen Smee'schen Elemente die Form der Fig. 3 (S. 490).

Im offenen Zustande gab das Element, direct am Elektrometer geprüft, gleichfalls den Werth 35.

Da die Widerstände der äusseren Schliessung als verschwindend angenommen wurden, so fällt das Potentialniveau für diese mit der Nulllinie zusammen.

14. Versuch.

Es wurde gleicherweise ein Daniell'sches Element von beistehender Construction (Fig. 4) untersucht.

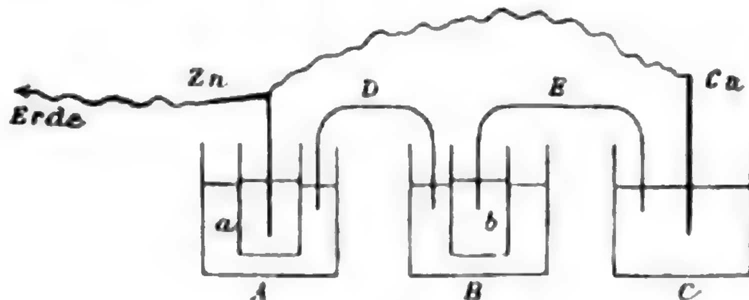


Fig. 4.

In der Thonzelle *a* befand sich das abgeleitete Zink und angesäuertes Wasser, in den Glasgefässen *A*, *B*, *C*, in der Thonzelle *b*, sowie in den capillaren Bügeln *D* und *E* befand sich Kupfervitriollösung.

Verbindet man nun das Elektrometer mittels eines Kupferdrahtes successive mit den einzelnen Gefässen, so erhält man die folgenden Werthe:

$$C = 0,\ 0,\ 0$$
$$B = +28,\ +28,\ +28$$
$$b = +28,\ +28,\ +28$$
$$A = +53,\ +53,\ +53$$
$$a = +39,\ +39,\ +39.$$

Die Prüfung von *a* kann auch mittels eines Platindrahtes geschehen. Bei directer Prüfung des Daniell ergab sich $D = 53$, also etwas mehr wie bei den vorausgegangenen Versuchen, da die Empfindlichkeit des Elektrometers, namentlich im Sommer, im Laufe einiger Tage oft merklich variirt. Der Werth *a* entspricht einem Smee und es ist auch $\frac{39}{53} = 0{,}73$, gleich der theoretischen Kraft eines solchen

Elementes. Dass die Messungen für b und B gleich ausfielen, beweist, dass der Widerstand einer Thonzelle noch verschwindend klein ist gegen den der Bügel. Es ergibt sich somit ein Sprung des Potentiales im Werthe von S beim Uebergang von Zink in Wasser, ferner ein solcher im Werthe von $D - S$ beim Uebergang vom Wasser in die Kupfervitriollösung. Innerhalb eines jeden der Gefässe a, A, B, b, C behält das Potential einen constanten Werth, da ihre Widerstände gegen diejenigen der Bügel verschwinden. Nur in letzteren kann daher ein merkliches Gefälle vorhanden sein. Dass das Gefäss C den Werth Null ergibt,

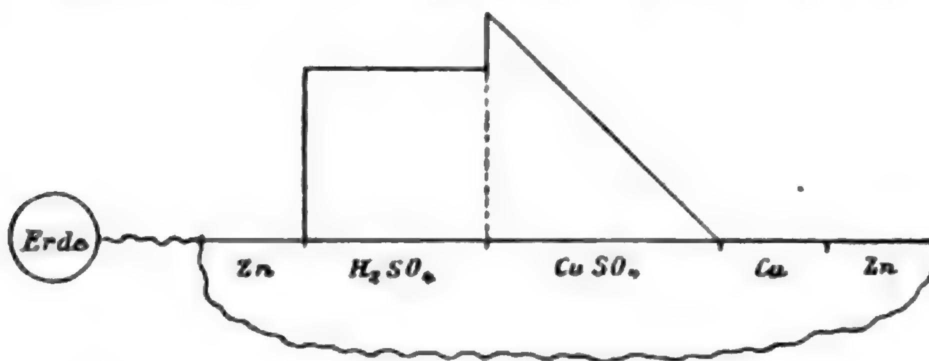


Fig. 5.

beweist wiederum die Richtigkeit der Ansicht, dass der positive Pol nur die Rolle einer übrigens indifferenten Ableitung spielt. Das Diagramm für ein solches Element, dessen Gesammtwiderstand sich auf die Kupfervitriollösung beschränkt, zeigt Fig. 5.

15. Versuch.

Auch für ein Grove'sches Element wurden die analogen Messungen gemacht. Zwei Gefässe A und B waren mit Salpetersäure gefüllt und durch einen eben solchen capillaren Bügel verbunden. In B tauchte das Platin, in A eine mit H_2SO_4 gefüllte Thonzelle a und in diese das zur Erde geleitete Zink. Zink und Platin waren ausserdem metallisch verbunden.

Der ganze wesentliche Widerstand der Schliessung lag also hier wieder in der Salpetersäure (Bügel). Wurde nun das Elektrometer durch einen Platindraht successive mit a, A, B verbunden, so ergab sich für

$$a = +\,32,\ 32,\ 32,$$
$$A = +\,82,\ 82,\ 82,$$
$$B = +\,0,\ 0,\ 0.$$

Es repräsentirt also wieder das Gefäss *a* ein Smee'sches Element, zu dem sich an der Grenzfläche von Wasser und Salpetersäure der Werth $H_2 | HNO_3$ addirt. Das ganze Gefälle des Potentiales liegt wieder in der Salpetersäure, wie es Fig. 6 darstellt.

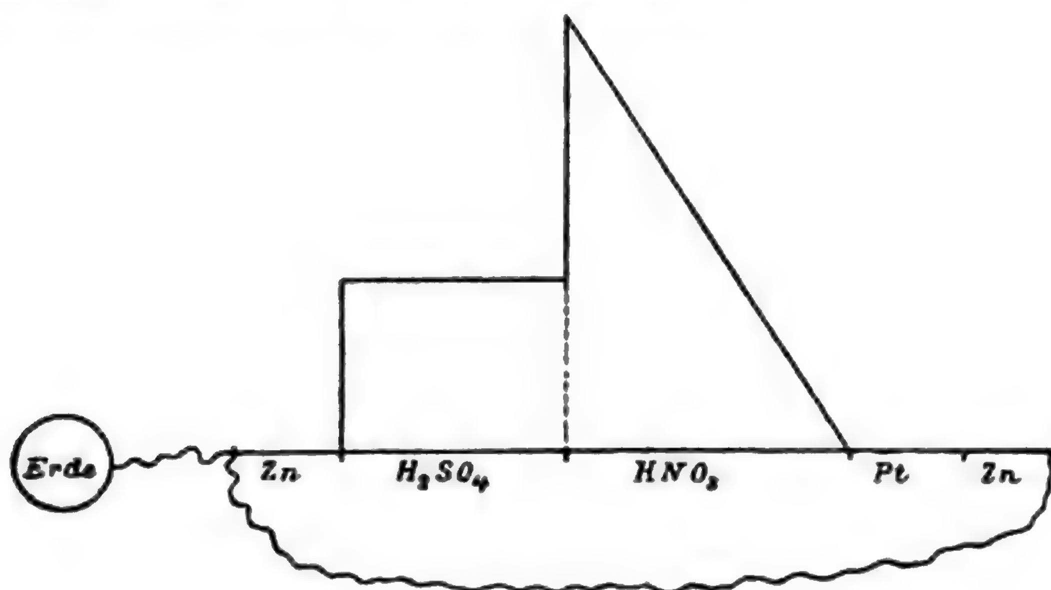


Fig. 6.

Nachdem das Potentialgefälle in einem geschlossenen Elemente ermittelt ist, lässt sich auch leicht der Fall übersehen, wo in den Schliessungskreis ein Voltameter eingeschaltet ist, in dem sich durch die Elektrolyse eine Polarisation entwickelt.

16. Versuch.

Es wurde ein Voltameter nach dem beistehenden Schema (Fig. 7) zusammengestellt. In *A* und *B* und im Bügel *C* befand sich angesäuertes Wasser. Der Zinkpol einer Batterie von drei Daniell's war zur Erde geleitet und mit dem Pt in *A* verbunden, der Kupferpol mit dem Pt in *B*. Durch die Elektrolyse wird in *B* Sauerstoff, in *A* Wasserstoff entwickelt. Der Widerstand von *C* war wieder als unendlich gross gegen die übrigen zu betrachten.

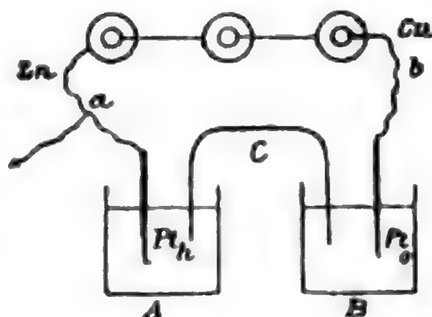


Fig. 7.

Wurden nun die verschiedenen Gefässe und Zuleitungsdrähte mittels eines Platindrahtes mit dem Elektrometer verbunden, so ergab sich:

$$b = +\ 135,\ 135,\ 135$$
$$B = +\ 130,\ 129,\ 130$$
$$A = +\ 64,\ 64,\ 64$$
$$a = \quad 0,\ 0,\ 0.$$

Und in einem zweiten Versuch mit vier Daniell'schen Elementen:

$$b = +180,\ 180$$
$$B = +178,\ 179$$
$$A = +\ 68,\ \ 69$$
$$a = \ \ 0,\ \ \ 0.$$

Man sieht, dass das Potential beim Uebergang von B in b keinen Sprung macht — die kleinen Differenzen des ersten Versuches dürften Beobachtungsfehlern zuzuschreiben sein — wohl aber beim Uebergang von A in a. Wenn man sich das Diagramm der Potentialfunction

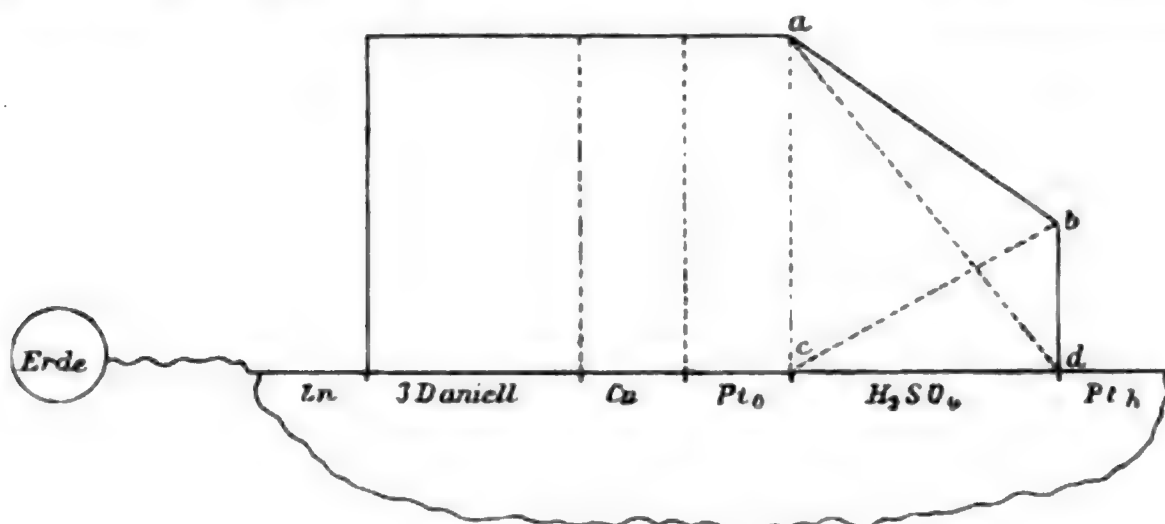


Fig. 8.

construirt, so sieht man, dass letzterer Werth eben der der Polarisation ist. In Fig. 8 ist dieses Diagramm dargestellt, doch ist der Einfachheit wegen der Werth aller drei, resp. vier Daniell's in eine einzige Ordinate zusammengezogen.

Der Wasserstoff, der die Elektrode Pt_h bedeckt, wirkt bei Anwesenheit von Sauerstoff so wie das Zink in einem Elemente. Da das Pt, auf welchem es fest haftet, das Potential 0 hat, so wird daher bei Verbrennung des Wasserstoffes die angrenzende Flüssigkeitsschicht ein dem Werthe $H_2|O$ entsprechendes positives Potential annehmen. Ist der andere Pol, Pt_o, auch abgeleitet, so würde demnach das der Polarisation allein zukommende Gefälle im Voltameter gleich bc sein, und dies beobachtet man eben als Polarisationsstrom, sobald man den primären unterbricht und Pt_o mit Pt_h verbindet. Wäre dagegen im Voltameter gar keine Polarisation vorhanden, so müsste das Gefälle des primären Stromes durch ad dargestellt sein. (Es ist dabei vorausgesetzt, dass, wie es beim Versuche ja der Fall war, der Widerstand des Voltameters sehr gross ist gegen den der übrigen Schliessung.)

Wirkt nun gleichzeitig der primäre und der Polarisationsstrom, so ist das Resultat der Superposition beider eben das Gefälle *ab*, wie es auch wirklich beobachtet wurde. Was das numerische anlangt, so wurde die Polarisation — im Diagramm die Linie *bd* — gleich 64, resp. 68 gefunden; da nun der Werth eines Daniell = 45 war, wie sich aus den Messungen an *b* ergibt, so betrug die Polarisation 1,43 resp. 1,51 Daniell, was mit den bekannten Werthen dieser Grösse übereinstimmt.

17. Versuch.

Beschickt man das Voltameter nur mit dem Strome eines einzelnen Daniell'schen Elementes, so sollte die Polarisation gleich 1 Daniell werden und es müsste das ganze System an allen Flüssigkeitspunkten das Potential 1 D. aufweisen. Es lässt sich aber das praktisch nicht leicht ausführen, weil infolge der elektrolytischen Convection die Polarisation stets etwas unter 1 D. bleibt. Wäre das aber nicht der Fall, dann hätte man einfach zwei Daniell's gegeneinander geschaltet, und man kann den Fall daher auch auf diese Weise imitiren. Wurden

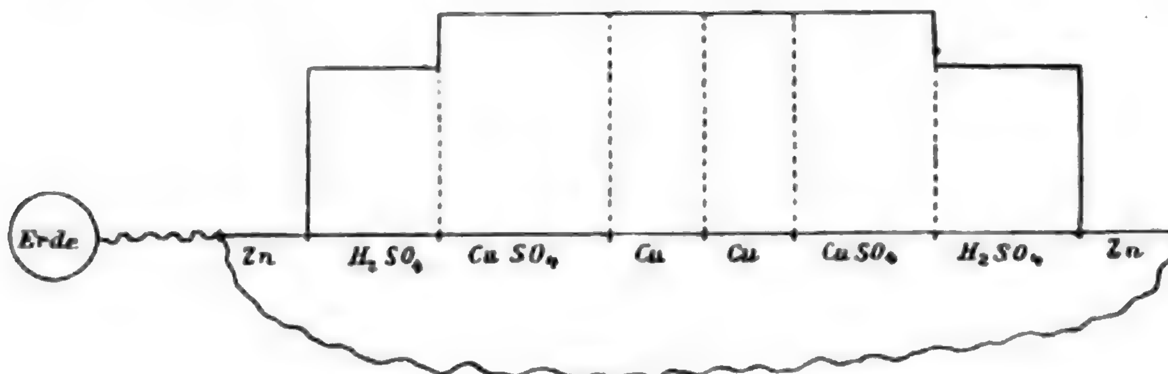


Fig. 9.

zwei Daniell's mit den gleichnamigen Polen verbunden und die Zinkpole zur Erde geleitet, so zeigte das mit den Kupferpolen verbundene Elektrometer den Werth + 45 an, also 1 D., wie es auch vorauszusehen ist. Das Diagramm dieser Combination gibt Fig. 9.

18. Versuch.

Schliesslich will ich noch den Fall erwähnen, wo die Polarisation im Voltameter gleich Null ist. Es wurde der Zinkpol eines Daniell abgeleitet, und von beiden Polen weg Kupferdrähte in die zwei Gefässe eines Voltameters geführt. In beiden befand sich Kupfervitriollösung und beide waren durch einen capillaren Bügel verbunden, so

dass wieder der Gesammtwiderstand des Kreises durch diesen repräsentirt erscheint. In das Gefäss A tauchte der mit dem Cu-Pol verbundene Draht a, in das Gefäss B der mit dem Zn-Pol verbundene Draht b. Wurde nun das Elektrometer durch einen Kupferdraht successive mit den Gefässen oder Zuleitungsdrähten verbunden, so ergab sich:

$$b = 0,0$$
$$B = 0,0$$
$$A = +48,48$$
$$a = +48,48.$$

Das Daniell direct geprüft gab $D = 48$.

Es findet somit im Voltameter nirgends ein Sprung des Potentials statt (weil keine Polarisation auftritt), sondern es fällt das Potential in demselben wie in einem metallischen Leiter von gleichem Widerstande. Fig. 10 liefert das zugehörige Diagramm.

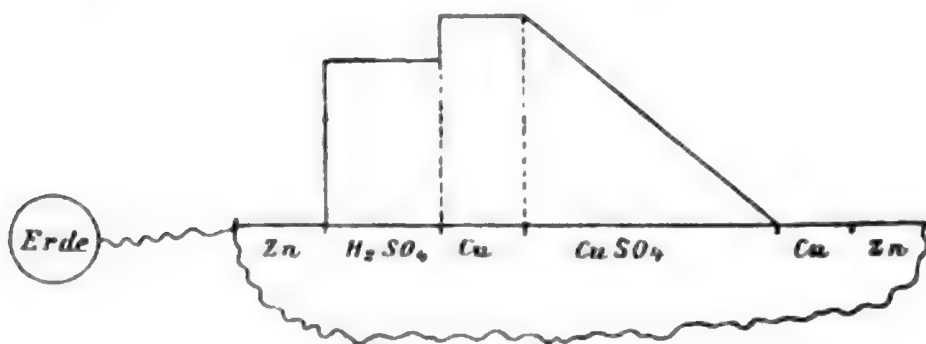


Fig. 10.

Die Resultate der vorstehenden Untersuchung stehen in directem Widerspruche mit der bisherigen Annahme einer Elektricitätserregung durch den Contact von Metallen und Flüssigkeiten; es wird daher nöthig erscheinen, die einschlägigen Arbeiten Anderer wenigstens so weit zu besprechen, dass dieser Gegensatz erklärlich wird.

Die ersten, und man kann wohl sagen, die einzigen wirklich hervorragenden Arbeiten auf diesem Gebiete wurden von R. Kohlrausch geliefert[1]). Es ist mir jedoch unter sämmtlichen Messungen Kohlrausch's, mit Ausnahme einer einzigen, die bereits erwähnt wurde, keine bekannt, die mit meinen Bestimmungen im Widerspruch stände; dass Kohlrausch die Messungen dennoch ganz anders interpretirte, kann bei dem damaligen Stande der Wissenschaft und der wissenschaftlichen Hülfsmittel kaum verwundern. Anders freilich verhält es sich

1) Pogg. Ann. Bd. 78 S. 1; Bd. 79 S. 177; Bd. 82 S. 407.

mit jenen Beobachtungen, die seither über diesen Gegenstand von Anderen veröffentlicht wurden. Da sind zunächst die Messungen Gerland's[1]). Auch diese, die Spannung zwischen Metallen und Flüssigkeiten betreffend, wurden nach der Methode von Kohlrausch mit dem Condensator ausgeführt; aber sonderbarerweise bemerkt Gerland zum Schlusse seiner Abhandlung, dass es ihm nicht gelingen wollte, die Differenz eines Metalles mit einer Flüssigkeit zu bestimmen, wenn der Draht der Metall- und Flüssigkeitsplatte verband, aus derselben Substanz bestand, wie die Metallplatte. Er musste diesen Draht stets aus einem Hilfsmetalle wählen und von dem so gewonnenen Werth die anderweitig bestimmte Differenz beider Metalle abziehen. Solcherweise erhaltene Resultate können doch unmöglich Anspruch auf Richtigkeit erheben!

Gerland sagt selbst, dass er sich von dem Grunde dieser Erscheinung keine Rechenschaft geben konnte; ich glaube, nach einer Methode, von der man sich keine Rechenschaft geben kann, exacte Messungen machen zu wollen, ist ein ziemlich müssiges Beginnen.

Auch die in neuerer Zeit erschienenen umfangreichen Arbeiten von Ayrton und Perry[2]) können meines Erachtens nicht dazu beitragen, die Frage nach der Contactwirkung von Metallen und Flüssigkeiten ins Reine zu bringen. Ich würde auf die Methode, nach welcher die Resultate gewonnen wurden, näher eingehen, wenn nicht letztere selbst schon jedes Zutrauen zu dieser Methode verscheuchen würden.

Ich will nur die folgenden Zahlen anführen, die von Ayrton und Perry gegeben wurden.

Für den Werth $Zn \mid H_2O$ wurden als Mittelwerthe aus je zehn Beobachtungsreihen, in Volts ausgedrückt, die folgenden Zahlen erhalten

$$+0{,}088$$
$$+0{,}156$$
$$-0{,}105.$$

Ebenso für $Cu \mid H_2O$ die Werthe

$$+0{,}269$$
$$+0{,}100$$
$$+0{,}150.$$

Ich glaube eine Methode, die derartige Mittelwerthe liefert, ist überhaupt nicht im Stande, eine Sache ins Klare zu bringen.

---

1) Pogg. Ann. Bd. 133 S. 513; Bd. 137.

2) Phil. Trans. of the R. S. Bd. 1, 1880.

Für Pt|H_2O finden Ayrton und Perry den Werth + 0,310 und für Pt HNO_3 den Werth + 0,672, während doch beide Werthe gleich Null sind.

Jedenfalls dürften die Herrn Ayrton und Perry den Zweck, den sie sich bei ihrer Arbeit steckten, nämlich die von Kohlrausch erhaltenen Werthe nach einer verbesserten Methode zu corrigiren, nicht erreicht haben.

Es ist schliesslich in jüngster Zeit eine Arbeit von Hoorweg[1]) erschienen, in welcher bewiesen werden soll, dass alle Wirkungen der galvanischen Kette auf die Contactwirkung zurückzuführen sind.

Es ist die ganze Arbeit so oberflächlicher Natur, dass ich mich nicht für verpflichtet halte, auf deren Einzelheiten einzugehen; ich will mich darauf beschränken, einige thatsächliche Unrichtigkeiten zu bemerken.

Da Hoorweg die Thermoströme als das Resultat einer durch die Temperatur geänderten Contactwirkung ansieht, so sucht er auch den Nachweis zu erbringen, dass die Ladung eines Condensators aus zwei verschiedenen Metallen sich mit der Temperatur ändere, und führt folgendes Beispiel an. Ein Condensator aus Messing und Wismuth gab bei einer Temperatur von 18° die Ladung 5,9, bei 30° dagegen 9,5. „Auch mit Zink", führt Hoorweg fort, „erhielt ich ähnliche Resultate, so dass ohne Zweifel die elektrischen Differenzen mit der Temperatur zunehmen."

Obgleich ich die Richtigkeit dieses Versuches mit Wismuth nicht glaube, so kann ich doch das Gegentheil nicht behaupten, da ich nicht in der Lage war, mit Wismuth zu operiren; allein, dass das Zink ähnliche Erscheinungen zeige, dem muss ich auf das entschiedenste widersprechen. Ich habe mich auf das genaueste davon überzeugt, dass man die Contactstelle eines Zink-Platin-Condensators bis über 100° erwärmen kann, ohne an der Ladung desselben irgend etwas Merkbares zu ändern, von solchen Unterschieden ganz zu schweigen, wie sie Hoorweg gefunden hat.

Ferner findet es Hoorweg mit der chemischen Theorie ganz unvereinbar, dass eine Combination Pb|H_2O|Cu einen Strom gibt, da doch gar kein chemischer Angriff vorhanden ist, in dem die Verbrennungswärme des Wasserstoffes grösser ist, als die des Blei's und die des

1) Wied. Ann. Bd. 9 S. 552.

Kupfers. Hoorweg vergisst hierbei aber ganz den im Wasser gelösten freien Sauerstoff, der das Blei stärker angreift, als das Kupfer, weshalb eben der Strom im Wasser vom Blei zum Kupfer geht. Hoorweg könnte auf dieselbe Weise die gänzliche Unrichtigkeit des Princips von der Erhaltung der Kraft beweisen, da der Strom eines Daniell'schen Elementes durch ein Wasservoltameter mit Platinelektroden geht, obgleich zur Zersetzung des Wassers mehr Wärme erforderlich ist, als ein Daniell zu liefern vermag. Es ist eben hier wieder der freie Sauerstoff, der diese scheinbare Unregelmässigkeit bewirkt. Aber Hoorweg scheint die Existenz der elektrolytischen Convection nicht zu kennen; es müsste ihm sonst aufgefallen sein, dass sowohl ein solcher durch elektrolytische Convection bestehender Strom, als auch der von ihm citirte des Elementes $Pb|H_2O|Cu$ nur so lange dauert, als freier Sauerstoff im Wasser vorhanden ist.

Schliesslich stellt Hoorweg folgende fünf Sätze auf:

a) „Ueberall, wo zwei Leiter in Berührung kommen, hat die Wärmebewegung Entwicklung von Elektricität zur Folge. Daher tritt zwischen beiden Stoffen eine constante elektrische Differenz auf.“

b) „Ist in einer geschlossenen Kette die Gesammtsumme der Potentialdifferenzen von Null verschieden, so tritt in dieser Kette ein andauernder elektrischer Strom auf.“

c) „Dieser Strom existirt auf Kosten der Wärme an dem einen Theile der Contactpunkte und hat Wärmeerzeugung im anderen zur Folge.“

d) „Alle Volta'schen Ströme sind Thermoströme.“

e) „Die chemische Wirkung in der Säule und den Zersetzungsapparaten ist eine Folge des galvanischen Stromes.“

Hierzu habe ich nur zu bemerken, dass Satz b selbstverständlich, und Satz a, c, d und e falsch ist.

Wenn man die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung zusammenfasst, so kommt man zu folgendem Schlusse:

1. Eine Contactkraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten existirt nicht.
2. Nur an jenen Berührungsstellen, an welchen eine chemische Action eintritt, ist der Sitz einer elektromotorischen Kraft.

3. Aus dieser Ansicht lassen sich die Spannungserscheinungen, die wir sowohl an offenen, als an geschlossenen Elementen wahrnehmen, vollständig entwic keln.

Bedenkt man ferner noch, dass für die Nichtexistenz einer Contactkraft zwischen Metallen bereits der Nachweis geliefert wurde, und dass auch das ganze Gebiet der Polarisationserscheinungen sich von diesem Standpunkte aus vollkommen aufklärt, so ist man, wie ich glaube, zu dem Ausspruch berechtigt, dass die chemische Theorie nicht nur eine vollständige, sondern auch eine richtige Theorie des galvanischen Elementes liefert, während die Contacttheorie trotz allen Bemühens weder das Eine noch das Andere für sich in Anspruch nehmen kann.

Kleinere Mittheilungen.

A. v. Obermayer, Versuche über die Diffusion der Gase.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1882 Nr. 2 u. 8.)

I. Die in der Abhandlung angeführten, nach einer von Stefan angegebenen Methode, unter Zuhilfenahme eines geeignet construirten Hahnes ausgeführten Versuche ergeben für die Gascombinationen Luft-Kohlensäure, Wasserstoff-Kohlensäure, Sauerstoff-Kohlensäure eine Abweichung vom Diffusionsgesetze in der Weise, dass kleineren Diffusionszeiten kleinere Werthe des Diffusionscoefficienten entsprechen und dass diese Werthe sich mit wachsender Zeit rasch einem Grenzwerthe nähern.

Die folgenden Zahlen lassen den Verlauf dieser Abweichung erkennen.

Die Diffusionscoefficienten in $\frac{\text{Meter}^2}{\text{Stunde}}$ auf 76^{cm} und 6^0 C. reducirt sind für:

Zeit in Minuten	Luft-Kohlensäure	Wasserstoff-Kohlensäure	Sauerstoff-Kohlensäure
10	—	0,18207	—
20	—	0,18872	—
25	0,046680	—	0,047597
30	0,046908	—	—
40	—	0,19156	—
1^h	0,047710	—	—
2^h	0,048497	—	0,048855
$2^1/_2 - 3^h$	0,048804	—	—

II. Es wird durch Versuche nach der Maxwell'schen Methode gezeigt, dass für die Combination Luft-Kohlensäure, dieselben Abweichungen am Diffusionsgesetze eintreten, welche sich bei Versuchen nach der Stefan'schen Methode ergeben. Es ist

	in Minuten			
Versuchsdauer	10	15	40—45	60
Diffusionscoefficient . .	0,046778	0,047534	0,048145	0,048543

Ferner werden zwei Combinationen von Gasen mit wenig verschiedenem Moleculargewichte dem Versuche unterworfen. Dieselben sind:

Stickstoff-Sauerstoff.

	in Minuten	
Versuchszeit	10	60—75
Diffusionscoefficient . .	0,063616	0,064352
		0,064079

Der Werth 0,064079 ist aus Versuchen Luft-Sauerstoff erhalten.

Stickoxydul-Kohlensäure.

	in Minuten		
Versuchszeit	15	90	120
Diffusionscoefficient . .	0,032702	0,032953	0,033062

Die Abweichungen zwischen den in verschiedenen Zeiten erhaltenen Diffusionscoefficienten sind bei diesen beiden Combinationen sehr gering, so dass die Vermuthung nahe liegt, dass die Verschiedenheit der Moleculargewichte von Einfluss auf die Abweichungen vom Diffusionsgesetze sei.

Endlich wird gefunden, dass bei der Diffusion Luft-Kohlensäure eine Einmischung der Luft, wenn eine solche überhaupt stattfindet, innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegt.

Ueber eine einfache Methode zur approximativen Bestimmung der Brechungsexponenten flüssiger Körper.

Von J. Bodyński in Krakau.

Die Methode beruht auf dem bekannten Gesetze, dass in einem nicht ablenkenden Prismensystem, welches aus zwei Prismen von kleinen brechenden Winkeln zusammengesetzt ist, sich diese Winkel annäherungsweise umgekehrt verhalten wie die um Eins verminderten mittleren Brechungsexponenten.

Es werde ein Lichtstrahl durch ein Glasprisma abgelenkt, und man müsste, um diese Ablenkung aufzuheben, ein Wasserprisma anwenden, dessen brechender Winkel $= \varphi$ wäre. Um dieselbe Wirkung mittels der zu untersuchenden Flüssigkeit hervorzubringen, müsste ein hieraus gebildetes Prisma einen brechenden Winkel $= \varphi'$ haben. Da beide Flüssigkeitsprismen einander bezüglich der Lichtablenkung äquivalent sind, so müssten sie, entsprechend vereinigt, ein nicht ablenkendes Prismensystem bilden. Nun ist der Brechungsexponent des Wassers für die Frauenhofer'sche Linie E gleich 1,33585. Bezeichnet n den

mittleren Brechungsexponenten der zu untersuchenden Flüssigkeit, so ist

$$\varphi : \varphi' = (n - 1) : 0{,}33585,$$

somit

$$n = \frac{\varphi}{\varphi'} \cdot 0{,}33585 + 1.$$

Die Bestimmung der Winkel φ und φ' geschieht nun auf folgende Weise. Man befestigt an ein Reflexionsgoniometer einen Trog aus geschwärztem Messingblech mit der Seitenfläche senkrecht gegen die Achse des Instrumentes. Der Trog ist ca. 90^{mm} lang, 25^{mm} breit und 50^{mm} hoch. Er hat in der Mitte des Bodens eine quadratische Oeffnung von 15^{mm} Seite. Dieselbe wird durch die Seitenfläche eines von unten aufgelegten Glasprisma wasserdicht verschlossen. Dieses hat einen brechenden Winkel von ca. 8^{0} und muss die brechende Kante derselben mit der Achse des Goniometers parallel laufen. Es ist zwar nicht nothwendig, dass die verlängerte Achse des Goniometers genau durch die Bodenfläche des Troges gehe; man muss sie aber beide möglichst nahe in diese gegenseitige Lage bringen, damit, während der Trog um die Achse gedreht wird, die Bodenöffnung nebst der Drehung keine oder doch nur eine geringe Verschiebung in horizontaler Richtung erleide. Legt man nun auf den Tisch ein Blatt Papier, worauf ein gerader Strich parallel zur Achse des Goniometers gezeichnet ist, bringt die Bodenfläche des Troges in eine horizontale Lage und sieht von oben auf das Papierblatt herab, so erblickt man die beiden Enden des Striches unmittelbar in ihrer wahren Lage, der mittlere Theil hingegen erscheint infolge der Brechung des Lichtes im Glasprisma gegen die brechende Kante hin verschoben. Man giesst nun Wasser in den Trog und dreht denselben um seine horizontale Achse so lange, bis die beiden Enden des Striches mit dem mittleren, durch die Bodenöffnung hindurch gesehenen Theile in dieselbe gerade Linie zu liegen kommen. Die hierzu erforderliche Drehung bezeichnet den Winkel φ des Wasserprisma. Auf dieselbe Weise bestimmt man den Winkel φ' für das äquivalente Flüssigkeitsprisma, nachdem man zuvor den Trog mit der zu untersuchenden Substanz gefüllt hatte.

Wie man sieht, gestattet die hier beschriebene Methode allerdings eine nur angenäherte Bestimmung der mittleren Brechungsexponenten von Flüssigkeiten, auch gibt sie ihn nicht unmittelbar an, sondern stets das Verhältnis desselben zu dem Brechungsexponenten einer anderen bekannten Flüssigkeit (Wasser). Dagegen besitzt sie den Vorzug ungemein leichter Ausführbarkeit, erfordert keine umständlichen Vor-

bereitungen und nimmt im Ganzen nur die kurze Zeit von wenigen Minuten in Anspruch. Sie ist deshalb zu Vorlesungsversuchen ganz besonders geeignet. Bei einiger Sorgfalt in der Ausführung ist das Resultat auf zwei Decimalstellen nahezu richtig, wie ich dies durch wiederholte Versuche mit verschiedenen Flüssigkeiten, namentlich Schwefelkohlenstoff, Aether, Benzol u. a. m. sichergestellt habe. Die bekannten Werthe für die mittleren Brechungsexponenten der genannten Flüssigkeiten differiren von meinen Resultaten höchstens um 0,03. Selbstverständlich ist für ein bestimmtes Glasprisma der entsprechende Winkel φ des Wasserprisma im Mittel aus mehreren Versuchen ein für allemal zu bestimmen. Da aber auch die gewöhnliche Zimmertemperatur innerhalb solcher Grenzen variirt, für welche der Brechungsexponent sich schon in der zweiten Decimale ändert, so könnte man die Bestimmung des Winkels φ etwa bei drei verschiedenen Temperaturen, z. B. 10°, 20° und 30°, vornehmen und die Werthe des Winkels φ für die dazwischen liegenden Temperaturen durch Interpolation finden. Natürlich müsste dann bei der Berechnung des Resultates auch derjenige Brechungsindex des Wassers genommen werden, welcher der jeweiligen Temperatur entspricht. Diese Vorsicht habe ich übrigens bei meinen Versuchen nicht beobachtet. Die Zimmertemperatur änderte sich innerhalb der Grenzen 14—20°, und für den mittleren Brechungsexponenten des Wassers habe ich jedesmal den Werth 1,33585 gesetzt. Die Beobachtung der Coincidenz des mittleren Strichtheiles mit dessen beiden Enden wurde stets mit freiem Auge ohne Fernrohr vorgenommen, was einen mittleren Fehler von $\pm$ 7′ zur Folge hatte.

Ich bin deshalb der Ansicht, dass die oben beschriebene Methode ohne an Einfachheit zu verlieren einer bedeutenden Vervollkommnung fähig wäre, und zwar

1. durch Anwendung von Glasprismen mit sehr kleinen brechenden Winkeln, 3—4°,
2. Berücksichtigung der jeweiligen Temperatur,
3. Anwendung homogenen Lichts, endlich
4. Beobachtung mittels Fernrohr.

Gelingt es aber, die Genauigkeit der Resultate auch nur um ein Geringes zu erhöhen, so könnte diese Methode auch anderweitige Anwendung finden, etwa zu chemisch-technischen Zwecken, da sie jedenfalls viel einfacher ist als die Bestimmung der Siedetemperatur und kaum mehr zeitraubend als die Bestimmung der Dichte mittels Scalenaräometer.

Abonnements-Einladung

auf

Zeitschrift

für

Angewandte Elektricitätslehre

mit besonderer Berücksichtigung

der Telegraphie, des elektrischen Beleuchtungswesens, der Galvanoplastik und verwandter Zweige.

Herausgegeben von

F. Uppenborn jun.,

Ingenieur und Elektrotechniker in Nürnberg.

Das sich mehr und mehr anhäufende wichtige Material für diese Zeitschrift wurde Veranlassung, dieselbe vom 1. Juli ab öfter erscheinen zu lassen, und zwar statt monatlich 2mal, **jetzt alle 10 Tage.** Die in München stattfindenden elektrotechnischen Versuche, welchen der Redacteur als Mitglied des Prüfungscomités nahe steht, kommen in dieser Zeitschrift zur vollständigen Darstellung. Die sachgemässe Berichterstattung, verbunden mit der raschen Veröffentlichung derselben, macht die Zeitschrift jetzt gewissermassen **zum Zentralblatt für Elektrotechnik.** Dem Interesse Rechnung tragend, das Gelehrte und Fachmänner an den elektrotechnischen Versuchen in München nehmen, erlässt die Verlagshandlung

vom 1. Juli 1882 ab das Abonnement auch semesterweise.

Es ist also Gelegenheit geboten, sich von jetzt ab auf die Zeitschrift zum Preise von 10 Mark pro Halbjahr zu abonniren. Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen an, welche auf Wunsch auch Probenummern gratis liefern.

Jahrgang 1882 Nr. 13 enthält:

Rundschau.
Correspondenz.
Ueber die Möglichkeit des Correspondirens auf langen, directen Kabeladern unter Erzielung von Morse- oder Hughes-Schrift. Von O. Stürmer, Telegraphen-Sekretär in Königsberg i. Pr. (Schluss.)
Geschichte des Sprechtelephons von M. Graham Bell. Von Graf Du Moncel.
Dampfmaschine für directen Antrieb von H. S. Maxim.
Literatur.
Kleinere Mittheilungen.
Patente. — Anfragenkasten.

Jahrgang 1882 Nr. 14 enthält:

Rundschau.
Correspondenz.
Ueber Messungen an dynamoelektrischen Maschinen. Von Dr. A. Tobler, Privatdocent am eidgen. Polytechnikum in Zürich.
Dynamoelektrische Maschine mit Handbetrieb. Von W. E. Fein in Stuttgart.
Proportional-Galvanometer zum Messen von Widerständen. Von S. Carpentier.
Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung.
Literatur.
Kleinere Mittheilungen.
Patente.
Anfragenkasten.

Jahrgang 1882 Nr. 15 enthält:

Rundschau.
Das Telephonnetz in Zürich. Von Dr. Victor Wietlisbach.
Auszüge aus Patentschriften.

Jahrgang 1882 Nr. 16 enthält:

Rundschau.
Die Elektricitätsausstellung zu Paris.
Absolute Messung der Stromstärke.
Neuerung an den Vorrichtungen zum Füllen und Verschliessen galvanischer Elemente. Von Kaiser & Schmidt in Berlin.
Gerichtliche Entscheidungen.
Auszüge aus Patentschriften.
Kleinere Mittheilungen.
Patente.
Briefkasten der Redaction.

München und Leipzig. R. OLDENBOURG.

XVIII. Band. 9. Heft.



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 9. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Abonnements-Einladung

auf

Zeitschrift

für

Angewandte Elektricitätslehre

mit besonderer Berücksichtigung

der Telegraphie, des elektrischen Beleuchtungswesens, der Galvanoplastik und verwandter Zweige.

Herausgegeben von

F. Uppenborn jun.,

Ingenieur und Elektrotechniker in Nürnberg.

Das sich mehr und mehr anhäufende wichtige Material für diese Zeitschrift wurde Veranlassung, dieselbe vom 1. Juli ab öfter erscheinen zu lassen, und zwar statt monatlich 2mal, **jetzt alle 10 Tage.** Die in München stattfindenden elektrotechnischen Versuche, welchen der Redacteur als Mitglied des Prüfungscomités nahe steht, kommen in dieser Zeitschrift zur vollständigen Darstellung. Die sachgemässe Berichterstattung, verbunden mit der raschen Veröffentlichung derselben, macht die Zeitschrift jetzt gewissermassen zum **Zentralblatt für Elektrotechnik.** Dem Interesse Rechnung tragend, das Gelehrte und Fachmänner an den elektrotechnischen Versuchen in München nehmen, erlässt die Verlagshandlung

vom 1. Juli 1882 ab das Abonnement auch semesterweise.

Es ist also Gelegenheit geboten, sich von jetzt ab auf die Zeitschrift zum Preise von 10 Mark pro Halbjahr zu abonniren. Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen an, welche auf Wunsch auch Probenummern gratis liefern.

Jahrgang 1882 Nr. 17 enthält:

Rundschau.
Bericht über die Incandescenzlampen auf der Pariser Elektricitätsausstellung vom Experimentalcomité C. F. Barker, W. Crookes, A. Kundt, E. Hagenbach, E. Mascart.
Automatischer Feuermeldeapparat. Von B. Egger, Wien.
Die elektromotorische Wirksamkeit des Quecksilberchlorids in Zink-Kohle-Elementen. Von Dr. Emil Böttcher, Oberstabsarzt I. Cl. a. D. in Leipzig.
Die elektrische Beleuchtung in New York.
Kleinere Mittheilungen.
Patente.
Berichtigung.

Jahrgang 1882 Nr. 18 enthält:

Rundschau.
Correspondenz.
Glühlichtbeleuchtung.
Accumulator. Von N. de Kabath in Paris.
Kleinere Mittheilungen.
Patente.

Jahrgang 1882 Nr. 19 enthält:

Rundschau.
Nekrolog.
Die elektrische Strassenbeleuchtung in Nürnberg. (Mit Tafel I.)
Elektrischer Wasserstands-Zeiger von Schäfer & Montanus. (Mit Tafel II.)
Elektrische Locomotive mit Accumulator. Von Clovis Dupuy.
Elektrische Lampe von Otto Schulze, Telegraphen-Controleur in Strassburg.
Voltmeter und Ampèremeter. Von Deprez und Carpentier.
Arc-horse-power-measurer. Von W. E. Ayrton und John Perry.
Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung.
Auszüge aus der englischen Patentrolle.
Literatur.
Kleinere Mittheilungen.
Patente.
Briefkasten der Redaction. — Berichtigung.

München und Leipzig. **R. OLDENBOURG.**

Zur Bestimmung des Verhältnisses zwischen der elektromagnetischen und mechanischen Einheit der Stromintensität.

Von

Dr. Ignaz Klemenčič,

Assistent am Physikalischen Institut der Universität Graz.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Wiener Academie mitgetheilt.)

Trotz der zahlreichen und sorgfältigen Versuche, welche bereits zur Bestimmung des Verhältnisses zwischen der elektromagnetischen und mechanischen Einheit der Stromintensität gemacht wurden, stehen die erhaltenen Resultate doch nicht in jener Uebereinstimmung, dass nicht eine neue zu diesem Zwecke dienende Methode willkommen sein dürfte.

Eine solche Methode hat mir Herr Director Boltzmann angegeben und mich mit der experimentellen Durchführung derselben betraut, wofür ich ihm zu besonderem Danke verpflichtet bin.

Boltzmann's Methode besteht in Folgendem:

Ladet man einen Condensator durch eine galvanische Batterie und entladet ihn hierauf durch ein Galvanometer, so weicht die Nadel des letzteren momentan aus; die Ausweichung kann jedoch zu einer dauernden gemacht werden, wenn man die Ladung und Entladung des Condensators rasch hinter einander wiederholt.

Nehmen wir an, es geschehe dies n mal in der Secunde mit einem Condensator von der Capacität k und einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E, so gelten die Gleichungen

$$Q = nEk = C\alpha,$$

wenn wir ein Spiegelgalvanometer voraussetzen und α dessen Ausschlag, C dessen Reductionsfactor, endlich Q die vom Condensator gelieferte Elektricitätsmenge bedeutet.

Fassen wir gleich einen Platten-Luftcondensator ins Auge, so haben wir für dessen Capacität einen angenähert richtigen Werth durch die Formel

$$k = \frac{f}{4\pi\delta}$$

gegeben. Darin bezeichnet δ die Distanz der beiden Platten und f die Fläche der einen von beiden. Wir bekommen also die Gleichung

$$C\alpha = \frac{n\,E f}{4\pi\delta}. \qquad (1$$

Schickt man nun, nachdem der Ausschlag α gemessen worden, den constanten Strom der zur Ladung des Condensators verwendeten Batterie durch das Galvanometer, jedoch, um einen ablesbaren Ausschlag zu bekommen, durch eine Galvanometerrolle von bedeutend grösserem Reductionsfactor C', so gelten die Gleichungen

$$i = C'\varphi = \frac{E}{W}, \qquad (2$$

worin i die Stromstärke und W den gesammten Widerstand der Kette, Leitung und des Galvanometers bezeichnet.

Substituiren wir aus der letzten Gleichung den Werth für E in die erste, so bekommen wir

$$C\alpha = \frac{n\,C'\varphi\,W f}{4\pi\delta}$$

und daraus den Widerstand

$$W = \frac{C\alpha\,4\pi\delta}{C'\varphi\,n f}$$

nach mechanischem Maasse.

Bezeichnen wir noch $\frac{C'}{C}$ mit V und setzen für f den Werth $r^2\pi$, wie er für unseren Fall galt, wobei r den Radius der Condensatorplatte bezeichnet, so folgt

$$W_{\text{mech.}} = \frac{4\,\alpha\,\delta}{\varphi\,n r^2 V}.$$

Diese Formel zeigt, dass bei der in Rede stehenden Methode zur Bestimmung von $W_{\text{mech.}}$ bloss Längen- und Zeitmessungen, nicht aber Messungen von Kräften, Massen und Trägheitsmomenten nothwendig sind. Dass letztere bei der Ermittlung von $W_{\text{mech.}}$ vermieden werden können, geht ja schon aus den Dimensionen dieser Grösse hervor.

Nun besteht bekanntlich die Relation

$$W_{mech.} = \frac{W_{magn.}}{v^2},$$

wobei v das Verhältnis zwischen der mechanischen und elektromagnetischen Einheit der Stromintensität bezeichnet.

Es folgt also:

$$\frac{W_{magn.}}{v^2} = \frac{4\alpha\delta}{\varphi n r^2 V}$$

und

$$v = \sqrt{\frac{W_{magn.} \varphi n r^2 V}{4\alpha\delta}}. \qquad (3$$

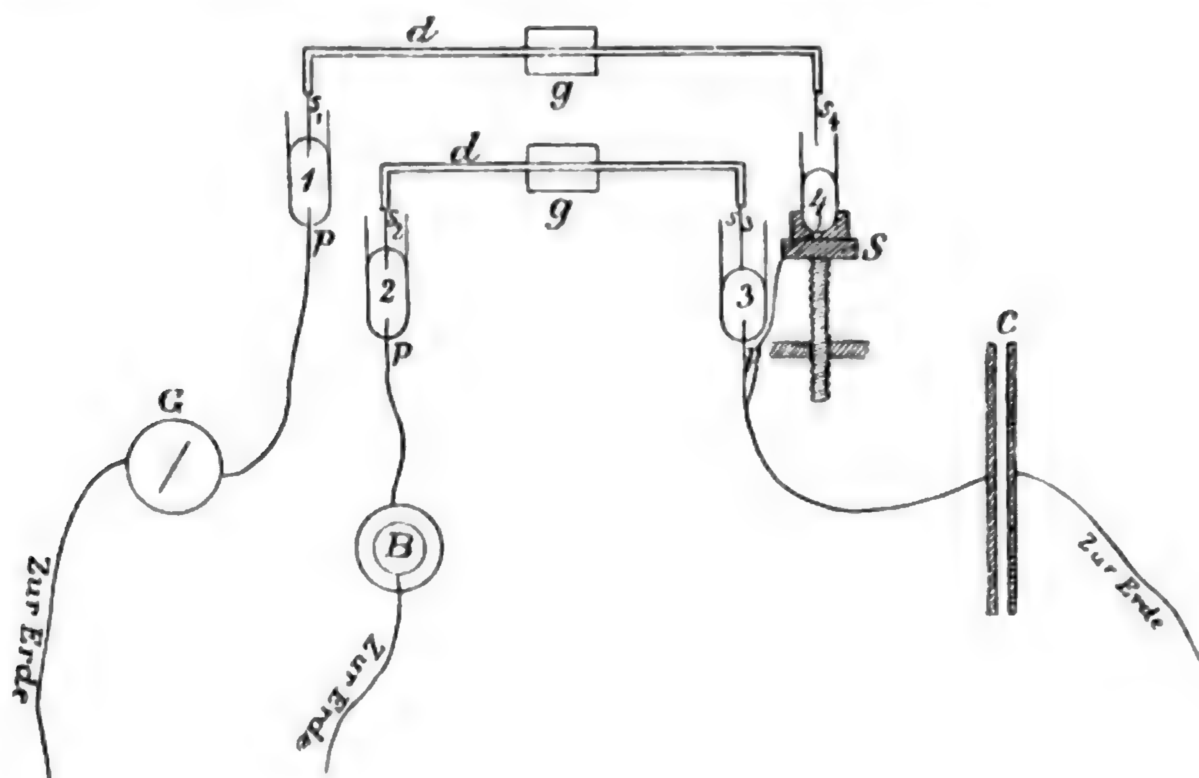
Da die Gleichung 3 nicht vollkommen richtig ist, weil im Ausdrucke für die Capacität des Condensators der Einfluss des Plattenrandes nicht berücksichtigt ist, so können die hier mitgetheilten Resultate noch nicht als definitive angesehen werden; es wurde daher auch von einer Controle der Längeneinheit, der Siemens'schen Widerstandseinheit und der absoluten Schwingungszahl der Stimmgabel vorläufig abgesehen, und ich erlaube mir, die unten folgenden Messungen nur als einen Beweis der Brauchbarkeit dieser Methode anzuführen[1]).

Von dem Einflusse des Randes könnte man sich durch Anwendung eines Kugelcondensators unabhängig machen. Dieser Einfluss liesse sich auch durch zwei Beobachtungen an einem Schleifcondensator oder in noch einfacherer Weise durch Beobachtungen mit zwei Kohlrausch-schen Condensatoren eliminiren, wobei beim zweiten Condensator die Platten eine andere als die kreisförmige Gestalt haben müssten, so dass sie denselben Flächeninhalt, aber einen grösseren Umfang hätten als die kreisförmigen.

An die Zinken einer Stimmgabel gg (siehe die Figur auf folgender Seite) waren ⌐förmig gebogene, an den Enden mit angelötheten Platinspitzen s_1, s_2, s_3, s_4 versehene Drähte dd befestigt. Die Platinspitzen tauchten in Glasnäpfchen 1, 2, 3, 4, die mit Quecksilber gefüllt waren, von dem aus eingeschmolzene Platindrähte p die weitere Leitung vermittelten. Die Näpfchen 1 und 2 waren so hoch mit Quecksilber gefüllt, dass die Platinspitzen s_1 und s_2 selbst bei den stärksten Excursionen der Stimmgabel nicht ganz aus demselben kamen. In 3 berührte das Quecksilber bei ruhender Stimmgabel nahezu die Platinspitze,

1) Eine ähnliche Methode hat Branly (Compt. rend. T. 75, 1873) angewendet, um die Elektricitätsmenge, welche ein Daniell'sches Element liefert, in elektrostatischem Maasse zu messen.

und bei 4 konnte das Näpfchen durch Drehen am Schraubenkopfe S nach Belieben gehoben oder gesenkt werden, wodurch offenbar bei schwingender Stimmgabel eine verschiedene Dauer des Contactes zwischen Quecksilber und Platinspitze zu erreichen war.



Der eine Pol der Ladungsbatterie B wurde mit 2 verbunden, der andere zur Erde abgeleitet. Von 1 ging eine Leitung zum Spiegelgalvanometer und durch dessen Drahtrolle G zur Erde. Näpfchen 3 nnd 4 standen sowohl unter sich als auch mit der einen Platte des Condensators C in Verbindung, dessen andere mit der Erde leitend verbunden war. Schwingt die Stimmgabel, so führen ihre Zinken entgegengesetzte Bewegungen aus, und es musste daher bei der früher beschriebenen Anordnung abwechselnd die Leitung Batterie-Condensator und Condensator-Galvanometer hergestellt werden, vorausgesetzt, dass die beiden Spitzen s_3 und s_4 nie gleichzeitig ins Quecksilber tauchten, wodurch eine directe Verbindung zwischen Batterie und Galvanometer eintrat und die Nadel des letzteren mit Heftigkeit umgeworfen wurde. Durch Einstellen mit Hilfe der Schraube S war ein solcher Fall leicht zu vermeiden.

Als Ladungsbatterie stand gewöhnlich eine Anzahl Daniell'scher Elemente in Verwendung.

Der Condensator wurde durch die feindrähtigste Rolle (15000 Wind. und 4700 S. E. W.) eines Meyerstein'schen Galvanometers entladen.

Die Galvanometernadel war schwach astasirt, hatte eine Schwingungsdauer von 14,7 Sec. und war ziemlich stark gedämpft (Brigg. log. decr. bei offener Leitung = 0,244), jedoch bei weitem nicht aperiodisch, wie dies im Interesse einer rascheren und genaueren Beobachtung gewesen wäre. Um auch den constanten Strom der Ladungsbatterie mit diesem Galvanometer messen zu können, war über die feindrähtige Rolle, die wir mit A bezeichnen wollen, ein dünner Kupferdraht in 500 Windungen gewickelt; diese letzteren sollen B heissen. Parallel zu diesen in einer Entfernung von 18^{cm} von der Magnetnadel war eine zweite Rolle mit zwei Lagen von Windungen C und D und in einer Entfernung von 51^{cm} eine dritte Rolle E aufgestellt. C hatte 460, D 27 und E 80 Windungen.

Der in Verwendung gestandene Condensator ist nach Art des von Kohlrausch angegebenen, auch in Wüllner's Lehrbuch (4. Bd.) beschriebenen angefertigt. Um eine möglichst sichere Parallelführung der beweglichen Condensatorplatte zu erreichen, ist die Schlittenführung nicht central, sondern seitlich angebracht, während die andere Seite einen Fuss besitzt, der auf einem ebenen Stahlblech aufliegt. Um ein Kräftepaar, welches den beweglichen Theil zu neigen sucht, zu vermeiden, hat die zur Regulirung der Plattendistanz dienende Schraube eine Bohrung, durch welche die den verschiebbaren Theil ziehende Schnur läuft. Zur Hintanhaltung einer allmählichen Verstärkung der Condensatorladung sind Halbleiter in der Construction nicht angewendet worden. Der Schraubenkopf ist in hundert Theile getheilt, von denen man noch Zehntel schätzen kann. Der Werth eines solchen Trommeltheilstriches wurde mit Hilfe eines an den beweglichen Theil befestigten Mikrometers (1 Wiener Linie in 60 Theile getheilt) und eines Mikroskopes bestimmt. Der Radius r der Platte = 90^{mm}. Die Schwingungszahl der Stimmgabel ermittelte ich mittels einer zweiten durch stroboskopische Beobachtung.

Bevor ich die zur Berechnung von v nothwendigen Messungen anführe, sei es mir erlaubt, einige Beobachtungen mitzutheilen, welche darthun sollen: 1. dass die durch's Galvanometer abfliessende Elektricitätsmenge wirklich proportional ist dem Potentialwerthe, bis zu welchem der Condensator geladen wurde, und 2. dass die zur Ladung und Entladung des Condensators verfügbare, immerhin kurze Zeit, während welcher nämlich die eine der Platinspitzen s_3 oder s_4 ins Quecksilber taucht, genügt, um die beiden Vorgänge zu gänzlichem Ablauf gelangen zu lassen.

Tabelle I.

Anzahl der Elemente	Doppelausschlag der Galvanometernadel in Scalentheilen	
3	210,2	
1		70,4
1		71,4
1		67,8
3	209,8	
	Mittel = 210	Summe = 209,6
6	396,5	
3		201,4
3		197,3
6	399	
	Mittel = 397,7	Summe = 398,7
9	601,5	
3		198,7
3		199,6
3		200,3
9	598,8	
	Mittel = 599,8	Summe = 598,6

Tab. I gibt auf den ersten Punkt bezügliche Daten, indem sie eine Beobachtungsreihe enthält, bei welcher der Condensator durch eine verschiedene Anzahl von Daniell'schen Elementen geladen worden ist. Die Uebereinstimmung ist vollkommen befriedigend.

Die Entfernung der Scala vom Spiegel war während der ganzen Untersuchung = 2350^{mm}.

Es sei schon hier bemerkt, dass die in Scalentheilen angegebenen Ausschläge der Galvanometernadel überall, wo es nothwendig war, auf eine der Tangente proportionale Grösse reducirt worden sind.

Zu dem bei 2 erwähnten Zwecke veränderte ich durch Drehen am Schraubenkopfe S den Abstand zwischen dem Quecksilberniveau und der Platinspitze s_1 und dadurch die Dauer τ des Contactes zwischen beiden bei schwingender Stimmgabel. Diese Dauer kann nach der Formel

$$y = a \sin \frac{\pi t}{T}$$

gerechnet werden, wenn man die Gesammtexcursion der Stimmgabel $2a$, deren Schwingungsdauer T und die Entfernung y der Quecksilberoberfläche von der Ruhestellung der Platinspitze kennt. Danach

sind die in Tab. II und III angeführten τ berechnet, in welchen ferner l die Länge des tiefsten Eintauchens der Platinspitze und ν die Anzahl der Schraubenumdrehungen bedeutet, um welche das Näpfchen gesenkt worden ist, wenn bei o das Quecksilber gerade bis zur Ruhestellung der Platinspitze reichte. Höhe eines Schraubenganges $= 0{,}9^{mm}$, $T = 0{,}00793$.

Tabelle II.

9 Daniell'sche Elemente Ladung; $2a = 9{,}7^{mm}$.

ν	l	τ	α
0	4,85	0,00793	601,0
1	3,95	0,0070	601,8
2	3,05	0,0060	600,6
3	2,15	0,0050	600,2
4	1,25	0,0037	599,8
5	0,35	0,0019	600,5

Tabelle III.

9 Daniell'sche Elemente Entladung; $2a = 9^{mm}$.

ν	l	τ	α
0	4,5	0,00793	604,7
1	3,6	0,0069	604,8
2	2,7	0,0059	604,8
3	1,8	0,0047	604,9
4	0,9	0,033	604,9

Der Abstand der Condensatorplatten war in beiden Fällen gleich $0{,}3^{mm}$. Die Differenz des Ausschlages in den beiden Tabellen erklärt sich dadurch, dass sich dieselben auf Beobachtungsreihen beziehen, die an verschiedenen Tagen angestellt wurden und daher weder die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Elemente noch der Reductionsfactor des Galvanometers in beiden Fällen den gleichen Werth hatten.

Die Beobachtung der zur Berechnung des Verhältnisses v nothwendigen Grössen machte zunächst einen Vergleich der verschiedenen Galvanometerrollen A, B, C, D, E erforderlich. Zu diesem Behufe schickte ich einen constanten Strom durch je zwei bezüglich ihrer Wirksamkeit auf die Magnetnadel benachbarte Rollen, einmal in gleichem und dann in entgegengesetztem Sinne. Aus den beiden am Galvano-

meter beobachteten Ausschlägen lässt sich das Verhältnis der Reductionsfactoren rechnen. Für die Rollen A, B, C benützte ich einen Thermostrom, für die übrigen einen Daniell mit Einschaltung eines entsprechenden Widerstandes in die Leitung. Dieser Theil der Messungen war ziemlich bedeutenden Beobachtungsfehlern ausgesetzt, da die Ruhelage immer erst aus Umkehrpunkten bestimmt werden musste und die beiden Ausschläge daher nicht genügend rasch hinter einander beobachtet werden konnten. Durch Anwendung eines aperiodisch schwingenden Galvanometers dürfte sich dieser Uebelstand beseitigen lassen.

Nun wurde der Strom der zur Ladung des Condensators verwendeten Batterie durch eine der Rollen C oder E geschickt und φ abgelesen. Vorher noch bestimmte man den Widerstand der Zuleitungsdrähte und der entsprechenden Galvanometerrolle mit Hilfe eines Differentialgalvanometers und eines Siemens'schen Stöpseletalons. Der innere Widerstand eines Daniell'schen Elementes ergab sich aus früheren Messungen zu 0,16 S. E. Hierauf ermittelte ich die Schwingungszahl der bereits einige Zeit in Gang befindlichen Stimmgabel mittels einer zweiten auf stroboskopischem Wege, wobei ich mich begnügte, die an der Hilfsgabel von König angegebene Zahl als richtig anzunehmen.

Nach Herstellung der in der Figur (S. 508) angegebenen Verbindung wurde der Condensator bei verschiedenen Distanzen der Platten geladen und der Ausschlag am Galvanometer gemessen.

Ich begann bei kleinen Distanzen, stieg zu grösseren, machte eine Messung bei sehr grosser Entfernung der Platten und kehrte wieder in entgegengesetzter Richtung zur kleinsten Distanz zurück.

Aus den beiden bei gleichem δ abgelesenen Ausschlägen wurde das Mittel genommen und davon die bei sehr grossem δ gemachte Ablesung abgezogen. Es sammelt sich nämlich auch ohne Condensator an der mit der Batterie verbundenen Platte und an den Zuleitungsdrähten eine gewisse Elektricitätsmenge an, welche durch die condensirende Wirkung der in der Nähe befindlichen und nicht zu entfernenden Leiter eine Grösse erreicht, die sich am Galvanometer sehr gut beobachten lässt. Diese Elektricitätsmenge muss aber in Abzug gebracht werden, wenn man bloss die durch den Condensator gebundene, dem δ verkehrt proportionale Menge haben will. Hierauf wurde wieder die Schwingungszahl der Stimmgabel, der Widerstand der Leitung und die Stromstärke der Batterie bestimmt.

Aus der Condensator-Beobachtungsreihe kann man nach der Formel $\alpha = \frac{M}{\delta}$ einen Mittelwerth für M bestimmen und statt $\alpha\delta$ in Formel 3 einsetzen. δ wäre in dem Falle die wirkliche Distanz der Platten; dieselbe ist aber nicht gerade durch die an der Trommel vorgenommene Drehung gegeben, da die Ausgangsstellung $\delta = 0$ nicht ganz genau bekannt war.

Die Beobachtungen werden daher besser durch die Formel

$$\alpha = \frac{M}{N + \delta}$$

gegeben, wo M und N constant und δ die durch die Drehung der Trommel ertheilte Längsverschiebung ist.

Schreibt man die Formel

$$\alpha = \frac{1}{\frac{N}{M} + \frac{1}{M}\delta} = \frac{1}{A + B\delta}, \text{ wo } A = \frac{N}{M} \text{ und } B = \frac{1}{M},$$

und rechnet nach dieser Formel die Constanten, so ist jetzt statt $\alpha\delta$ der reciproke Werth von B einzuführen, und wir haben schliesslich

$$v = \sqrt{\left(\frac{W_{\text{magn.}}\,\varphi\, n r^2\, V B}{4}\right)}.$$

Ich lasse hier einige Messungen folgen.

I.

$$\frac{A}{B} = 36{,}73; \quad \frac{B}{C} = 36{,}81; \quad \frac{C}{D} = 20{,}43; \quad \frac{D}{E} = 6{,}58.$$

$$\frac{A}{E} = V = 181700.$$

Schwingungszahl der Stimmgabel = 126,16; $n = 63{,}08$.

3 Daniell'sche Elemente geschlossen durch E; $\varphi = 123{,}2$.

$W_{\text{magn.}} — 112 \cdot 0{,}955 \cdot 10^{10}$.

Condensator-Beobachtungsreihe.

δ	α	B	Mittel B
0,298 mm	109,7	0,3062	0,03033
0,596	54,5		
1,000	32,7	0,3005	
1,505	21,9		

$W_{\text{magn.}}$ wie vorher.

3 Daniell'sche Elemente geschlossen durch E; $\varphi = 122,0$.
6 " " " " " $\varphi = 246,1$.

$$W_{\text{magn.}} = 112,6 \cdot 0,955 \cdot 10^{10}.$$

Condensator - Beobachtungsreihe.

δ	α	B	Mittel B
0,298 mm	236,1	0,01519	
0,596	113,4		
1,000	67,2	0,01482	0,01502
1,505	44,3		
2,012	33,5	0,01506	
3,018	22,1		

$W_{\text{magn.}}$ wie vorher.

6 Daniell'sche Elemente geschlossen durch E; $\varphi = 245,6$.
Schwingungszahl der Stimmgabel $= 126,16$; $n = 63,08$.

$$\frac{A}{B} = 36,06; \quad \frac{B}{C} = 36,97; \quad \frac{C}{D} = 20,58; \quad \frac{D}{E} = 6,62.$$

$$\frac{A}{E} = V = 181600.$$

Daraus folgt:

$$v = 30,38 \cdot 10^{10} \text{ (3 Dan.)}$$
$$v = 30,34 \cdot 10^{10} \text{ (6 Dan.)}.$$

II.

$$\frac{A}{B} = 35,70; \quad \frac{B}{C} = 37,16; \quad \frac{C}{D} = 20,51; \quad \frac{D}{E} = 6,59.$$

$$\frac{A}{E} = V = 179400.$$

$$n = 63,08.$$

3 Daniell'sche Elemente geschlossen durch E; $\varphi = 120,0$.

$$W_{\text{magn.}} = 112,1 \cdot 0,955 \cdot 10^{10}.$$

Condensator - Beobachtungsreihe.

δ	α	B	Mittel B
0,298 mm	100,7	0,3172	
0,596	49,9		0,03148
1,000	31,1	0,3124	
1,505	20,6		

$W_{\text{magn.}}$ wie vorher.

$$\varphi = 118,4.$$

9 Daniell'sche Elemente geschlossen durch E; $\varphi = 348{,}2$.

$$W_{magn.} = 113{,}05 \cdot 0{,}955 \cdot 10^{10}.$$

Condensator - Beobachtungsreihe.

δ	α	B	Mittel B
0,298 mm	293,8	0,01058	
0,596	148,6		
1,000	90,9	0,01019	0,01045
1,505	61,8		
2,012	47,3	0,01059	
3,018	30,9		

$W_{magn.}$ wie vorher.

$$\varphi = 346{,}8.$$

$$n = 63{,}08.$$

$$\frac{A}{B} = 35{,}92; \quad \frac{B}{C} = 36{,}94; \quad \frac{C}{D} = 20{,}45; \quad \frac{D}{E} = 6{,}62.$$

$$\frac{A}{E} = V = 179600.$$

Daraus folgt:

$$v = 30{,}34 \cdot 10^{10} \text{ (3 Dan.)}$$

$$v = 29{,}98 \cdot 10^{10} \text{ (9 Dan.)}.$$

Bei den zwei nachfolgenden Beobachtungsreihen wurde der Strom der Ladungsbatterie durch die Galvanometerrolle C geschickt, dafür aber durch Einschaltung eines Widerstandes (Siemens'scher Stöpseletalon, 10000 S. E. regulirt bei 20° C.) entsprechend geschwächt. Die Angaben des Stöpseletalons erfuhren bezüglich der Temperatur eine Correction. Widerstand der Leitungsdrähte und der Galvanometerrolle in diesem Falle gleich 25,0 S. E.

III.

$$\frac{A}{B} = 36{,}06; \quad \frac{B}{C} = 37{,}41. \quad \frac{A}{C} = V = 1349.$$

$$n = 63{,}08.$$

3 Daniell'sche Elemente; $\varphi = 176{,}3$.

$$W_{magn.} = 9995{,}5 \cdot 0{,}955 \cdot 10^{10}.$$

Condensator - Beobachtungsreihe.

δ	a	B	Mittel B
0,296 mm	89,7	0,03226	0,03274
0,596	48,3		
1,000	29,6	0,03323	
1,505	19,6		

$\varphi = 176{,}4.$

6 Daniell'sche Elemente; $\varphi = 345{,}8.$

$W_{\text{magn.}} = 9996 \cdot 0{,}955 \cdot 10^{10}.$

Condensator - Beobachtungsreihe.

δ	a	B	Mittel B
0,296 mm	178,9	0,01608	0,01607
0,596	96,7		
1,000	59,1	0,01619	
1,505	40,0		
2,012	30,05	0,01593	
3,018	20,4		

$\varphi = 350{,}5.$

$n = 63{,}08.$

$$\frac{A}{B} = 35{,}74; \quad \frac{B}{C} = 37{,}21. \quad \frac{A}{C} = V = 1329.$$

Daraus folgt:

$v = 30{,}70 \cdot 10^{10}$ (3 Dan.)

$v = 30{,}41 \cdot 10^{10}$ (6 Dan.).

IV.

$$\frac{A}{B} = 36{,}15; \quad \frac{B}{C} = 37{,}25. \quad \frac{A}{C} = V = 1346{,}6.$$

$n = 63{,}08.$

3 Daniell'sche Elemente; $\varphi = 185{,}9.$

$W_{\text{magn.}} = 9999 \cdot 0{,}955 \cdot 10^{10}.$

Condensator - Beobachtungsreihe.

δ	a	B	Mittel B
0,298 mm	98,3	0,0311	0,0311
0,596	51,8		
1,000	31,25	0,0311	
1,505	21,0		

$\varphi = 184{,}6.$

6 Daniell'sche Elemente; $\varphi = 361{,}7$.

$W_{magn.} = 9997 \cdot 0{,}955 \cdot 10^{10}$.

Condensator - Beobachtungsreihe.

δ	n	B	Mittel B
0,298 mm	189,5	0,01582	
0,596	99,5		
1,000	60,7	0,01585	0,01578
1,505	41,0		
2,012	30,8	0,01568	
3,018	20,8		

$$\varphi = 358{,}5.$$
$$n = 63{,}08.$$

$$\frac{A}{B} = 36{,}04; \quad \frac{B}{C} = 36{,}77. \quad \frac{A}{C} = V = 1332{,}9.$$

Daraus folgt:

$$v = 30{,}68 \cdot 10^{10} \text{ (3 Dan.)}$$
$$v = 30{,}48 \cdot 10^{10} \text{ (6 Dan.)}.$$

Es soll nun eine Zusammenstellung der für v erhaltenen Werthe folgen, wobei ich den Factor 10^{10} nur dem Mittelwerthe beisetze.

	9 Dan.	6 Dan.	3 Dan.
$v =$	29,98	30,34	30,38
		30,41	30,34
		30,48	30,70
			30,68

$$\text{Mittel: } v = 30{,}41 \cdot 10^{10} \frac{\text{Mm.}}{\text{Sec.}}$$

Dieser Werth liegt zwischen dem Maxwell'schen 28,798 und dem Weber'schen 31,07. Eine Berücksichtigung des Randeinflusses beim Condensator würde ihn dem ersteren nähern.

Die Theorie der Drehung der Polarisationsebene.

Von

E. Lommel.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Münchener Academie mitgetheilt.)

In den folgenden Zeilen gedenke ich zu zeigen, dass die Lichttheorie, welche ich in mehreren früheren Abhandlungen[1]) aufgestellt habe, die Drehung der Polarisationsebene, und zwar sowohl die magnetische als die natürliche, in sehr einfacher Weise erklärt. Jener Theorie liegen folgende Vorstellungen zu Grunde: 1) der zwischen den Körpermolekülen enthaltene Aether ist von derselben Beschaffenheit wie der freie Aether; insbesondere ist derselbe unzusammendrückbar; 2) zwischen Aether- und Körpertheilchen findet eine der Reibung analoge Wechselwirkung statt, welche ihrer relativen Geschwindigkeit proportional ist; 3) auf jedes Körpertheilchen wirken die ihm eigenthümlichen elastischen Kräfte, und 4) ein seiner Geschwindigkeit proportionaler Widerstand.

Dieser Widerstand, welchen man etwa durch die dem Molecül als integrirender Bestandtheil zugehörige Aetherhülle hervorgebracht denken kann, ist für ein Molekül von gewöhnlicher Beschaffenheit nach allen Richtungen hin der nämliche. Kreist aber um das Molecül ein elektrischer Strom, oder ist dasselbe schraubenförmig gebaut, so muss dieser Widerstand nach verschiedenen Richtungen verschieden, und zwar für Bewegungen rechts herum ein anderer sein als für Bewegungen links herum.

Um die Gesetze der Wellenbewegung in Körpern von solcher Beschaffenheit darzustellen, ist es daher nur erforderlich, in den Bewegungsgleichungen der Molecüle das auf den molekularen Widerstand bezügliche Glied derart zu vervollständigen, dass es jene Verschiedenheit hinsichtlich rechts- und linksherum gehender Bewegungen zum Ausdruck bringt, während die Gleichungen für die Bewegungen des Aethers ungeändert bleiben.

---

1) Repertorium Bd. 15 p. 15, 81 u. 128. — Wied. Ann. Bd. 3, 1878, S. 251 u. 339; Bd. 4, 1878, S. 55.

I. Die magnetische Drehung der Polarisationsebene.

Bezeichnen x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten der gemeinschaftlichen Gleichgewichtslage der in demselben Volumenelemente enthaltenen Körpermasse m und Aethermasse μ, und $x', y', z', \xi', \eta', \zeta'$ ihre resp. Coordinaten nach eingetretener gegenseitiger Verschiebung, so gilt in einem isotropen, von magnetischen Kräften nicht beeinflussten Mittel für die Bewegung der Körpermasse m parallel der x-Axe die Gleichung:

$$m\frac{d^2(x'-x)}{dt^2} = -2km\frac{d(x'-x)}{dt} - mp^2(x'-x) - 2m\nu\left(\frac{d\xi'}{dt} - \frac{dx'}{dt}\right)$$

und für die Bewegung des Aethers nach derselben Richtung die Gleichung:

$$\mu\frac{d^2(x-\xi')}{dt^2} = \omega^2\left(\frac{d^2(x-\xi')}{dx^2} + \frac{d^2(x-\xi')}{dy^2} + \frac{d^2(x-\xi')}{dz^2}\right) + 2m\nu\left(\frac{d\xi'}{dt} - \frac{dx'}{dt}\right),$$

in welchen das mit der Constanten ν multiplicirte Glied die Wechselwirkung zwischen Aether und Körpertheilchen, das mit k behaftete Glied den molekularen Widerstand ausdrückt. Analoge Gleichungen entsprechen den Bewegungen parallel der y- und z-Axe. Zu diesen sechs Gleichungen kommt noch hinzu die Bedingung für die Unzusammendrückbarkeit des Aethers:

$$\frac{d(x-\xi')}{dx} + \frac{d(y-\eta')}{dy} + \frac{d(z-\zeta')}{dz} = o,$$

welche fordert, dass die Aetherschwingungen in der Wellenebene oder transversal erfolgen.

Wählen wir die Normale der Wellenebene als z-Axe, so ist $z - \zeta' = o$; die auf die z-Axe bezüglichen Bewegungen sind alsdann von selbst erfüllt, und die noch übrigen den beiden andern Axen entsprechenden Gleichungen dienen zur Bestimmung der Verschiebungen als Functionen von z und t.

Werden nun durch eine zur Wellennormale (z-Axe) parallele magnetisirende Kraft Molecularströme inducirt (wie bei diamagnetischen Körpern), oder vorhandene Molecularströme gerichtet (wie bei magnetischen Körpern), so bewirken diese kleinen Stromkreise, deren Ebenen zur Wellenebene parallel sind, dass der nach der x-Axe gerichtete moleculare Widerstand nicht bloss von der x-Componente, sondern auch von der y-Componente der Geschwindigkeit abhängig wird, und sonach die Form

$$-2km\frac{d(x'-x)}{dt} - 2\delta m\frac{d(y'-y)}{dt}$$

annimmt, wo 2δ ein von der Stärke der Molecularströme abhängiger

Coefficient ist; dasselbe gilt von dem nach y-Axe gerichteten Widerstand, welcher, weil diese Kräfte durch eine beliebige Drehung um die z-Axe ungeändert bleiben, sich nothwendig in der Form

$$-2km\frac{d(y'-y)}{dt}+2\delta m\frac{d(x'-x)}{dt}$$

darstellt.

Bildet die Richtung der magnetisirenden Kraft mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle, und sonach auch die Ebene der Molecularströme mit der Wellenebene einen Winkel α, so kommt von jedem Strömchen nur die in die Wellenebene fallende Componente zur Wirkung, und man hat $2\delta\cos\alpha$ statt 2δ zu setzen. Dabei denken wir uns die Normale der Stromebene stets nach der Seite errichtet, von welcher aus gesehen der Strom in der Richtung des Uhrzeigers kreist.

Die Bewegungsgleichungen der Körpertheilchen 1 und des Aethers 2 ergeben sich daher wie folgt:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2(x'-x)}{dt^2} &= -2km\frac{d(x'-x)}{dt}-2\delta\cos\alpha\cdot m\frac{d(y'-y)}{dt}- \\ &\quad -mp^2(x'-x)-2m\nu\left(\frac{d\xi}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right), \\ m\frac{d^2(y'-y)}{dt^2} &= 2\delta\cos\alpha\cdot m\frac{d(x'-x)}{dt}-2km\frac{d(y'-y)}{dt}- \\ &\quad -mp^2(y'-y)-2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right), \end{aligned}\right\} \quad (1$$

$$\left.\begin{aligned} \mu\frac{d^2(x-\xi)}{dt^2} &= \omega^2\cdot\frac{d^2(x-\xi)}{dz^2}+2m\nu\left(\frac{d\xi}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right), \\ \mu\frac{d^2(y-\eta')}{dt^2} &= \omega^2\cdot\frac{d^2(y-\eta')}{dz^2}+2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right). \end{aligned}\right\} \quad (2$$

Man genügt diesen Gleichungen, indem man

$$\left.\begin{aligned} x-\xi &= Al,\ y-\eta' = Bl, \\ x'-x &= Ll,\ y'-y = Ml, \\ l &= e^{-\left(K+\frac{q}{c}i\right)z+qit} \end{aligned}\right\} \quad (3$$

in sie einsetzt, und die Constanten A, B, L, M, ferner das Absorptionsvermögen K und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c in geeigneter Weise bestimmt. Die Grösse q, d. i. die mit 2π multiplicirte Schwingungszahl der fortgepflanzten Welle, ist als gegeben anzusehen.

Die Gleichungen 2 nehmen nach Substitution jener Werthe die folgende Gestalt an:

$$\mu q^2 + \omega^2 \left(K + \frac{q}{c} i\right)^2 - 2 m \nu q i \left(1 + \frac{L}{A}\right) = o,$$

$$\mu q^2 + \omega^2 \left(K + \frac{q}{c} i\right)^2 - 2 m \nu q i \left(1 + \frac{M}{B}\right) = o;$$

sie können gleichzeitig nur bestehen, wenn

$$\frac{L}{A} = \frac{M}{B} = \varrho \tag{4}$$

gesetzt wird, und ziehen sich alsdann auf die einzige:

$$\mu q^2 + \omega^2 \left(K + \frac{q}{c} i\right)^2 - 2 m \nu q i (1 + \varrho) = o \tag{5}$$

zurück.

Aus den Gleichungen 1 dagegen erhält man nach Einsetzung der Werthe 3 die folgenden zwei Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned} \left(p^2 - q^2 + 2(k - \nu) q i\right) L &= -2\delta \cos\alpha \cdot q i\, M + 2\nu q i\, A, \\ \left(p^2 - q^2 + 2(k - \nu) q i\right) M &= 2\delta \cos\alpha \cdot q i\, L + 2\nu q i\, B. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Multiplicirt man die erste derselben mit B, die zweite mit A, und zieht sie von einander ab unter Beachtung der Relation 4, so ergibt sich $\quad 2\delta \cos\alpha \cdot q i (AL + BM) = o,$

oder

$$AL + BM = o. \tag{7}$$

Addirt man aber die Gleichungen 6, nachdem man die erste mit A, die zweite mit B multiplicirt hat, so erhält man mit Rücksicht auf 4 und 7:

$$A^2 + B^2 = o, \tag{8}$$

woraus:

$$B = \pm A i, \tag{8a}$$

und alsdann vermöge 7:

$$M = \pm L i \tag{7a}$$

folgt. Nach Einführung dieser Werthe liefert jede der Gleichungen 6:

$$\frac{L}{A} = \varrho = \frac{2\nu q i}{p^2 - q^2 + 2(k - \nu) q i \pm 2\delta \cos\alpha \cdot q}, \tag{9}$$

folglich, wenn man

$$\varrho = \sigma + \tau i \tag{10}$$

setzt:

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \frac{4\nu(k-\nu)q^2}{(p^2-q^2 \pm 2\delta\cos\alpha\cdot q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2},\\ \tau &= \frac{2\nu q(p^2-q^2 \pm 2\delta\cos\alpha\cdot q)}{(p^2-q^2 \pm 2\delta\cos\alpha\cdot q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}.\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Substituirt man nun $\varrho = \sigma + \tau i$ in die Gleichung 5, so zerfällt dieselbe durch Scheidung des Reellen vom Imaginären in die zwei Gleichungen:

$$\frac{1}{c^2} - \frac{K^2}{q^2} = \frac{\mu}{\omega^2}\left(1 + \frac{2m\nu\tau}{\mu q}\right), \tag{12}$$

$$2\cdot\frac{K}{q}\cdot\frac{1}{c} = \frac{\mu}{\omega^2}\cdot\frac{2m\nu}{\mu q}(1+\sigma), \tag{13}$$

aus welchen sich, wenn man der Kürze wegen

$$1 + \frac{2m\nu\tau}{\mu q} = P \quad \text{und} \quad \frac{2m\nu}{\mu q}(1+\sigma) = Q$$

setzt, und $\frac{\omega}{\sqrt{\mu}}$ (die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts im freien Aether) $= 1$ annimmt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c und der Absorptionscoefficient K wie folgt ergeben:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{P^2+Q^2} + P\right), \tag{14}$$

$$\frac{K^2}{q^2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{P^2+Q^2} - P\right), \tag{15}$$

worin

$$P = 1 + \frac{4m\nu^2}{\mu}\cdot\frac{p^2-q^2 \pm 2\delta\cos\alpha\cdot q}{(p^2-q^2 \pm 2\delta\cos\alpha\cdot q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}, \tag{16}$$

$$Q = \frac{2m\nu}{\mu q}\cdot\frac{(p^2-q^2 \pm 2\delta\cos\alpha\cdot q)^2 + 4k(k-\nu)\,q^2}{(p^2-q^2 \pm 2\delta\cos\alpha\cdot q)^2 + 4\,(k-\nu)^2 q^2} \tag{17}$$

ist. Man erhält also, entsprechend dem doppelten Vorzeichen des mit δ behafteten Gliedes, zwei Werthe c' und c'' für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und zwei zugehörige Werthe K' und K'' für das Absorptionsvermögen.

Die gleichzeitigen Bewegungen der Aether- und der Körpertheilchen werden nun durch die reellen Theile der Ausdrücke 3 dargestellt. Bezeichnen wir zur Abkürzung die Verschiebungen der ersteren

mit ξ_1 und η_1, die der letzteren mit x_1 und y_1, so erhalten wir für die Körpertheilchen, da $L = A\varrho$ ist:

$$\left.\begin{aligned} x'_1 &= AR'e^{-K'z}\cos\left(qt - \frac{q}{c'}z + \psi'\right),\\ y'_1 &= AR'e^{-K'z}\sin\left(qt - \frac{q}{c'}z + \psi'\right),\\ \text{wo}\quad R' &= \frac{2\nu q}{\sqrt{(p^2 - q^2 + 2\delta\cos\alpha\cdot q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}},\\ \operatorname{cotg}\psi' &= \frac{2(k-\nu)q}{p^2 - q^2 + 2\delta\cos\alpha\cdot q} \end{aligned}\right\} \qquad (18'$$

ist, und

$$\left.\begin{aligned} x_1'' &= AR''e^{-K''z}\cos\left(qt - \frac{q}{c''}z + \psi''\right),\\ y_1'' &= -AR''e^{-K''z}\sin\left(qt - \frac{q}{c''}z + \psi''\right),\\ \text{mit}\quad R'' &= \frac{2\nu q}{\sqrt{(p^2 - q^2 - 2\delta\cos\alpha\cdot q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}},\\ \operatorname{cotg}\psi'' &= \frac{2(k-\nu)q}{p^2 - q^2 - 2\delta\cos\alpha\cdot q}. \end{aligned}\right\} \qquad (18''$$

Die Bewegungen der Aethertheilchen dagegen werden ausgedrückt durch die beiden Paare von Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1' &= Ae^{-K'z}\cos\left(qt - \frac{q}{c'}z\right),\\ \eta_1' &= Ae^{-K'z}\sin\left(qt - \frac{q}{c'}z\right);\\ \xi_1'' &= Ae^{-K''z}\cos\left(qt - \frac{q}{c''}z\right),\\ \eta_1'' &= -Ae^{-K''z}\sin\left(qt - \frac{q}{c''}z\right), \end{aligned}\right\} \qquad (19$$

welche ersichtlich zwei entgegengesetzt kreisförmig polarisirte Strahlen darstellen, die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen, und infolge verschiedener Absorption ungleiche Amplituden haben.

Nehmen wir an, die Absorption sei so gering, dass $K = o$ gesetzt werden darf, so vereinfachen sich vorstehende Gleichungen zu:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1' &= A \cos\left(q t - \frac{q}{c'} z\right), & \eta_1' &= A \sin\left(q t - \frac{q}{c''} z\right), \\ \xi_1'' &= A \cos\left(q t - \frac{q}{c''} z\right), & \eta_1'' &= -A \sin\left(q t - \frac{q}{c''} z\right), \end{aligned}\right\} \qquad (20$$

und die Componenten der geradlinigen Schwingung, zu welchen sich die beiden kreisförmigen Bewegungen nach Durchlaufung des Weges z zusammensetzen, sind:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1' + \xi_1'' &= 2 A \cos\left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2} \\ &\quad \cdot \cos\left[q t - \left(\frac{q}{c'} + \frac{q}{c''}\right)\frac{z}{2}\right], \\ \eta_1' + \eta_1'' &= 2 A \sin\left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2} \\ &\quad \cdot \cos\left[q t - \left(\frac{q}{c'} + \frac{q}{c''}\right)\frac{z}{2}\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (21$$

Bezeichnen wir mit $\varDelta$ den Winkel, welchen diese Schwingung mit der ursprünglichen Schwingungsrichtung (bei $z = o$) bildet, so ist

$$\operatorname{tg} \varDelta = \frac{\eta_1' + \eta_1''}{\xi_1' + \xi_1''} = \operatorname{tg}\left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2}.$$

Es hat demnach eine Drehung der Schwingungsebene stattgefunden im Betrage von

$$\varDelta = \left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2}. \qquad (22$$

Ist aber die Absorption so unbedeutend, dass K als verschwindend angesehen werden kann, so gilt dasselbe auch von Q, und man hat

$$\frac{1}{c^2} = P.$$

Entwickelt man nun $\frac{1}{c'}$ und $\frac{1}{c''}$ nach Potenzen der kleinen Grösse $2\delta \cos\alpha \cdot q$, und die Coefficienten der Entwickelung wiederum nach Potenzen von q^2, so findet man:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{c''} &= \left(A + Bq^2 + Cq^4 + \cdots\right) \\
&\quad + \delta\cos\alpha\cdot q \left(A' + B'q^2 + C'q^4 + \cdots\right) \\
&\quad + \delta^2\cos^2\alpha\cdot q^2\left(A'' + \cdots\right) + \cdots, \\
\frac{1}{c'} &= \left(A + Bq^2 + Cq^4 + \cdots\right) \\
&\quad - \delta\cos\alpha\cdot q \left(A' + B'q^2 + C'q^4 + \cdots\right) \\
&\quad + \delta^2\cos^2\alpha\cdot q^2\left(A'' + \cdots\right) - \cdots,
\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

folglich, wenn man die Glieder mit der dritten und höheren Potenzen von δ ausser Acht lässt:

$$\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'} = 2\delta\cos\alpha\left(A'q^2 + B'q^4 + C'q^6 + \cdots\right),$$

oder, da $q = \frac{2\pi V}{\lambda}$ ist, wenn V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und λ die Wellenlänge im freien Aether bezeichnet:

$$\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'} = 2\delta\cos\alpha\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \cdots\right).$$

Die Drehung der Schwingungsebene wird also durch den Ausdruck

$$\varDelta = z\delta\cos\alpha\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \cdots\right) \tag{24}$$

dargestellt, welcher übereinstimmend mit der Erfahrung aussagt, dass die Drehung 1. der Dicke der vom Lichtstrahl durchlaufenen Schicht, 2. der Grösse der magnetisirenden Kraft, 3. dem Cosinus der Neigung dieser Kraft gegen die Fortpflanzungsrichtung des Strahls proportional ist, und dass sie endlich 4. mit abnehmender Wellenlänge wächst.

Aus der vorstehenden Entwickelung erhellt, dass die vier Constanten, welche in den Ausdrücken P und Q ausser der Grösse δ noch vorkommen, auch in der Formel für den Drehungswinkel auftreten müssen, und dass daher zur genauen Darstellung der Rotationsdispersion vier Glieder dieser Formel erforderlich sein würden. Behufs einer angenäherten Prüfung mag es jedoch genügen, die Formel mit nur zwei Constanten in der Gestalt

$$\varDelta = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} \tag{25}$$

mit den Beobachtungsresultaten zu vergleichen. Wir benutzen hierzu

die Beobachtungen Verdet's[1]) am Schwefelkohlenstoff und Kreosot, indem wir mit Verdet die Drehungen für die Frauenhofer'sche Linie E gleich 1 setzen.

Tabelle I.

Schwefelkohlenstoff.

$\log a = 9{,}31005 - 10.$ $\log b = 8{,}30892 - 10.$

Fraun-hofer'sche Linien	Drehung beobachtet	Drehung berechnet nach Formel					
		25	Diff.	M	Diff.	N	Diff.
C	0,592	0,585	+ 7	0,589	+ 3	0,943	− 351
D	0,768	0,759	+ 9	0,760	+ 8	0,967	− 199
E	1,000	1,000	0	1,000	0	1,000	0
F	1,234	1,230	+ 4	1,234	0	1,034	+ 200
G	1,704	1,692	+ 12	1,713	− 9	1,091	+ 613

Tabelle II.

Kreosot.

$\log a = 9{,}28409 - 10.$ $\log b = 8{,}37358 - 10.$

Fraun-hofer'sche Linien	Drehung beobachtet	Drehung berechnet nach Formel					
		25	Diff.	M	Diff.	N	Diff.
C	0,573	0,575	− 2	0,617	− 44	0,976	− 403
D	0,758	0,752	+ 6	0,780	− 22	0,993	− 235
E	1,000	1,000	0	1,000	0	1,000	0
F	1,241	1,238	+ 3	1,210	+ 31	1,017	+ 224
G	1,723	1,723	0	1,603	+ 120	1,041	+ 682

Zur Vergleichung mit anderen Theorien sind in den Columnen M und N die Zahlenwerthe beigefügt, welche von Verdet nach den Formeln berechnet sind, die sich bzw. aus den Theorien von Maxwell[2]) und Neumann[3]) ergeben. Obgleich sich die Maxwell'sche Formel beim Schwefelkohlenstoff den Beobachtungen etwas besser anschliesst als die unsrige, so weicht sie andrerseits beim Kreosot so beträchtlich davon ab, dass sie als unbrauchbar angesehen werden muss. Unsere

1) Ann. de chim. et de phys. (3) t. 69. 1863, p. 471.
2) Treatise on Elektricity and Magnetism; Vol. II. p. 413. Oxford 1873.
3) Die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes. Halle 1863.

Formel 25 dagegen gibt in beiden Fällen eine ziemlich befriedigende Uebereinstimmung, und der unregelmässige Gang der Differenzen spricht ebenfalls zu ihren Gunsten.

II. Die natürliche Drehung der Polarisationsebene.

Sind die Moleküle eines Körpers schraubenförmig gebaut, und sonach rechts herum anders beschaffen als links herum, so müssen, wenn die Axen der Schrauben unter sich parallel und senkrecht zur fortgepflanzten Wellenebene stehen, ganz in derselben Weise wie im vorigen Fall in den für die x- und y-Richtung geltenden Bewegungsgleichungen der Körpertheilchen bzw. Glieder von der Form

$$-2\delta m \frac{d(y'-y)}{dt}$$

und

$$+2\delta m \frac{d(x'-x)}{dt}$$

auftreten. Bildet die Schraubenaxe mit der Wellennormale einen Winkel α, so werden in der Wellenebene nur noch Bruchtheile dieser Glieder zur Geltung kommen, welche Null sind, wenn der Winkel α ein rechter ist, und ungeändert bleiben, wenn man der Schraubenaxe die entgegengesetzte Lage gibt. Um dieser Eigenthümlichkeit des schraubenförmigen Baues Rechnung zu tragen, nehmen wir an, dass diese Bruchtheile durch

$$-2\delta \cos^2\alpha \cdot m \frac{d(y'-y)}{dt}$$

und

$$+2\delta \cos^2\alpha \cdot m \frac{d(x'-x)}{dt}$$

ausgedrückt werden.

Sind die Schraubenaxen der Moleküle zu je einem Dritttheil nach drei zu einander senkrechten Richtungen geordnet, welche mit der Wellennormale resp. die Winkel α, β, γ bilden, so liefern die drei Molekülreihen zur x-Componente die Beiträge

$$-2\delta \cos^2\alpha \cdot m \frac{d(y'-y)}{dt}, \qquad -2\delta \cos^2\beta \cdot m \frac{d(y'-y)}{dt},$$

$$-2\delta \cos^2\gamma \cdot m \frac{d(y'-y)}{dt},$$

welche zusammengefasst wieder

$$-2\delta m \frac{d(y'-y)}{dt}$$

geben. Eine solche Anordnung der Schraubenaxen würde stattfinden

bei circular polarisirenden Krystallen des regulären Systems. Aber auch die vollkommen regellose Gruppirung der Moleküle in der Lösung eines activen Stoffs kann man durch jene Anordnung ersetzt denken.

In Körpern von der vorausgesetzten Beschaffenheit wird demnach die Fortpflanzung des Lichts durch folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2(x'-x)}{dt^2} &= -2km\frac{d(x'-x)}{dt} - 2\delta m\frac{d(y'-y)}{dt} \\ &\quad - mp^2(x'-x) - 2m\nu\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx'}{dt}\right), \\ m\frac{d^2(y'-y)}{dt^2} &= \quad 2\delta m\frac{d(x'-x)}{dt} - 2km\frac{d(y'-y)}{dt} \\ &\quad - mp^2(y'-y) - 2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt} - \frac{dy'}{dt}\right), \end{aligned}\right\} \quad (1$$

$$\left.\begin{aligned} \mu\frac{d^2(x-\xi)}{dt^2} &= \omega^2\frac{d^2(x-\xi)}{dz^2} + 2m\nu\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{dx'}{dt}\right) \\ \mu\frac{d^2(y-\eta')}{dt^2} &= \omega^2\frac{d^2(y-\eta')}{dz^2} + 2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt} - \frac{dy'}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \quad (2$$

dargestellt, deren Integration, genau wie im vorigen Abschnitt durchgeführt, Resultate liefert, welche sich von den dortigen nur dadurch unterscheiden, dass die Drehung

$$\varDelta = z\delta\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \cdots\right)$$

sowohl ihrem Betrage als ihrem Sinne nach ungeändert bleibt, nach welcher Richtung auch die Welle sich fortpflanzen mag. Da von Boltzmann[1]) bereits nachgewiesen wurde, dass die Formel

$$\varDelta = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4},$$

welche in ihrem ersten Gliede das angenähert giltige Biot'sche Gesetz darstellt, die natürliche Rotationsdispersion in sehr befriedigender Weise wiedergibt, so ist eine erneute Prüfung derselben nicht erforderlich.

1) Pogg. Ann. Jubelbl. 1874, S. 128.

Elektrostatische Untersuchungen, insbesondere über die Verzweigung der Induction beim Differential-Inductometer und Elektrophor.

Von

Dr. James Moser.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie mitgetheilt.)

Das Differential-Inductometer.

Als Faraday im Jahre 1838 seine Versuche über die specifische Inductionscapacität durchgeführt und so im Wesentlichen die sechs Jahrzehnte älteren Forschungen von Cavendish wiederholt hatte, gab er am Schlusse seiner Abhandlung einen Apparat an zur Bestimmung dieser specifischen Inductionscapacität: das Differential-Inductometer.

Dieses soll zwar als Ausgangspunkt der vorliegenden Untersuchung dienen, doch wird zunächst und der Hauptsache nach nur von der elektrostatischen Induction in einem einzigen Medium, der Luft, also nicht von specifischer Induction, die erst bei der Vergleichung mehrerer Media in Frage kommen könnte, die Rede sein.

Den erwähnten Apparat beschreibt Faraday in den Experimental-Researches, § 1307: „Drei kreisförmige Metallplatten von etwa 5 Zoll Durchmesser wurden parallel neben einander auf isolirenden Stützen aufgestellt. Die mittlere *A* war fest, die beiden äusseren *B* und *C* auf Schlitten beweglich, so dass sie mit ihren Seitenflächen fast zur Berührung oder in beliebige Entfernung gebracht werden konnten. Zwei Goldblättchen hingen an isolirten Drähten in einer Glasflasche; eine der äusseren Platten *B* war mit dem einen Goldblättchen, die andere mit dem andern verbunden. Die äussern Platten *B* und *C* waren in einem Abstande von 1¼ Zoll von der mittlern Platte *A* aufgestellt und die Goldblättchen 2 Zoll von einander entfernt. Die Mittelplatte *A* wurde schwach elektrisch geladen, die äusseren Platten *B* und *C* beide gleichzeitig zur Erde abgeleitet und dann dauernd isolirt.

In diesem Stadium war *A* positiv geladen als Inductor und *B* und *C* negativ als Inducenden[1]). In beiden Zwischenräumen befand sich ein und dasselbe Dielektricum, Luft; die Goldblättchen hingen in relativ unelektrischem Zustande parallel herab."

Während Faraday nun das Verhältnis der Induction von *A* auf *B* zu der Induction von *A* auf *C* durch Zwischenfügung verschiedener Dielektrica beeinflusste, liess ich dasselbe dadurch variiren, dass ich die Entfernung der Platten *B* und *C* von *A* vermehrte oder verminderte. Faraday brachte in den einen Raum zwischen der Mittelplatte *A* und der einen Aussenplatte *B* eine Schellackscheibe. Dann näherten sich die Goldblättchen einander und entfernten sich wieder beim Hinwegnehmen der Schellackscheibe. Diese Anziehung rührt nach seiner Auffassung daher, dass die Induction dort, wo der Schellack sich befindet, stärker ist, dass *A* auf der Platte *B* mehr negative Elektricität inducirt. Es wird daher *B* auf der *A* abgewandten Seite nebst seinem Goldblättchen positiv. Dagegen wird auf der anderen Aussenplatte *C* weniger negative Elektricität inducirt und diese daher auf ihrer Aussenseite nebst dem mit ihr verbundenen Goldblättchen negativ. So ziehen sich die Goldblättchen an.

Zu meinen Versuchen nahm ich drei Zinkplatten von 30^{cm} Durchmesser und benutzte theils eine Glasflasche, wie die oben beschriebene mit den beiden isolirten Goldblättchen, zum Theil aber auch zwei Elektroskope. Von diesen Elektroskopen wurde das eine mit der einen, das andere mit der andern Aussenplatte verbunden; dann liess sich die Art der Elektricität, welche sich auf der Platte befand, leicht bestimmen.

Von der Einrichtung dieser Elektroskope möchte ich einige Einzelheiten, die ich für elektrostatische Untersuchungen von Interesse halte, noch erwähnen. Die Isolation des Drahtes, der die Goldblättchen trug, bewirkte ich einfach dadurch, dass ich ihn durch ein Ebonitröhrchen von 5^{mm} äusserm Durchmesser und 1^{mm} Oeffnung steckte. Um die Klemmschrauben zu vermeiden, deren zahlreiche Kanten bei elektrostatischen Versuchen störend sind, war zur Befestigung der Zuleitungsdrähte die Kugel jedes Elektroskops konisch von $^3/_4$ auf $^1/_2{}^{mm}$ durchbohrt; in diese Durchbohrung wurde der Draht einfach hineingesteckt.

---

1) Ich übersetze Faraday's inductric body, den inducirenden Körper, mit Inductor und Faraday's inducteous body, den inducirten Körper, mit Inducendus Exp. Res. § 1483.

Auf dem Gefässe des Elektroskops darf sich keine Elektricität festsetzen; ich nahm daher zwar ein gewöhnliches cylindrisches Glas, 15^{cm} hoch, 10^{cm} weit, legte aber einen 3^{cm} breiten Stanniolstreifen um das Glas parallel der Fläche der Goldblättchen innen und aussen herum, so dass er also zur Erde abgeleitet war. So inducirte die Elektricität der Blättchen die entgegengesetzte hauptsächlich im Stanniolstreifen und bei zu starker Ladung flogen die Blättchen gegen letztern Streifen, der sie entlud. Das Glas war durch einen Holzdeckel verschlossen; in diesem steckte das den Draht umschliessende Ebonitröhrchen. Jede Zinkscheibe war vertical auf einem horizontalen rechtwinkligen Z aus Siegellack befestigt. Die drei Z griffen in einander über, so dass die Scheiben bis auf $1{,}5^{cm}$ Entfernung einander genähert werden konnten.

Die drei Platten des Differential-Inductometers sind aufzufassen als zwei Condensatoren, welche eine Platte, die Collectorplatte, gemeinsam haben. Von dieser als Inductor beginnt die Induction und endet auf den beiden seitlichen Condensatorplatten als Inducenden.

Verzweigung der Induction.

Was für die fliessende Elektricität die Verzweigung des Stromes ist, das ist für die ruhende Elektricität diese Anordnung: eine Verzweigung der Induction.

Doch will ich, ehe ich in der physikalischen Betrachtung fortfahre, die sonst hypothetisch erscheinen würde, das mathematische Gesetz aus der Potentialtheorie ableiten.

Wenn wir das Differential-Inductometer aus zwei Condensatoren gebildet betrachten, so stellt sich die gesammte Elektricitätsmenge E auf der Mittelplatte aus zwei Theilen e_1 und e_2 zusammengesetzt dar:

$$E = e_1 + e_2, \qquad (1$$

so dass der eine Theil e_1 die Ladung des einen, e_2 die Ladung des zweiten Condensators ist.

Die Grösse jedes dieser Theile finden wir auf folgende Weise: Nach Green[1]) ist die Ladung e eines ebenen Condensators, dessen Platten die Oberfläche S und den Abstand r haben, wenn auf der einen die Potentialfunction den Werth V annimmt und die andere zur Erde abgeleitet ist

$$e = \frac{VS}{4\pi r}.$$

1) Green Essay, § 8. Thomson Papers, § 53.

Bei der Entwicklung dieser Formel ist vorausgesetzt, dass r klein ist gegen den Durchmesser der Platten, eine Voraussetzung, auf die ich nachher noch zurückkommen werde.

Diese Formel wenden wir auf die beiden Condensatoren des Differential-Inductometers an. Alle drei Platten haben gleiche Oberfläche S, die mittlere das Potentialniveau V, die beiden äusseren sind zur Erde abgeleitet. Der Plattenabstand des einen Condensators mit der Ladung e_1 sei r_1, der des andern mit der Ladung e_2 sei r_2. Dann ist

$$e_1 = \frac{VS}{4\pi r_1}$$

und

$$e_2 = \frac{VS}{4\pi r_2}.$$

Und es verhält sich demnach:

$$e_1 : e_2 = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2}, \tag{2}$$

d. h. es ist die Ladung umgekehrt proportional dem Plattenabstand. Die Grösse der beiden Ladungen ergibt sich unmittelbar aus den Gleichungen 1 und 2. Ihnen zufolge ist die Ladung des einen

$$e_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} E \tag{3}$$

und die des andern

$$e_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} E. \tag{4}$$

Diese Formeln, welche mit den Formeln für die Verzweigung eines Stromes gleichlauten, sind nur streng richtig für unendlich grosse Platten. Dann besagen sie, dass die Inductionscapacitäten der beiden Condensatoren, welche das Differential-Inductometer bilden, sich umgekehrt wie die Plattenabstände verhalten. Wenn wir den umgekehrten Werth der Inductionscapacität mit Inductionswiderstand bezeichnen, wie die Leitungsfähigkeit der umgekehrte Werth des Leitungswiderstandes ist, dann wären in dem Falle unendlich grosser Platten die Inductionswiderstände den Abständen der Platten einfach proportional. In diesem Falle unendlich grosser Platten wären die Niveauflächen Ebenen, die den Platten parallel sind, und die Kraftfäden auf ihnen senkrechte Cylinder.

Dieser Fall der Elektrostatik würde in den entsprechenden der Elektrodynamik übergehen, wenn zwischen den Platten sich eine

leitende Flüssigkeit befände. Würden dann die Platten auf den bisherigen Potentialniveaus etwa durch eine Batterie erhalten, so würde ein Strom von der Mittelplatte aus durch die Flüssigkeit zu den beiden Seitenplatten sich verzweigen, so dass die Mittelplatte Anode und die Seitenplatten Kathoden wären. Und zwar fände dann die Verzweigung so statt, dass die Stärken der beiden Zweigströme sich umgekehrt wie die Widerstände verhielten oder, da diese den Abständen proportional wären, auch im umgekehrten Verhältnis der Abstände sein würden[1]. In dieselbe Ungenauigkeit, welche wir begehen, wenn wir den Satz, dass der Strom sich im umgekehrten Verhältnis der Plattenabstände verzweigt, von unendlich grossen Platten übertragen würden auf grosse Kreisplatten, die in leitender Flüssigkeit sich befinden — in dieselbe Ungenauigkeit verfallen wie in der Elektrostatik, wenn wir die für unendliche Platten abgeleiteten Gleichungen auf das Differential-Inductometer anwenden. Der Fall, welcher in der Elektrodynamik dem Differential-Inductometer entspricht, welches wir als einen Apparat zur Verzweigung der elektrostatischen Induction betrachteten, wäre also der der Stromverzweigung zwischen drei Kreisplatten. Denken wir uns das Differential-Inductometer in eine leitende Flüssigkeit getaucht und die vorhandenen Potentiale dauernd unterhalten, dann flösse ein Strom von der Mittelplatte als Anode zu den Seitenplatten als Kathoden. Noch mehr, construirten wir in beiden Fällen das System der Flächen gleichen Potentials, so müsste, wenn ihre Gleichung

$$V = \text{const.}$$

wäre, V in beiden Fällen bei der Stromverzweigung und bei dem Differential-Inductometer derselben Differentialgleichung genügen und dieselben Grenzbedingungen erfüllt werden. So bekommen wir in beiden Fällen dasselbe System von Niveauflächen und ihre selben Normalen sind das eine Mal als Kraftlinien, das andere Mal als Stromlinien aufzufassen. Je grösser die Platten werden, umsomehr nähert sich der Theil der Niveauflächen zwischen den Platten Ebenen, welche diesen parallel sind, und um so gerader werden die Kraftlinien.

In denselben Linien finden also Induction und Leitung statt. Nehmen wir, um eine bestimmte Vorstellung zu haben, als Zwischenschicht des Condensators, wie Faraday es that, Wallrath, so finden wir mit ihm, „dass Wallrath ein Dielektricum ist, durch welches

1) Vgl. Ströme zwischen Platten in Wiedemann, Galvanismus, § 116.

Induction statt hat (Exp. Res., § 1322), dass Wallrath aber auch ein Leiter, jedoch in so geringem Grade ist, dass durch seine Masse der Process der Leitung Schritt für Schritt verfolgt werden kann. Hier scheint die Induction eine nothwendige Vorbedingung der Leitung zu sein (§ 1323)".

Und wenn Faraday auch nicht die Verzweigung der Induction, wie wir es eben gethan haben, in die Formeln fassen konnte, die mit denen der Verzweigung des Stroms übereinstimmen, so hat er doch diese Uebereinstimmung in seiner Vorstellung gehabt. Dass er diese Vorstellung nicht formuliren konnte, das eben war die Ursache, dass er missverstanden wurde, und dies ist der Grund, der mich veranlasst, auf den Punkt näher einzugehen.

Faraday ersetzt in einem Falle elektrostatischer Induction, die durch Luft stattfindet, einen Theil der Luft durch Schwefel und findet, dass jetzt durch den Schwefel stärkere Induction statt hat, als bisher durch die Luft, welche der Schwefel verdrängt. Jetzt vergleicht er diesen Fall mit einer Stromverzweigung in schlechten Leitern, deren einen er mit einem gut leitenden Draht vertauscht. Dann fliesst durch den Draht ein stärkerer Strom als bisher durch den schlechten Leiter, an dessen Stelle der Draht getreten ist und durch die an ihrem Platze gebliebenen schlechten Leiter strömt so viel Elektricität weniger, als mehr durch den Draht. Das ist der Sinn der Faraday'schen Worte: „amongst insulating dielectrics some lead away the lines of force from others, as the wire will do from worse conductors (§ 1331): unter isolirenden dielektrischen Medien leiten einige die Kraftlinien von anderen ab, wie der Draht es thun wird von schlechteren Leitern".

Von dieser Auffassung des Differential-Inductometers, als einer Verzweigung der elektrostatischen Induction will ich in Folgendem einige Anwendungen der Betrachtung unterziehen.

Methode zur Bestimmung der Inductionscapacität.

Die Methoden der Bestimmung des Leitungswiderstandes lassen sich, soweit sie auf Stromverzweigung beruhen, in elektrostatische Verfahren zur Messung der Inductionscapacität übertragen. Bei der zuerst von Christie angegebenen Wheatstone'schen Brücke z. B. bestimmen wir einen unbekannten Widerstand als vierte Proportionale zu drei bekannten Widerständen. Zu diesem Zwecke wird der Strom verzweigt zwischen einer Stelle hohen Potentials und einer Stelle niedern Potentials,

und zwei Punkte, je einer auf jedem der Zweige, werden so bestimmt, dass diese beiden Punkte gleiches Potentialniveau haben, dass sie also die Widerstände der beiden Zweige in gleichem Verhältnis theilen. Dann fliesst durch ein zwischen diese Punkte geschaltetes Galvanometer kein Strom. Bei dem Differential-Inductometer ist der Anfang der Verzweigung die mittlere Inductorplatte, deren Potentialniveau wir mit V bezeichneten und das Ende der Verzweigung sind die beiden seitlichen Inducendenplatten, auf welchen die Potentialfunction gleich Null ist. Zwischen die Inductorplatte und jede der Inducendenplatten schalten wir jetzt je eine metallische Zwischenplatte so ein, dass diese beiden Zwischenplatten gleiches Potentialniveau haben, dass also wieder vier Abschnitte entstehen, deren Inductionscapacitäten paarweise einander proportional sind. Wird die Inductionscapacität eines dieser Abschnitte dadurch geändert, dass ein anderes Dielektricum als Luft eingefügt wird, so muss auch die Capacität eines zweiten geändert werden, damit die anfänglich vorhandene Proportion wieder hergestellt werde. Die Aenderung der Capacität dieses zweiten Abschnittes bewirken wir, indem wir die Entfernung der ihn begrenzenden Platten variiren, bis die ursprüngliche Gleichheit der Potentialniveaus der beiden Zwischenplatten wieder erreicht ist, was wir daran erkennen, dass ein zwischen letztere Platten gefügtes Quadranten-Elektrometer keinen Ausschlag aufweist. So ist die Bestimmung der Inductionscapacität auf eine Längenmessung zurückgeführt. Im Wesentlichen haben diese Methode, die sich mir bei dieser Untersuchung ergab, Maxwell und Sir William Thomson, wie ich aus dem neu erschienenen Werke des Herrn Gordon ersehe, ihm für seine im vorigen Jahre in den Philosophical Transactions veröffentlichten Messungen der Inductionscapacität empfohlen.

Theorie des Elektrophors.

Eine weitere Anwendung der Verzweigung der Induction finden wir im Elektrophor. Indem ich dessen Theorie jetzt ableiten und dabei namentlich in die Discussion über die Zahl der elektrisch wirksamen Schichten eintreten will, gehe ich von Faraday's Differential-Inductometer aus. Eine solche Theorie des Elektrophors, welche die Faraday'sche Auffassung berücksichtigt, ist noch nicht gegeben. Faraday entwickelt sie nicht und auch Maxwell, der den Elektrophor nicht symmetrisch als Ebonitplatte mit zwei beweglichen Metallbelegungen,

sondern nur in der unsymmetrischen Form betrachtet, als aus einer Ebonitplatte, deren Rückseite mit Metall bekleidet ist, und aus nur einer beweglichen Metallplatte bestehend, tritt in die Frage, wie viel Schichten elektrisch wirksam sind, nicht ein.

Auf eigenem Wege erhalten wir so eine Theorie des Elektrophors und gelangen auf ihm zu einem festen Standpunkt den verschiedenen Theorien gegenüber, welche auf Grund der elektrischen Fernwirkung aufgestellt und in der Sprache dieser Influenztheorie ausgedrückt sind. Am meisten werden wir uns derjenigen dieser Theorien nähern, die in neuerer Zeit zuletzt von Herrn von Bezold (Pogg. Ann. 143) vertreten worden ist.

Der Elektrophor, wie ich ihn betrachte, ist also symmetrisch angeordnet, ist eine nicht leitende Platte mit zwei beweglichen Belegungen und könnte also auch als Franklin'sche Tafel, als Leydener Flasche oder als Condensator dienen. Mein Elektrophor bestand aus einer kreisförmigen Ebonitplatte von $1\frac{1}{2}^{mm}$ Dicke und 30^{cm} Durchmesser. Den gleichen Durchmesser hatten die Belegungen aus Zink, an deren einer ein Ebonitstiel befestigt war. (Zu weiteren Versuchen dienten noch drei gleiche und andere dünnere Platten von Ebonit, auch weitere von Zink in ähnlicher Grösse.)

Das Einfachste ist nun die Annahme, dass die Ebonitplatte, sobald sie, auf der einen abgeleiteten Metallbelegung ruhend, mit einem Fuchsschwanz gepeitscht wird, nur auf ihrer oberen Fläche negativ elektrisch werde. Dann beginnt die Induction von dieser negativen Schicht der Ebonitplatte als Inductor. Der Inducendus, auf welchem sie endet, ist die unten liegende abgeleitete Metallplatte. Nach Auflegung und Ableitung der obern Metallplatte verzweigt sich aber die Induction wieder von der negativen obern Schicht der Ebonitplatte als Inductor aus und erstreckt sich nach beiden Metallplatten als Inducenden.

Ist, wie wir angenommen haben, nur eine Inductorschicht beim Elektrophor, und zwar diese negative auf der oberen Fläche der Ebonitplatte vorhanden, so würde das Differential-Inductometer als Schema des Elektrophors betrachtet werden können. Die negative Schicht des Elektrophors würde die negativ geladene mittlere Inductorplatte des Differential-Inductometers darstellen und die beiden Metallbelegungen des einen Apparats den beiden Metallbelegungen des andern entsprechen. Noch mehr, diese Uebereinstimmung der beiden Apparate erscheint vollständiger, wenn wir das Differential-Inductometer als Elektrophor

zur Elektricitätserzeugung benutzen. Wir können die eine Platte des Differential-Inductometers dauernd zur Erde ableiten, die andere nähern, aus ihr einen negativen, sie dann entfernen und aus ihr einen positiven Funken ziehen.

Aber ein Unterschied zeigt sich jetzt und beweist die Unzulänglichkeit unseres bisherigen Schemas.

Beim Differential-Inductometer ist es vollständig gleichgiltig, ob wir die rechte Seitenplatte zur Erde ableiten und die linke isoliren und entladen, oder ob wir diese ableiten und jene rechte ihre Entfernung ändern lassen. Immer bekommen wir von derjenigen Seitenplatte, welche wir von der negativen mittlern Platte entfernt haben, positive Entladung. Dasselbe, also nur positive Entladung nach der Entfernung, müsste beim Elektrophor der Fall sein, wenn nur eine Inductorschicht vorhanden wäre. Dann ist schon nach Faraday (§ 1255) kein Unterschied in der Art der Induction durch die Luft oder den Ebonit und es müsste daher, wenn die Ebonitscheibe umgewandt worden ist, die obere Metallbelegung, welche jetzt aber auf der ungeriebenen Seite aufliegt, wieder beim Abheben vom Ebonit, wie vorhin die Platte, positive Elektricität liefern.

Das ist aber nicht der Fall. Wenden wir die Ebonitplatte um, so liefert die obere Metallbelegung, wenn wir sie abheben, negative Elektricität, während sie vorhin positive gab.

Das Differential-Inductometer, welches in beiden Fällen positive Entladung liefert, ist also kein genügendes Schema, um zu erklären, dass wir so:

1. Wenn die geriebene Fläche oben ist, vom abgehobenen Metall einen positiven Funken,
2. Wenn die geriebene Fläche unten ist, einen negativen Funken vom abgehobenen Metall erhalten.

Als einfachste Ergänzung des Differential-Inductometers, bei welchem nur eine Inductorplatte vorhanden ist, zu einem vollständigen Schema des Elektrophors, ergibt sich die Hinzufügung einer zweiten Inductorplatte, und zwar einer positiv geladenen, die der unteren Seite der Ebonitscheibe entsprechen würde.

In der That haftet infolge des Peitschens die Ebonitplatte so fest an der Metallunterlage, dass ich diese vertical stellen konnte, ohne dass die Platte hinabglitt. Es inducirte zunächst die negative Schicht der geriebenen Seite positive Elektricität im metallischen Boden. Der

Induction folgt Leitung und Entladung; es wird also ein Theil der positiven Elektricität vom Boden auf die untere Seite der Ebonitplatte übergehen, andererseits aber auch die negative Elektricität von der geriebenen Seite aus weiter in die Ebonitplatte eindringen, so dass sich auf der Ebonitplatte zwei Schichten, oben eine negative, unten eine positive finden. Für das Verständnis der in Rede stehenden Erscheinungen genügt es hier, die Frage der Dicke der Schicht nicht zu discutiren, sondern diese Schichten als eben zu betrachten.

Mit Hilfe dieser beiden Schichten müssen wir jetzt die beiden Erscheinungen erklären:

1. Den positiven Funken, wenn die Metallplatte von der geriebenen Seite,
2. den negativen Funken, wenn die Metallplatte von der ungeriebenen Seite abgehoben wird.

Zur Prüfung dieser Theorie werden wir dann weitere Folgerungen aus ihr zu ziehen und diese durch die Erfahrung zu bestätigen haben.

Das vollständige Schema des Elektrophors besteht also aus vier Platten:

1. einer negativ geladenen,
2. einer positiv geladenen, diesen beiden als Inductoren,
3. und 4. aus den beiden Metallbelegungen als Inducenden.

Der Kürze wegen wollen wir die Belegung auf der geriebenen negativen Seite der Ebonitplatte „Deckel", die auf der anderen ungeriebenen positiven Seite „Boden" nennen, so dass also:

Deckel,
negative Schicht,
positive Schicht,
Boden,

auf einander folgen würden. Und zwar sei:

$$b$$

die Entfernung des Bodens von der positiven Fläche, und

$$d$$

die Entfernung des Deckels von der negativen Fläche. Ist ausserdem

$$c$$

die Dicke der Ebonitplatte, so würde ihr eine im Verhältnis der Inductionscapacität des Ebonits $(2 \cdot_2)$ dünnere Luftschicht, also von der Dicke

$$\frac{c}{2 \cdot_2} = c'$$

entsprechen, so dass im Schema die vier Metallplatten in den Entfernungen

$$b \quad c' \quad d$$

zu stehen kämen.

Die geriebene Seite der Ebonitscheibe enthalte die Elektricitätsmenge

$$-E$$

und vom Boden sei der Theil

$$+\alpha E$$

der inducirten Menge auf die ungeriebene Fläche übergegangen.

	b		c'		d	
Boden		$+\alpha E$		$-E$		Deckel

Die Menge $-E$ inducirt dann nach den Gleichungen 1, 3 und 4 im Ganzen $+E$, und zwar:

auf dem Boden	auf dem Deckel
$\frac{+d}{b+c'+d}E$	$\frac{+b+c'}{b+c'+d}E.$

Ebenso inducirt die $+\alpha E$ der unteren Seite im Ganzen $-\alpha E$, und zwar:

auf dem Boden	auf dem Deckel
$\frac{-\alpha c'-\alpha d}{b+c'+d}E$	$\frac{-\alpha b}{b+c'+d}E,$

so dass im Ganzen:

auf dem Boden	auf dem Deckel
$\frac{+d-\alpha c'-\alpha d}{b+c'+d}E$	$\frac{+b+c'-\alpha b}{b+c'+d}E$

inducirt wird.

Der Zähler der Elektricitätsmenge des Deckels

$$+b+c'-\alpha b$$

ist immer positiv, d. h. es wird in der Metallbelegung auf Seite der geriebenen Fläche immer positive Elektricität inducirt und wir erhalten bei der Entfernung der Platte einen positiven Funken.

Dagegen erkennen wir, dass der Zähler der Elektricitätsmenge des Bodens

$$+d-\alpha c'-\alpha d = d(1-\alpha)-\alpha c',$$

da $\alpha c'$ constant ist, mit wachsendem d sein Vorzeichen wechselt. Und zwar wird bei kleinem d bei kleiner Entfernung des Deckels im

Boden negative Elektricität inducirt und wir bekommen beim Abheben des Bodens aus ihm negative Entladung. Diese Entfernung d ist aber klein, fast 0, wenn wir die Ebonitscheibe umdrehen und mit der geriebenen Seite dicht auf die Metallplatte auflegen. Dann erhalten wir von der oberen Metallplatte, dem Boden, beim Abheben negative Entladung. Somit wären die beiden Erscheinungen, welche wir erklären wollten:

1. positive Entladung bei der ursprünglichen Lage,
2. negative Entladung bei der umgekehrten Lage

der Ebonitscheibe aus der Theorie abgeleitet.

Der Elektrophor enthält also zwei Inductorschichten, eine negative auf der oberen, eine positive auf der unteren Seite der Ebonitscheibe.

Versuche am Elektrophor.

Ist die Theorie, welche wir entwickelt haben, richtig, so muss sich die Folgerung, welche wir jetzt ziehen, experimentell bestätigen. Nach letzterer Formel für den Zähler der Elektricitätsmenge des Bodens muss nämlich, wenn d, das ist: die Entfernung der geriebenen Fläche vom Deckel, wächst, so dass

$$d(1-\alpha) > \alpha c'$$

wird, im Boden positive Elektricität inducirt werden. Dies ist in der That der Fall, wie wir erkennen, wenn wir die umgewandte Ebonitplatte nicht unmittelbar auf den Deckel legen, sondern in einiger Höhe über demselben, wie schon Herr von Bezold es that, isolirt anbringen. Wenn wir jetzt die andere Platte, den Boden, auf die ungeriebene Fläche auflegen, ableiten und abheben, so gibt sie uns einen positiven Funken.

Während also das Vorzeichen der Elektricität des Deckels, der Platte, welche sich auf der Seite der geriebenen Fläche befindet, immer positiv ist, ändert sich das Vorzeichen der Elektricitätsmenge des Bodens, der Platte, welche sich auf der Seite der ungeriebenen Fläche befindet. Es ist positiv, wenn die Entfernung der andern Metallplatte, des Deckels, von der geriebenen Schicht klein, dagegen negativ, wenn diese Entfernung gross ist.

Mit andern Worten: Im Deckel, der sich auf der Seite der stärkeren, negativen Inductorschicht des Ebonits befindet, überwiegt immer deren Induction; in ihm ist positive Elektricität inducirt.

Im Boden inducirt die nähere, aber schwächere positive Schicht negative Elektricität. Zu dieser negativen Elektricität kommt die positive Elektricität, welche von der fernern, aber stärkern negativen Schicht inducirt wird. Es kommt desto mehr positive Elektricität hinzu, je ferner der Deckel ist, so dass bei grosser Entfernung des Deckels die positive Elektricität im Boden überwiegen kann.

Auf beiden Seiten der Ebonitplatte findet also ein verschiedenes Verhalten des Vorzeichenwechsels der Entladung statt.

1. Ruht die Ebonitplatte auf der Metallplatte unmittelbar dicht auf, so erhalten wir in der abgehobenen Metallplatte:
   a) wenn die geriebene Seite oben ist, positive Ladung;
   b) wenn die ungeriebene Seite oben ist, negative Ladung.
2. Ruht die Ebonitplatte in einiger Höhe über der Metallplatte, so bekommen wir dagegen, ganz gleichgiltig, ob
   a) die geriebene Seite oben ist, oder
   b) die ungeriebene,

in beiden Fällen positive Ladung.

So haben wir Mittel, nicht nur festzustellen:

1. auf welcher Seite eine Ebonitplatte positiv,
2. auf welcher Seite sie negativ beladen ist, sondern auch zu erfahren,
3. ob sie auf der einen Seite ursprünglich negative Ladung, oder
4. ob sie auf der anderen Seite ursprünglich positive Ladung erhalten hatte.

Zu diesem Zwecke legen wir die zu untersuchende Ebonitscheibe dicht auf eine abgeleitete Metallplatte, dann wird eine zweite Metallplatte auf die Ebonitscheibe gelegt, abgeleitet und an einem Elektroskop die in ihr inducirte Elektricität untersucht. Die entgegengesetzte findet sich auf der oberen Seite der Ebonitscheibe.

Die Ebonitscheibe wird jetzt umgedreht, wieder dicht auf die abgeleitete Metallplatte gelegt und in derselben Weise die Art der Elektricität der anderen Seite der Ebonitscheibe bestimmt. Dadurch erfahren wir, welche Art der Elektricität jede Fläche der Ebonitscheibe enthält.

Jetzt wird die Ebonitscheibe in einiger Höhe über der Metallplatte erst in der ursprünglichen, dann in der umgewandten Lage untersucht, und zwar ist sie so hoch zu heben, dass beide Male die gleiche Art Elektricität inducirt wird. Dann enthält die Platte die entgegengesetzte Art im Ueberschuss und ist mit dieser ursprünglich auf der Seite, welche diese Art nach unserer ersten Ermittlung enthält, geladen worden.

Addiren wir die beiden Elektricitätsmengen, welche wir auf dem Boden und auf dem Deckel inducirt gefunden haben, so erhalten wir in Uebereinstimmung mit der Voraussetzung

$$-E(1-\alpha).$$

Was auf dem Deckel mehr inducirt wird, das wird auf dem Boden weniger inducirt und umgekehrt.

Verbinden wir den Deckel mit einem Elektroskop, den Boden mit einem anderen, so divergiren bei einer Bewegung einer der Platten beide Elektroskope, und zwar beide in entgegengesetztem Sinne, durch eine Drahtleitung vom Deckel zum Boden geht bei der Bewegung einer der Platten ein Strom, so dass dem Boden das zufliesst, was vom Deckel abströmt, während zwischen Boden und Deckel im Elektrophor selbst also im übrigen Theil des Kreises Aenderungen der Induction stattfinden. Bei den gewöhnlichen Elektrophorversuchen ist diese Drahtleitung dadurch, dass der Boden zur Erde abgeleitet wird, durch eine Erdleitung ersetzt und wir können von einem Stromkreise hier nur mit demselben Rechte, wie bei einer Telegraphenbatterie mit Erdleitung sprechen. Wird die Leitung unterbrochen dadurch, dass wir den Boden, nachdem wir ihn abgeleitet hatten, isoliren, dann ist der Elektrophor wirkungslos. Bezüglich der Aenderungen der Induction im Innern des Elektrophors (die wir als eine Polarisation des Dielektricums auffassen können), will ich hier noch an folgende Versuche erinnern:

Wird die Ebonitplatte auf die abgeleitete Bodenplatte aufgelegt und stark erregt, so haftet sie am Boden, wird alsdann der Deckel aufgelegt und beide Metallplatten gleichzeitig abgeleitet, so haftet sie jetzt am Deckel, so dass ich sie mit diesem in die Höhe heben konnte. Ein Strom positiver Elektricität ist bei der gleichzeitigen Ableitung vom Boden durch die äussere Leitung zum Deckel geflossen; vor dem Eintritte des Stromes ging die Induction (Polarisation) ganz durch die Ebonitplatte, nach dem Strome geht die inducirende (polarisirende) Wirkung der erregten Schicht zum grössten Theil durch die dünne Luftschicht zum Deckel und nur zum kleineren Theil durch die dickere Ebonitplatte zum Boden.

Schliesslich will ich noch einen Versuch mittheilen, bei welchem sich leicht Verzweigung der Induction, wie auch Verzweigung der Leitung beobachten lässt. Ich peitschte die auf dem abgeleiteten

Metallboden ruhende Ebonitscheibe, legte auf die erregte Fläche eine gleiche aber unerregte Ebonitscheibe und erst dann den Metalldeckel. Wurde dieser abgeleitet und isolirt gehoben, so gab er positive Funken, ganz so, als wenn sich an Stelle der oberen Ebonitplatte eine entsprechende Luftschicht befunden hätte. Ich prüfte gleich darauf die obere Ebonitplatte und versuchte sie allein als Scheibe eines anderen Elektrophors zu verwenden. Dies gelang nicht, die Scheibe war unwirksam.

Nun wiederholte ich den Versuch, legte dieselbe Scheibe wieder auf die geriebene Fläche der ersten Ebonitscheibe, bedeckte sie wiederum mit dem Deckel, den ich ableitete und liess sie jetzt zwölf Stunden liegen. Es befindet sich in diesem Falle zu beiden Seiten der Inductorschicht der Ebonitplatte Ebonit; es geht die Induction durch diesen nach beiden Seiten zum Boden und zum Deckel. Ebenso muss auch das Eindringen der Elektricität, die Leitung, nach beiden Seiten statthaben, und ich erwartete, dass die negative Elektricität nicht nur in die untere Ebonitplatte eindringen, sondern auch auf die obere übergehen würde. Dies geschah in der That. Nach zwölf Stunden war auch die obere Scheibe als Elektrophorplatte zu benutzen. Beide Platten gaben jetzt kräftige, anscheinend gleiche Wirkungen. Die obere Platte war, wie hiernach vorauszusehen, auf der unteren Seite, mit welcher sie auf der Inductorschicht auflag, negativ beladen, musste also umgewandt werden, um gleichnamige Entladungen, wie die erste Platte, zu liefern.

Fassen wir insbesondere bei diesem Versuch die obere Ebonitplatte ins Auge, so sehen wir:

1. dass die Wirkung der I n d u c t i o n durch sie nahezu momentan eintrat, denn wir konnten gleich, nachdem wir diese obere Ebonitplatte auf die erregte untere gelegt hatten, sofort den Deckel des Elektrophors auflegen, abheben und entladen,

   dass diese Wirkung der Induction aber ebenso augenblicklich verschwunden war, als wir die Platte allein als Elektrophor benutzen wollten. Wir sahen aber ferner

2. dass noch ausserdem langsam eine andere i n h ä r e n t e Aenderung, ein Eindringen der Elektricität, erfolgte, welche die Platte dauernder als Elektrophorplatte wirken liess.

Vorschlag zu einer experimentellen Bestimmung der Zustandsgleichung der Gase.

Von

W. J. Marek,

Adjoint du Bureau international des poids et mesures à Sèvres

Die Bestimmung der wahren Zustandsgleichung der Gase ist in neuer Zeit Gegenstand vielfacher, theils theoretischer, theils praktischer Arbeiten geworden. So gross aber auch der Schritt ist, der in diesem Gebiete nach vorwärts gethan wurde, so kann man sich doch der Ueberzeugung nicht erwehren, dass die Uebereinstimmung der Resultate, zu denen die verschiedenen Forscher gelangt sind, eine noch nicht ganz befriedigende ist.

Es ist nicht Zweck dieser Notiz, auf die Ursachen dieser Erscheinung einzugehen, es soll hier vielmehr eine einzige derselben hervorgehoben werden und zur Besprechung gelangen.

Die experimentelle Bestimmung der Zustandsgleichung der Gase geschah bisher fast ausschliesslich durch Compressionsversuche. Diese Art von Beobachtungen, bei denen die, gegebenen Druckvariationen entsprechenden, Volumänderungen gemessen werden, leidet besonders an zwei Hauptübeln. Einerseits an der verhältnismässig grossen Ungenauigkeit der Volumsbestimmung, die mit wachsendem Drucke immer misslicher wird, andererseits an dem relativ grossen Einfluss der Wände, weil bei dieser Methode nur mit kleinen Volumen experimentirt werden kann und das Verhältnis zwischen Volumen und Oberfläche daher ein sehr ungünstiges ist. Zu diesem Einfluss der Wände addirt sich noch die Wirkung der Absperrflüssigkeit auf das untersuchte Gas. Wie überraschend gross der Einfluss dieser Fehlerquellen ist, zeigen die in neuerer Zeit von P. Chappuis[1])

---

1) P. Chappuis, Verdichtung der Gase an Glasoberflächen, Wied. Ann. Bd. 8, 1879, S. 1; Bd. 8, 1879, S. 671; Arch. de Sc. ph. et nat. t. III 1880.

wieder aufgenommenen und von H. Kaiser[1]) weitergeführten höchst interessanten Arbeiten.

Man könnte versuchen, die Compressionsversuche bei verschiedenen Verhältnissen des Volumens zur Oberfläche anzustellen, das Gesetz der Einwirkung der Wände aus diesen Versuchen zu ermitteln, und so den Einfluss derselben in Rechnung zu nehmen. Es ist aber sehr fraglich, ob man auf diese Weise zu einem günstigen Resultate gelangen kann. Der Einfluss der Wände scheint in der That nicht deren Oberflächen proportional zu sein, sondern auch von deren Abständen und andern Factoren abzuhängen[2]), welcher Umstand das Problem zu einem äusserst verwickelten gestaltet. Die Zahl der zu bestimmenden Grössen würde daher sehr gross und ihre Bestimmung, bei der Unvollkommenheit der ganzen Methode, sehr misslich.

Den hier berührten Uebelständen der Compressionsversuche sind, wenn auch in geringerem Grade, auch die Beobachtungen an den jetzt üblichen Gasthermometern ausgesetzt.

Ich will hier nun ein Verfahren vorschlagen, welches den Versuch von dem Einfluss der Wände in hohem Maasse frei macht und ausserdem eine Genauigkeit aufweist, wie eine solche bei Compressionsversuchen auch nicht entfernt erreicht werden kann.

Nehmen wir an, man hätte in eine geschlossene Waage zwei Körper gebracht, deren Gewichte und Oberflächen nahezu gleich, deren Volumen dagegen verschieden sind. Vergleicht man diese Gewichte in einem Gase, dessen specifisches Gewicht $\sigma_{\tau,p}$ ist, bei einer Temperatur von τ^0 C. und bei dem Drucke p, so findet man für deren scheinbaren Gewichtsunterschied n:

$$n_{\tau,p} = x + V_\tau \, \sigma_{\tau,p} + f,$$

wenn mit x eine Constante, mit V_τ der Volumsunterschied der Gewichte bei τ^0 C. und mit f der momentane Unterschied der auf den Gewichten condensirten Gasmengen bezeichnet wird. Macht man nun diese Oberflächen möglichst identisch und ihrer Grösse nach gleich, so wird f verschwindend klein und

$$n_{\tau,p} = x + V_\tau \, \sigma_{\tau,p}.$$

Dieser Beobachtungen denke man sich nun eine Reihe bei verschiedenen Temperaturen und Drucken ausgeführt. Man erhält dann

1) H. Kaiser, Verdichtung von Gasen an Oberflächen, Wied. Ann. Bd. 12, 1881, S. 526; Bd. 14, 1881, S. 450.

2) H. Kaiser, Wied. Ann. Bd. 14, 1881.

eine Reihe von Gleichungen von der Form

$$n_{\tau,p} = x + V_\tau \, \sigma_{\tau,p} = x + \frac{C V_\tau}{v_{\tau,p}},$$

wenn mit $v_{\tau,p}$ das dem beobachteten Druck p und der Temperatur τ entsprechende Volumen der Gewichtseinheit des Gases und mit C eine Constante bezeichnet wird, aus denen das Gesetz, nach welchem $v_{\tau,p}$ mit τ und p verläuft, ermittelt werden kann.

Die Constante x ergibt sich in erster Näherung aus der Beobachtung bei $p = o$ mit $x = n_{\tau,o}$; die Constante C aus jeder Beobachtung, für welche τ, p und o als bekannt vorausgesetzt werden.

Sollen die Beobachtungen strenge ausgewerthet werden, so wird für $v_{\tau,p}$, unter Zugrundelegung einer Hypothese, sein Werth in τ und p und einer Reihe von Constanten in die obige Gleichung substituirt und die wahrscheinlichsten Werthe dieser Constanten und der schon eingeführten x und C aus dem ganzen Complexe der Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate hergeleitet.

Es ist dabei aufmerksam zu machen, dass vor allem andern die Beobachtungen nur bei zwei als fixe Punkte gewählten Temperaturen, also bei 0° und 100° C. (oder in deren unmittelbarer Nähe, so dass man sie auf obige Punkte strenge reduciren kann) anzustellen sind. Die Verbindung dieser Beobachtungen muss, wenigstens wenn sie sich auf mehrere Gase erstrecken, zur Aufstellung der Zustandsgleichung genügen. Wäre dem nicht so, so könnten die Gase zur Bestimmung der absoluten Temperaturskale im Allgemeinen nicht ohne Weiteres verwendet werden. Ist die Zustandsgleichung gefunden, so erlauben nun die Beobachtungen bei andern Temperaturen, diese Temperaturen selbst zu berechnen und die Waage bildet dann jenes Gasthermometer, nach dem alle übrigen Thermometer zu etalonniren sind.

Die Methode ist einer bedeutenden Genauigkeit fähig. Nehmen wir zum Beispiel an, dass das absolute Gewicht der verglichenen Körper 1000^{g}, ihre Volumsdifferenz 400^{ccm} und ferner, dass das untersuchte Gas Luft sei. Metallkilogramme können gegenwärtig mit einer Genauigkeit von beiläufig $\pm 0{,}006^{mg}$ verglichen werden[1]), ich setze daher den Wägungsfehler mit $\pm 0{,}01^{mg}$ an. Diese Grösse entspricht

1) Vgl. W. J. Marek, Pesées. Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, t. I (auch II und III, jetzt in Vorbereitung).

dann etwa ± 0,02 ^{mm} in der Druckbestimmung und bei 5 ^{atm} Druck einer Temperaturänderung von nur ± 0,0014° C. Die Genauigkeit wächst überdies mit zunehmender Compression derart, dass ihr die Genauigkeit der Druckbestimmung (± 0,02 ^{mm}) und der Temperaturbestimmung nicht mehr Schritt halten können.

Als Gewichte schlage ich vor: erstens einen hohlen Stahlcylinder, der unter hohem Druck mit Blei umgossen und dann abgedreht wurde, ferner eine unter hohem Drucke gegossene Bleiplatte. Diese sollen in demselben Goldbade gleichzeitig mit einem starken Goldüberzug galvanisch versehen werden.

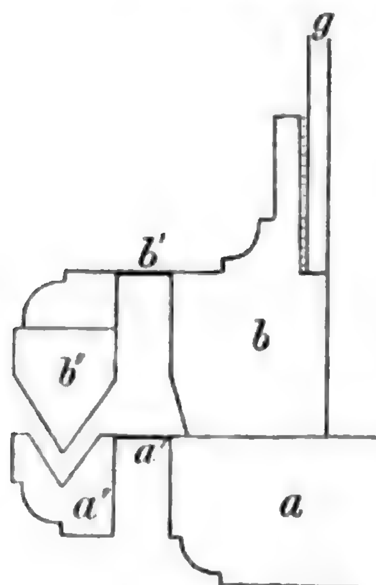
Zur Anstellung der vorgeschlagenen Versuche bedarf es einer eigenen Waage, welche ausser den an gewöhnliche Vacuumwaagen zu stellenden Bedingungen, noch folgende erfüllen sollte:

1. Die Waage muss ein kleines inneres Volumen und ihr Mantel eine hohe Widerstandsfähigkeit besitzen;
2. Die Dichtung muss eine vollkommene, von Temperaturveränderungen unabhängige sein;
3. Bei der Dichtung und Einführung beweglicher Theile, sowie bei dem innern Mechanismus, der die grossen Gewichte zu vertauschen und die kleinen aufzusetzen bestimmt ist, muss die Anwendung von Fett, Oel und Quecksilber, sowie jeder andern Flüssigkeit vollständig vermieden werden;
4. Der die Gewichte enthaltende Raum (oder im Nothfalle die ganze Waage) muss leicht auf eine beliebige (zwischen zwei, durch Erfahrung sich ergebenden, Grenzen liegende) Temperatur gebracht und auf derselben gut erhalten werden können.

Ich habe eine Construction einer solchen Waage entworfen, welche allen diesen Bedingungen zu genügen scheint, glaube mit einer Publication des Projectes jedoch abwarten zu sollen, bis sich mir Gelegenheit geboten hat, es auf seine Brauchbarkeit wenigstens an einem Modell zu prüfen. Dagegen benütze ich diese Gelegenheit, um eine Lösung einer verwandten Aufgabe zu geben.

In der Metrologie macht sich gegenwärtig das Bedürfnis nach einer Waage fühlbar, welche gestattet, Gewichts-Normale bei Drucken zwischen 0 und 1 ^{atm} in Luft bei gewöhnlicher Temperatur zu vergleichen. Derartige Waagen sind denn auch bereits von Oertling, Deleuil und besonders von Bunge und Stückrath ausgeführt worden. Bei diesen Waagen fallen die Bedingungen 1 und 4 weg

bleiben nur die Bedingungen 2 und 3 übrig, welche die bekannten Systeme nicht ganz erfüllen, denen jedoch in folgender Weise vollkommen genügt werden kann. Die ganze Waage wird auf einem runden massiven Metallblock *a* aufgesetzt. Auf diesen stülpt man die Glasglocke *g*, welche in einem massiven Ring *b* eingekittet ist. An *a* und *b* sind die Kanäle *a''* und *b''* angedreht, welche mit *a* und *b* nur durch dünne Ringe *a'* und *b'* zusammenhängen. Die untere Kante von *b''* und die Rinne in *a''* werden gut verzinnt und dann die letztere mit einer leichtflüssigen Legirung gefüllt. Beim Aufsetzen und Aufheben der Glocke wird einfach durch die Kanäle *a''* und *b''* Wasserdampf durchgeleitet.



Die Bewegungen im Innern bringt man dadurch zu Stande, dass man in der Waage ein System von kräftigen Bourdon'schen Spiralen anbringt, in denen von aussen Druckschwankungen hervorgebracht werden (z. B. durch Verbindung und Ausschaltung mit der Wasserleitung). Ihre durch Anschläge begrenzten Bewegungen genügen für den vorliegenden Zweck. Die weitere Uebertragung der Bewegung erfolgt theils durch Anwendung von Stahl auf Stein, theils durch Vierschneidensysteme und bedarf daher keiner Schmiere. Die Zahl der nothwendigen Spiralen ist nicht gross. Bei einem Entwurf verwende ich deren 7, wovon 3 zur Manövrirung der Waage und 4 zum Aufsetzen der Milligrammgewichte (mit vier Handgriffen jede beliebige Zahl zwischen 0 und 999) dienen. Das Problem einer vollkommen geschlossenen Vacuumwaage ohne Fett- und Quecksilberdichtung und ohne jede Stopfbüchse scheint mir damit in einer Form gelöst zu sein.

Breteuil, 14. Juli 1882.

Strahlende Elektrodenmaterie.

Von

Dr. Johann Puluj,

Privatdocent an der k. k. Universität in Wien.

IV. Abhandlung.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Wiener Academie mitgetheilt.)

In der vorliegenden Mittheilung werden einige Apparate beschrieben, welche in der internationalen elektrischen Ausstellung in Paris 1881 ausgestellt waren und in die Sammlung der wissenschaftlichen Apparate des Conservatoire National des Arts et Métiers aufgenommen worden sind.

1. Elektrisches Radiometer mit phosphorescirenden Flügeln.

Das Flugrädchen des in der Fig. 1 dargestellten elektrischen Radiometers besteht aus zwei schräg gestellten Glimmerblättchen, welche an einer Seite mit phosphorescirenden Substanzen überzogen und mittels eines Glashütchens auf einer Nadelspitze beweglich angebracht sind. Eine eigene Arretirvorrichtung von Kupferdraht verhindert beim Umkehren des Apparates das Herabfallen des Flugrädchens.

Als phosphorescirende Substanzen werden gewöhnliche Kreide und einige Schwefelverbindungen verwendet, von welchen letzteren namentlich das grünlich phosphorescirende Schwefelcalcium durch die grosse Intensität des Leuchtens sich auszeichnet.

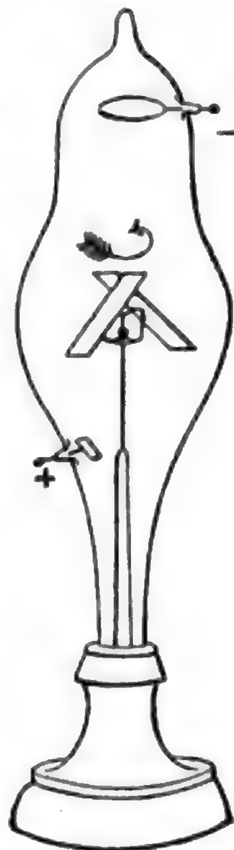


Fig. 1.

Ein oberhalb des Flugrädchens angebrachtes ebenes Aluminiumscheibchen dient als negative Elektrode und ist an der vom Rädchen abgewendeten Seite mit Glimmer belegt. Beim Durchgang des elektrischen Stromes geht von der negativen Elektrode nach unten ein konisches Strahlenbündel aus, erzeugt eine lebhafte Phosphorescenz

der Flügel und setzt sie in rotirende Bewegung, welche im Sinne der Emission der Elektrodentheilchen von der Kathode erfolgt.

2. Elektrisches Radiometer mit phosphorescirender Scheibe.

Eine auf der Nadelspitze (Fig. 2) drehbare horizontale Glimmerscheibe ist in Sectoren getheilt und mit verschiedenen phosphorescirenden Substanzen angestrichen. Als negative Elektrode dient ein in vier Quadranten durchschnittenes Aluminiumscheibchen. Die einzelnen Quadranten sind gegen die unterhalb liegende Glimmerscheibe schräg gestellt und bilden die Form einer Schraube, die nach aufwärts gekehrte Seite der Elektrode ist mit Glimmer belegt, damit die Entladungen nur nach unten erfolgen können.

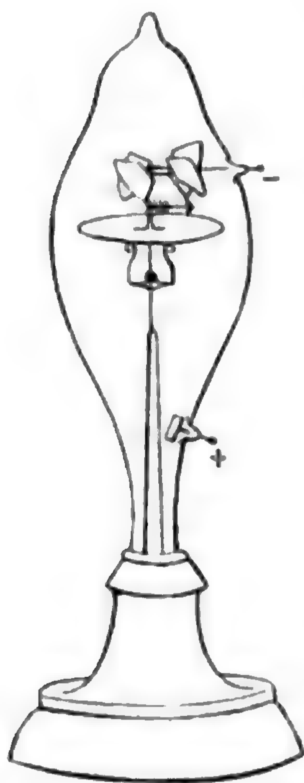


Fig. 2.

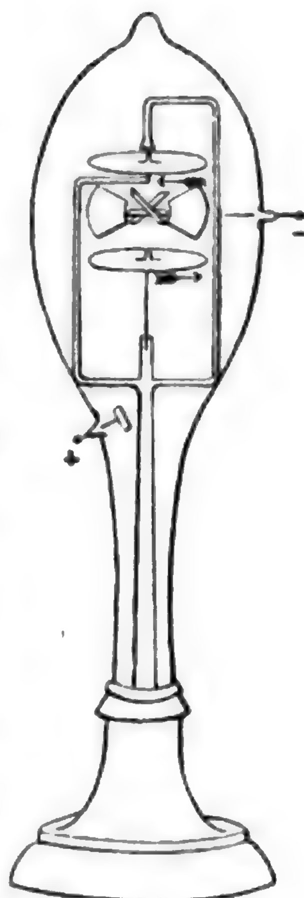
Bei einem Drucke, der grösser ist als 0,02 mm, dreht sich die Glimmerscheibe in einer Richtung, welche einer Emission von Elektrodentheilchen senkrecht zur Oberfläche der Kathode entspricht und die wir eine normale nennen wollen. Bei grösserer Verdünnung erfolgt eine Rotation der Scheibe in entgegengesetzter anormaler Richtung und erklärt sich damit, dass die Entladungen hauptsächlich an den Rändern der Elektrode erfolgen. Bei diesem Radiometer wurde eine äusserst rasche Rotation der Scheibe auch dann beobachtet, wenn die Drähte zur Erde abgeleitet waren und das Radiometer bloss in der Nähe des Rühmkorff'schen Apparates stand, ohne mit den Polen in Verbindung zu sein. Die Rotation erfolgte bald in der einen, bald in der andern Richtung.

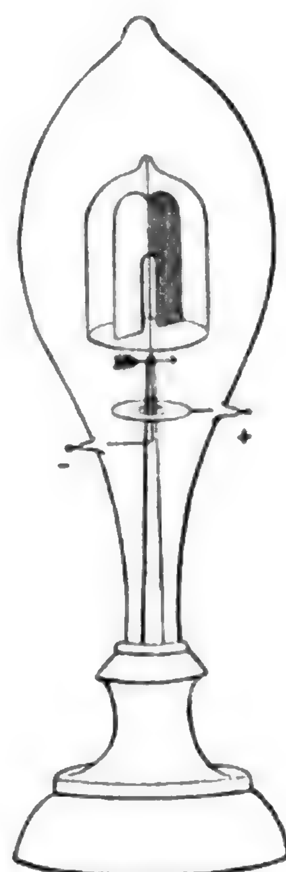
Dieses Radiometer zeigt noch eine merkwürdige Bewegung. Wird nämlich die untere Elektrode, ein kleines Aluminiumblättchen, als Kathode verwendet, so rotirt die Scheibe bei der grössten Verdünnung mit einer sehr grossen Geschwindigkeit in der *normalen* Richtung, also entgegengesetzt der Rotationsrichtung bei Umkehrung des Stromes.

Die von der kleinen Kathode ausgehenden Strahlen werden fast gleichmässig nach allen Richtungen zerstreut und es ist daher unerklärlich, wie überhaupt *irgend eine* Bewegung der Scheibe entstehen könnte.

Figur 3 stellt ein elektrisches Radiometer mit zwei rotirenden Scheiben dar, die schraubenförmige Kathode sendet Elektrodentheilchen gegen beide Scheiben aus und erzeugt bei geringer Verdünnung (0,06 mm) eine Rotation in normaler Richtung, wobei die Scheiben entgegengesetzt rotiren. Bei grösserer Verdünnung findet eine Umkehrung der Rotationsrichtung der beiden Scheiben statt.

Wird die untere kleine Elektrode mit dem negativen Pol des Rühmkorff'schen Apparates verbunden, oder der Strom umgekehrt, so findet wieder eine äusserst lebhafte Rotation der unteren Scheibe in normaler Richtung statt. Die Rotation der oberen Scheibe ist viel langsamer und mit der der unteren Scheibe gleich gerichtet, höchst wahrscheinlich infolge der innern Gasreibung, die bekanntlich selbst bei höchster Verdünnung noch beträchtlich gross und bei einer 50000fach verdünnten Luft kaum dreimal geringer ist als bei Luft von gewöhnlicher Dichte.


Fig. 3.


Fig. 4.

3. Elektrisches Radiometer mit rotirender Glasglocke.

Die fixen Aluminiumflügel dieses Radiometers (Fig. 4) sind einerseits mit Glimmer belegt und von einer sehr dünnen Glasglocke umschlossen, die auf einer Nadelspitze um das Flügelpaar rotiren kann. Mit dem letztern steht ein Platindraht in Verbindung, der in die Glaswand eingeschmolzen ist und mit dem negativen Pol des Ruhmkorff-schen Apparates verbunden wird.

Eine ringförmige positive Elektrode befindet sich unterhalb des Glascylinders.

Dieses Radiometer habe ich bereits in meiner ersten Abhandlung über strahlende Elektrodenmaterie beschrieben und daselbst die Erwartung

ausgesprochen, dass, während die mit Glimmer einerseits belegten Flügel, wenn sie beweglich sind, bei der höchsten Verdünnung ihre Rotationsrichtung umkehren, dies beim Glascylinder nicht der Fall sein wird. Zahlreiche Versuche haben auch meine Erwartung bestätigt. Im Radiometer, welches mir zu jenen Versuchen diente, war die positive Elektrode, ein ebenes Aluminiumscheibchen, oberhalb des Glascylinders angebracht. Ich war daher nicht wenig überrascht, als ich an dem hier beschriebenen Radiometer eine Umkehrung der Rotationsrichtung des Glascylinders bei einer Verdünnung von ungefähr 0,02 ^{mm} Druck beobachtet habe. Der Glascylinder rotirt von der Glimmerseite des einen Flügels zur Aluminiumseite des zweiten.

Merkwürdig ist es auch, dass die Rotationsrichtung bei demselben Verdünnungsgrade verschieden war, je nachdem ein grosser Ruhmkorff mit Quecksilberunterbrecher oder ein ganz kleiner mit dem Neef'schen Hammer benützt wurde. Ich unterlasse diesmal über diese seltsamen Bewegungserscheinungen blosse Muthmassungen anzustellen.

4. Phosphorescirende Lampe.

In einem birnförmigen Glasgefäss (Fig. 5) ist ein mit grünlich phosphorescirendem Schwefelcalcium einerseits überzogenes Glimmerblättchen schief gegen die verticale Richtung so befestigt, dass es von den Kathodenstrahlen getroffen wird, die von einer passend angebrachten schalenförmigen Aluminiumelektrode ausgehen. Neben der Kathode ist seitwärts eine Anode, ein kleines Aluminiumblättchen, angebracht. Fig. 6 zeigt die Lampe in etwas veränderter Form. Sie besteht aus einer einfachen Glasröhre, welche in der Mitte ein schief gestelltes, mit Schwefelcalcium angestrichenes elliptisches Glimmerblatt trägt. Unterhalb des Glimmerblattes ist ein Aluminiumscheibchen von demselben Durchmesser, als der Querschnitt der Röhre, angebracht und dient als Kathode. Oberhalb des Glimmerblattes befindet sich die viel kleinere Anode.

Das Licht der phosphorescirenden Lampe ist intensiv genug, um ein Zimmer zu beleuchten und es kann selbst in einiger Entfernung von derselben gelesen werden.

Das Licht intermittirt so oft in der Secunde, als der primäre Strom unterbrochen wird, man sieht jedoch, wegen der längeren Dauer des Lichteindruckes, die Lampe continuirlich leuchten und überzeugt sich von der Intermission des Leuchtens erst durch Bewegung der Körper, welche dann mehrfach erscheinen.

Es sollen hier einige Vorlesungsversuche angeführt werden, die beim Licht dieser intermittirenden Lampe gemacht werden können.

a. Versuch mit dem Spiegel. Betrachtet man das Bild der Lampe in einem grossen Spiegel, der um eine horizontale Achse mit der Hand in schwingende Bewegung versetzt wird, so sieht man einen weisslichen elliptischen breiten Lichtstreifen mit einzelnen sehr hellen Lichtflecken, deren Zahl desto geringer ist, je schneller der Spiegel bewegt wird.

b. Freier Fall. Vor der Lampe wird ein grosser Schirm aus Seidenpapier aufgestellt und vor demselben einzelne Quecksilbertropfen rasch nacheinander fallen gelassen. Am Schirme erscheinen die von den Tropfen in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege. Wird ein continuirlich erscheinender Wasserstrahl von der Lampe beleuchtet, so sieht man denselben in einzelne Wassertropfen aufgelöst.

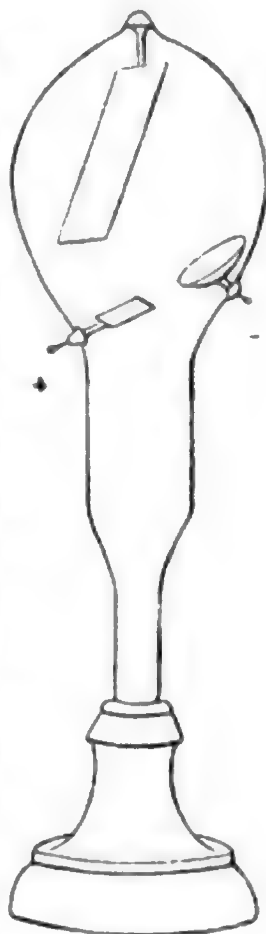


Fig. 5.

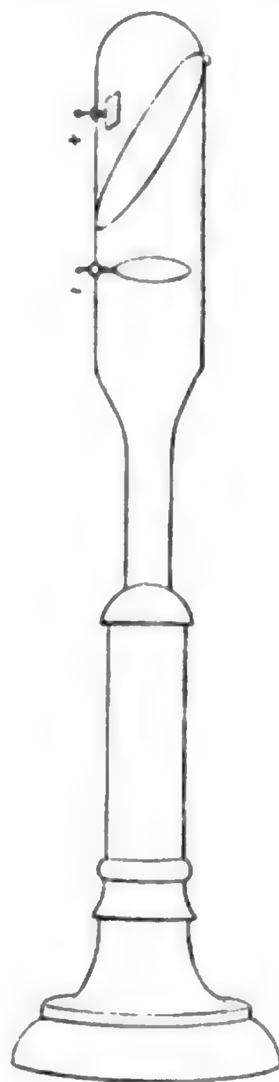


Fig. 6.

c. Versuch mit einer Kugel. Eine Glaskugel von ungefähr 4^{cm} Durchmesser wird auf einem Faden vor dem von rückwärts beleuchteten Schirm in einem Kreis geschwungen. Sie erscheint vierfach, wenn während der Zeit, als sie den Kreis beschreibt, der Strom viermal unterbrochen wird. Die vier Kugelbilder würden immer an derselben Stelle erscheinen, wenn die Rotationsgeschwindigkeit constant wäre. Ist die Rotation eine beschleunigte, so entstehen die Bilder an andern Stellen der Kreisbahn und man sieht wegen der längern Dauer des Lichteindrucks die vier Kugeln vorrücken. Bei einer verzögerten Rotation werden die Kugeln in entgegengesetzter Richtung rotiren. Lässt man die Kugel um einen Punkt als Pendel schwingen, so sieht man die Geschwindigkeit in verschiedenen Punkten der Kreisbahn.

d. Versuch mit einer durchlöcherten Scheibe. Eine Kartonscheibe mit drei concentrischen Löcherreihen wird mittels eines Uhrwerkes oder irgend einer andern Vorrichtung vor dem Papierschirm in Rotation versetzt. Die Löcherreihen rotiren nach verschiedenen Richtungen und es lässt sich immer eine derselben dadurch in Ruhe erhalten, dass man die rotirende Scheibe mit dem Finger berührt und ihre Rotationsgeschwindigkeit passend modificirt.

Für die Lampe Fig. 5 genügt ein Strom von 3—4^{cm} Funkenlänge. Ein stärkerer Strom erhitzt das Glimmerblättchen, die Phosphorescenz hört auf und es erscheint ein dunkler Fleck, umgeben mit einem phosphorescirenden Ring.

Für die Lampe Fig. 6 kann auch ein Strom von 5—6^{cm} Funkenlänge verwendet werden, weil hier die Strahlen nicht gesammelt werden. Es ist ein starker Strom nöthig, um das Glimmerblättchen zu erhitzen, und es lässt sich daher bei dieser Lampe eine fast doppelte Intensität des Leuchtens erzielen als bei der ersten Lampe.

5. Wirkung der genäherten Leiter auf die elektrischen Entladungen.

Wird das Glasgefäss (Fig. 5) oberhalb des Glimmerblättchens mit der Hand oder irgend einem Leiter berührt oder auch nur angehaucht, so werden die Entladungen in der Lampe oft bis zum gänzlichen Auslöschen des Phosphorescenzlichtes abgeschwächt, wenn der Strom nicht zu stark ist. Beim Anhauchen des Gefässes werden die Entladungen so lange verhindert, als das letztere feucht ist. Aber auch selbst das Nähern eines Leiters kann die Entladungen bedeutend abschwächen.

Dieselbe Erscheinung beobachtet man bei der ersten Lampe noch in einer andern Weise. Wird zuerst das ebene Aluminiumblättchen als Kathode benützt, wobei die nach aufwärts gehenden Strahlen die ganze Oberfläche des Glimmerblättchens treffen und nachher der Strom umgekehrt, so leuchtet das Glimmerblatt anfangs nur schwach und hellt sich nach 3—4 Secunden plötzlich auf.

Wird bei der zweiten Lampe das Glimmerblättchen zuerst von oben und dann von unten bestrahlt, so ist nicht bloss der Lichtfleck anfangs sehr schwach, sondern er wird auch gegen den oberen Rand des Blättchens abgelenkt und springt nach Verlauf von einigen Secunden plötzlich gegen die Mitte des Blättchens und hellt sich auf.

Diese Erscheinung der Schwächung und Unterbrechung der elektrischen Entladung suchte ich damit zu erklären, dass die statische Elektricität des Glimmerblättchens die in den Drähten zufliessende Elektricität zurückdrängt.

Wäre diese Ansicht richtig, so müsste die strömende Elektricität sich sofort an einer andern Stelle der Leitung entladen, deren Widerstand geringer ist, als der des evacuirten Raumes.

Es ist daher nöthig, zwischen die Zuleitungsdrähte nur zwei Entladungsspitzen einzuschalten, und es lässt sich immer eine solche Funkenstrecke finden, dass zwischen den Spitzen eine Entladung erfolgt, sobald das Glasgefäss angehaucht oder mit der Hand berührt wird. Die Anordnung der Apparate stellt die beiliegende Zeichnung dar: *R* ist der Rühmkorff'sche Apparat, *S* die Entladungsspitzen und *L* die Lampe.

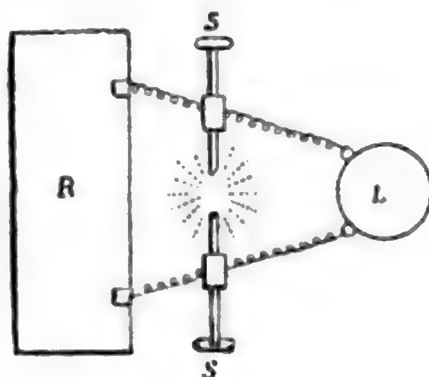


Fig. 7.

6. Apparat zur Demonstration, dass die elektrischen Entladungen im Vacuum durch die statische Elektricität der Wände verhindert werden.

Um diese Erscheinung leicht demonstriren zu können, habe ich einen Apparat construirt, welcher die Form eines Rechteckes hat, in

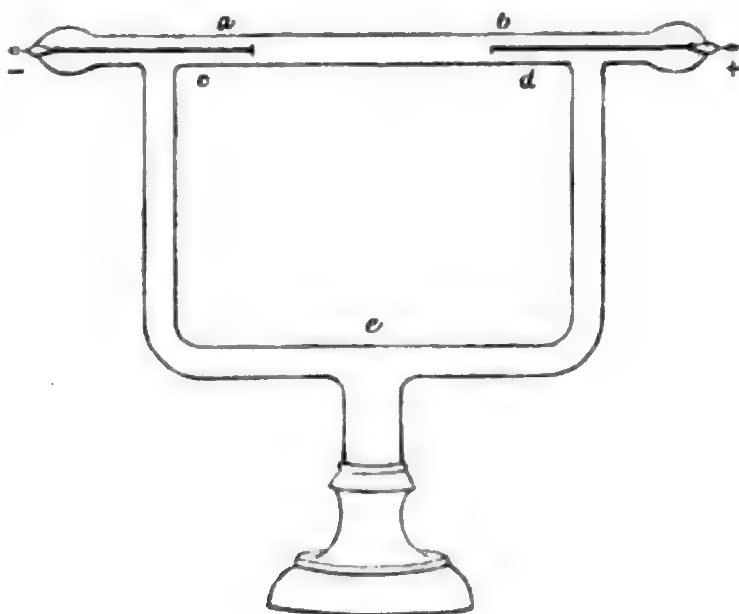


Fig. 8.

dessen einem Schenkel zwei Draht-Elektroden eingeschmolzen sind, und mit ihren Enden ungefähr 8 cm von einander entfernt sind.

Bei einer Verdünnung von ungefähr 0,06 mm Quecksilberdruck erfolgen die elektrischen Entladungen auf der kurzen Strecke *ab* und der viel längeren *ced*. Wird aber der horizontale Schenkel in der Nähe der Elektrodenenden bei *a* und *b* mit zwei Fingern umfasst, so wird die elektrische Entladung zwischen den Spitzen unterbrochen und auf der fast 5mal längeren Luftstrecke *ced* wird sie stärker.

Beim Berühren der vertikalen Schenkel bei *c* und *d* kann die Entladung in den horizontalen Schenkel zurückgedrängt werden. Es ist zu erwarten, dass bei entsprechender Wahl der Dimensionen des Apparates und des Druckes die Entladung nur auf der kürzeren Strecke *ab* erfolgen wird, und bei Berührung der Glaswand mit der Hand oder einem guten Leiter, etwa Staniolblatt, in das Seitenrohr, welches auch mehrfach gebogen sein kann, sich zurückdrängen lässt.

Herr Hittorf hat in der Londoner Ausstellung 1868 eine Röhre ausgestellt, welche einen ähnlichen Fall der elektrischen Entladung im Vacuum zeigte und der nach meiner Ansicht in der Wirkung der statischen Elektricität auf die Elektroden seine Erklärung findet.

Es war eine Art Spectralröhre mit einem capillaren Mittelstück. Die beiden weiten Endstücke communicirten mit einander durch ein 2mal gebogenes Seitenrohr und waren mit Drahtelektroden versehen, welche in den capillaren Theil der Röhre mündeten. Die Elektrodenenden waren nur wenige Millimeter von einander entfernt. Bei sehr grosser Verdünnung erfolgten die elektrischen Entladungen nicht durch die kürzere Strecke im capillaren Theil der Röhre, sondern durch das viel längere Seitenrohr.

Nach dem obigen hat es nunmehr keine Schwierigkeit, diese Erscheinung zu erklären. Die Dichte der statischen Elektricität an den Röhrenwänden wird desto grösser sein, je kleiner der Querschnitt der Röhre ist. Während daher die Dichte der Elektricität im capillaren Mittelstück bereits hinreichend ist, um die Entladungen daselbst verhindern zu können, erfolgen die elektrischen Entladungen in weiten Röhrentheilen wegen der geringen Dichte der Elektricität der Wände.

Das Ausbleiben der elektrischen Entladungen in stark evacuirten Röhren ist öfters als Beweis für die Unrichtigkeit der unitarischen Ansicht über das Wesen der Elektricität angeführt worden. Würde, so meinte man, der elektrische Strom in progressiver Fortführung einer

unwägbaren Materie, des Aethers, bestehen, so müssten die Entladungen auch im besten Vacuum vor sich gehen, weil in demselben noch immer der Aether vorhanden wäre. Dem gegenüber lässt sich bemerken, dass die elektrischen Entladungen bei demselben Verdünnungsgrade desto leichter erfolgen, je weiter die Wände von der Kathode abstehen und nach dem obigen sind wir berechtigt zu erwarten, dass die elektrischen Entladungen selbst im besten Vacuum erfolgen würden, wenn nicht die unvermeidlichen statischen Ladungen der nahen Glaswände vorhanden wären.

7. Wie entstehen die statischen Ladungen der Glaswände?

Die statischen Ladungen in der Nähe der negativen Elektrode können entweder durch die von der Kathode ausgehende Induction oder auch infolge directer Uebertragung statischer Elektricität durch die fortgeschleuderten Kathodentheilchen entstehen, die mit statischer negativer Elektricität geladen sind.

Durch eine solche Induction lässt sich die Erscheinung erklären, dass Körper, die in der Nähe einer Kathode sich befinden, bei der höchsten Verdünnung durch die fortgeschleuderten Elektrodentheilchen nicht mehr fortgestossen, sondern von der Kathode angezogen werden. Diese Anziehung beobachtete ich öfters, selbst bei geringer Verdünnung, als ein Glimmerblättchen einer Platin-Elektrode gegenübergestellt wurde, um es mit Platinspiegel zu überziehen.

In einem anderen Apparate wurde ein Aluminiumblättchen, das zugleich als Anode diente, in ungefähr 2—3 ^{mm} Entfernung unterhalb der Kathode angebracht und die Anziehung war so stark, dass das Blättchen umgebogen und mit der Kathode vereinigt wurde.

Die statische Elektricität wird aber auch direct an die Wände übertragen, da nach der von mir ausgesprochenen und vielfach begründeten Ansicht über das Wesen der strahlenden Elektrodenmaterie von der Kathode sehr kleine, mit negativer Elektricität geladene Körpertheilchen losgerissen und fortgeschleudert werden, welche ihre negative Elektricität an die umliegenden Wände grösstentheils abgeben. Die negative Elektricität der inneren Glaswände bindet die positive Elektricität der Aussenwände, während die negative Elektricität der letzteren an die äussere Luft abgegeben wird.

Das evacuirte Glasgefäss bildet somit eine Art Leydner-Flasche mit einer negativen inneren und positiven äusseren Ladung, die manches-

mal, namentlich bei höchster Verdünnung, so stark sind, dass dünne Glaswände durchbohrt werden. Wie ich bereits in meiner dritten Abhandlung über strahlende Elektrodenmaterie erwähnt habe, ist die äussere Ladung eines Glasgefässes bei der höchsten Verdünnung positiv, während der Kathoden- als auch Anodendraht negativ elektrisch sind. Der Glasapparat wurde auf seine elektrischen Ladungen in der Weise geprüft, dass ein isolirter Kupferdraht zuerst mit verschiedenen Stellen der Glaswand und dann mit dem Zuleitungsdraht eines sehr empfindlichen Quadrantenelektrometers in Berührung gebracht wurde. Dabei zeigte sich auch, dass die Dichte der statischen Elektricität gegenüber den Entladungsstellen der Kathode am grössten war.

P. S. Sämmtliche hier und in den früheren Abhandlungen beschriebenen Vacuumapparate habe ich im physikalischen Cabinete der Wiener Universität ausgeführt. Die Firma F. O. R. Goetre in Leipzig, Härtelstrasse Nr. 6, hat die Fabrikation dieser Apparate übernommen und ich kann es hier nicht unterlassen anzuerkennen, dass die mir übersendeten Proben mit grosser Eleganz und Sachkenntnis ausgeführt sind.

Die Messung der erdmagnetischen Horizontal-Intensität mittels bifilarer Aufhängung eines Magnets.

Von

F. Kohlrausch.

(Vom Herrn Verfasser aus den Nachrichten der Göttinger k. Gesellschaft der Wissenschaften mitgetheilt.)

Zu der Mittheilung, welche ich der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften am 4. Juni 1881 vorzulegen die Ehre hatte, lässt sich ein für erdmagnetische Messungen nützlicher Zusatz machen.

Es war damals ein Stromring, der bifilar aufgehängt durch den Erdmagnetismus abgelenkt wurde und so an Stelle des Gauss'schen schwingenden Magnets das Product aus Erdmagnetismus und magnetischem Moment des Stromringes lieferte. Nachdem hier, im Gegensatz zu früheren Ansichten, durch die Erfahrung nachgewiesen war, dass die bifilare Aufhängung zu feinen absoluten Bestimmungen hinreichend genau ausgemessen werden kann, habe ich den Versuch gemacht, bei dem Verfahren einen bifilar aufgehängten Magnet an Stelle des Stromringes anzuwenden, im Uebrigen jedoch die Anordnung des Versuches, welche so grosse Vereinfachungen bietet, beizubehalten. Allerdings ist die nothwendige Umlegung eines Magnets nicht so bequem wie das Commutiren eines Stromes. Ferner scheint es, als ob die Vertheilung des Magnetismus in dem Stabe zu Verwicklungen führe, welche bei dem geometrisch leicht ausmessbaren Stromringe wegfallen. Indessen lässt sich leicht übersehen, dass die Unsicherheit in der Lage der Magnetpole nur zu einer Unsicherheit von höchstens ein Zweitausendstel im Resultat führt. Auch bietet die Bestimmung dieser Lage in bekannter Weise durch die einmalige Beobachtung von Ablenkungen aus zwei Entfernungen keine Schwierigkeit.

Es lassen sich sogar Vorzüge der Anwendung eines Magnets aufführen. Abgesehen von der Umgehung galvanischer Säulen überhaupt und der von dem Strom bei längerem Schluss bewirkten Erwärmung braucht man bei der Wahl der Aufhängefäden nicht auf elektrisches

Leitungsvermögen Rücksicht zu nehmen. Auch fällt die Nothwendigkeit fort, das Gewicht der aufgehangenen Theile, an denen keine hygroskopische Körper, wie die Drahtbespinnung der Rolle, vorkommen, zu controliren.

Und gegenüber dem Gauss'schen Verfahren ist auch hier die grosse Einfachheit der Ausführung sowie das Wegfallen aller in der Gauss'schen Methode vorkommenden Schwierigkeiten zu constatiren. Man bedarf keines Trägheitsmoments, überhaupt keiner Zeitbestimmung; alle zusammengehörigen Grössen werden in der Weise gleichzeitig gemessen, dass die Intensitätsschwankungen des Erdmagnetismus und die Temperaturänderungen der Magnete herausfallen; endlich wird der Magnet nur in fast transversaler Lage, also ohne Induction von Magnetismus durch die Erde, gebraucht.

Die für eine vollständige Bestimmung geforderte Zeit beläuft sich auf etwa eine halbe Stunde. Die vorbereitenden Aufstellungen und geometrischen Messungen sind nicht schwieriger als sonst.

Das absolute Bifilarmagnetometer besteht aus einem Magnetschiffchen mit Spiegel, welches an zwei feinen Messingdrähten ($0,06^{mm}$ dick) von etwa $2,5^{m}$ Länge und 100 bis 120^{mm} Abstand von einander aufgehängt ist. Die Richtung des unbelasteten Schiffchens ist ostwestlich. Der Magnet ist im Interesse eines relativ starken Magnetismus röhrenförmig. Legt man denselben in einer durch zwei eingedrehte Nuthen fixirten Lage in das Schiffchen, so erfolgt eine Ablenkung des Spiegels um einen (kleinen) Winkel α. Man misst diesen Winkel, indem man den Magnet umlegt und die Hälfte des Richtungsunterschiedes der Spiegelnormale in diesen beiden Stellungen nimmt.

Nun scheint es vielleicht auf den ersten Blick, als ob die Umlegung des Magnets zwischen den beiden Ablesungen, bei welcher man in der That die genaue Drehung um 180^{0} nicht garantiren kann, eine grössere Fehlerquelle bewirkte. Allein dem ist nicht so. Denn es ist bei dem Magnet der Cosinus des Ablenkungswinkels, welcher in Betracht kommt, und da dieser Winkel in unserem Falle etwa $2,5^{0}$ beträgt, so bewirkt eine Unsicherheit desselben von $10'$ nur etwa 0,0001 Aenderung des Cosinus.

Nennt man e_1 und e_2 die oben und unten gemessenen Fadenabstände, l die Länge der Fäden, m die Masse sämmtlicher an den Fäden aufgehangenen Theile und g die Schwerbeschleunigung, so hat man das Product aus Stabmagnetismus und Erdmagnetismus.

$$MT = \frac{e_1 e_2}{4l} gm \operatorname{tg} \alpha. \qquad \text{(I}$$

Nördlich oder südlich[1]) von dem Magnet im grossen Abstande a befinde sich eine Magnetnadel, so erfährt dieselbe durch den Magnet eine Ablenkung φ (ebenfalls und gleichzeitig mit α als die Hälfte des Unterschiedes der Einstellung bei beiden Lagen des Bifilarmagnets gemessen), und man hat

$$\frac{M}{T} = a^3 \operatorname{tg} \varphi, \qquad \text{(II}$$

wonach

$$T^2 = \frac{1}{a^3} \frac{e_1 e_2}{4l} gm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi} \qquad \text{(III}$$

Man beobachtet natürlich mit nördlicher und südlicher Aufstellung der Nadel und bestimmt den Abstand a als die Hälfte der Verschiebung des Aufhängefadens der Nadel.

Die in dem früheren Aufsatze unter Nr. 1 bis 5 und Nr. 7 hinzugefügten Correctionen dieser schematischen Berechnung treten in das jetzige Verfahren ebenso ein, wenn man nur M anstatt fi schreibt. An Stelle des Ausdrucks unter Nr. 6 ist aber zu setzen

$$\frac{M}{a_3}\left(1 - \tfrac{3}{8} \frac{d^2}{a^2}\right),$$

worin d den Polabstand des Magnets bedeutet. Mit geringer Unsicherheit mag man d gleich 6/7 der Magnetlänge annehmen oder man ermittelt diese Grösse wie bekannt durch Ablenkungsbeobachtungen aus zwei Abständen.

Ueber den Einfluss der Biegungselasticität der Aufhängefäden, der im früheren Aufsatze nicht berücksichtigt wurde, sei noch bemerkt, dass man denselben in Rechnung setzt, wenn man von der gemessenen Fadenlänge den Ausdruck abzieht

$$\varrho^2 \sqrt{\frac{\pi E}{p}}.$$

Darin bedeutet ϱ den Halbmesser des Drahtes, E seinen Elasticitätsmodul und p die Spannung eines Drahtes in Kilogrammgewichten. Für unseren Messingdraht vom Halbmesser $\varrho = 0{,}03^{\text{mm}}$ und mit dem

[1]) Es bedarf kaum der Bemerkung, dass man die Nadel auch östlich und westlich aufstellen kann. Allein die Anordnung des Versuchs wie oben ist die vortheilhaftere, wenn wie bei meinen Instrumenten die Nadel aus einem magnetisirten Stahlspiegel besteht.

Elasticitätsmodul $E = 9000 \frac{\text{kg}}{\text{qmm}}$ und $p = 0{,}084$ beträgt diese Correction $0{,}5^{\text{mm}}$.

Eine Messung ergab am 16. Februar d. J.

die Fadenlänge . . . . $l = 2660{,}9^{\text{mm}}$
den oberen und unteren Fadenabstand $e_1 = 99{,}56$ $e_2 = 100{,}10^{\text{mm}}$
die Masse der aufgehängten Theile . . . . $m = 168130^{\text{mg}}$
das elastische Torsionsmoment eines Fadens . . . $\varepsilon = 20000$
den Polabstand des Magnets . . . . $d = 136^{\text{mm}}$
den Nadelmagnetismus im Verhältnis zum Erdmagnetismus $k = 165000$
das Torsionsverhältnis des Nadelfadens . . . . . . $\Theta = 0{,}0002$
den Abstand der Nadel vom Bifilarmagnetometer . $a = 900{,}0^{\text{mm}}$
die Ablenkung des Bifilarmagnetometers . . . $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}04488$
die gleichzeitige Ablenkung der Nadel . . . . . $\operatorname{tg} \varphi = 0{,}02502$.

Hieraus wird die Horizontalintensität T berechnet nach (vgl. Nachr. 1881 S. 289)

$$T^2 = \left(\frac{e_1 e_2}{4l} gm + 2\varepsilon\right) \frac{1}{a^3} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi} \frac{\left(1 - \frac{3}{8}\frac{d^2}{a^2}\right)(\cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{tg} \varphi)}{\left(1 + \Theta\left(1 + 2\frac{k}{a^3}\right)\right)}$$

als

$$T = 1{,}938 \text{ (mm, mg, sec.)}.$$

Kleinere Mittheilungen.

Dynamo-elektrische Maschine mit Handbetrieb.

Von W. E. Fein, Stuttgart.

Die im nachfolgenden beschriebene dynamo-elektrische Maschine mit Handbetrieb ist vor allem für Versuchszwecke bestimmt, kann aber auch als Ersatz für die Batterien auf dem Gebiete der Elektromedicin sowie für industrielle Zwecke vortheilhaft verwendet werden, überhaupt überall da, wo es sich um eine einfache, bequeme und jederzeit dienstbereite Elektricitätsquelle handelt. Sie liefert einen galvanischen Strom, der beim Unterrichte in der Physik und der Chemie für sämmtliche Versuche ausreicht und ist zu ihrem Betrieb für ihre höchste Leistung (elektrisches Licht) nur der Kraftaufwand eines Mannes nothwendig. Zudem ist der Preis des Apparates ein verhältnismässig billiger, so dass er selbst von weniger bemittelten Anstalten beschafft werden kann.

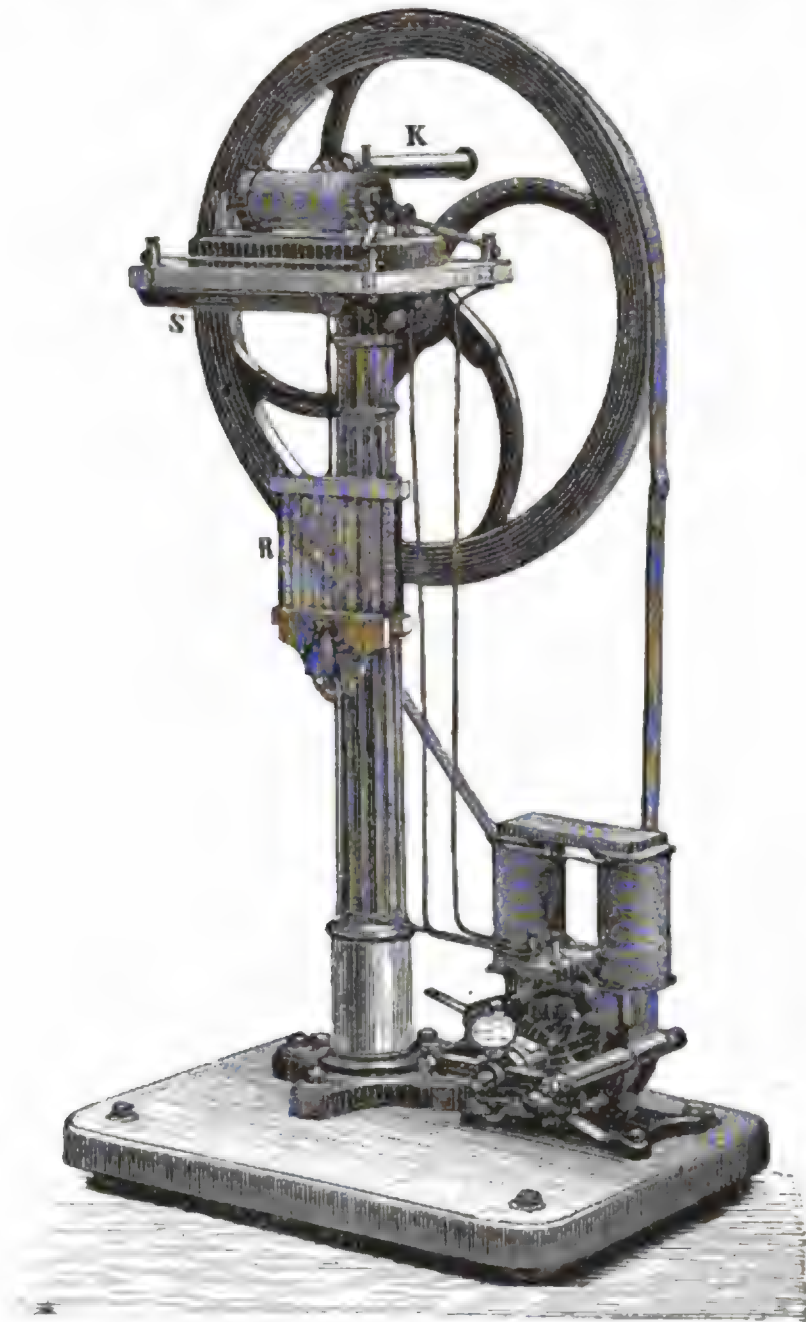
Der Apparat ist in der Figur auf folgender Seite abgebildet.

Die Construction der dynamo-elektrischen Maschine ist diejenige, welche auf Seite 579 des 17. Bandes dieser Zeitschrift beschrieben und hat sich dieselbe auch in dieser kleinen Form vollkommen bewährt.

Der Ring hat einen mittleren Durchmesser von nur 10^{cm} und beträgt das Gewicht des zu seiner Umwicklung verwendeten Kupferdrahtes nur $0{,}950^{kg}$, während sich das des Elektromagneten auf 5^{kg} stellt. Dessenungeachtet liefert die Maschine bei einer Tourenzahl von 1200 in der Minute, welche Geschwindigkeit noch sehr leicht durch den Handbetrieb hervorgebracht werden kann, einen Strom, der circa 8 bis 10 Bunsen-Elementen gleichkommt.

Die einzelnen Theile des Apparates sind auf einem eichenen Sockel montirt, welcher der Festigkeit halber auf dem Boden ange-

schraubt werden kann. Das Schwungrad, welches mit der Kurbel *K* betrieben wird, hat seine Lagerung in dem oberen Theil einer guss-



eisernen Säule und steht durch einen Riemen direct mit der kleinen Riemscheibe der dynamo-elektrischen Maschine in Verbindung, wodurch der Inductorring in eine sehr rasche Umdrehung versetzt werden kann.

Auf dem oberen Theil der Säule befindet sich der Rheostat *R*, der aus Neusilberspiralen gebildet ist, die mit Contactknöpfen in der Weise verbunden sind, dass mit Hülfe einer Kurbel die Werthe 0,2, 0,6, 1,0, 2,0, 3,5 und 5 Ohm eingeschaltet werden können. Auf dem oberen Theil der Säule befindet sich ein kleiner Experimentirtisch, der mit den Klemmschrauben 1, 2 und 3 versehen ist. Diese sind

mit dem Rheostaten und der Maschine so verbunden, dass, wenn man die Klemmen 2 und 3 durch einen beigegebenen Messingstab verbindet, der Rheostat sich in einem Nebenschluss befindet, was beim Experimentiren mit denjenigen Apparaten nothwendig ist, bei welchen der Strom rasch aufeinanderfolgend unterbrochen wird (Funkeninductoren etc.) oder die einen grossen Widerstand besitzen (Vacuumlampen etc.). Es werden dann diese Apparate mit den Klemmen 2 und 3 in Verbindung gesetzt.

Durch 2 weitere dem Apparat beigegebene Vorrichtungen können Drähte von beliebiger Länge zwischen die Klemmen 2 und 3 gespannt und zu Glüh- und Schmelzversuchen verwendet werden. Damit die hierbei umhersprühenden geschmolzenen Theile keine Beschädigung des hölzernen Sockels etc. verursachen, so ist unterhalb des Tisches eine ausziehbare Blechrinne angebracht, welche diese Theile aufnimmt.

Die mit der Maschine angestellten Versuche geben folgende Resultate:

Der Strom entwickelt, mit einem Mohr'schen Voltameter gemessen, pro Minute 180 bis 200^{ccm} Knallgas.

Ein Platindraht von 50^{cm} Länge und $0{,}5^{mm}$ Dicke kann durch die Maschine noch in lebhaftes Glühen, und ein Stahldraht von derselben Stärke und 20^{cm} Länge zum Schmelzen gebracht werden.

In einer Contact-Glühlichtlampe erzeugt der Strom ein elektrisches Licht, welches als Beleuchtungsquelle für Projectionen vollständig genügend ist.

Eine Vacuum-Glühlichtlampe kann mit Hülfe des obenerwähnten Nebenschlusses ebenfalls zum Glühen gebracht werden und können bei dieser Schaltungsweise grosse Funkeninductoren und alle anderen elektromagnetischen Maschinen in regelmässigem Gang erhalten werden. Wird der Strom zum Zweck der elektrischen Kraftübertragung in eine zweite derartige dynamo-elektrische Maschine geleitet, so wird diese in rasche Umdrehung versetzt und erreicht eine Geschwindigkeit von 1400 Touren in der Minute, wenn die der getriebenen Maschine eine solche von 1600 macht, welche Tourenzahl bei dem eingeschalteten Widerstand der beiden Maschinen (1,2 Ohm) durch einen kräftigen Mann noch sehr leicht erzielt werden kann.

Beweis des Newton'schen Gesetzes für den Magnetismus.

Von Dr. A. Kurz, Professor in Augsburg.

Wenn man diese Beweisführung in der neuesten Auflage von J. Müller's Physik (Pfaundler) und in andern Büchern liest, so wird man sie mindestens dunkel und flüchtig nennen neben der folgenden, die auf der um ihrer selbst willen schon unumgänglichen Formel von Gauss beruht

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{TM}} = \frac{1}{n},$$

(t die Schwingungs-Zeit, n Zahl, K Trägheitsmoment und $M = 2\mu l$ das magnetische Moment, T der horizontale Erdmagnetismus).

Wird der (sehr kurzen) Nadel im magnetischen Meridian ein sehr langer (und dünner) Magnetstab vertical genähert, so dass die Nadel unter dem Einflusse von T und dem Nordpol ν dieses Stabes schwingt, so erhält man

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{K}{\left(\frac{T}{1^2} + \frac{\nu}{r_1^2}\right) 2\mu l}} = \pi \sqrt{\frac{K}{\left(T + \frac{\nu}{r_1^2}\right) M}} = \frac{1}{n_1},$$

und wenn man die Distanz r_1 des Poles ν von der Nadel (Mitte) variirt,

$$t_2 = \pi \sqrt{\frac{K}{\left(T + \frac{\nu}{r_2^2}\right) M}} = \frac{1}{n_2}.$$

Durch zweimalige Subtraction und Division, wobei man sich mit Vortheil der n statt der t bedient, erhält man dann

$$(n_1^2 - n^2) : (n_2^2 - n^2) = r_2^2 : r_1^2$$

und hat genauen Einblick in das, was hiermit bewiesen werden kann, nämlich in die Richtigkeit der Annahme von r^2 für die magnetische Kraft zweier Pole $\mu\nu : r^2$.

1. Zusatz. Variirt man statt r die langen Magnetstäbe, so erhält man ein relatives Maass für deren Polstärke in

$$(n_1^2 - n) : (n_2^2 - n^2) = \nu_1 : \nu_2.$$

2. Zusatz. Auch über die Bedeutung von T enthalten viele Lehrbücher undeutliche sowie auch unrichtige Angaben. Ich habe deshalb den Divisor 1^2 beigefügt, um die Analogie von $T \cdot \mu : 1^2$ mit $\nu\mu : r^2$ recht hervortreten zu lassen. Durch diese Analogie wird das obige Experiment überhaupt vorzüglich geeignet, um den unsichtbaren Erdmagneten gewissermaassen materiell und greifbar zu machen, und verdient Beachtung auch von Seite desjenigen, der an das Newton'sche Gesetz schon ohnehin glaubt oder es für selbstverständlich hält.

Nebel-Bläschen oder -Kugeln?

Von Dr. A. Kurz.

Mohn sagt in der 1. Aufl. seiner „Grundzüge der Meteorologie" S. 148, dass „die Wasserdämpfe sich in Gestalt kleiner hohler Bläschen ausscheiden, welche mit Leichtigkeit in der Luft schweben". In der 4 Jahre später (1879) erschienenen 2. Aufl. heisst es an derselben Stelle (S. 168) „Bläschen oder Kugeln"[1]).

Wenn die Bläschen (längst vor Mohn) nur wegen ihrer Leichtigkeit supponirt wurden, so kann man ihrer ganz entrathen, und ich will, um dies zu zeigen, nun von massiven Wasserkügelchen handeln.

Hat ein solches vom Radius r das Gewicht ar^3, und ist der Widerstand, den es beim Herabfallen mit der Geschwindigkeit v an der Luft erfährt, dieser und der Durchschnittsfläche proportional, so ist im Zustande des Gleichgewichts

$$ar^3 = b \cdot v \cdot r^2$$

oder

$$v = cr,$$

wo b und c Constante sind. Also je kleiner die Kugel, desto langsamer sinkt sie herab. Dieser Wortlaut passt auch für das quadratische Widerstandsgesetz, d. h. wenn man v^2 statt v in den zwei Gleichungen setzen würde, was aber nur für grosse v zulässig ist. Es passt auch noch für das Folgende.

Aus Neugierde versuchte ich nämlich eine absolute Bestimmung dieser Geschwindigkeit des Herabsinkens mit Hülfe der Theorie des Luftwiderstandes, soweit sie dermalen vorliegt, zu erhalten und benutzte die Formel, welche Kirchhoff in seinen „Vorlesungen über math. Physik" (XXVI § 4) entwickelt. Daselbst ist $6\pi kvr$ der Luftwiderstand, wo $k = 0{,}0002$ den Reibungscoefficienten bedeutet unter Zugrundelegung der Einheiten Gramm, Centimeter, Secunde, im absoluten Maasse.

Man hätte also zu setzen

$$6\pi kvr = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot 981,$$

da 1 das Gewicht des Kubikcentimeters Wasser, und 981 die Erdbeschleunigung ist. Hieraus wird

$$v = r^2 \cdot \frac{981}{0{,}0009} = r^2 \cdot 10^6 \text{ nahezu.}$$

---

1) S. 175 dieser Aufl. heisst es wieder „Bläschen" allein (und „Eisnadeln".)

Damit ein solches Wasserkügelchen mit nur 1 cm Geschwindigkeit herabsänke, müsste es demnach den Radius 0,001 cm haben. Ich kann mich im Augenblick nicht entsinnen, woher ich das Notat von 0,001 Zoll (engl.) als Durchmesser entnommen habe, was nahe mit vorigem Radius stimmen würde.

Monatmittel der magnetischen Declination und Horizontal-Intensität, beobachtet zu Prag im Jahre 1881.

(C. Hornstein, Astronomische, magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag, 42. Jahrg.)

1881	Declination	Horizontale Intensität
Januar	10° 51,28'	1,9577
Februar	49,24	569
März	48,92	583
April	48,66	587
Mai	48,35	596
Juni	48,69	590
Juli	47,74	579
August	46,97	588
September	46,07	582
October	46,48	585
November	46,74	579
December	45,96	588
Jahr	10° 47,93'	1,9584

Literatur.

Astronomische, magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1881.

Greenwich Magnetical and Meteorological Observations 1880.

A. Guebhard, Méthode Électro-Chimique pour la figuration des lignes équipotentielles sur les surfaces planes limitées d'une manière quelconque. S. A.

G. Guglielmo, Sull' Uso dell' Elettrometro nella Misura della Resistenza dei Liquidi. Torino. E. Löscher.

XIII. Jahresbericht der Grossherzogl. Badischen Meteorologischen Centralstation Karlsruhe für das Jahr 1881. Karlsruhe, Braun'sche Hofbuchhandlung.

E. Ketteler, Theorie der circular und elliptisch polarisirenden Mittel. S. A.

E. Lommel, Zur Theorie des Lichtes. S. A.

O. v. Miller, Mittheilungen aus dem Gebiet der Elektrotechnik. S. A.

Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek voor 1881. Utrecht, Kemink & Zoon. 1882.

C. Pulfrich, Entgegnung auf die Abhandlung des Herrn V. v. Lang „Bestimmung des Brechungsquotienten einer concentrirten Cyaninlösung". S. A.

F. Wächter, Ueber die materiellen Theile im elektrischen Funken. S. A.

A. Wassmuth, Ueber die specifische Wärme des stark magnetisirten Eisens und das mechanische Aequivalent des Magnetismus durch die Wärme. S. A.

XVIII. Band. 10. Heft.



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 10. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Messung der Luftreibung mittels drehender Schwingungen.

Von

Dr. W. Braun und Dr. A. Kurz

in Augsburg.

§ 1. Für den Reibungscoefficienten der Luft gibt Herr Professor O. E. Meyer im Jahre 1877[1]) eine Zusammenstellung von numerischen Werthen, welche theils 0,0002 übersteigen, theils darunter bleiben, und zuletzt als Mittelwerth von 5 durch ihn und andere Beobachter mittels „Transpirations- und Schwingungsversuche“ gefundenen Zahlen den Werth $k = 0{,}000175$.

Bei diesen Schwingungsversuchen ist noch zwischen den Schwingungen eines gewöhnlichen Pendels und Rotationsschwingungen wohl zu unterscheiden. Stokes[2]) findet aus Baily's Versuchen mit Sekundenpendeln, die aus cylindrischen Stäben bestanden, im Durchschnitt die Zahl 0,000104. Dagegen berechnet Meyer[3]) aus Girault's Pendelversuchen $k = 0{,}000383$, aus solchen Bessel's 0,000275 und aus seinen eigenen Versuchen mit gewöhnlichen Pendeln[4]) für das längere 0,000232, für das mittlere 0,000233 und das kürzere 0,000184, welch letztere Zahl er für die beste hält, da sie am wenigsten durch die nicht eliminirte Reibung des Aufhängefadens beeinflusst sei.

Bessere Uebereinstimmung zeigen die mittels der Coulomb'schen Methode (Rotationsschwingungen von Scheiben) gefundenen Zahlen. Meyer selbst fand auf diesem Wege zuerst[5]) die Zahl 0,000305 (s. § 2), hierauf[6]) nach Maxwell's Vorgang, dessen Versuche als Mittel 0,000200 ergaben, die Zahl 0,000197, mit der er sich zufrieden gab.

---

1) „Die kinetische Theorie der Gase“. Breslau. S. 134, 136, 140.
2) Cambr. Phil. Trans. Vol. 9. Part 2. p. 65.
3) Pogg. Ann. Bd. 125.
4) Pogg. Ann. Bd. 142.
5) Pogg. Ann. Bd. 125.
6) Pogg. Ann. Bd. 143.

Die durch gewöhnliche Pendelbeobachtungen gefundenen Zahlen stimmen so wenig unter einander, dass wir vorläufig noch die Anwendbarkeit der allgemein angenommenen hydrodynamischen Grundgleichungen auf diese Fälle bezweifeln. Dagegen zeigen die aus Transpirationsversuchen und drehenden Schwingungen gewonnenen Zahlen eine hinlängliche Uebereinstimmung[7]).

Bisher wurden fast ausschliesslich Scheiben zu solchen Versuchen verwendet. Diese bedingen aber einen etwas umständlichen Rechenmodus, insofern die Luftreibung in der Nähe des Randes Correcturglieder veranlasst, wie Maxwell[8]) gezeigt hat. Von diesen Umständlichkeiten ist die Benutzung einer Kugel frei. Wir haben daher eine solche unter Zugrundelegung der von Kirchhoff[9]) gegebenen Formeln zur Bestimmung der Luftreibungsconstante benutzt. (S. § 4 u. f.)

Ehe wir hierüber berichten, wird es am Platze sein, noch über einschlägige Versuche zu sprechen, welche uns zum Theil zu dieser Arbeit veranlasst haben. Der grössere Antheil ist allerdings dem Umstande zuzuschreiben, dass wir schon einige Jahre mit dem Studium der Widerstände beschäftigt sind, welche sich den drehenden Schwingungen entgegensetzen[10]).

§ 2. Für eine kreisförmige Scheibe, welche sich um die zu ihrer Ebene im Mittelpunkte senkrecht stehende Axe dreht, berechnete Meyer (s. Note 3) das logarithmische Decrement

$$\delta = \frac{\pi R^4}{2K} \sqrt{\frac{\pi}{2} k \mu T},$$

wo R der Radius, K das Trägheitsmoment der Scheibe, μ die Luftdichte, T die Schwingungsdauer und k der gesuchte Coefficient der Luftreibung ist.

Im Experimente verwendete Verfasser drei gleiche Scheiben, welche auf der nämlichen Drehaxe sich befanden. Wurden dieselben bis zur Berührung einander genähert, oder aber bis zu Abständen von mindestens je 3^{cm} von einander fern gehalten, so blieb T und K (das Trägheits-

7) Strenger urtheilt hierüber Margules, Wien. Ber. 83. 1881; oder Beiblätter Bd. 5 S. 712.

8) Phil. Trans. vol. 156, 1866, p. 249.

9) Vorlesungen über mathematische Physik. Bd. 26 § 5.

10) S. dieses Rep. Bd. 15 S. 561 und Bd. 17 S. 233: „Ueber die Dämpfung der Torsionsschwingungen von Drähten", und Sitzungsber. der k. b. Academie, München 1881: „Ueber Luftwiderstand bei kleinen Geschwindigkeiten".

moment der drei Scheiben) nahe dasselbe, aber das Decrement wurde von δ zu δ' vergrössert, vermöge der im zweiten Falle dreimal so grossen Luftreibung.

Da man nicht annehmen kann, dass das wirklich beobachtete Decrement δ nur von der Luftreibung herrührte, so können wir schreiben $\delta = \frac{\pi R^4}{2K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T} + x$ im Falle der zusammengerückten Scheiben, und nach Meyer müssten wir für den Fall der auseinandergerückten Scheiben setzen

$$\delta' = \frac{3 \cdot \pi R^4}{2K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T} + x',$$

und noch dazu annehmen, dass x' nahe gleich x sei, also dass

$$\delta' - \delta = \frac{\pi R^4}{K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T},$$

welche Gleichung ihm den Werth $k = 0{,}000305$ lieferte.

Hierin liegt ein Versehen vor, da es statt der vorletzten Gleichung heissen muss

$$\delta' = \frac{\pi R^4}{2K}\sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot 3k\mu T} + x',$$

indem der Luftwiderstand verdreifacht wurde und nach obiger Formel das von ihm allein herrührende Decrement nicht ihm selbst, wohl aber der Quadratwurzel aus dem specifischen Reibungswiderstand (k oder $3k$) proportional ist. Somit würde

$$\delta' - \delta = (\sqrt{3} - 1)\frac{\pi R^4}{2K}\sqrt{\frac{\pi}{2}k\mu T} \text{ mit der Annahme } x = x',$$

oder k würde sich $\left(\frac{3-1}{\sqrt{3}-1}\right)^2$ mal so gross, d. i. 7 bis 8 mal so gross als 0,000305 ergeben. Da nun dieser letztere Werth schon über $\frac{3}{2}$ mal so gross ist, als die aus der Gesammtheit aller bisherigen Messungen hervorgegangene Reibungsconstante, so würde das neue Resultat 10 bis 12 mal so gross sein als diese.

Daraus folgt vielleicht, dass die Annahme $x = x'$ bei dem hier benützten Apparate nicht statthaft ist; es müsste in der That die beobachtete Differenz $(\delta' - \delta)$ mehr als dreimal so klein ausgefallen sein als in Wirklichkeit, wenn sich ein zulässiger Werth von k aus der letzten Gleichung ergeben sollte. Ueber die Differenz $(x' - x)$ sagt natürlich auch die Theorie der Luftreibung gar nichts aus. Etwas besser würde das Resultat noch geworden sein, wenn man in der

vorletzten Gleichung das x' vernachlässigt hätte, indem sich hieraus das k nur 4 bis 5 mal so gross als 0,000305 oder 6 bis 7 mal so gross als 0,000200 ergäbe.

Maxwell (l. c.) benutzte gleichfalls Scheiben (unifilar aufgehängt), vergrösserte aber absichtlich die Reibung, indem er sie zwischen festen Scheiben mit ziemlich geringem Abstand schwingen liess. Dabei machte er folgende 5 Zusammenstellungen:

1. 3 Scheiben in Berührung, zwischen 2 festen Scheiben, 1 Zoll engl. von jeder entfernt;
2. wie 1, nur die Entfernung auf 0,5 Z. reducirt;
3. 3 Scheiben getrennt, jede zwischen 2 festen Scheiben in der Entfernung von 0,683 Z.;
4. wie 3, nur die Entfernung auf 0,425 Z. reducirt;
5. wie 3, Entfernung 0,185 Z.

Die Theorie unterscheidet sich von der Meyer'schen unter anderem dadurch, dass der innere Widerstand des Aufhängedrahtes durch ein Glied in der Differentialgleichung vertreten ist, und zwar proportional der ersten Potenz der Geschwindigkeit, was in der That durch die Constanz der beobachteten Decremente motivirt ist. Nicht so ganz begründet erscheint uns die zuletzt gemachte Annahme, dass bei seinen 5 Zusammenstellungen dasselbe x gelte (die Variation des x, welche das Einlassen von Wasserdämpfen in den Apparat verursachte, wurde von Maxwell wohl berücksichtigt).

Seine beobachteten und berechneten Werthe zeigen nämlich, in Proc. ausgedrückt, verschiedene Differenzen, je nach der angewandten Zusammenstellung, wie folgende kleine Tabelle zeigt:

Nummer der Zusammenstellung	1	2	3	4	5
Differenz in Procenten	2 $1\frac{2}{3}$	6 6	3	1 1	$\frac{1}{5}$

Daraus, dass die Differenzen mit den Zusammenstellungen wechseln, bei einer bestimmten aber in zwei verschiedenen Versuchsreihen als gleich sich erweisen (leider sind 3 und 5 nur mit je einer Versuchsreihe vertreten), schliessen wir, dass der Werth des fraglichen x, wie bei den Meyer'schen Versuchen, mit den verschiedenen Zusammenstellungen variirte.

§ 3. Klemenčič[11]) in Graz liess eine Elfenbeinkugel vom Radius $R = 2{,}5^{cm}$, an feinem Messingdraht bifilar innerhalb eines luftdicht schliessenden Messinggehäuses von 25^{cm} Durchmesser aufgehängt, Drehschwingungen machen und beobachtete bei den Barometerständen 734 und 36 die logarithmischen Decremente $\lambda = 0{,}0005812$ und $0{,}0003491$, während er aus der von Kirchhoff (l. c.) angegebenen Formel das Decrement

$$\delta = \frac{2\pi R'}{3K}\sqrt{2\pi k\mu T} = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{R\varrho}\cdot\sqrt{2\pi\mu k T}$$

bzw. 0,0003326 und 0,0000741 berechnete. Hierin bedeutet δ das natürlich logarithmische Decrement für eine einfache Schwingung; der Verf. rechnete dasselbe in brigg. Logarithmen zur Vergleichung mit den vorigen λ; für k setzte er 0,0002; ϱ ist die Dichte des Elfenbeins, die übrigen Bezeichnungen s. in § 2.

Dass die Differenz jener beiden λ mit derjenigen der entsprechenden δ auf ca. 8% und hernach bei einer Korkkugel und bei 730 und 19 Barometerstand noch genauer übereinstimmten, veranlasst den Verf. zu sagen (S. 148): „Es lässt sich nach den vorstehenden Versuchen zwar nicht bestimmt sagen, wie weit die Genauigkeit der Formel reicht; immerhin aber stimmen sie mit der Erfahrung insoweit überein, dass man sich in praktischen Fällen derselben zu einer angenäherten Berechnung der durch die Luftreibung bewirkten Dämpfung bedienen kann.“

Man sollte meinen, dass man diesen Ausspruch nur thun dürfe, wenn die beobachteten λ mit den berechneten δ nahezu stimmen. Statt dessen stimmt, wie gesagt, und wenn wir x und x' einführen wie in § 2, in der Rechnung

$$\begin{aligned} \lambda_{720} &= \delta_{720} + x && \text{bei 720} \\ \lambda_{20} &= \delta_{20} + x' && \text{und } 20^{mm} \text{ Quecksilber} \\ \hline (\lambda_{720} - \lambda_{20}) &= (\delta_{720} - \delta_{20}) + (x - x'), \end{aligned}$$

diese erste mit der zweiten Differenz nahezu überein, was also auf die verhältnismässige Kleinheit der dritten Differenz $(x - x')$ schliessen liesse, oder auf x nahezu gleich x'. Sei dem wirklich so und berücksichtigen wir noch gemäss der vorigen Formel $\delta_{720} = 6\cdot\delta_{20}$ (nahezu wie bei dem Versuche mit der Korkkugel, oder man könnte ja ganz

11) „Beobachtungen über die Dämpfung der Torsionsschwingungen durch die innere Reibung“. Rep. Bd. 17 S. 144—159; darunter führen S. 146—151 den Titel „Ueber die Dämpfung durch die Luftreibung“.

genau die in der Tabelle von Klemenčič gegebenen Angaben von T und des Thermometer- und Barometerstandes zur Berechnung der entsprechenden μ benutzen und $\delta : \delta' = \sqrt{\mu T} : \sqrt{\mu' T'}$ rechnen), so erhält man $\frac{5}{6} \cdot \delta_{:20}$ gleich der beobachteten Decrementendifferenz 0,002268 (brigg.)

oder $$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{R\varrho} \sqrt{2\pi\mu k T} = 0{,}002268 \cdot \text{log. nat. } 10.$$

Für R ist 1,9 angegeben, $T = 4{,}575$; sei $\varrho = 0{,}25$ und $\mu = 0{,}0012$, so käme $k = 0{,}000164$.

Dies ungefähr wäre unseres Erachtens die Ausbeutung der vom Verf. gemachten Versuche.

Statt dessen geht Klemenčič sogleich nach den oben citirten Worten mit Zugrundelegung von Kirchhoff's Formeln (§ 5 und § 6 l. c.) zu Rechnungen über, die zum Theil sehr gewagt sind, und zu zwei einschlägigen Versuchen, deren letzterer in drehenden Schwingungen eines horizontal und bifilar aufgehängten Cylinders von 103^{cm} Länge und 2^{cm} Dicke bestand, welcher noch in gleichen Abständen von der Drehaxe mit je einer Bleikugel behängt war, so dass diese also fortschreitende Schwingungen machten (Kirchhoff § 6). Er verschaffte sich die berechneten logarithmischen Decremente (δ) durch Addition der für den Cylinder und für die beiden Kugeln berechneten Ausdrücke; diese Addition fällt aber unter die in § 2 gemachte Bemerkung, da die beiden Ausdrücke von der Gestalt der Formeln in §§ 2 und 3 sind. Die Uebereinstimmung der beobachteten Decremente (λ) mit jenen beobachteten (δ) kann also nur eine zufällige sein[12]).

§ 4. Unsere Messung der Constanten k kann auch als eine Verification der in § 3 zuerst citirten Formel angesehen werden, welche nach k aufgelöst lautet

$$k = \frac{9 \cdot K^2 \delta^2}{8\pi^3 \mu R^5 T}.$$

Wir verwendeten eine Hohlkugel aus Pappe (Globus), die wir bifilar an einem Bündel von 24 Kokonfäden aufhängten. Die Anregung

12) Einen ähnlichen erfolglosen Versuch, aber mit anderer theoretischer Auslegung, machte E. Bödeker im Anhange zu seiner Dissertation „Versuche zur Bestimmung des Luftwiderstandes bei kleinen Geschwindigkeiten, Göttingen 1881", welche uns der Herr Verf. freundlichst zugesandt hat. Wir behalten uns vor, hierauf vielleicht bei anderer Gelegenheit nochmals zurückzukommen. Ein Auszug hiervon wird in den Bleiblättern zu Wied. Ann. 1882 erscheinen.

zum Schwingen konnte am oberen Ende der $l = 99{,}8^{cm}$ langen Suspension geschehen; der Fadenabstand und der wirksame Durchmesser der am unteren Ende angebrachten Rolle betrug $b = 3{,}2^{cm}$ nahezu. Der Abstand des an der Rolle angebrachten Spiegelchens von der Scale des Edelmann'schen Scalenfernrohrs betrug 80^{cm}. Die Rolle lief in einer Gabel, welche am oberen Ende der $^2/_3{}^{cm}$ dicken Messingstange angebracht war, die den verticalen Durchmesser des Globus bildete.

Der Kugelradius R ergab sich aus Umfang- und Dicke-Messungen zu $15{,}61 \pm 0{,}03^{cm}$. Eine vorläufige Berechnung des Trägheitsmomentes dieser $784{,}0^{gr}$ schweren Hohlkugel, deren Wandstärke unter $^1/_2{}^{cm}$ beträgt, ergibt sich aus der Fiction, dass deren ganzes Gewicht nur auf der äusseren Oberfläche gleichmässig vertheilt sei:

$$K = \int_{-R}^{R} 2R\pi dy(R^2 - y^2) = \frac{2}{3} \cdot 4R^2\pi \cdot R^2 = \frac{2}{3} \cdot 784 \cdot 15{,}61^2 = 127400 \pm 400.$$

Das wahre R musste unterhalb dieses Werthes gefunden werden. Die Messingstange sammt Zubehör trug zu demselben keine $50^{gr.cm.cm}$ bei.

§ 5. Zur experimentellen Bestimmung von K bedienten wir uns eines Messingringes von 1136^{gr} Gewicht und $D = 20{,}94 \pm 0{,}01$ äusserm und $d = 15{,}63 \pm 0{,}01$ innerm Durchmesser, dessen Trägheitsmoment, wenn derselbe möglichst centrirt auf die rotirend schwingende Kugel aufgelegt ist, sich zu $96900 \pm 100^{gr.cm.cm}$ berechnet [nach der Formel $\frac{1}{8} \cdot 1136\,(D^2 + d^2)$].

Die ganze Schwingungsdauer $2T$ war ohne diesen Ring $14{,}48 \pm 0{,}01$ und mit demselben $13{,}06 \pm 0{,}01$ Sec. Als wir nach Wegnahme des Ringes, der nur auf das Hängelager zu hängen war, ohne den Apparat auseinander nehmen zu müssen, die Schwingungsdauer wieder (durch wiederholte Versuche) bestimmten, ergab sich als entsprechende Zahl 14,53, weshalb wir $14{,}50 \pm 0{,}02$ statt des erstgenannten Werthes nahmen. Diese kleine Erhöhung der Schwingungsdauer ist der Verlängerung der Fäden durch den Messingring zuzuschreiben, wie die nächstfolgende Formel zeigt.

Mit Einführung der Erdbeschleunigung 981^{cm} ist alsdann:

$$14{,}50 = 2\pi\sqrt{\frac{K \cdot 4l}{947{,}5 \cdot b^2 \cdot 981}} \quad \text{und} \quad 13{,}06 = 2\pi\sqrt{\frac{(K + 96900)\,4l}{(947{,}5 + 1136)\,b^2 \cdot 981}}.$$

Es betrug nämlich das ganze aufgehängte Gewicht, Kugel sammt Stange und Rolle etc., $947{,}5^{gr}$.

Die Berechnung von K aus der durch Division beider Gleichungen entstehenden Gleichung ergab

$$K = 124000 \pm 2000^{\text{gr.cm}}. \quad (\text{Vgl. § 4.})$$

Hätte man K aus der ersten Gleichung allein berechnet, also ohne Benutzung der Schwingungen mit dem Messingring, so wäre das Resultat durch die Ungenauigkeit der Grösse b ($947{,}5 \cdot \frac{b^2}{4l}$ ist das statische Moment bei der bifilaren Aufhängung) bedeutend inficirt; für $b = 3{,}2$ (s. § 4) erhielte man $K = 127000 \pm 5000$. Dies nur, wie § 4, als gelegentliche Probe.

Zur Wahl der ganzen Schwingungsdauer 14,50 statt 14,48 mag noch nachgetragen werden, dass wir auch beim logarithmischen Decrement δ sowohl die vor als nach der Auflegung und Wiederwegnahme des Messingringes erhaltenen Messungsresultate benutzten. (S. Tab. in § 6.)

§ 6. Als Werthe für das Decrement erhielten wir nämlich bei 17° C. und 725^{mm} Barometerstand in briggischen Logarithmen und für die ganze (Doppel-) Schwingung

$$L_{17\text{ u. }725} = 0{,}00545$$

vor, und nach der Auflegung und Wegnahme des Messingringes

$$L_{13\text{ u. }720} = 0{,}00542.$$

Der Unterschied 0,00003 ist weder durch die Aenderung der Luftdichte μ, noch durch diejenige der Schwingungszeit ($2T = 14{,}48$ und 14,53) zu erklären, sondern wohl der durch die Temperaturänderung hervorgerufenen elastischen Nachwirkung zuzuschreiben. Und weil das erstere L innerhalb zweier Tage mit weniger Schwankungen des Thermometers und wohl auch infolgedessen mit besserer Uebereinstimmung der 4 Einzelwerthe als das letztere innerhalb 5 Tage erhalten wurde, so schenkten wir dem ersteren bei der Wahl der Mittelzahl das grössere Vertrauen und nahmen

$$L = 0{,}00544 \pm 0{,}00001.$$

S. Tabelle. Umgerechnet in natürliche Logarithmen und für die halbe Schwingungszeit, wie es die Formel in § 4 erheischt, ist

$$\delta = 0{,}00626 \pm 0{,}00001.$$

Als Luftdichte nehmen wir für beide erwähnte Barometer- und Thermometerstände

$$\mu = 0{,}00115 \pm 0{,}000005.$$

Tabelle.

Juni	Barom.	Therm.	Einzelne Beobachtungen	Von	Divisor	L
1	725,2	17,0	0,114 114 115	Braun	21	0,00546
"	"	"	115 114 114	Kurz	"	544
2	—	"	115 114 115	B.	"	"
"	—	"	115 115 114	K.	"	546
19	716,2	14,5	0,107 105 109	B.	21	0,00523
"	717,2	14,3	203 205	K.	38	537
20	718,0	14,0	136 129	"	25	530
21	720,6	15,0	131 111 103 111	B.	21	545
"	—	14,9	111 121 127 109 102	K.	"	550
22	719,0	15,0	111 117 116 123 116	B.	"	558
23	720,6	15,3	115 118 120 112 114	"	"	553

Die 4 Beobachtungsreihen vor dem Striche wurden vor der Auflegung des Messingringes (s. § 5), und die übrigen 7 nach der Wegnahme desselben gewonnen; das mittlere der 7 letzten L ist 0,00542. Wir beobachteten meistens in Zeitintervallen von je 10 Minuten oder 21 ganzen Schwingungen die Umkehrpunkte, auf der einen Seite je 5, auf der andern je 6, und berechneten daraus in bekannter Weise die jeweiligen Amplituden. Die Differenzen der (brigg.) Logarithmen dieser Amplituden stehen in der 4. Kolonne, und in der 6. die betreffenden Schwingungszahlen. Die Anführung der Einzelwerthe in der 4. Kolonne soll einen Einblick in die Sicherheit der Beobachtungen gewähren.

§ 7. Ehe wir die in §§ 4, 5, 6 für R, K und T, δ und μ enthaltenen Werthe in die Formel von 4 einsetzen, ist noch zu erwägen, dass diese für eine massive Kugel, bzw. für deren Oberfläche gilt, während wir eine Hohlkugel umgewendet haben. Da diese so dünnwandig ist, dass ihre Innenfläche nahezu denselben und zwar einen sehr grossen Radius besitzt[13]), so können wir die Reibung der äusseren und der in ihrem

13) Nach Stokes, l. c. S. 21, und unter Zugrundelegung von $k = 0,0002$ statt 0,0001 reducirt sich beispielsweise für eine in sich selbst schwingende Ebene die Amplitude der Lufttheilchen schon in der kleinen Entfernung 0,09 engl. Zoll von der Ebene auf die Hälfte.

Innern eingeschlossenen Luft als gleichwerthig betrachten. Dies kommt darauf hinaus, dass wir als linke Seite der Formel am Anfange von § 4 $2k$ denken müssen.

Die Reibung der Luft an der durch den Hohlraum der Kugel gesteckten Messingstange fällt aus ähnlichem Grunde als nicht beachtenswerth aus der Rechnung fort, aus welchen auch der Beitrag dieser Stange zum Trägheitsmomente K vernachlässigt werden durfte.

Hiermit erhält man

$$k = 0{,}000185 \pm 0{,}000010.$$

Dabei ist vorausgesetzt, dass das in 5 erhaltene Decrement wirklich ganz allein dem Luftreibungswiderstande zuzuschreiben ist, oder dass die übrigen Widerstände nur einen verschwindend kleinen Beitrag zu diesem Decremente leisteten. Darauf weist schon die Uebereinstimmung unseres für k gefundenen Werthes mit den auf anderen Wegen von anderen Beobachtern gefundenen Werthen der Luftreibungsconstante hin. Allein mit Erwägung der noch bestehenden Unsicherheit dieser Resultate wollten wir doch dem zur Auffindung von k betretenen Wege hinsichtlich seiner Verlässigkeit noch weiter nachspüren und machten, nachdem die Karton-Hohlkugel in den Ruhestand versetzt worden, Versuche mit einer massiven Bleikugel, welche an dieselbe Messingstange sammt Rolle etc. angeschraubt wurde, die schon benutzt worden waren.

§ 8. Wir wählten die Bleikugel dem Gewicht nach nicht viel verschieden, nämlich $990{,}3 \pm 0{,}3^{\text{gr}}$, und ihr Radius beträgt $2{,}80 \pm 0{,}005^{\text{cm}}$. Die Dauer einer ganzen oder Doppelschwingung derselben um den verticalen Durchmesser war aber nur $2{,}134 \pm 0{,}001$ Sec. Das logarithmische Decrement wurde aus 4 Beobachtungssätzen an 3 Tagen ermittelt und ergab sich in natürlichen Logarithmen und für die halbe oder einfache Schwingung zu $0{,}000360 \pm 0{,}000002$. Indessen verlohnen sich hier diese Genauigkeitsangaben nicht, und wir berechneten das Trägheitsmoment zu 3100. Würde man mit diesen Angaben wieder die Formel der Nummer 4 anwenden, so ergäbe sich der Coefficient der Luftreibung zu 0,00984, fast 50 mal zu gross.

Umgekehrt ergibt sich beim blossen Anblick der eben genannten Formel, dass mit dem richtigen (oder als richtig vermutheten) $k = 0{,}0002$ ungefähr das Decrement nicht 0,000360, sondern nur den 7. Theil hiervon betragen dürfte, wenn es lediglich dieser Luftreibung zugeschrieben werden sollte, wie wir es in der vorigen Nummer mit Recht gethan zu haben glauben.

§ 9. Mit einem noch grösseren Globus dagegen, welcher 2845^{gr} wiegt und als Radius im Mittel $23,7^{cm}$ hat, ergab sich k kleiner als mit dem vorigen Globus, nämlich zu 0,000160. Nicht dass wir aber diese Zahl als die genauere ansehen dürften, sondern vielmehr kann dieser letztere Versuch, wegen Unkenntnis der Beschaffenheit der innern Fläche dieser Hohlkugel, nur als eine, soweit als bis jetzt mögliche, Illustration für die obige Messung dienen. Es berechnete sich nämlich das Trägheitsmoment nach der theoretischen Formel und Annahme des § 4 zu $1065000^{gr.cm.cm}$, während die experimentelle Bestimmung desselben, mit Zuhilfenahme des nämlichen Messingringes wie in § 5, die Schwingungszeiten lieferte:

$$12,70 = \pi \cdot \sqrt{\frac{K \cdot 4l}{2845 \cdot b^2 \cdot 981}} \quad \text{und} \quad 11,43 = \pi \sqrt{\frac{(K + 969600) \cdot 4l}{(2845 + 1136) \cdot b^2 \cdot 981}}.$$

Demnach ergab sich $K = 726000$, also um die Hälfte dieses Werthes kleiner als der vorhin angegebene theoretische Werth (Vgl. dagegen die Uebereinstimmung der Ergebnisse von §§ 4 u. 5).

Das natürliche logarithmische Decrement δ für die einfache Schwingungsdauer ergab sich zu 0,00493 als Mittel der 4 Messungsresultate 0,004945, 4915, 4981, 4893.

Definition und experimentelle Bestimmung einer neuen Constante der Elasticitätstheorie, Correctur des Elasticitätsmoduls durch dieselbe.

Auszug aus der Inauguraldissertation[1]).

Von

H. Tammen.

Die Principien von der Erhaltung der Energie und der Materie scheinen in ihrer die gesammte Naturwissenschaft unbedingt beherrschenden Stellung so für alle Ewigkeit fest begründet zu sein, dass man wohl die Aufgabe der Naturforschung darin finden kann, der Energie wie der Materie in ihren Wandlungen nachzuspüren und in diesen, da ein Verschwinden nicht möglich ist, Kreisprocesse aufzudecken, indem man vielleicht eine Sonderung der Aufgaben für Physik und Chemie in dem Sinne vornimmt, dass man der Physik den Kreislauf der Arbeit, der Chemie den Kreislauf der Materie zuweist. In diesem Sinne ungefähr gefasst, haben die beiden Erhaltungsprincipien in allen Zweigen der Naturwissenschaft einer grossartigen Reform siegreich Bahn gebrochen; nur die Wahl der Constanten scheint mir noch nicht genügend beeinflusst zu sein, so lange noch die Ansicht weit verbreitet ist, dass eine Constante, wie z. B. der Elasticitätsmodul, keiner weiteren Legitimation als des Nachweises der Bestimmbarkeit innerhalb genügend enger Grenzen wie der Verwerthbarkeit in technischen Zwecken dienenden Rechnungen bedürfe. Ich habe deshalb in primis für die Elasticitätstheorie aus dem Princip von der Erhaltung der Energie die Definition einer Constante entnommen und dieselbe mit genügender Legitimation durch Raisonnement und Experiment zu versehen mich bemüht.

---

1) Zu beziehen durch die Thost'sche Buchhandlung in Zwickau i. S.

Gehen von einem Körper irgend welche Fernwirkungen aus, so breitet sich stets der entsendete Impuls so über den Raum aus, dass auf allen um den Körper construirbaren concentrischen Kugelschalen die Summe der wirksamen Energie dieselbe ist, falls nicht ein durch irgend einen Körper gewissermassen aus den nähern Kugeloberflächen herausgeschnittenes Stück seinen Schatten wirft. Alsdann aber findet man stets in dem schattenwerfenden Körper den in Ausfall gerathenen Bruchtheil der Energie getreulich aufgefangen. Den nicht durchgelassenen oder gleich in derselben Form wieder reflectirten Theil der empfangenen Energie behält der Körper in transformirter Gestalt, bis eine Fortleitung eintritt. Der Bruchtheil aber der von einem Körper in der Massen- und Zeiteinheit unter bestimmten Einflüssen in bestimmter Weise transformirten Energie ist eine für die Substanz des Körpers charakteristische Constante.

Bei 2 beliebig bewegten Körpern unterscheide ich die äussere, d. i. auf ein beliebiges festes Axensystem, den Körper Alpha nach der Bezeichnung von C. Neumann, bezogene Bewegung von der innern Bewegung, welche auf den Massenmittelpunkt des aus beiden Körpern gebildeten Systems zu beziehen ist, da beim Zusammenstoss die erstere unverändert bleibt, also nur die letztere in Betracht kommt. Wenn ich mit m_1, m_2 die resp. Massen, mit α_1, α_2 die innern Geschwindigkeiten vor, mit γ_1, γ_2 dieselben nach dem Stosse bezeichne, so erhalte ich:

$$m_1 \alpha_1 = + m_2 \alpha_2$$

$$m_1 \gamma_1 = + m_1 \gamma_2$$

$$m_1 (\alpha_1 - \gamma_1) = + m_2 (\alpha_2 - \gamma_2)$$

$$\frac{\alpha_1 - \gamma_1}{\alpha_1} = \frac{\alpha_2 - \gamma_2}{\alpha_2}$$

$$\frac{\gamma_1}{\alpha_1} = \frac{\gamma_2}{\alpha_2} = e.$$

Hierbei ist unter e das Verhältnis der Geschwindigkeit verstanden, mit welcher sich die Körper nach dem Stosse von einander trennen, zu der Geschwindigkeit, mit welcher sie sich vor dem Stosse einander näherten. m_1 hat an Energie transformirt $\frac{1}{2} m_1 (\alpha_1^2 - \gamma_1^2)$, m_2 ebenso $\frac{1}{2} m_2 (\alpha_2^2 - \gamma_1^2)$; bei beiden ist also der Bruchtheil, welcher von der innern Energie transformirt wurde, gleich:

$$1 - \frac{\gamma_1^2}{\alpha_1^2} = 1 - e^2 \quad \text{und} \quad 1 - \frac{\gamma_2^2}{\alpha_1^2} = 1 - e^2.$$

Folglich ist überhaupt der Bruchtheil der transformirten Energie $C = 1 - e^2$[1]).

Die Energie, welche irgend eine Substanz unter dem Einfluss irgend eines Energie ausstrahlenden Punktes absorbirt, kann nun in derselben Form verharren oder auch irgend eine Transformation erleiden. So ist beim Stoss sofort anzugeben, dass ein Theil der absorbirten kinetischen Energie in Wärme, ein anderer in Schall transformirt wird, und das Verhältnis dieser beiden Theile ergibt ohne Zweifel wieder eine für die Natur der Substanz charakteristische Constante. Beim Blei z. B. ist nach den Versuchen von Hirn[2]) der in Schall transformirte Theil verschwindend gegen den in Wärme transformirten Theil. In den Versuchen von Hirn war nämlich ein 350^{kgr} schwerer Cylinder von Schmiedeeisen an zwei Paar ungefähr 3^m langen Seilen aufgehängt. Ihm gegenüber war in ähnlicher Weise ein 941^{kgr} schwerer Sandsteinblock aufgehängt, welcher auf der dem Cylinder zugewendeten Seite mit einer eisernen Platte bekleidet war; zwischen beiden wurde ein cylindrisches $2{,}894^{kgr}$ schweres Bleistück von einer leichten Holzgabel getragen. Eine Höhlung im Bleistücke diente zu Temperaturmessungen, indem sofort nach dem Stoss $18{,}5^{gr}$ Wasser von 0^0 eingegossen wurden; und es ergab sich ein sehr nahe richtiger Werth für das mechanische Wärmeäquivalent, was unmöglich gewesen wäre, wenn sich beim Stoss auf Blei ein merklicher Theil der im Stosse vernutzten kinetischen Energie in Schallschwingungen statt in Wärme transformirte. Bei andern Metallen dürfte sich jedoch leicht eine andere Vertheilung der kinetischen Energie auf Schall und Wärme ergeben, da z. B. beim Zink nur etwa der 10. Theil der kinetischen Energie in gleichem Stosse zur Transformation gelangt wie beim Blei, und beim Glase ein noch bedeutend kleinerer Bruchtheil, während hinwiederum der Schall nach oberflächlicher Schätzung wohl 10 mal stärker ist.

Die von mir in Vorhergehendem eingeführte Constante $C = 1 - e^2$ ist vollständig bestimmt, denn sie ist gleich Null für vollkommen elastische, gleich Eins für vollkommen unelastische, also gleich einem ächten Bruch für alle wirklich existirenden Substanzen, sie ergibt sich mit Naturnothwendigkeit aus dem obersten, allbeherrschenden Princip der Naturwissenschaften als Fixationspunkt in der Darstellung von Kreisprocessen, und ausserdem lässt sich leicht durch eine Reihe von

1) Zwei andere Ableitungen s. Inauguraldissertation d. Verf.

2) Hirn, Théorie mécanique de la chaleur. Paris 1865.

Analogien[1]) darthun, dass durch C nothwendig eine Substanzeigenthümlichkeit präcisirt sei, weshalb C für dieselbe Substanz in demselben Zustande stets denselben Werth haben müsse. Das Experiment hat die letzte Entscheidung.

Es ist unbedingt logisch am richtigsten, den Elasticitätsmodul durch die Potenzreihe zu definiren, denn aus der Gleichung: $p = as + bs^2 + cs^3 + \cdots$ folgt:

$$\left(\frac{p}{s}\right)_{\lim s = 0} = a.$$

Lim $s = 0$ ist der mathematische Ausdruck für die Ansicht, dass es keine vollkommene Elasticität gibt. Die Potenzreihe aber ist ein beliebtes Instrument zur mathematischen Darstellung irgend welcher physikalischen Abhängigkeit, für welche eine deductive Erklärung noch unmöglich ist, z. B. der Abhängigkeit des log. Decrement von der Schwingungsweite, weil sich stets schon mit wenigen Gliedern die Constanten a, b, c so bestimmen lassen, dass genügende Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung erzielt wird. Aus dieser Anwendung der Potenzreihe geht zur Evidenz hervor, dass an eine physikalische Bedeutung ihrer Constanten im Allgemeinen nicht zu denken ist. Ferner ist leicht zu erweisen, dass man bis jetzt trotz aller Schärfe und Eleganz der Rechnung keinen praktisch brauchbaren Uebergang von der vollkommenen Elasticität zur Wirklichkeit zu finden vermocht hat (s. a. a. O. S. 21—24). Doch glaube ich durch folgende einfache Betrachtung zu solchem bedeutungsvollen Uebergang hinführen zu können.

Zwei Stäbe a und b, aus derselben Substanz gearbeitet, mögen mit congruenten Querschnitten so auf einander stossen, dass dieselben sich im Stosse genau decken, wenn der Stoss in der Richtung der Axen beider Stäbe erfolgt. Bezeichne ich nun mit φ den Querschnitt, mit resp. l_a, l_b die Längen, mit resp. s_a, s_b die Deformationen und mit E den Elasticitätsmodul, so gibt die Elasticitätstheorie bei der Compression sowohl als bei der Dilatation für den Druck p und die Deformation s die Beziehung resp.

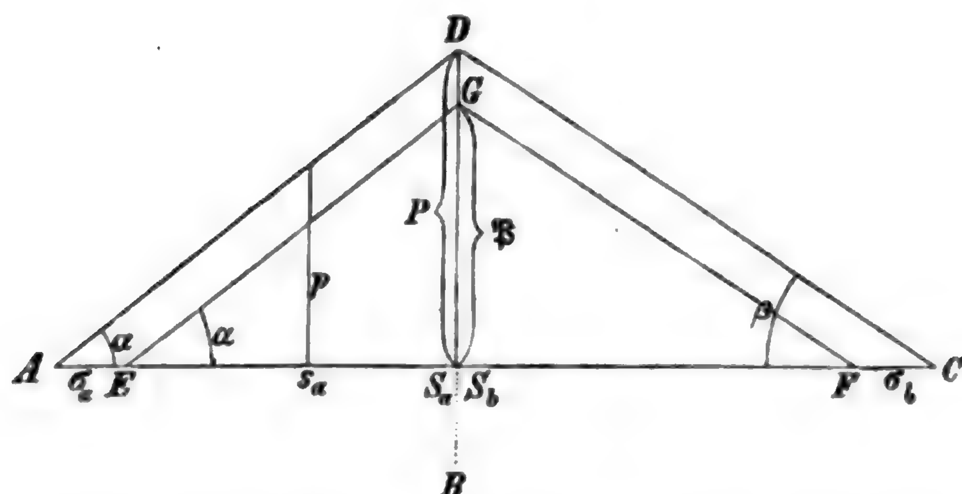
$$\frac{p}{s_a} = \frac{\varphi E}{l_a}; \quad \frac{p}{s_b} = \frac{\varphi E}{l_b}.$$

Den Vorgang des Stosses theile ich in die beiden Theile vor und nach dem Zustande der grössten Zusammendrückung. Trage ich nun die

1) S. Inauguraldissertation d. Verf.

Deformationen s als Abscissen und normal dazu die zugehörigen Drucke p als Ordinaten auf, so werden die Druckordinaten p für den ersten Theil des Stossvorganges bei beiden Stäben a und b zwei rechtwinklige Dreiecke überdecken, welche die letzte Druckordinate P für den Zustand der grössten Zusammendrückung als gemeinschaftliche Kathete haben. Die spitzen Winkel an der Abscissenlinie resp. α und β sind bestimmt durch:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha &= \frac{p}{s_a} = \frac{\varphi E}{l_a} \\ \operatorname{tg}\beta &= \frac{p}{s_b} = \frac{\varphi E}{l_b}. \end{aligned}\right\} \qquad (1$$



Die rechtwinkligen Dreiecke ABD und BCD geben durch ihre Flächen die bis zum Moment der grössten Zusammendrückung von resp. a und b aufgenommene innere kinetische Energie, das Dreieck ACD demnach die gesammte vor dem Stosse vorhandene innere kinetische Energie A an, für welche sich deshalb sofort ergibt, wenn ich mit resp. S_a und S_b die Deformationen von a und b im Moment der grössten Zusammendrückung bezeichne:

$$A = \frac{P}{2}(S_a + S_b),$$

oder mit Rücksicht auf 1:

$$A = \frac{P^2}{2}\left(\frac{l_a}{\varphi E} + \frac{l_b}{\varphi E}\right).$$

In ganz gleicher Weise berechnet sich die kinetische Energie, welche im zweiten Theile des Stossvorganges wieder hervortritt. Wollte ich mich jedoch an die wahre Elasticitätsgrenze fesseln, so müsste die ganze innere kinetische Energie nach dem Stosse wieder zum Vorschein kommen; ich erhielte dieselben Dreiecke im zweiten Theile des Stosses

wieder, welche ich im ersten hatte. In Wahrheit findet jedoch auch bei den schwächsten Stössen ein geringer Energieverbrauch statt. Die Dreiecke für die im zweiten Theile des Stosses wieder hervortretende Energie müssen jedoch den Dreiecken für den ersten Theil ähnlich sein, da die Gleichungen 1 unverändert gelten, wenn ich annehme, dass trotz des Energieverbrauchs im Stosse die sog. Grenze der vollkommenen Elasticität nicht überschritten sei. Folglich muss die Druckordinate $\mathfrak{P}$ zu Beginn des zweiten Theiles des Stosses etwas kleiner genommen werden als diejenige P am Schlusse des ersten Theiles des Stossvorganges. Wenn ich nun noch die Stücke, welche auf den Abscissenkatheten bei den kleineren Dreiecken übrig geblieben sind, mit resp. σ_a und σ_b bezeichne, so erhalte ich für die nach dem Stosse wieder hervortretende kinetische Energie B ganz wie vorhin:

$$B = \frac{\mathfrak{P}}{2}(S_a - \sigma_a + S_b - \sigma_b)$$

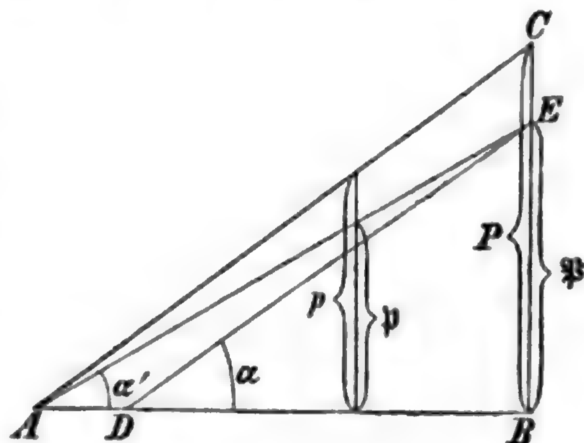
und mit Rücksicht auf 1:

$$B = \frac{\mathfrak{P}^2}{2}\left(\frac{l_a}{\varphi E} + \frac{l_b}{\varphi E}\right).$$

Für das Verhältnis C der im Stosse transformirten zu der vor dem Stosse vorhandenen innern kinetischen Energie ergibt sich hieraus:

$$C = \frac{A - B}{A} = 1 - \frac{\mathfrak{P}^2}{P^2}.$$

Bei der weitern Interpretation des Verhältnisses $\mathfrak{P} : P$ will ich nur noch den Stab a ins Auge fassen, da a und b sich völlig gleich verhalten. Zu der bis dahin benutzten Voraussetzung der linearen Beziehung zwischen Druck und Deformation trotz des Energieverbrauchs im Stosse der nicht streng vollkommen elastisch gedachten Stäbe füge ich aber jetzt noch die Voraussetzung, dass sich die in den beiden Hälften des Stossvorganges transformirten Energiemengen verhalten wir die Wegstrecken, auf welchen in denselben Druck und Gegendruck haben zurückgedrängt werden müssen, wie $S_a : S_a - \sigma_a$, oder was auf dasselbe hinauskommt, wie $P : \mathfrak{P}$. Unter dieser Voraussetzung stellt in der obenstehenden Figur für den Stab a und die erste Hälfte des Stossvorganges vor: das Dreieck ABC



die empfangene, ACE die transformirte, ABE die für die Verwendung in der zweiten Hälfte des Stossvorganges aufgespeicherte Energiemenge; denn AE theilt das Viereck $ACED$, welches die im ganzen Stossvorgange in a transformirte Energiemenge darstellt, in zwei Dreiecke, die sich wie P zu $\mathfrak{P}$ verhalten. Bezeichne ich nun noch mit p und $\mathfrak{p}$ Drucke für ein beliebiges Zeitelement der ersten Hälfte des Stossvorganges, so ist aus der Figur direct zu entnehmen:

$$p : \mathfrak{p} = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha',$$

d. h. der Druck p, welchen der Stab a im betrachteten Zeitmoment erfährt, oder die in dem betreffenden Zeitelement dt aufgenommene Bewegungsgrösse pdt verhält sich zu derjenigen $\mathfrak{p}dt$, welche für die Verausgabung in der zweiten Hälfte des Stossvorganges aufgespeichert wird, wie $\operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha'$.

Will ich dieselbe Betrachtung auf die zweite Hälfte des Stossvorganges ausdehnen, so brauche ich nur zu bedenken, dass in den beiden Energiedreiecken ABE und DBE die Katheten für Druck und Deformation mit einander vertauscht werden dürfen, da die Energie durch die Dreiecks f l ä c h e dargestellt wird, dass ich also auch die Deformationen s auf BE und die zugehörigen Drucke normal zu BE aufgetragen vorstellen darf, um für beide Energiedreiecke $\int p \cdot ds$ gleiche Wege s und damit in $\int pvdt$ gleiche Grenzen zu erhalten. Wenn ich nun für diese Energiesummen mit $\mathfrak{p}$ und π entsprechende Drucke bezeichne, so ergibt sich sofort:

$$\mathfrak{p} : \pi = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha',$$

also auch im zweiten Theil des Stossvorganges verhält sich in einem beliebigen Zeitelement und deshalb auch während der ganzen Dauer die aufgenommene Bewegungsgrösse $\mathfrak{p}dt$ zu der wieder zur Verausgabung gelangenden πdt wie $\operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha'$; $\operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha'$ gibt für den ganzen Verlauf des Stosses das Verhältnis an, nach welchem die ausgetauschte Bewegungsgrösse vermindert wird.

Wegen des experimentell mit genügender Sicherheit erwiesenen vollkommenen Austausches der Bewegungszustände gleicher vollkommen elastischer Kugeln darf ich wohl annehmen, dass die im Stosse auch nicht vollkommen elastischer Körper beim Austausch betheiligte Bewegungsgrösse, die sog. innere Bewegungsgrösse von resp. a und b vollkommen ausgetauscht wird, nur dass bei diesem Austausch eine gewisse Absorption stattfindet, welche nach obiger Ueberlegung eine Verminderung nach dem Verhältnisse $\operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha'$ bedingt.

Ich erhalte also die Gleichung:

$$m_a(v_a - V) + m_b(V - v_b) = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha'}[m_a(V - c_a) + m_b(c_b - V)], \qquad (2$$

wenn ich die Geschwindigkeiten der beiden Stäbe mit den Massen m_a, m_b vor dem Stosse mit v_a, v_b, nach dem Stosse mit c_a, c_b bezeichne. Vor dem Stosse ist $V = \frac{m_a v_a + m_b v_b}{m_a + m_b}$, nach dem Stosse $V = \frac{m_a c_a + m_b c_b}{m_a + m_b}$. Wenn ich mit Hilfe dieser beiden natürlich gleichen Werthe V aus 2 eliminire, so ergibt eine leichte Vereinfachung:

$$v_a - v_b = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha'}(c_b - c_a).$$

Demnach erhalte ich:

$$C = 1 - \frac{\mathfrak{P}^2}{P^2} = 1 - \left(\frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2 = 1 - \left(\frac{c_b - c_a}{v_a - v_b}\right)^2 = 1 - e^2.$$

Die zuletzt eingeführte Voraussetzung, dass im Stoss die innere Bewegungsgrösse einfach aber vollständig zum Austausch komme, duldet keine Approximation; ich muss sie als streng erfüllt ansehen. Mögen nun die beiden andern Voraussetzungen:

1. die lineare Beziehung zwischen Druck und Deformation besteht noch nach Aufgabe des ideellen Zustandes vollkommener Elasticität,
2. die Energiequanta, welche resp. in der ersten und zweiten Hälfte des Stossvorganges transformirt werden, verhalten sich wie $P : \mathfrak{P}$,

nur approximativ richtig sein; das aus ihnen abgeleitete Resultat ist vollkommen genau; denn ich erhielt dasselbe ohne diese Voraussetzungen (zwei andere Ableitungen s. Inaug.-Diss. d. Verf.), und eine vierte Ableitung findet sich in der theoretischen Physik von Thomson und Tait, autorisirte deutsche Uebersetzung, T. I, 1, p. 235. In beiden Voraussetzungen muss also eine gewisse Fehlercompensation liegen. Die Anwendung, welche in obigem von der Voraussetzung 2 gemacht ist, bietet also die Mittel zur Correctur des Elasticitätsmoduls.

Voraussetzung 1 über den Elasticitätsmodul E ist enthalten in:

$$E = \frac{l_a}{\varphi} \cdot \frac{p}{s} = \frac{l_a}{\varphi} \cdot \operatorname{tg}\alpha,$$

während nach Hinzunahme der Voraussetzung 2 für den der Wirklichkeit angepassten Elasticitätsmodul $\mathfrak{E}$ zu setzen ist:

$$\mathfrak{E} = \frac{l_a}{\varphi} \cdot \operatorname{tg} \alpha'.$$

Demnach ist:

$$\mathfrak{E} = E \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = Ee.$$

Eine Probe auf diese Correctur bietet sich in den Versuchen von Biot zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in eisernen Röhrenleitungen. Diese ergaben eine Schallgeschwindigkeit gleich etwa 3500^{m}. Für Eisen hat e ungefähr den Werth $\frac{5}{9}$. Der Elasticitätsmodul E für Eisen ist nach Decharme 18343000000, nach Wertheim 18547000000 oder 19410000000, und die Masse eines Cubikmeters Eisen ist 7800 : 9,808 = 795. Demnach ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit:

$$M_e = \sqrt{\frac{5 \cdot 18547000000}{9 \cdot 795}} = 3600^{m}.$$

Mit dieser Uebereinstimmung glaube ich zufrieden sein zu können, wenn ich bedenke, dass ohne meine Correctur die Rechnung für die Schallgeschwindigkeit in Eisen 4830^{m} ergibt. Man pflegt den geringen Werth, welchen Biot für die Schallgeschwindigkeit fand, dadurch zu erklären, dass die Röhrenleitung nicht aus einem Gusse war; aber Wertheim und Breguet fanden an eisernen Telegraphenleitungen dieselbe Schallgeschwindigkeit, welche Biot beobachtet hatte. Nach directer Methode wurde ausserdem nur noch die Schallgeschwindigkeit im Wasser bestimmt, und zwar fanden Colladon und Sturm 1817 im Genfer See für dieselbe den Werth 1435^{m}. Dieselbe Zahl gibt sehr nahe auch die Rechnung auf Grund des durch Compressionsversuche bestimmten Elasticitätsmoduls[1]). Beim Wasser bedarf also der Elasticitätsmodul keiner Correctur; oder e ist = 1. Die experimentelle Bestimmung von e für Wasser erscheint freilich fast unmöglich; doch lässt sich nach den Bemerkungen S. 24 d. Diss. wohl $e = 1$ erwarten[2]).

Nun sind aber nach indirecter Methode für die Schallgeschwindigkeit wesentlich andere Werthe gefunden worden. Für Eisen fand

---

1) S. De Luca, Beibl. 1879, Nr. 3, S. 153: $v = 1437^{m}$.

2) Beachtenswerth erscheint mir, was Lambert sagt in einer kleinen Schrift über d'Arcys Versuche, S. 47: eine weiche Kugel komme den Gesetzen des Stosses elastischer Körper um so näher, je grösser ihre Geschwindigkeit sei, da bei weichen Körpern die kleinsten Theile hart und ohne Zweifel elastisch seien.

Wertheim 5017^{m} und Chladni gar 5548^{m} statt 3500^{m}; für Wasser fand Wertheim 1173^{m} statt 1435^{m} nach directer Methode. Für Wasser sucht Wertheim diesen Unterschied aufzuheben durch Hinzufügung des Factors $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,2247$, welche er auf Versuche über Querdilatationen gelegentlich der Längencontractionen basirt. Helmholtz stimmte jedoch dieser Erklärung für den verzögernden Einfluss der Stabform nicht zu, weil eine fest umschlossene flüssige Säule unmöglich Querdilatationen ausführen könne, und machte auf den Einfluss der Röhrenwand aufmerksam, welchen darauf 1874 Kundt experimentell unbestreitbar nachwies.

Ich weise zunächst darauf hin, dass bei der indirecten Methode zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles der stabförmige Körper nicht den Schall fortleitet sondern erzeugt, dass man es nicht mit fortschreitenden sondern mit stehenden Wellen zu thun hat, und gelange durch Berücksichtigung dieses Umstandes zur Umkehrung der Argumentation Wertheim's, zu der Folgerung nämlich, dass in den stabförmigen, fest eingeschlossenen Flüssigkeiten die Schallgeschwindigkeit gehemmt wird, eben weil die Wandung Querdilatationen verhindert, während in stabförmigen festen Körpern, welchen die umgebende Luft Querdilatationen gestattet, eben wegen des freieren Spiels der Elasticitätskräfte eine grössere Schallgeschwindigkeit beobachtet wird als durch directe Versuche. So ist wenigstens die Correctur der entgegengesetzt gerichteten Abweichungen bei festen und flüssigen stabförmigen Körpern eine einheitliche.

Stellt man sich nämlich vor, wie von einer Schallquelle aus in einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit eine Verdichtung fortschreitet, so ergibt sich freilich für die ins Auge gefasste Kugelschale ringsum dieselbe Verdichtung, was jede Querdilatation verhindert, es ist jedoch zu bedenken, dass wegen der unendlich leichten Verschiebbarkeit der Wassermoleküle an einander bereits bei der entstehenden Verdichtung ungehindert einige Moleküle nach vorwärts ausscheiden und in den folgenden Kugelschalen Verdichtung vorbereiten können, was bei den stehenden Wellen der tönenden fest eingeschlossenen Wassersäule unmöglich ist. In der tönenden Flüssigkeit werden statt dessen durch den Einfluss der mehr oder weniger elastischen Wandung Bewegungen hervorgerufen, welche den Verlauf der den Ton erzeugenden Welle nur stören. Das entgegengesetzte Verhalten zeigen feste Körper.

Stelle ich mir nämlich in einer unendlich ausgedehnten Eisenmasse von einer Schallquelle aus eine Verdichtung fortschreitend vor, so habe ich wieder auf der ins Auge gefassten Kugelschale ringsum dieselbe Verdichtung, wodurch jede Querdilatation ausgeschlossen ist. Es können aber wegen übergrosser Cohäsion in festen Körpern nicht wie in Flüssigkeiten schon während der entstehenden Verdichtung Theilchen nach vorwärts ausscheiden, die fortschreitende Verdichtung vorbereitend. Gibt dagegen der Eisenstab seinen Grundton, so kann er Querdilatationen ausführen, so weit dies nur die eigene Kohäsion gestattet, und durch die regelmässige Wiederkehr werden diese sowie auch die Longitudinalschwingungen selbst wahrscheinlich wesentlich erleichtert. Während die Wassersäule als Tonquelle von allen Seiten gehemmt war gegen das den Schall bei beliebiger Ausdehnung forttragende Wasser, ist der eiserne Stab als Tonquelle relativ frei für das Spiel der Elasticitätskräfte. Dadurch erklärt es sich wohl, dass die indirecte Methode für Flüssigkeiten zu kleine, für feste Körper zu grosse Werthe ergibt, vorausgesetzt, dass die nach directer Methode erhaltenen Werthe für die Schallgeschwindigkeit als die richtigen anzusehen sind.

Für Eisen stimmte der Werth meines Correctionsfactors e recht gut; doch halte ich eine weitere Bestätigung durch das Experiment nicht nur für erwünscht, sondern auch für nothwendig. Wegen der an Siemens'schen Maschinen vielfach benöthigten starken Kupferdrähte dürfte leicht jemand im Stande sein die Schallgeschwindigkeit in Kupfer nach directer Methode zu bestimmen, für welche meine Rechnung, da $e = 0{,}6837$, $E = 11833\,000\,000$, $s = 8{,}788$ genommen werden kann, 3015^{m} ergibt, während nach indirecter Methode 3652^{m} bis 3984^{m} gefunden wird.

Die Pendel, durch deren Stoss Newton[1]) e bestimmte, glaubte ich durch zwei Drehwagen ersetzen zu müssen, da sich Pendelamplituden nicht mit genügender Genauigkeit beobachten lassen, und da ausserdem die Pendelfäden, welche möglichst biegsam genommen werden müssen, wenn die Pendelkugeln in der Ruhelage sich wie frei bewegliche Kugeln verhalten sollen, durch den Stoss kaum berechenbare Krümmungen erleiden. Ich werde deshalb zunächst den Stoss zweier Drehwagen auf den Stoss zweier frei beweglichen Kugeln reduciren.

1) Ueber die in Frage kommende Literatur s. Inaug.-Diss. d. Verf. S. 34—37.

Das Quantum der in sichtbarer Form ausgetauschten Bewegungsgrösse ist, wenn zwei frei bewegliche Kugeln auf einander stossen, offenbar ausser von den Bewegungszuständen beider Kugeln vor dem Stosse und von der Elasticität (d. i. einer Substanzeigenthümlichkeit) nur noch von dem Verhältnis der Massen, d. i. derjenigen Grössen abhängig, welche den sich im Stosse vollziehenden Aenderungen der Bewegungszustände sich entgegenstemmen.

Zwei ideale Pendel müssen deshalb im Stosse dasselbe Quantum Bewegungsgrösse austauschen, gleichviel ob die Pendelstange möglichst starr oder möglichst biegsam ist, denn die Beweglichkeit der Kugeln, der Widerstand gegen eine Aenderung des Bewegungszustandes und das Spiel der Elasticitätskräfte im Stosse ist davon unabhängig.

Aus dieser Betrachtung wird leicht die Erwartung entnommen, dass eine an starrer aber möglichst leichter Pendelstange befestigte sehr schwere Glaskugel, welche in ihrer Ruhelage auf eine gleich schwere und in gleicher Weise als Pendelkugel angebrachte ruhende Glaskugel aufstösst, nach dem Stosse in der Stossgegend fast vollkommen ruhig verharren müsse, während die gestossene Glaskugel die ganze Geschwindigkeit der aufstossenden angenommen habe. Diese Erwartung findet jedoch im Experiment[1]) keine Bestätigung; denn dasselbe lehrt, dass die aufstossende Glaskugel sich nach dem Stosse noch ungefähr mit der Hälfte der Geschwindigkeit fortbewegt, welche sie im Moment vor dem Stosse erlangt hatte, sie schwingt mit etwas mehr als die Hälfte ihrer früheren Amplitude der gestossenen nach.

Dieses verschiedene Verhalten der mit biegsamer und der mit starrer Pendelstange construirten Pendel beweist jedoch nichts gegen den aus obiger Betrachtung gezogenen Schluss, dass in beiden Fällen gleiche Quanta von Bewegungsgrösse ausgetauscht seien, sondern erklärt sich leicht; denn bei der starren Verbindung der Pendelkugel mit dem Drehpunkte geht ein Theil der an das gestossene Pendel abgegebenen Bewegungsgrösse auf die Drehachse des Pendels über und tritt hier ausser Erscheinung, während bei vollkommener Biegsamkeit eine solche Uebertragung nicht statthaben kann. In gleicher Weise hat die aufstossende Pendelkugel an starrer Pendelstange im Stosse das gleiche Quantum Bewegungsgrösse abgegeben, wie das gleichem Stosse ausgesetzte Pendel mit biegsamem Faden; denn beide Pendelkugeln sind

1) Meines Wissens hat vor mir noch niemand das Experiment angestellt.

ja mit gleicher Kraft auf gleichen Widerstand gestossen. Bei der starren Verbindung der Pendelkugel mit der Drehachse hat dieselbe jedoch an letzterem einen Rückhalt gefunden, welcher im Falle der nicht starren Verbindung mit dem Drehpunkte fehlte. Vermöge der starren Verbindung der Pendelkugel mit der Drehachse hat die letztere ihren Theil der abzugebenden Bewegungsgrösse auf sich genommen, indem sie einen gewissen Druck aushielt, und deshalb hat die Pendelkugel noch Bewegungsgrösse behalten können, mit welcher sie über die Gleichgewichtslage hinausschwingt, während die erstere Pendelkugel mit biegsamem Faden ihre ganze Kraft im Stosse aufzehrt.

Der erste Schritt zur genauern experimentellen wie mathematischen Untersuchung des Unterschiedes, welcher sich im Stosse der Pendelkugeln an starren und biegsamen Pendelstangen herausgestellt hat, muss jedenfalls dem Ziele zugerichtet sein, die an der Drehachse der Pendel mit starren Pendelstangen latent werdende Bewegungsgrösse mit in die Erscheinung zu ziehen, also diese Achsen möglichst frei beweglich zu machen. Dies wird erreicht, wenn man die beiden Pendel durch Drehwagen ersetzt, welche an möglichst langen dünnen Fäden aufgehangen sind. Es ist nun leicht ersichtlich, auch 1879 von Weinmeister im Osterprogramm der Thomasschule zu Leipzig des weitern auseinander gesetzt, dass sich ein um eine beliebige verticale Achse drehbarer Stab in jedem Moment und in jedem beliebigen Punkt durch eine unendlich kleine Kugel ersetzen lässt, wenn nur das Trägheitsmoment der Kugel in Bezug auf die Rotationsachse dem entsprechenden des Stabes gleich ist, und die Kugel in jedem Moment dieselbe Winkelgeschwindigkeit besitzt wie der Stab. Ich denke mir nun die Drehwagen ersetzt durch je zwei Massenpunkte, welche gleiche Entfernung vom Massenmittelpunkte der durch sie ersetzten Drehwage haben und der soeben angegebenen Bedingung entsprechen. In der zur grössern Uebersichtlichkeit an die Spitze der Rechnung gestellten Zusammenstellung der verwendeten Bezeichnungen mögen nun die für die verschiedenen Massen verwendeten Buchstaben gleichzeitig den Punkt bezeichnen, in welchem man sich dieselben angebracht denken muss. Es ist die Voraussetzung festgehalten, dass der Stoss in dem Halbirungspunkte einer zwischen den Aufhängefäden der Drehwage gezogenen Normale oder, was für die Rechnung auf dasselbe hinauskommt, in dem Halbirungspunkte der Verbindungslinie der Massen-

mittelpunkte beider Drehwagen erfolgt; und der Abstand der zur Ersetzung der Trägheitsmomente der Drehwagen eingeführten Massenpunkte von ihrer Drehaxe soll deshalb stets gleich der Hälfte des Abstandes der Aufhängefäden genommen werden.

Mit 1 und 2 seien die beiden Drehwagen unterschieden und dem entsprechend die für die Trägheitsmomente derselben substituirten Massenpunkte mit resp. μ_1 und μ_2 bezeichnet.

m_1 und m_2 seien die in den Massenmittelpunkten concentrirt gedachten Massen der beiden Drehwagen, und $(m_1 + m_2)$ die Masse der beiden zu einem Massensystem zusammengenommenen Drehwagen, wieder im Massenmittelpunkte concentrirt gedacht.

Der Abstand der beiden Massenmittelpunkte m_1 und m_2 sei mit $2r$ bezeichnet; demnach haben die Massen μ_1 und μ_2 den Abstand r von ihren Rotationsachsen.

Die Abstände der Massen m_1 und m_2 von dem beiden zugehörigen Massenmittelpunkte $(m_1 + m_2)$ seien mit resp. ϱ_1 und ϱ_2 bezeichnet.

φ_1 und φ_2 seien für μ_1 und μ_2, $\varphi^{(1)}_{(1+2)}$, $\varphi^{(2)}_{(1+2)}$ für m_1 und m_2 die Rotationsgeschwindigkeiten um die zugehörigen Achsen.

T_1 und T_2 bezeichnen die Trägheitsmomente der beiden Drehwagen, so dass also: $\mu_1 = \frac{T_1}{2r^2}$, $\mu_2 = \frac{T_2}{2r^2}$ ist.

t_1 und t_2 bezeichnen die resp. Schwingungsdauer, α_1 und α_2 die resp. Amplituden nach dem Stoss, α die Amplitude der Drehwage 1 vor dem Stoss.

φ_1, φ_2 und φ bezeichnen die resp. Winkelgeschwindigkeiten für den Moment des Passirens der Ruhelage. Daraus ergibt sich der Zusammenhang: $\varphi_1 = \frac{\alpha_1 \pi}{t_1}$, $\varphi_2 = \frac{\alpha_2 \pi}{t_2}$, $\varphi = \frac{\alpha \pi}{t}$.

k bezeichne das Verhältnis der Gewichte beider Drehwagen, so dass $k = m_1 : m_2 > 1$ ist.

dp_1 und dp_2 bezeichnen die Bewegungsgrössen, welche im Zeitelement dt des Stosses den Massen m_1 und m_2 mitgetheilt werden; $d\pi_1$ und $d\pi_2$ die Rotationsmomente, welche diese Bewegungsgrössen dp_1 und dp_2 in Bezug auf $(m_1 + m_2)$ repräsentiren; $d\beta_1$ und $d\beta_2$ dagegen seien die Rotationsmomente, welche im Zeitelement dt des Stosses den Massen μ_1 und μ_2 in Bezug auf resp. m_1 und m_2 mitgetheilt werden. Relationen: $\varrho_1 dp_1 = d\pi_1$, vorausgesetzt, dass dp_1 zu ϱ_1 normal gerichtet ist.

Die beiden Massen μ_1 sowohl wie die beiden Massen μ_2 enthalten, wenn sie das Rotationsmoment resp. $d\beta_1$, $d\beta_2$ erhalten haben, einzeln betrachtet Bewegungsgrössen, welche wie die Kräfte einer Koppel gleich aber entgegengesetzt gerichtet sind. Die ohne Rücksicht auf das Vorzeichen gebildeten Summen der Bewegungsgrössen seien für die beiden Massen μ_1 und für die beiden Massen μ_2 mit resp. db_1 und db_2 bezeichnet, so dass also der Zusammenhang besteht: $d\beta_1 = r db_1$; $d\beta_2 = r db_2$, vorausgesetzt, dass db normal zu r gerichtet ist.

Rotationsmomente erhalten das Vorzeichen $+$, wenn sie eine zur Rotation des Uhrzeigers entgegengesetzt gerichtete Rotation erstreben, also eine Rotation von rechts nach links; und der Zusammenhang zwischen den Vorzeichen der Rotationsmomente und den dieselben constituirenden Kräften wird festgehalten nach der Bestimmung, dass das Vorzeichen von ϱ positiv zu nehmen ist, wenn ϱ, gerechnet vom Drehpunkt nach dem Angriffspunkt der Kraft hin, nach rechts zeigt. Die Richtung des Gesichts folgt der positiven Richtung der Kraft.

In obiger Figur sind möglichst viele Bezeichnungen angebracht.

Nach der eingeführten Bezeichnung ist: $k = m_1 : m_2 = \varrho_2 : -\varrho_1$; deshalb wird aus:

$$dp_1 = -dp_2$$

$$\frac{m_1 \varrho_1^2 \varphi_{(1+2)}^{(1)}}{\varrho_1} = -\frac{m_2 \varrho_2^2 \varphi_{(1+2)}^{(2)}}{\varrho_2},$$

oder

$$d\pi_1 = -\frac{\varrho_1}{\varrho_2} \cdot d\pi_2,$$

d. i.

$$k \cdot d\pi_1 = d\pi_2. \tag{1}$$

Nimmt man hierzu die Gleichung

$$d\pi_1 + d\pi_2 = d\beta_1 - d\beta_2 = 0, \tag{2}$$

$$-d\beta_1 = -d\beta_2, \tag{3}$$

so erhalte ich:

$$\left.\begin{aligned} d\pi_1 \cdot \frac{1+k}{2} &= d\beta_1, \\ d\pi_2 \cdot \frac{1+\frac{1}{k}}{2} &= d\beta_2, \end{aligned}\right\} \qquad (4$$

oder

$$\left.\begin{aligned} \frac{1+k}{2} \cdot m_1 \varrho_1^2 \varphi^{(1)}_{(1+2)} &= 2\mu_1 r^2 \varphi_1 = T_1 \varphi_1 \\ \frac{1+\frac{1}{k}}{2} \cdot m_2 \varrho_2^2 \varphi^{(2)}_{(1+2)} &= 2\mu_2 r^2 \varphi_2 = T_2 \varphi_2. \end{aligned}\right\} \qquad (5$$

Um ϱ_1 und ϱ_2 durch r auszudrücken, benutze ich die Gleichungen:

$$\varrho_2 - \varrho_1 = 2r$$
$$\varrho_2 : - \varrho_1 = k,$$

und erhalte ich aus 5:

$$\left.\begin{aligned} T_1 \varphi_1 &= m_1 r v_1 \\ T_2 \varphi_2 &= m_2 r v_2, \end{aligned}\right\} \qquad (6$$

wenn ich zur Abkürzung $v_2 = - \varrho_1 \varphi^{(1)}_{(1+2)}$, $v_2 = \varrho_2 \varphi^{(2)}_{(1+2)}$ setze, so dass also v_1 und v_2 die Geschwindigkeiten angeben, welche den resp. Massenmittelpunkten m_1 und m_2 im betrachteten Stossmoment mitgetheilt werden. Diese Gleichungen lassen sich leicht experimentell verificiren.

Aus 5 ist aber ferner noch zu entnehmen, wenn ich in resp. ϱ_1^2 und ϱ_2^2 nur einen Factor mit Hilfe von 6 durch r ersetze und alsdann mit r dividire:

$$\left.\begin{aligned} 2\mu_1 r \varphi_1 &= m_1 (-\varrho_1) \varphi^{(1)}_{(1+2)} = m_1 v_1 \\ 2\mu_2 r \varphi_2 &= m_2 \varrho_2 \varphi^{(2)}_{(1+2)} \quad\;\; = m_2 v_2, \end{aligned}\right\} \qquad (7$$

d. i. $$db = dp; \qquad (8$$

folglich $$b = p; \qquad (9$$

denn was für das beliebige Zeitelement dt des Stosses gilt, muss nothwendig auch für die ganze Stosszeit gelten.

Satz. . Wenn zwei Drehwagen, während sie grade im Begriffe sind, ihre Ruhelage zu passiren, in einem Halbirungspunkte des Abstandes ihrer Aufhängedrähte mit einer Stossrichtung normal zur Ebene derselben auf einander stossen, so vertheilt sich die im Stosse ausgetauschte Bewegungsgrösse zu gleichen Theilen auf Stosspunkt und Massenmittelpunkt.

Die Drehwage 2 empfing in meinen Versuchen den Stoss stets bei möglichst vollkommener Ruhe. Deshalb erhalte ich:

$$e = \frac{u - v}{V}, \tag{10}$$

wenn ich mit V die Geschwindigkeit des aufstossenden Punktes unmittelbar vor dem Stosse, mit v die Geschwindigkeit desselben unmittelbar nach dem Stosse und mit u die Geschwindigkeit des gestossenen Punktes unmittelbar nach dem Stosse bezeichne. Die Amplitude der Drehwage 1 ist durch den Stoss von α auf α_1 herabgemindert worden; demnach hat die im Stosspunkt concentrirt gedachte Masse $2\mu_1$ an Bewegungsgrösse abgegeben:

$$b_1 = 2\mu_1 r \frac{\pi}{t_1}(\alpha - \alpha_1).$$

Ebensoviel hat der Massenmittelpunkt m_1 hergegeben; wäre also $2\mu_1$ eine frei bewegliche Masse, so müsste sie einen Verlust an Geschwindigkeit zeigen:

$$= \frac{2 r \pi}{t_1}(\alpha - \alpha_1),$$

da alsdann die ganze jetzt von der Drehwage hergegebene Bewegungsgrösse von ihr entnommen wäre. Unmittelbar vor dem Stosse hat $2\mu_1$ die Geschwindigkeit:

$$V = \frac{r \pi \alpha}{t_1}.$$

Demnach ist:

$$v = \frac{r\pi}{t_1}(2\alpha_1 - \alpha).$$

Denkt man sich in gleicher Weise die Masse $2\mu_2$ frei beweglich, so empfängt dieselbe im Stosse die Bewegungsgrösse:

$$b_2 + p_2 = 2 b_2 = 2 \cdot 2\mu_2 r \frac{\alpha_2 \pi}{t_2}.$$

Demnach ist:

$$u = \frac{r\pi}{t_2} \cdot 2\alpha_2.$$

Durch Substitution der für V, v, u gefundenen Werthe in 10 erhält man nach leichter Vereinfachung:

$$e = \frac{2}{\alpha}\left(\frac{t_1}{t_2}\alpha_2 - \alpha_1\right) + 1. \tag{11}$$

Um die gestossene Drehwage 2 vor dem Stosse in vollkommener Ruhe zu erhalten, schien es mir geboten, dieselbe mit ganz schwacher Torsion

sich an einen Holzkeil anlehnen zu lassen, so dass sie also den Stoss nicht genau in der Ruhelage empfing. Die Winkelgeschwindigkeit f', welche die Drehwage in beliebigem Abstande f von ihrer Ruhelage besitzt, ist bestimmt durch:

$$f' = \frac{\pi}{t_2} \sqrt{\alpha_2^2 - f^2},$$

weshalb ich für u eigentlich einsetzen müsste:

$$u = \frac{r\pi}{t_2} 2 \sqrt{\alpha_2^2 - f^2}.$$

Wie eine Probe zeigte, hielt sich jedoch der durch die Vernachlässigung von f^2 gegen α_2^2 bedingte Fehler in meinen Versuchen innerhalb der Fehlergrenze, die ich mir bei der relativen Schwierigkeit der Versuche gefallen lassen muss. Ich habe deshalb e nach der einfachen Formel 11 berechnet, und dann in $C = 1 - e^2$ eingesetzt.

Die beiden an Messingdrähten aufgehängten Drehwagen schwangen über in ganze Grade getheilten Theilkreisen von mehr als $\frac{1}{2}$ m Durchmesser, so dass sich $\frac{1}{10}$ Grade noch sehr wohl schätzen liessen. Die Ablenkung der aufstossenden Drehungen geschah durch einen schwachen Elektromagneten. (Genauere Beschreibung a. a. O. S. 47 — 51.)

Folgende Werthe sind die Mittel aus den einzelnen Reihen; e ist berechnet nach: $e = 1 - \frac{2}{\alpha}\left(\alpha_1 - \frac{t_1}{t_2}\alpha_2\right)$.

Zink.

α	α_1	α_2	e
45	42,5	13,5	0,7067
45	42,6	13,5	0,7022
90	82,0	25,7	0,6954
90	82,2	25,8	0,6978
160	141,4	44,3	0,7050
160	141,2	44,1	0,7012
		Mittel:	0,7010

$C = 1 - e^2 = 0,5086.$

Kupfer.

α	α_1	α_2	e
40	41,2	13,1	0,6800
86	78,4	24,2	0,6745
156	139,8	45,5	0,6965
		Mittel:	0,6837

$C = 1 - e^2 = 0,5324.$

Die Controlformel $T_2 \varphi_2 = m_2 r v_2$ formt sich leicht um in:

$$T_2 = m_2 r \frac{t_2 \tau g}{\pi^2} \cdot \frac{a}{a_2}.$$

Hierin ist mit a die Amplitude, mit τ die Dauer der Pendelschwingung und mit g die Gravitationsconstante bezeichnet. In 6 Versuchsreihen zu je 10 Stössen habe ich a und a_2 bestimmt und gefunden:

	a_2	a	$a_2 : a$
Zn	25,7	1,9	13,5
	43,3	3,3	13,1
	13,6	0,9	15,1
Cu	24,2	1,9	12,7
	13,1	0,9	14,6
	45,5	3,4	13,4
		Mittel:	13,7.

Durch directe Bestimmung fand ich:

$$T_2 = 735500000^{\text{gr (mm)}^2}.$$

Die Rechnung ergibt:

$$T_2 = 847300000^{\text{gr (mm)}^2}.$$

In dieser Berechnung habe ich für a das Mittel derjenigen Werthe genommen, welche ich mittels der über einer Elfenbeinscala sich bewegenden Spitze abgelesen habe, während a eigentlich auf den Schwingungsmittelpunkt reducirt werden muss. Der Abstand des Schwingungsmittelpunktes vom Aufhängepunkte berechnet sich aus der Dauer der Pendelschwingungen zu 2875^{mm}, den Abstand des Schwingungsmittelpunktes von der Elfenbeinscala muss ich mich jedoch begnügen nachträglich auf 150^{mm} zu schätzen, da ich den Abstand des Aufhängepunktes von der Scala zu messen verabsäumt habe. Auf Grund dieser Data ist a durch den Factor 23 : 24 zu corrigiren, und alsdann ergibt sich:

$$T_2 = 811900000^{\text{gr (mm)}^2}.$$

Auch jetzt ist noch die Differenz in den Werthen für T_2 ziemlich bedeutend; hierfür liegt vermuthlich der Grund in einer Neigung, auf der Elfenbeinscala zu grosse Elongationen der über derselben schwingenden Spitze abzulesen. Es genügt zur Erzeugung obiger Differenz, dass ich an der nicht übermässig feinen Spitze beim Ablesen den von der Ruhelage abgewendeten Rand etwas bevorzugte, worauf ich mich allerdings nicht besinne.

In obigem sind die Versuche, welche ich in den Sommerferien 1880 angestellt habe, vollständig gegeben. Ich wünsche nur, dass jemandem die Correctur und Completirung wünschenswerth erscheinen möge. Die von mir im Wintersemester 1878/79 angestellten Versuche glaube ich aber vollständig weglassen zu sollen, besonders da denselben wegen der Wanderung der Ruhelage[1]) mit einer Interpretation schwer beizukommen ist.

Aber auch bei den angegebenen Versuchen muss ich noch zwei Ungenauigkeiten erwähnen. Um zu bewirken, dass die gestossene Drehwage den Stoss bei vollkommener Ruhe empfange, musste ich dieselbe mit 1^0 Torsion sich anlehnen lassen. Dies ist bei der Ausrechnung nicht berücksichtigt. Eine Berücksichtigung dieses Umstandes nach der auf S. 597 gegebenen Formel ergab allerdings nur eine Aenderung innerhalb der Fehlergrenze im Sinne einer Erhöhung des Werthes von e. Die Correctur nach S. 597 ist aber eine unvollständige, da in derselben nicht berücksichtigt ist, dass infolge der durch die Torsion vermehrten Widerstandsfähigkeit gegen die Aenderung des Bewegungszustandes auch ein grösseres Quantum Bewegungsgrösse abgegeben werden muss. Ich muss mich begnügen anzunehmen, dass wegen der Geringfügigkeit der Torsion der Fehler ein geringer sein werde. Vielleicht aber hat dies doch auch mit beigetragen, dass sich bei der Berechnung für T_2 ein zu grosser Werth ergab. Bei einer Wiederholung meiner Versuche dürfte es dieses bei unifilarer Aufhängung unvermeidlichen Fehlers wegen geboten sein, eine bifilare Aufhängung zu wählen. Zweitens habe ich unterlassen, die Amplituden nach dem log. Decr. zu corrigiren, da das log. Decr. bei meinen Stahldrähten ein sehr geringes war und zudem gerade während ich meine Versuche anstellte — bald nach Aufhängung der Drehwagen —, das log. Decr. in rascher Abnahme begriffen, also nicht constant war, was die Berücksichtigung desselben unvergleichlich erschwerte. Auch diese Correctur müsste den Werth von e um etwas erhöhen. Sorgfältigere Versuche mit bessern Hilfsmitteln dürften also einen etwas kleinern Werth für C ergeben; aber ich glaube doch durch meine Versuche bestätigt zu sehen, was zuvor allgemeine Betrachtungen ergaben, dass nämlich C wirklich als Constante eine Substanzeigenthümlichkeit bestimmt charakterisirt.

---

1) S. Programm d. Gymnas. zu Zwickau i S. 1881: Ueber unifilar aufgehängte Drehwagen v. Verf. (resp. Carl's Repert. Bd. 18 S. 348 ff.)

Interferenzstreifen im prismatischen und im Beugungsspectrum.

Von

Dr. Max Weinberg,

Assistent an der k. k. technischen Hochschule in Brünn.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten des Wiener naturwissenschaftlichen Vereins mitgetheilt.)

In einer früheren Abhandlung[1]) entwickelte der Verfasser eine Methode, um die Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum mittels Interferenzstreifen im prismatischen Spectrum zu messen. Auf Anregung des Herrn Prof. Dr. Reitlinger untersuchte ich jene Erscheinungen, die sich ergeben, wenn man zur spectralen Auflösung der nach dem allgemeinen Princip von Fizeau und Foucault[2]) erzeugten Interferenzen bei grossen Gangunterschieden ein Beugungsgitter verwendet. Im Folgenden sollen die bei diesen Untersuchungen gemachten Erfahrungen mitgetheilt werden; sie bilden Ergänzungen zu den in der ersten Abhandlung bereits gemachten Mittheilungen.

Die Vertauschung des Prismas mit dem Beugungsgitter zur Untersuchung der Interferenzstreifen im Spectrum geschah zum ersten Male von Stefan gelegentlich seiner Studien über die Drehung der Polarisationsebene im Quarz[3]). Sowohl Stefan[4]) als auch Ditscheiner[5]) erwähnen die Verwendung der Beugungsspectren zur Erzeugung Talbot'scher Streifen. Vor einigen Jahren zeigte Mouton[6]) die An-

---

1) „Ueber Methoden der Messung der Wellenlängen des Lichtes mittels Interferenzstreifen". Ber. des naturwissenschaftl. Ver. an der k. k. techn. Hochschule zu Wien, Bd. 3, 1878. Beibl. zu Wied. Ann. Bd. 3 S. 613.

2) Compt. rend. t. XXI p. 1155.

3) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 50 S. 117.

4) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 50 S. 138.

5) Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 57 S. 734.

6) Compt. rend. t. LXXXVIII, 1879, p. 967; Ann. de chim. (5) t. 18 p. 145.

wendung der Interferenzstreifen im Beugungsspectrum zur Bestimmung der Dicke einer zur optischen Axe parallelen Quarzplatte, sowie zur Untersuchung der sog. Dispersion der doppelten Refraction.

Behält man das in der früheren Abhandlung besprochene Beobachtungsprincip bei und benutzt als dispergirendes Mittel ein Beugungsgitter, so ist klar, dass jedes der Beugungsspectren die entstehenden Interferenzstreifen enthalten wird, ebenso wie es die Fraunhofer'schen Linien zeigt. Denn fehlt in der ankommenden Welle weissen Lichts eine Wellenlänge λ, so muss auch an der Stelle des m^{ten} Seitenspectrums Dunkelheit eintreten, wo $\sin\alpha = \frac{m\lambda}{a}$. Dabei ist das a die Gitterdistanz und α der betr. Ablenkungswinkel. Für einen bestimmten Einfallswinkel i des parallelen Strahlenbündels werden demnach bei dem bekannten Arrangement und bei gekreuzten Nicols Strahlen jener Wellenlängen ausgelöscht, die gegeben sind durch die Formel:

$$\lambda = \frac{d}{\omega n}\left(\sqrt{1-\omega^2\sin^2 i} - \sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2 i}\right).$$

Es bedeutet n jede ganze Zahl (natürlich innerhalb zweier Grenzen, die bedingt sind durch die Grenzen des Spectrums), d die Dicke der Kalkspathplatte, ω und ε die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordentlichen und ausserordentlichen Strahls in derselben. Ist die Incidenz der einfallenden Strahlen Null, so ist in allen Seitenspectren rechts und links von dem ungebeugten mittleren Spaltenbild Dunkelheit. Bei einer Drehung des Krystalls tritt der erste Streifen in allen Spectren zugleich auf und befindet sich zu gleicher Zeit in allen an derselben entsprechenden Stelle, und ebenso alle folgenden Streifen. Genau in dem Maasse, als die Seitenspectra breiter werden, werden auch die Streifen darin breiter und sind bei derselben Anzahl weiter auseinander. Die Interferenzerscheinungen in den Spectren verschiedener Ordnung sind sich somit ähnlich und verhalten sich zu einander wie die Spectra selbst. Beobachtet man die gesammte Beugungserscheinung, während man den Krystall so dreht, dass das Licht unter wachsenden Winkeln auffällt, so wandern auf beiden Seiten vom mittlern Spaltenbild, jedoch nach entgegengesetzten Richtungen, von den violetten Enden der Spectren dunkle Interferenzstreifen gegen die rothen Enden hin. Ebenso wenn man von der sog. Nullstellung (wo der Einfallswinkel der Strahlen Null ist) nach der entgegengesetzten Richtung dreht. Die anfänglich sehr breiten und verwaschenen, einander in

grösseren Entfernungen folgenden Streifen werden nach und nach schärfer, schmäler und dichter und zuletzt so fein und zahlreich, dass sie unzählbar sind.

Der bereits in der früheren Abhandlung gegebenen einfachen Erklärung dieser Erscheinungen möge Folgendes noch hinzugefügt werden: Der Quotient $\frac{\partial \Delta}{\partial i}$ kann als Maass der Geschwindigkeit angesehen werden, mit welcher die Streifen bei der Drehung des Krystalls durch das Spectrum wandern[1]). Die Phasendifferenz Δ der beiden zur Interferenz gelangenden Strahlen ist gegeben durch:

$$\Delta = \frac{d}{\omega}\left(\sqrt{1-\omega^2 \sin^2 i} - \sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 i}\right),$$

oder in eine Reihe nach steigenden Potenzen von $\sin^2 i$ verwandelt

$$\Delta = \frac{d}{2\omega}\left[(\varepsilon^2-\omega^2)\sin^2 i + \frac{1}{4}(\varepsilon^4-\omega^4)\sin^4 i + \frac{1}{8}(\varepsilon^6-\omega^6)\sin^6 i + \cdots\right]$$

Wir erhalten demnach in unserem Falle für den Quotienten $\frac{\partial \Delta}{\partial i}$ den Ausdruck:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial i} = \frac{d}{2\omega}\sin 2i\left[(\varepsilon^2-\omega^2) + \frac{1}{2}(\varepsilon^4-\omega^4)\sin^2 i + \frac{3}{8}(\varepsilon^6-\omega^6)\sin^4 i + \cdots\right]$$

Diese Geschwindigkeit ist demnach abhängig von der Dicke der Platte und von deren Neigung gegen die einfallenden Strahlen. Je dicker die Krystallplatte ist, desto rascher folgen die Streifen aufeinander. Dickere Platten geben zwar überhaupt mehr Streifen[2]), aber desto enger stehen dieselben aneinander. Aus dem Ausdruck für $\frac{\partial \Delta}{\partial i}$ ersieht man auch ganz deutlich, dass die Streifen desto enger aneinander stehen, je grösser der Einfallswinkel ist. Stefan führt anlässlich seiner Untersuchung über die Drehung der Polarisationsebene im Quarz einen zweiten Differentialquotienten der Intensität ein, als Maass für die Schärfe des Interferenzstreifens. Wir wollen auch diesen Quotienten für den vorliegenden Fall berechnen. Stehen beide Nicols senkrecht aufeinander, so ist die resultirende Intensität nach dem Durchgange der Strahlen durch den zweiten Nicol[3]):

$$J = \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

1) Vgl. Stefan a. a. O. p. 96.

2) $n = \frac{d}{\omega\lambda}\left(\sqrt{1-\omega^2\sin^2 i} - \sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2 i}\right)$.

3) Siehe Wüllner's Lehrbuch Bd. 2 S. 567.

Dabei ist α der Winkel, den die Polarisationsebene des einfallenden Strahls mit der Polarisationsebene des ordentlichen Strahls im Krystall bildet. Die Phasendifferenz $\varDelta$ ist nach dem Obigen eine Function von i, d, ω und ε. Der Quotient $\frac{\partial^2 J}{\partial i^2}$ zeigt an, „wie sich die Intensität des Lichtes in der Nähe der Mittellinie eines dunklen Streifens ändert; je rapider diese Aenderung, desto schärfer wird der dunkle Streifen hervortreten. Man kann also diesen Quotienten als ein Maass für die Schärfe des Streifens betrachten"[1]. Für $\varDelta = n\lambda$ wird die Function J ein Minimum, $\frac{\partial J}{\partial i} = 0$, $\frac{\partial^2 J}{\partial i^2}$ wird positiv und ist zugleich, wie in der Differentialrechnung gezeigt wird, ein Maass für die Aenderung der Function in der unmittelbaren Nähe dieses Minimums. Nach den Regeln der Differentialrechnung erhält man

$$\frac{\partial^2 J}{\partial i^2} = \left(\frac{2\pi^2}{\lambda^2}\sin^2 2\alpha \cos 2\pi\frac{\varDelta}{\lambda}\right)\frac{d^2}{4\omega^3}\sin^2 2i.$$

$$\left[(\varepsilon^2 - \omega^2) + \frac{1}{2}(\varepsilon^4 - \omega^4)\sin^2 i + \frac{3}{8}(\varepsilon^6 - \omega^6)\sin^4 i + \cdots\right]^2 +$$

$$+\left(\frac{\pi}{\lambda}\sin^2 2\alpha \sin 2\pi\frac{\varDelta}{\lambda}\right)\frac{\partial^2 \varDelta}{\partial i^2}.$$

Für $\varDelta = n\lambda$ (n jede ganze Zahl), der Bedingung für einen Interferenzstreifen, erhält man

$$\frac{\partial^2 J}{\partial i^2} = \frac{\pi^2 d^2}{2\omega^2\lambda^2}\sin^2 2\alpha \sin^2 2i.$$

$$\left[(\varepsilon^2 - \omega^2) + \frac{1}{2}(\varepsilon^4 - \omega^4)\sin^2 i + \frac{3}{8}(\varepsilon^6 - \omega^6)\sin^4 i + \cdots\right]^2.$$

$\frac{\partial^2 J}{\partial i^2}$ ist wesentlich positiv, die Function also wirklich ein Minimum. Um $\frac{\partial^2 J}{\partial i^2}$ möglichst gross zu machen, nimmt man $\alpha = 45^0$[2].

---

1) Stefan a. a. O. S. 97.

2) Bekanntlich sind die Arme des schwarzen Kreuzes, das bei der Beobachtung im convergenten Licht die Ringerscheinung durchzieht, parallel den Polarisationsebenen des Polariseurs und des Analyseurs. Diese Arme werden durch $\alpha = 0^0$ und $\alpha = 90^0$ charakterisirt, während $\alpha = 45^0$ die Mitte des zwischen den beiden Armen gelegenen Quadranten bedeutet. Die Erfahrung bestätigt, dass an den letzteren Stellen die Ringe am schärfsten erscheinen. Für die Erscheinungen im Spectrum folgt, dass zur Erzeugung scharfer Streifen der Hauptschnitt des Polariseurs unter 45^0 gegen den Horizont geneigt sein muss. Ist dieser Hauptschnitt hingegen horizontal oder vertical, so erscheinen die Streifen verwaschen und von einem dunklen horizontalen Arm durchschnitten.

Dann ist

$$\frac{\partial^2 J}{\partial i^2} = \frac{\pi^2 d^2}{2\omega^2\lambda^2}\sin^2 2i$$

$$\cdot\left[(\varepsilon^2-\omega^2)+\frac{1}{2}(\varepsilon^4-\omega^4)\sin^2 i+\frac{3}{8}(\varepsilon^6-\omega^6)\sin^4 i+\cdots\right]^2.$$

Dieser Quotient und somit die Schärfe des Interferenzstreifens ist demnach abhängig von der Dicke d der Platte, dem Einfallswinkel i, der Wellenlänge λ und den Exponenten ε und ω für die betreffende Stelle im Spectrum. An derselben Stelle im Spectrum ist die Schärfe der Interferenzstreifen bloss abhängig von der Neigung der Krystallplatte und wird um so grösser, je grösser diese wird. Das Experiment bestätigt, dass die ersten Interferenzstreifen breit und verwaschen sind, desto schmäler und schärfer jedoch werden, je grösser die Neigung der Platte wird. Beobachtet man bei irgend einem Winkel i die Streifen an den verschiedenen Stellen im Spectrum, so lehrt der Quotient, dass die Streifen um so schärfer sind, je näher sie gegen Violett stehen; was ganz natürlich ist, da die Streifen von Violett gegen Roth wandern. Dickere Krystallplatten liefern schärfere Interferenzstreifen.

Die im prismatischen Spectrum beobachtete Krümmung der ersten Interferenzstreifen findet auch im Beugungsspectrum statt, und zwar in allen Spectren mit der concaven Seite gegen Roth. In den schmalen Spectren erster Ordnung ist die Krümmung sehr gering, in den breiteren Spectren höherer Ordnung wird sie entsprechend grösser.

Die bisher besprochenen Eigenschaften der Interferenzstreifen gelten für das prismatische und für das Beugungsspectrum. Der wesentliche Unterschied beider Spectren besteht bekanntlich darin, dass im Beugungsspectrum die Farben und Fraunhofer'schen Linien den Wellenlängen derselben proportional angeordnet sind, während im prismatischen Spectrum diese Anordnung nach den Brechungsexponenten stattfindet. Dieser Umstand bedingt einen wesentlichen Unterschied in der Gruppirung der Interferenzstreifen in den beiden Spectren. Im Beugungsspectrum stehen dieselben nämlich dichter gegen Violett, im prismatischen hingegen dichter gegen Roth. Folgendes ist die Erklärung dieses Unterschiedes: In beiden Spectren geschieht das Wandern der Streifen von Violett gegen Roth. Da

$$n = \frac{d}{\omega\lambda}\left(\sqrt{1-\omega^2\sin^2 i}-\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2 i}\right),$$

so ist unmittelbar einzusehen, dass die Zahl der an einer Stelle vorübergegangenen Streifen umgekehrt proportional ist der Grösse der

Wellenlänge an dieser Stelle im Spectrum. Es gehen daher in beiden Spectren bei der Drehung um denselben Winkel i desto mehr Streifen vorüber, je näher die betreffende Stelle gegen das violette Ende des Spectrums liegt und desto weniger, je näher sie gegen das rothe Ende liegt. Da nun im Beugungsspectrum die Farben und Linien genau den Wellenlängen entsprechend angeordnet sind, so ist unter Voraussetzung des Obigen selbstverständlich, dass bei dem Fortschreiten der Interferenzerscheinung (von anfänglich breiten und mit grösserem Einfallswinkel immer enger stehenden Streifen) vom violetten Ende gegen das rothe Ende des Spectrums, bei jedem Einfallswinkel die Streifen gegen Violett hin immer dichter stehen werden als gegen Roth. Diese normale Anordnung der Streifen erleidet beim prismatischen Spectrum eine Modification, denn in diesem sind die Farben und Linien nicht mehr den Wellenlängen proportional angeordnet, sondern den Brechungsexponenten. Während im Beugungsspectrum z. B. die Linie D beiläufig in der Mitte stehen muss, erfährt im prismatischen Spectrum der Theil zwischen dem violetten Ende und der Linie D eine Verlängerung auf Kosten jenes zwischen dem rothen Ende und dieser Linie. Da aber in beiden Spectren, wie die obige Formel lehrt, zwischen denselben Wellenlängen, bei demselben Einfallswinkel dieselbe Anzahl von Streifen liegen muss, so müssen im prismatischen Spectrum bei jedem Einfallswinkel gegen Violett hin (im verlängerten Theil) die Streifen weiter auseinanderstehen als gegen Roth (im verkürzten Theil)[1].

Es erübrigt mir nur noch auf eine interessante Erscheinung hinzuweisen, deren Träger das mittlere ungebeugte Spaltenbild ist. Beobachtet man dieses Spaltenbild, während man den Krystall von der Nullstellung nach einer Richtung dreht, so zeigt dasselbe ein prachtvolles Farbenspiel. Dieser auffallende Wechsel intensiver Färbungen hängt, wie man bald sieht, mit dem Auftreten der Streifen in den Spectren auf's innigste zusammen. Während der Farbenwechsel anfänglich sehr auffallend ist (bei meinem Versuchsarrangement bis beiläufig zum Eintritt des fünften Streifens in das Violett), wird derselbe dann sehr rasch geringer und endlich, wenn die Seitenspectra ganz von Streifen erfüllt sind, behält das mittlere Spaltenbild constant die weisse Farbe. Dass die Erscheinung unabhängig ist von dem

---

1) Damit ist auch die in der ersten Abhandlung gegebene Erklärung richtiggestellt. Vgl. Stefan, Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 50 S. 123 u. 493.

Beugungsgitter, ersieht man daraus, dass sie ganz unverändert auch auftritt, wenn man ohne Gitter bloss das Bild der Collimatorspalte durch die Krystallplatte hindurch zwischen gekreuzten Nicols beobachtet.

Die Erklärung der Erscheinung ist einfach gegeben. Steht der Krystall senkrecht gegen das einfallende Licht, so haben die beiden austretenden Strahlen keinen Gangunterschied und wegen der gekreuzten Nicols ist das Spaltenbild dunkel. Bei einer geringen Drehung aus dieser Lage erscheint das Spaltenbild weiss. Wird jedoch der Gangunterschied beider Strahlen eine Wellenlänge des violetten Lichts, so tritt in jedem Spectrum der erste verwaschene Streifen im Violett auf. Diese Lichtsorte muss demnach auch in dem centralen Spaltenbild fehlen, welches daher nicht mehr weiss, sondern in der zu violett complementären Mischfarbe gelb erscheinen wird. Bringt man den ersten dunklen Streifen in das Blau, Grün, Gelb, Orange, Roth des Spectrums, werden demnach diese Farben nacheinander in dem aus dem analysirenden Nicol austretenden Licht ausgelöscht, so ist einleuchtend, dass auch das Spaltenbild entsprechend orange, roth, violett, blau und grün erscheinen wird. Bei diesem ersten Streifen sind somit die Erscheinungen ganz selbstverständlich. Bei höheren Gangunterschieden treten mehr Interferenzstreifen zugleich im Spectrum auf, es werden mehr Farben ausgelöscht und im mittleren Spaltenbild erscheint der Rest des Lichtes. Sowie jedoch fünf Streifen zugleich im Spectrum vorhanden sind, hat der Farbenwechsel ein Ende; das mittlere Spaltenbild erscheint wieder weiss und behält diese Farbe, wie viele Streifen auch beim Weiterdrehen des Kalkspaths im Spectrum auftreten mögen. Stefan hat in einer sehr interessanten Abhandlung[1]) bereits vor langer Zeit auf diese merkwürdige Eigenthümlichkeit unseres Vermögens, Farben zu empfinden, aufmerksam gemacht. Er bestimmte, dass mindestens neun äquidistante Streifen im prismatischen Spectrum auftreten müssen, damit der Rest des Lichtes wieder weiss gibt. Für eine Vertheilungsart der Streifen, wie sie der unserigen entspricht, schloss Stefan, dass diese Anzahl mindestens fünf sein muss, was mit dem obigen Experiment ganz übereinstimmt. Die Auflösung dieser Interferenzerscheinungen in ein Beugungsspectrum ist für solche Untersuchungen der prismatischen Zerlegung deshalb vorzuziehen, weil man bei ersterer neben den

1) Stefan, „Ueber Interferenz des weissen Lichtes bei grossen Gangunterschieden“. Sitzb. d. Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 50 S. 481.

ausgelöschten Spectralfarben sofort auch die Farbe des Restes des Lichtes beobachten kann.

Ich will erwähnen, dass sich diese Interferenzstreifen im prismatischen und im Beugungsspectrum sehr leicht objectiv darstellen lassen und auf diese Weise jene prachtvollen optischen Erscheinungen einem grösseren Auditorium vorgeführt werden können.

Die Zusammenstellung des Apparates für die Beobachtung und Messung war ganz dieselbe, wie die bereits in der ersten Abhandlung beschriebene. Statt des Prismas befand sich auf dem Tischchen des Spectrometers in einer passenden Fassung ein Jedlik'sches Beugungsgitter. Dasselbe ist auf Glas geritzt und enthält bei tausend Striche auf den Zoll. Es genügte für meinen Zweck vollständig. Das ausgezeichnete, stark vergrössernde Fernrohr eines Universalinstrumentes von Starke und Kammerer diente zur Beobachtung[1]. Die verwendete Kalkspathplatte hatte eine Dicke von etwas über 5^{mm}. Der polarisirende Nicol wurde vor den Spalt gesetzt, der analysirende Nicol hingegen vor das Objectiv des Beobachtungsfernrohres. Um die Fraunhofer'schen Linien deutlich zu sehen, ist es bei diesem Arrangement dringend nothwendig, dass der zweite Nicol neben gutem Schliff auch genau planparallele Endflächen hat; ein Umstand, der von Allen betont wurde, die sich mit derartigen Erscheinungen beschäftigt, und der für das Beugungsspectrum noch wichtiger zu sein scheint, als für das prismatische.

Bei meinem Arrangement konnten die wichtigsten Fraunhofer-schen Linien scharf eingestellt werden und es war möglich, die Interferenzstreifen in den Spectren erster und zweiter Ordnung rechts und links zu beobachten. In den Spectren erster Ordnung konnten bis 100 Interferenzstreifen gezählt werden, waren also für Messungen verwendbar, in jenen zweiter Ordnung bis gegen 200. Erkennbar waren noch im ersten Fall über 200 und im zweiten Fall gegen 900 Streifen.

Es wurden zahlreiche Messungen unternommen, um mit Hilfe dieser Interferenzstreifen im Beugungsspectrum, ähnlich wie dies für das prismatische Spectrum schon geschehen, nach obiger Formel die Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien zu bestimmen. Diese Versuche hatten nur einen negativen Erfolg, indem sie klar zeigten,

---

1) Herr Prof. Niessl von Mayendorf gestattete gütigst die Benutzung des der geodätischen Sammlung der technischen Hochschule gehörenden Instruments.

dass die verwendete Kalkspathplatte für diese Untersuchungen im Beugungsspectrum nicht den nöthigen Grad von Planparallelismus besitze. Selbst geringe Abweichungen davon, welche die Messung im prismatischen Spectrum vielleicht noch erlauben, machen genaue Messungen im Beugungsspectrum schon unmöglich[1]). Dieser Uebelstand zeigt sich namentlich, wenn man die aus den Spectren verschiedener Ordnung rechts und links von dem ungebeugten Spaltenbild gewonnenen Resultate miteinander vergleicht.

Sollen mit Hilfe dieser Methode im Beugungsspectrum brauchbare Resultate erzielt werden, so muss zweifellos die Zusammenstellung so getroffen werden, dass die Kalkspathplatte vor den Collimatorspalt gesetzt wird, das Licht mithin zuerst den ganzen Polarisationsapparat durchläuft, bevor es in den Spectralapparat gelangt. Ich hoffe so angestellte Messungen zu einer späteren Zeit mittheilen zu können.

Ich kann diese Mittheilung nicht schliessen, ehe ich meinen innigsten Dank Herrn Prof. Dr. Felgel abstatte, der mit Rath und That unermüdlich bestrebt war, meine Arbeiten zu fördern.

---

1) Vgl. Ditscheiner „Bestimmung der Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum". Sitzb. der Wiener Akad. der Wiss. Bd. 50 S. 296.

Ueber die specifische Zähigkeit der Flüssigkeiten und ihre Beziehung zur chemischen Constitution.

III. Abhandlung.

Von

Dr. Richard Přibram und Dr. Al. Handl,

Professoren an der Universität zu Czernowitz.

(Von den Herren Verfassern aus den Sitzungsberichten d. Wiener Akademie mitgetheilt.)

I.

Auf Grund der früheren Untersuchungen, welche Bd. 15 S. 465 und Bd. 16 S. 141 dieses Repertoriums mitgetheilt sind, wurde bereits constatirt, dass zwischen der als „specifische Zähigkeit" bezeichneten Eigenschaft und der chemischen Constitution flüssiger homogener Verbindungen unverkennbare Beziehungen obwalten. Nunmehr wurde das Beobachtungsmaterial wesentlich vermehrt und sollen im Folgenden die Sätze dargelegt werden, welche sich als Schlussfolgerungen aus sämmtlichen Beobachtungen ergeben und welche zum Theil Bestätigungen und Erweiterungen des bereits Gesagten bilden, zum Theil aber ganz neue Gesichtspunkte eröffnen.

Die in der zweiten Abhandlung erwähnte Beobachtungsmethode und der daselbst beschriebene Apparat haben sich so vorzüglich bewährt, dass keine Veranlassung vorhanden war, weitere Aenderungen vorzunehmen.

Alle Beobachtungen sind mit einem und demselben Apparat angestellt, welcher von uns in der zweiten Abhandlung als „Apparat III" bezeichnet wurde.

Mit Uebergehung der ausführlichen Angaben über die Darstellung der einzelnen Präparate und der unmittelbaren Beobachtungsergebnisse sei aus dem ersten Theile nur folgende Bemerkung hervorgehoben:

Bei den Alkoholen gelingt, wie schon Lieben (Ann. de chim. t. 158 p. 151) gezeigt hat, die Entfernung der letzten Spuren von

Wasser nur durch wiederholte Destillation über Natrium; sie macht sich weder im specifischen Gewichte noch im Siedepunkte, wohl aber in der Zähigkeit bemerkbar, wie aus folgenden Zahlen hervorgeht:

	Ueber Natrium entwässert:			Ohne Natrium getrocknet:		
	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Normalpropylalkohol	175	105	68	170	100	63
Isopropylalkohol	184	103	60	170	98	58
Normalbutylalkohol	238	139	84	212	121	77

Diese bedeutende Empfindlichkeit für sehr geringe Wassermengen lässt die endgiltige Entscheidung über das später zu besprechende auffallende Verhalten der Alkohole nur um so schwieriger erscheinen.

II.

Unter den Fragen, deren Beantwortung mit Hilfe des nun vervollständigten Beobachtungsmaterials möglich wird, ist zunächst jene nach dem Verhalten der isomeren Ester ihrer Lösung entgegenzuführen.

Guerout hat, wie wir bereits in unseren früheren Abhandlungen erwähnten, auf Grund von vier Beobachtungspaaren den Satz ausgesprochen, dass isomere Ester für gleiche Volumina gleiche Durchflusszeiten besitzen. In dieser Fassung ist Guerout's Satz keineswegs als richtig anzuerkennen. Wir fanden allerdings, dass sich die Werthe der Zähigkeit für gleiche Volumina bei den isomeren Estern innerhalb nicht sehr weiter Grenzen bewegen und dies veranlasste uns vorläufig, vorbehaltlich weiterer Vervollständigung, zu einer andern Formulirung des Guerout'schen Satzes, indem wir die specifischen Zähigkeiten bei den untersuchten Estern nur als nahezu gleich erklärten. Allein die Abweichungen von der Gleichheit erschienen in einzelnen Fällen doch zu gross, als dass sie durch Beobachtungsfehler erklärt werden konnten.

Wenn wir das nunmehr vorliegende ausgedehntere Beobachtungsmaterial überblicken, so wird es klar, dass diese Differenzen keineswegs unbeachtet bleiben dürfen; es lässt sich unschwer erkennen, dass denselben eine Gesetzmässigkeit innewohnt und diese tritt hervor, wenn wir die isomeren Ester in Gruppen ordnen, welche schon in ihrer Zusammensetzung einfache Beziehungen ergeben.

Wir haben in dieser Hinsicht zunächst jene Ester ins Auge zu fassen, bei welchen die Isomerie durch einfachen Umtausch des Alkohol-

und Säureradicales hervorgerufen ist. In der nachfolgenden Tabelle sind dieselben nebst den entsprechenden Moleculargewichten und der gefundenen specifischen Zähigkeit (für gleiche Volumina wie für äquivalente Mengen) zusammengestellt:

			Specifische Zähigkeit					
			Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
		m	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Methylacetat	CH_3COOCH_3	74	26	20	17	112	86	73
Aethylformiat	$HCOOC_2H_5$	74	25,5	20	16	112	88	71
Methylpropionat	$C_2H_5COOCH_3$	88	31	24,5	20	161	128	104
Propylformiat	$HCOOC_3H_7$	88	33,5	26	21	176	137	111
Methylnormalbutirat	$C_3H_7COOCH_3$	102	35,5	28,6	21,7	225	181	137
Normalbutylformiat	$HCOOC_4H_9$	102	46	34,5	27,5	288	216	172
Methylisobutirat	$C_3H_7COOCH_3$	102	35	27,5	23	241	189	158
Isobutylformiat	$HCOOC_4H_9$	102	44	33	26	279	209	165
Aethylpropionat	$C_2H_5COOC_2H_5$	102	36,5	28	24	224	172	147
Normalpropylacetat	$CH_3COOC_3H_7$	102	37	29	22	198	155	118
Methylisovalerat	$C_4H_9COOCH_3$	116	40,8	33,7	26,7	299	247	196
Isoamylformiat	$HCOOC_5H_{11}$	116	51,4	40,7	31,1	378	299	229
Aethylnormalbutirat	$C_3H_7COOC_2H_5$	116	43	33	26	308	236	184
Normalbutylacetat	$CH_3COOC_4H_9$	116	52	40	30,5	435	335	255
Aethylisobutirat	$C_3H_7COOC_2H_5$	116	41	31	25	297	224	181
Isobutylacetat	$CH_3COOC_4H_9$	116	46	34	26	330	247	191
Aethylisovalerat	$C_4H_9COOC_2H_5$	130	50	37	29	410	304	233
Isoamylacetat	$CH_3COOC_5H_{11}$	130	59	43	33	484	351	267
Normalpropylisobutirat	$C_3H_7COOC_3H_7$	130	53	40	31,5	431	325	256
Isobutylpropionat	$C_2H_5COOC_4H_9$	130	55,5	41,5	32	451	337	250

Diese Tabelle zeigt, dass in jenen Fällen, wo ein Unterschied mit Sicherheit nachgewiesen ist, von zwei isomeren Estern jener die grössere Zähigkeit besitzt, welcher das in der homologen Reihe höher stehende Alkoholradical enthält, während der das höhere Säureradical enthaltende dann selbstverständlich eine geringere Zähigkeit hat.

Andere Beziehungen lässt die nachfolgende Zusammenstellung erkennen:

	Moleculargewicht d. im. Ester enthalt. Alkoholradicales	Differenz	Moleculargewicht der Ester	Specifische Zähigkeit für gleiche Volumina			
				10°	Differenz	50°	Differenz
Methylacetat . . . . . Aethylformiat	15 29	14	74	26 25,5	0,5	17 16	—1
Aethylpropionat . . . . Normalpropylacetat . . .	29 43	14	102	36,5 37	0,5	24 22	—2
Normalpropylisobutirat . Isobutylpropionat . . .	43 57	14	130	53 55,5	2,5	31,5 32	0,5
Aethylpropionat . . . . Normalpropylformiat . .	15 43	28	88	31 33,5	2,5	20 21	1
Aethylnormalbutirat . . . Normalbutylacetat . . .	29 57	28	116	43 52	9	26 30,5	4,5
Aethylisobutirat . . . . Isobutylacetat	29 57	28	116	41 46	5	25 26	1
Methylnormalbutirat . . Normalbutylformiat . . .	15 57	42	102	35,5 46	10,5	21,7 27,5	5,8
Methylisobutirat . . . . Isobutylformiat	15 57	42	102	35 44	9	23 26	3
Aethylisovalerat . . . . Isoamylacetat	29 71	42	130	50 59	9	29 33	4
Methylisovalerat . . . . Isoamylformiat	15 71	56	116	40,8 51,4	10,6	26,7 31,1	4,4

Die Unterschiede in der specifischen Zähigkeit für gleiche Volumina werden im Allgemeinen grösser, wenn die Differenzen der Moleculargewichte der in den verglichenen Estern enthaltenen Alkohol- (oder Säure-) Radicale anwachsen. Dabei ist noch zu bemerken, dass die Unterschiede bei den Isobutylverbindungen bedeutend geringer sind, als zwischen den Normalbutylverbindungen.

Interessante Beziehungen sind ferner ersichtlich, wenn man jene isomeren Ester in Betracht zieht und vergleicht, bei welchen die Isomerie durch eine verschiedene Anordnung der Atome im Alkoholradical oder im Säureradical bedingt ist.

Von solchen Verbindungen können wir aus dem uns zu Gebote stehenden Materiale folgende zusammenstellen:

	Specifische Zähigkeit					
	Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
Isomerie im Alkoholradical	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Normalpropylformiat	33,5	26	21	176	137	111
Isopropylformiat	32	24	20	177	138	111
Normalpropylacetat	37	29	22	198	155	118
Isopropylacetat	36	28	22	222	173	136
Normalpropylpropionat	48	36	29	343	257	207
Isopropylpropionat	42	33	26	303	238	188
Normalpropylnormalbutirat	58	43	33	469	348	267
Isopropylnormalbutirat	52	38,5	30	422	313	244
Normalpropylisobutirat	53	40	31,5	431	325	256
Isopropylisobutirat	47,5	36	28	390	296	230
Normalbutylformiat	46	34,5	27,5	288	216	172
Isobutylformiat	44	33	26	279	209	165
Normalbutylacetat	52	40	30,5	435	335	255
Isobutylacetat	45,5	34	26,5	330	247	191
Isomerie im Säureradical						
Methylnormalbutirat	35,5	28,6	21,7	225	181	137
Methylisobutirat	35	27,5	23	241	189	158
Aethylnormalbutirat	43	33	25,5	308	236	184
Aethylisobutirat	41	31	25	297	224	181
Normalpropylnormalbutirat	58	43	33	469	348	267
Normalpropylisobutirat	53	40	31,5	431	325	256
Isopropylnormalbutirat	52	38.5	30	422	313	244
Isopropylisobutirat	47,5	36	28	390	296	230

Es ist unverkennbar, dass auch hier von einer Gleichheit der Werthe im Guerout'schen Sinne keine Rede sein kann. Differenzen treten sowohl bei den Zahlen für gleiche Volumina wie bei jenen für äquivalente Mengen auf. Sie entsprechen aber auch hier einer bestimmten Regel. Von den von uns untersuchten Verbindungen zeigt **der das normalconstituirte Radical enthaltende Ester stets eine grössere Zähigkeit als der demselben isomere und dies gilt, mag die Isomerie im Alkohol- oder im Säureradical stattfinden.** Eine Ausnahme bilden für höhere Temperaturen nur die Methylbutirate. Es muss jedoch bemerkt werden,

dass die Zahlen für das in die Tabelle mit aufgenommene Methylnormalbutirat nicht unseren eigenen Beobachtungen entstammen, sondern früheren Untersuchungen von Rellstab entlehnt sind.

Es lag nahe, zu versuchen, ob ähnliche Beziehungen, wie wir sie für die zuletzt erwähnte Gruppe der isomeren Ester gefunden, auch in anderen Reihen mit derselben Deutlichkeit sich ergeben. Für eine solche Betrachtung sind vor allem die den Estern am nächsten stehenden Halogenverbindungen der Alkoholradicale C_nH_{2n+1} ins Auge zu fassen. Vergleichbar sind von den untersuchten Verbindungen nur folgende:

	Specifische Zähigkeit					
	Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Normalpropylchlorid	21,5	17,7	—	103	84	—
Isopropylchlorid	22	18	—	107	88	—
Normalpropylbromid	31,3	26,2	21	155	130	104
Isopropylbromid	32	27	22	161	136	111
Normalpropyljodid	47,2	37,7	28,1	250	200	149
Isopropyljodid	47	37	29	259	204	160
Normalbutyljodid	58	46	38	362	295	237
Isobutyljodid	55,5	43	34,5	346	269	216

Bei den isomeren Propylverbindungen sind die für gleiche Volumina beobachteten Differenzen der Zähigkeit bei allen Temperaturen verschwindend klein. Für äquivalente Mengen erscheinen die Unterschiede dagegen erheblicher und zwar in dem Sinne, dass die vom secundären Propylalkohol abstammenden Isopropylderivate die grössere Zähigkeit, die normalen Verbindungen dagegen die kleinere Zähigkeit besitzen. Für die Butylverbindungen sind die Unterschiede der Zähigkeit für gleiche Volumina wie für äquivalente Mengen grösser als bei den Propylverbindungen. Von den beiden vorliegenden Butyljodiden hat das normale die grössere, das primäre Isobutyljodid dagegen die kleinere Zähigkeit. Vergleichen wir das Verhalten dieser Halogenverbindungen mit dem früher besprochenen Verhalten der in analogen Isomerieverhältnissen stehenden Ester, so zeigt sich, dass die Zähigkeit des primären Isobutyljodids von jener des normalen in demselben Sinne abweicht, wie wir dies früher bei den Estern nachgewiesen haben, die Unterschiede zwischen den vom secundären Alkohol abstammenden Isopropylhalogenen und den entsprechenden normalen Verbindungen hingegen im entgegengesetzten Sinne bestehen.

Wie bei den Estern, haben auch bei den Aldehyden die normalen Verbindungen eine grössere Durchflusszeit als die isomeren. Dies zeigt nachstehende Tabelle:

	Specifische Zähigkeit					
	Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Normalpropylaldehyd	26,5	20,5	—	106	82	—
Aceton	24	20	16	94	79	63
Normalbutylaldehyd	45	31	23	216	149	110
Isobutylaldehyd	36,5	26	21	175	125	101

In Bezug auf das Verhalten der isomeren Alkohole können wir folgende Beobachtungen benützen:

	Specifische Zähigkeit					
	Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Normalpropylalkohol	175	105	68	702	421	273
Isopropylalkohol	184	103	60	751	421	245
Normalbutylalkohol	238	139	84	1079	688	418
Isobutylalkohol	325	169	94	1633	849	472

Der Normalpropylalkohol hat bei niederer Temperatur eine kleinere, bei höherer dagegen eine grössere Zähigkeit als der Isopropylalkohol, während der Normalbutylalkohol bei allen Temperaturen eine erheblich geringere Zähigkeit besitzt als der primäre Isobutylalkohol. Dieses Verhalten steht in einem auffallenden Gegensatze zu dem Verhalten der die Butylgruppe enthaltenden Ester, Halogenverbindungen und Säuren[1]), bei welchen durchwegs die normal constituirte Verbindung eine grössere Zähigkeit besitzt als die ihr isomere. Auf diese merkwürdige Thatsache werden wir später bei Besprechung des Zusammenhanges der Zähigkeit mit dem Moleculargewichte noch einmal zurückkommen.

Wir haben auch einige Nitroderivate der Fettreihe auf ihre Zähigkeit untersucht. Bei denselben ist zweierlei Isomerie zu unterscheiden.

1) Wir haben gefunden (1. Abhandlung):

	Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Gährungsbuttersäure	114	79	57	571	394	285
Isobuttersäure	—	65	48,5	—	329	245

Dieselbe kann bedingt sein durch verschiedene Gruppirung der Atome im Alkoholradical, von welcher Art wir das normale und isomere Nitropropan und Nitrobutan zum Vergleiche haben, oder in einer Verschiedenheit der Stellung des Sauerstoffs im Molekül (Salpetrigsäureester). Von diesen Verbindungen hat nun Normalnitropropan eine grössere Zähigkeit als Isonitropropan, während von den beiden Nitrobutanen das normale die kleinere Zähigkeit besitzt. Die Salpetrigsäureester haben eine erheblich geringere Zähigkeit, als die ihnen isomeren eigentlichen Nitroverbindungen, wie dies nachstehende Tabelle zeigt:

	Specifische Zähigkeit					
	Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Normalnitropropan	55,5	43	34,5	265	205	165
Isonitropropan	47	36,5	28	225	174	134
Salpetrigsäurepropylester	25	21	17	124	104	84
Normalnitrobutan	67	50	39	385	288	224
Isonitrobutan	72	54	41	409	306	233
Salpetrigsäurebutylester	47,5	35,5	26	299	224	164

Ueberblicken wir nunmehr in den verschiedenen Gruppen das Verhältnis der normal constituirten Verbindungen zu den ihnen isomeren, so zeigt sich: In der Mehrzahl der Fälle haben die normalen Verbindungen die grössere Zähigkeit. Diese Regel befolgen sämmtliche Ester, die Aldehyde, Propylalkohole (bei 50°), Nitropropane, Buttersäuren und Butyljodide; dagegen weichen von der Regel ab: die Propylhalogene, Butylalkohole und Nitrobutane.

III.

Aus den interessanten Untersuchungen von Brühl (Ann. d. Chem. Bd. 200 S. 139) geht hervor, dass eine mehrfache Bindung der Atome das specifische Brechungsvermögen der Molekel erhöht. Werden dem Propylalkohol zwei Wasserstoffatome entzogen, so dass nach den herrschenden Anschauungen eine doppelte Bindung des Kohlenstoffes hierdurch erfolgt, so wächst die Dichte, nimmt das Brechungsvermögen zu, vermindert sich jedoch, wie wir gefunden haben, die Zähigkeit in erheblicher Weise und zwar bei 10° von 175 auf 116, bei 30° von 105 auf 72, bei 50° von 68 auf 47 (für gleiche Volumina).

Anders gestaltet sich das Resultat, wenn man die Verbindungen des Propyls und Allyls mit einem Säureradical, mit Chlor, mit Brom oder Jod vergleicht. Bei diesen Verbindungen bedingt der Uebergang vom Propyl zum Allyl (Austritt von zwei Atomen Wasserstoff und doppelte Bindung zweier Kohlenstoffatome) für gleiche Volumina nur eine geringe Aenderung der Zähigkeit.

Wenn man dieser Aenderung überhaupt eine Bedeutung beilegen will, dann ist sie jedenfalls in anderem Sinne aufzufassen, als bei den Alkoholen, denn bei den meisten der erwähnten Substanzen hat bei allen Temperaturen für gleiche Volumina die Allylverbindung die grössere, die Propylverbindung die kleinere Zähigkeit. Die Jodide schliessen sich dem nur für höhere Temperaturen an, während für niedere Temperaturen das entgegengesetzte Verhältnis stattfindet.

		Specifische Zähigkeit					
		Für gleiche Volumina			Für äquival. Mengen		
	m	10°	30°	50°	10°	30°	50°
Normalpropylalkohol	60	175	105	68	792	421	273
Allylalkohol	58	116	72	47	422	262	171
Normalpropylacetat	102	37	29	22	198	155	117
Allylacetat	100	38,5	30,5	25	228	181	148
Normalpropylchlorid	78,5	21,5	17,7	—	103	85	—
Allylchlorid	76,5	22	18,5	—	98	82	—
Normalpropylbromid	123	31,3	26,2	21	155	130	104
Allylbromid	121	34	27	23	156	124	106
Normalpropyljodid	170	47,2	37,7	28,1	250	200	149
Allyljodid	168	45	36,5	30	217	176	145

Bei dem Uebergange vom Alkohol zum Aldehyd und Keton wird die Zähigkeit geringer, und hier, wo man annimmt, dass der Austritt der zwei Wasserstoffatome durch eine Doppelbindung zwischen Kohlenstoff und Sauerstoff ausgeglichen wird, ist die Herabminderung erheblich grösser als in jenem Falle, den wir früher berührten, wo durch Austritt von Wasserstoff eine Doppelbindung zwischen gleichartigen Atomen, nämlich zwischen zwei Kohlenstoffatomen hervorgerufen wird. Folgende Zusammenstellung bringt diese Verhältnisse zum Ausdruck:

	Specifische Zähigkeit für gleiche Volumina			
	10°	Differenz	50°	Differenz
Propylalkohol	175	59	68	21
Allylalkohol	116		47	
Propylalkohol	175	148,5	68	51,5
Propylaldehyd	26,5		16,5[1])	

Die bedeutende Herabminderung, welche die specifische Zähigkeit bei dem Uebergange vom Alkohol zum Aldehyd oder Keton erfährt, ist, ausgedrückt in Procenten der Zähigkeit des Alkohols, in allen untersuchten Fällen bei derselben Temperatur nahezu gleich, mag man dabei die Zahlen für gleiche Volumina oder jene für äquivalente Mengen zu Grunde legen. Sie beträgt für gleiche Volumina bei 10° im Mittel 0,843 der Zähigkeit des Alkohols, bei 30° — 0,815, bei 50° — 0,754. Für äquivalente Mengen ist sie bei 10° im Mittel 0,859, bei 30° — 0,820, bei 50° — 0,760.

Dies geht aus der folgenden Tabelle (S. 619) hervor, in welcher Z_1 die Zähigkeit des Alkohols und Z_2 die Zähigkeit des zugehörigen Aldehyds bedeutet.

Die absoluten Differenzen zwischen der specifischen Zähigkeit der homologen Alkohole und jener der entsprechenden Aldehyde oder Kretone werden bei wachsendem Moleculargewichte immer grösser. In Bezug auf das optische Verhalten möge hier die Beobachtung Brühl's erwähnt werden, welcher zufolge die Differenz zwischen dem Brechungsvermögen des Alkohols und des zugehörigen Aldehyds bei steigendem Moleculargewicht kleiner wird.

IV.

Im Absatz IV unserer II. Abhandlung haben wir den Zusammenhang der Zähigkeit mit dem Moleculargewicht innerhalb homologer Reihen untersucht und nachgewiesen, dass in höheren Temperaturen der Zuwachs an Zähigkeit der Zunahme des Moleculargewichtes proportional zu sein scheint.

Die nun vorliegenden Ergänzungen des Beobachtungsmaterials geben zum grössten Theil ganz befriedigende Bestätigungen dieses Gesetzes.

1) Berechnet, da der Siedepunkt 47—50° beträgt.

	Specifische Zähigkeit																	
	für gleiche Volumina									für äquivalente Mengen								
	10°	z_1-z_2	$\frac{z_1-z_2}{z_1}$	30°	z_1-z_2	$\frac{z_1-z_2}{z_1}$	50°	z_1-z_2	$\frac{z_1-z_2}{z_1}$	10°	z_1-z_2	$\frac{z_1-z_2}{z_1}$	30°	z_1-z_2	$\frac{z_1-z_2}{z_1}$	50°	z_1-z_2	$\frac{z_1-z_2}{z_1}$
Aethylalkohol	86	70	0,814	—			—			277	228	0,830	—			—		
Acetaldehyd	16									49								
Normalpropylalkohol .	175	148,5	0,848	105	84,5	0,804	68	51,5	0,757	702	596	0,849	421	339	0,805	273	207	0,757
Normalpropylaldehyd .	26,5			20,5			16,5			106			82			66		
Isopropylalkohol . . .	148	160	0,869	103	83	0,805	60	44	0,733	751	657	0,874	421	342	0,813	245	182	0,742
Aceton	24			20			16			49			79			63		
Normalbutylalkohol . .	238	193	0,811	139	108	0,776	84	61	0,726	1179	963	0,817	689	540	0,783	416	306	0,735
Normalbutylaldehyd . .	45			31			23			216			149			110		
Isobutylalkohol . . .	325	288,5	0,888	169	143	0,846	94	73	0,776	1633	1454	0,890	849	724	0,853	472	371	0,786
Isobutylaldehyd . . .	36,5			26			21			175			125			101		
Isoamylalkohol	366	326,5	0,892	193	162,5	0,842	110	85,5	0,777	2170	1941	0,896	1144	967	0,845	652	510	0,782
Isovaleral	39,5			30,5			24,5			229			177			142		

Zunächst fügt sich in die Reihe der normalen Verbindungen: Propylchlorid, Aethylbromid, Propylbromid, Aethyljodid und Propyljodid, das Methyljodid mit befriedigender Genauigkeit ein. Die früher für diese Reihe aufgestellte Gleichung

$$Z = 2 + 0{,}15\,m$$

für 50°, verlangt für Methyljodid ($m = 142$) bei 50° die Durchflusszeit $z = 23{,}3^{\text{sec}}$. Die Beobachtung ergab bei 30°: 27,0, bei 40°: 24,5.

Da die Substanz bei 41,6° siedet, müsste für 50° die Durchflusszeit durch Interpolation gefunden werden und der Werth derselben würde etwa 22,5 — 23 sein, was mit dem gerechneten so genau übereinstimmt, als man nur wünschen kann.

Anders verhält sich die Sache mit dem von uns untersuchten Butyljodid. Die Gleichung verlangt für dasselbe bei 50° die Durchflusszeit 29,6, die Beobachtung ergab 38. Diese bedeutende Abweichung lässt sich vorläufig nicht erklären; bemerkenswerth ist aber, dass gerade die Butylverbindungen in den meisten Gruppen ein auffallendes Verhalten zeigen, und sich den sonst giltigen Gesetzen nicht fügen wollen.

Eine zweite homologe Reihe von Halogenverbindungen, die wir früher bereits der Betrachtung unterzogen hatten, haben wir derart vervollständigt, dass uns die Chloride, Bromide und Jodide des Isopropyls, Isobutyls und Isoamyls vorliegen.

Schon die graphische Darstellung der gefundenen Durchflusszeiten zeigt, dass die neu untersuchten drei Isopropylverbindungen an dem wesentlichen Charakter der früher gezeichneten Linien nichts ändern, dass aber das von uns untersuchte Isoamylbromid sich den übrigen acht Verbindungen nicht anfügt.

Zwischen jenen acht Verbindungen dieser Reihe zeigt sich aber eine ganz merkwürdige Gesetzmässigkeit, wenn man ihre Durchflusszeiten bei 50° nach dem folgenden Schema ordnet:

	Chlorid	Bromid	Jodid
Isopropyl	16	22	28
Isobutyl	19	25,5	34,5
Isoamyl	22	(40,5)	40

In der ersten Verticalreihe wachsen die Durchflusszeiten für gleiche Zunahmen des Moleculargewichts um genau gleich viel, in der dritten ebenso, wenn man 34 statt 34,5 setzt, was mit Rücksicht auf die bei den Beobachtungen mögliche Grenze der Genauigkeit wohl gestattet ist.

Wir haben also das Gesetz: Die specifische Zähigkeit (bei 50°) der Chloride und Jodide des Isopropyls, Butyls und Amyls nimmt genau proportional dem Moleculargewichte zu. Wenn, wie wohl vorauszusetzen ist, dasselbe Gesetz auch für die Bromide gelten soll, so müsste das Isoamylbromid die Zähigkeit $25{,}5 + (25{,}5 - 22) = 29$ zeigen, während die Beobachtung 40,5 ergab.

Berechnet man ferner in jeder Horizontalreihe, uuter Annahme der Giltigkeit desselben Gesetzes, für die verschiedenen Halogenverbindungen ein und desselben Radicals die Durchflusszeit für das mittlere Glied (Bromid) unter der Voraussetzung, dass das Anwachsen der Zähigkeit proportional der Zunahme des Moleculargewichtes erfolge, so findet man

für Isopropylbromid	22,2	beobachtet	22
„ Isobutylbromid	26,3	„	25,5
„ Isoamylbromid	31,3,		

während die vorhin angeführte Berechnung aus der Reihe der Bromide 29 ergeben hat.

Man sieht, dass beim Isopropyl- und Butylbromid die Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung die Grenzen der Beobachtungsfehler nicht übersteigen und dass das Gleiche auch noch bezüglich des Unterschiedes zwischen den aus zwei verschiedenen Reihen berechneten Zahlen für das Isoamylbromid gesagt werden kann.

Aus den an den beiden vorhergegangenen Reihen gemachten Wahrnehmungen lässt sich nun folgender Satz ableiten: In homologen Reihen ist im Allgemeinen die Zunahme der Zähigkeit der Zunahme des Moleculargewichtes proportional; der Zuwachscoefficient $Q = \frac{\Delta Z}{\Delta m}$ ist aber von dem Baue der Moleküle abhängig und nur dann constant, wenn die Glieder der homologen Reihe, als binäre Verbindungen betrachtet, ein constantes und nur ein veränderliches Glied enthalten. In der Reihe der Halogenderivate der normal constituirten Kohlenwasserstoffe tritt dieser Einfluss der Gestalt des Moleküls gegen den Einfluss des Moleculargewichtes noch zurück; bei den sog. Isoverbindungen ist er bereits deutlich bemerkbar.

Bezüglich der Säuren ist zu unseren früheren Bemerkungen nichts wesentlich Neues hinzuzufügen. Wir haben neu untersucht die

Essigsäure und die gefundenen Resultate stimmen vollkommen mit jenen Rellstab's überein, nämlich:

	10°	30°	50°	
Rellstab . . .	84	61	46	für gleiche Volumina.
Wir	84	61	46	

Weiter untersuchten wir die Propionsäure und fanden zwar grössere Zahlen als Rellstab, nämlich:

	10°	30°	50°	
Rellstab . . .	70	52	41	für gleiche Volumina.
Wir	78	57	45	

Allein der Verlauf der von uns früher gezeichneten Linien (Fig. 4 Taf. II Bd. 16 des Repertorium) wird dadurch nur wenig geändert.

Wir haben einerseits eine fast gerade Linie für die Zähigkeit bei 50° von

	Z_{50}	Differenz
Propionsäure	45	
		12
Normalbuttersäure . .	57	
		14,5
Valeriansäure	71,5	

anderseits fallen auch:

	Z_{50}	Differenz
Isobuttersäure	48,5	
		23
Isovaleriansäure [1]) . .	71,5	
		26
Capronsäure [2])	97,8	

nahezu in eine Gerade.

Was das Verhalten der Alkohole anlangt, so lassen sich die bisher gefundenen Resultate in folgender Weise zusammenfassen: Wir untersuchten zunächst den Aethylalkohol, über welchen auch bereits von Graham und Rellstab Angaben existiren und fanden:

	10°	30°	50°
	92[2])	60	41
gegen Rellstab . .	86	59	41
„ Graham . .	83	56	40

Ferner unterwarfen wir den Normalpropylalkohol einer neuerlichen Prüfung, nachdem derselbe über Natrium rectificirt worden war und fanden wenig (um 5^{sec}) grössere Durchflusszeit als bei einem früher (II. Abhandlung) untersuchten, nur mit Pottasche entwässerten Präparat. Wahrscheinlich sind die grösseren Werthe auf eine vollständigere Entziehung des Wassers zurückzuführen.

1) Nach Rellstab's Beobachtungen.
2) Ueber Natrium rectificirt.

Für Isopropylalkohol fanden wir bedeutend grössere Durchflusszeiten als Rellstab, nämlich:

	10°	30°	50°
Rellstab	112	77	51
Wir	170[1])	98	58
	184[2])	103	60

Wir dürfen wohl glauben, dass die Abweichung unserer Zahlen von jenen Rellstab's durch vollständigere Reinheit unseres Präparates begründet sei.

Wir haben auch den Normalbutylalkohol nach Lieben's Verfahren dargestellt und untersucht und für die specifische Zähigkeit desselben folgende Werthe gefunden:

10°	30°	50°
212[3])	121	77
238[4])	139	84

Aus der Abhandlung von Rellstab entnehmen wir, dass derselbe auch einen Butylalkohol untersucht hat und die daselbst angeführten Werthe für die Zähigkeit stimmen genau mit den von uns für den mit Pottasche entwässerten normalen Butylalkohol ermittelten. Rellstab fand nämlich:

Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
213	125	78.

Nun stammt Rellstab's Untersuchung aus dem Jahre 1868, während die Entdeckung des normalen Butylalkohols durch Lieben und Rossi in das Jahr 1869 fällt[5]).

Rellstab verweist bezüglich der Daten für die Darstellung der von ihm benützten Präparate auf Landolt's Abhandlung (Pogg. Ann. Bd. 117 u. 119). Daselbst fanden wir die Angabe, dass der zu Rellstab's und Landolt's Versuchen verwendete Butylalkohol aus dem Wurtz'schen Laboratorium entnommen und dort aus Fuselöl dargestellt war.

Den Siedepunkt dieses Präparates gibt Rellstab als „ungefähr bei 110°" an.

---

1) Mit Pottasche entwässertes, erstes Präparat.

2) Ueber Natrium rectificirtes, zweites Präparat.

3) Erstes, mit Pottasche entwässertes Präparat.

4) Zweites, über Natrium rectificirtes Präparat.

5) Möglicherweise hat auch Schöyen (Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 130 S. 233) bereits Normalbutylalkohol in Händen gehabt.

Bekanntlich hat Erlenmeyer im Jahre 1867 (Ann. d. Chem. u. Pharm., Suppl. V. S. 338) den von Wurtz aus Kartoffelfuselöl gewonnenen Gährungsbutylalkohol als Isobutylalkohol bezeichnet und wir müssen deshalb annehmen, dass das von Rellstab untersuchte Präparat solcher Isobutylalkohol gewesen sei.

Nun steht aber einer solchen Annahme die Thatsache entgegen, dass wir für die Zähigkeit des primären Isobutylalkohols wesentlich andere Zahlen als Rellstab gefunden haben, nämlich:

Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
325	169	94

Neuere Untersuchungen von A. Fitz (Ber. d. chem. Ges. Bd. 9 S. 1350) zeigen, dass bei der Gährung auch Normalbutylalkohol entstehen kann und Rabuteau hat (Compt. rend. t. LXXXVII, p. 500) im Vorlaufe des Kartoffelsprit und im Sprit selbst Normalbutylalkohol nachgewiesen.

Hält man diese Umstände zusammen, so wird man zu der Vermuthung geführt, dass Rellstab's Präparat kein reiner Isobutylalkohol gewesen sein mag, sondern dass er vielleicht Normalbutylalkohol enthielt.

Die Uebereinstimmung mit unserem (als erstes Präparat bezeichneten) noch nicht ganz wasserfreien Normalbutylalkohol bleibt aber dessenungeachtet unaufgeklärt.

Wir haben weiter auch Rellstab's Angaben für Isoamylalkohol einer neuerlichen Prüfung unterzogen und fanden:

Z_{10}	Z_{30}	Z_{50}
299	188	104

dagegen Rellstab:

366	193	110

Stellt man nun die für 50° gefundenen Werthe der Zähigkeit der normalen Alkohole zusammen, so hat man:

	50°	Differenz
Methylalkohol	24	
		17
Aethylalkohol	41	
		27
Normalpropylalkohol . .	68	
		16
Normalbutylalkohol . .	84	

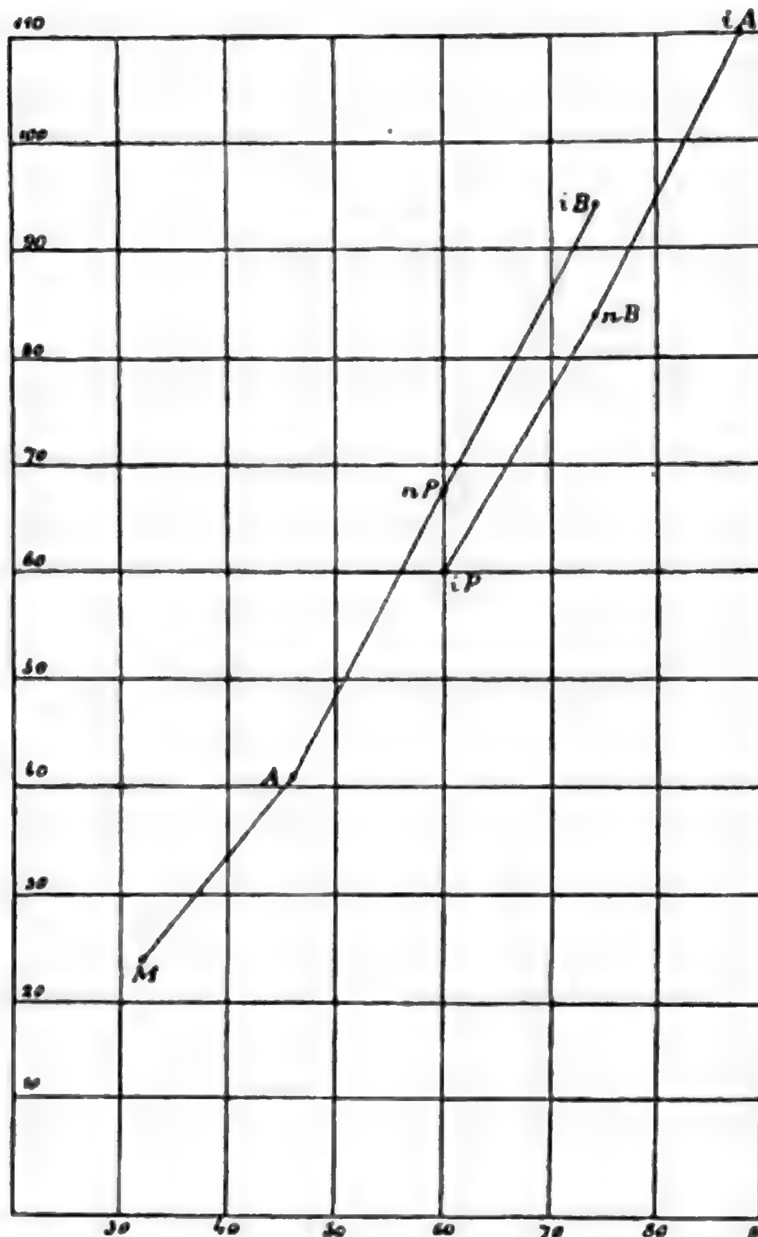
und ferner:

Isopropylalkohol . . .	60	
		34
Isobutylalkohol	94	
		16
Isoamylalkohol	110	

Die Differenzen sind in beiden Reihen so unregelmässig, dass von einem geradlinigen Verlaufe der beiden Curven keine Rede sein kann.

Merkwürdigerweise nehmen aber die Differenzen einen ziemlich regelmässigen Verlauf, wenn man die Stellung der beiden Butylalkohole vertauscht:

	Z_{50}	Differenz
Methylalkohol	24	
		17
Aethylalkohol	41	
		27
Normalpropylalkohol	68	
		26
Isobutylalkohol	94	
Isopropylalkohol	60	
		24
Normalbutylalkohol	84	
		26
Isoamylalkohol	110	



Noch deutlicher tritt dies bei Betrachtung vorstehender Figur hervor, in welcher die Zähigkeiten aller sieben Alkohole (für 50°) als Functionen des Moleculargewichtes eingezeichnet sind.

Eine Erklärung dieses sehr merkwürdigen Stellenwechsels der beiden Butylalkohole lässt sich vorläufig nicht geben, da von chemischen Gesichtspunkten aus bisher durchaus kein Raum für die Vermuthung gegeben ist, dass etwa die Benennungen der beiden Alkohole verändert und damit ihre Stellung in den homologen Reihen vertauscht werden könnte.

Bei den *Nitroverbindungen* finden wir wieder ein normales Verhalten:

	m	10°	Diff.	30°	Diff.	50°	Diff.
Nitroäthan	75	45		36		29	
			10,5		7		5,5
Normalnitropropan . . .	89	55,5		43		34,5	
			11,5		7		4,5
Normalnitrobutan	103	67		50		39	

Die drei Punkte liegen bei allen Temperaturen nahezu in geraden Linien.

Beim Uebergange vom Isonitropropan zum Isonitrobutan ist der Zuwachs ΔZ viel stärker als bei den normalen Verbindungen, entsprechend der Thatsache, dass das Isonitropropan eine kleinere, das Isonitrobutan dagegen grössere Zähigkeit besitzt als die normale Verbindung.

Wir fanden:

	Z_{10}	Diff.	Z_{30}	Diff.	Z_{50}	Diff.
Isonitropropan	47		36,5		28	
		25		17,5		13
Isonitrobutan	72		54		41	

Wollte man, analog dem bei den Alkoholen beobachteten Verhalten der Butylgruppe, auch hier die normale Verbindung mit der ihr isomeren vertauschen, so würde man folgende Reihen erhalten, welche mindestens ebenso einfach und daher wahrscheinlich sind, als die vorigen:

	Z_{50}	Differenz
Nitroäthan	29	
		5,5
Nitropropan	34,5	
		6,5
Isonitrobutan	41	
Isonitropropan	28	
		11
Normalnitrobutan . . .	39	

Die Nitroverbindungen geben also auf jeden Fall eine Bestätigung des Gesetzes, *dass das Anwachsen der Zähigkeit nahezu proportional dem Anwachsen des Moleculargewichtes*

erfolgt, bieten aber keinen Anhaltspunkt zur Aufklärung des eigenthümlichen Verhaltens der Butylalkohole.

Wenn sich die eben erwähnte Vertauschung von Normalbutyl und Isobutyl überhaupt einmal als zulässig erweisen sollte, dann würden sich die früher besprochenen isomeren Butylalkohole und die Nitrobutane ebenfalls dem Gesetze unterordnen, dass die Zähigkeit einer normalen Verbindung grösser ist als die der ihr isomeren. Doch müsste sich dann der Umtausch auf die Alkohole und Nitroverbindungen beschränken, die Jodide (und Säuren) dagegen müssten ihre Stellung behalten.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber eine Stelle in Jamin's Lehrbuch der Physik.

Von Ph. Keller.

Unter den zahlreichen Lehrbüchern der Physik ist der Cours de Physique de l'école polytechnique par Jamin ohne Zweifel eines der gründlichsten, vielleicht das beste von allen, und es hat deshalb in Italien mit Recht eine grosse Verbreitung gefunden. Um desto mehr muss es auffallen, dass dasselbe in dem Capitel, welches von der Bestimmung der mittlern Dichtigkeit der Erde handelt, eine Darstellungsweise einhält, welche nicht vollkommen naturgemäss ist. Während nämlich Jamin die Maskelyne'sche Methode beschreibt, welche die Dichtigkeit der Erde aus den Ablenkungen des Bleiloths des Berges Shehallien ableitet, setzt er die anziehende Kraft eines Körpers ohne weiters seiner Masse direct und dem Quadrat der Entfernung seines Schwerpunktes vom angezogenen Punkt umgekehrt proportional. Das Ungereimte dieser letztern Annahme fällt am besten in die Augen, wenn man sich die anziehende Masse auf einer nach allen Seiten hin unendlichen Ebene gleichmässig vertheilt denkt. Kommt bei dieser Voraussetzung der Punkt mit der Ebene in Berührung, so würde derselbe eine unendlich grosse Anziehung erleiden, während dieselbe in der Wirklichkeit unendlich klein ist.

Wie bekannt, ist die von Jamin gemachte Annahme nur in zwei besondern Fällen richtig, nämlich, erstens wenn die anziehende Masse eine Kugel ist und zweitens für den Fall einer beliebig geformten Masse, wenn sich der angezogene Punkt in unendlicher Entfernung befindet. Es ist nun klar, dass keiner von diesen beiden Fällen hier unmittelbar seine Anwendung finden kann, denn für den ersten weicht die Form des Berges gar zu sehr von der einer Kugel ab und in Bezug auf den zweiten ist es für die Praxis unbedingt nöthig, die Ablenkung des Bleiloths in unmittelbarer Nähe des Berges und nicht in sehr grosser Entfernung zu beobachten.

Wenn nun gleich die von Jamin gemachte Annahme der Concentration der Masse im Schwerpunkt vielleicht in einem concreten Fall zu nicht sehr bedeutenden Fehlern führt, so scheint es mir doch für ein Lehrbuch unbedingt nöthig, auf das blosse Angenäherte dieser Annahme aufmerksam zu machen, weil es sonst den Studirenden gar zu leicht zu dem Glauben verleitet, dieselbe als ein allgemein gültiges Princip zu betrachten, wie ich schon öfters zu bemerken Gelegenheit hatte. Ich habe übrigens bei meinen Untersuchungen über die Abweichung der Lothlinie bei Frattocchie durch die Masse des Albanergebirges einige auf diesen Punkt bezügliche Resultate mitgetheilt, aus welchen man beurtheilen kann, bis auf welche Grösse der Fehler in der gemachten Annahme anwachsen kann. (Man sehe Ricerche sull' attrazione delle Montagne con applicazioni numeriche Roma 1873, fasc. 2° pag. 85.)

Nachdem ich die vorliegenden Zeilen schon niedergeschrieben hatte, ist mir zufällig die neueste Ausgabe des Lehrbuchs der Experimentalphysik von Wüllner zur Hand gekommen. Dieses vortreffliche Werk behandelt jedoch die Maskelyne'sche Methode in völlig gleicher Weise wie Jamin, und das oben Gesagte ist also auch auf dieses Lehrbuch anwendbar.

Stefan, Ueber die magnetische Schirmwirkung des Eisens.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1882 Nr. 8.)

In dieser Abhandlung werden zuerst die Resultate von Schwingungsversuchen mitgetheilt, durch welche bestimmt wurde, in welchem Maasse die Einwirkung der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus auf einen Magnet durch einen den Magnet umgebenden Eisencylinder abgeschwächt wird. Ein Cylinder von 10^{cm} Höhe, 11^{cm} innerem und 13^{cm} äusserem Durchmesser z. B. schwächt die horizontale Componente auf $^1/_{10}$ ihres Betrages. Die Versuche wurden in besonderer Rücksicht auf die Anwendung von Eisencylindern zur Astasirung von Galvanometern ausgeführt.

Wie die Fernwirkung eines Magnets durch einen ihn umgebenden Eisencylinder abgeschwächt wird, wird durch Ablenkungsversuche bestimmt.

Die Abhandlung enthält ferner die theoretische Untersuchung des Verhaltens eines Eisencylinders in einem homogenen magnetischen

Felde und wird insbesondere der Verlauf der Kraftlinien in dem Cylinder und ausserhalb desselben discutirt.

Den Schluss der Abhandlung bildet die Mittheilung einiger Inductionsversuche. Eine in einem magnetischen Felde befindliche Drahtrolle gibt bekanntlich einen Strom, wenn sie aus dem Felde herausgehoben wird. Nahezu denselben Strom erhält man, wenn man über die Drahtrolle einen Eisencylinder schiebt, also die Kraftlinien veranlasst, aus der Rolle in die Wand des Eisencylinders überzutreten. — Drahtwindungen, welche um die Wand eines im magnetischen Felde befindlichen Eisencylinders laufen, geben einen Strom, wenn sie nach der Peripherie des Cylinders bewegt werden. Man erhält denselben Strom, wenn man den Eisencylinder derart mitbewegt, dass er sich um seine Axe dreht. Dies ist der Fall der Gramme'schen Maschine. Man erhält keinen Strom, wenn die Windungen festgehalten und der Eisenring allein gedreht wird. Anders gestalten sich die Resultate bei einer progressiven Bewegung. Man erhält einen Strom, wenn der Ring ruht und die Windungen bewegt werden, man erhält den entgegengesetzten Strom, wenn man die Windungen festhält und den Eisenring bewegt. Bewegt man beide mitsammen, so erhält man keinen Strom, obgleich in diesem Falle der im Hohlraum befindliche Theil der Drähte unter dem Einflusse einer viel kleineren elektromagnetischen Kraft steht, als der ausserhalb des Cylinders befindliche. Bei der Erklärung dieses Falles hat man die Kraftlinien als mit ihren Ausgangs- und Endpunkten fest verbundene unzerreissbare Linien zu betrachten.

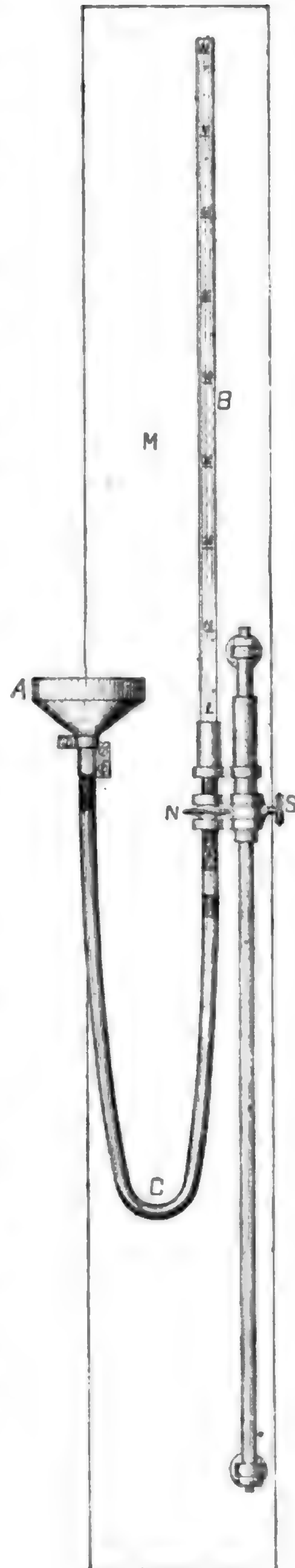
Ein einfacher Verdunstungsmesser.

Von Ph. Carl.

Das Instrument besteht, wie aus der auf S. 631 abgebildeten Figur ersichtlich ist, aus der Verdunstungsschale *A*, der gläsernen cylindrischen Messröhre *B* und aus einem beide miteinander verbindenden Gummischlauche *C*.

Die Verdunstungsschale ist an dem Brette *M* befestigt, während die Messröhre auf- und abgeschoben und an einer beliebigen Stelle mittels der Schraube *S* festgeklemmt werden kann; die genaue Einstellung wird mittels der Schraube *N* ausgeführt.

Soll das Instrument für den Gebrauch in Stand gesetzt werden, so wird die Messröhre herabgelassen, bis der Nullstrich nahe in der Höhe der kleinen, scharfkantigen Oeffnung steht, welche von der Verdunstungsschale in den Gummischlauch führt. Sodann wird Wasser eingegossen und schliesslich so lange regulirt, bis das Wasser genau an der genannten scharfkantigen Einmündung steht, wenn es in der Messröhre den Nullstrich erreicht hat. Hierauf wird die Messröhre gehoben, so dass das Wasser in die Verdunstungsschale hinreichend hoch eintritt und nun beginnt die Exposition.



Am Ende der Expositionszeit wird die Messröhre so lange gesenkt, bis das Wasser in der Verdunstungsschale wieder bis zur Einmündungsöffnung in den Gummischlauch herabgesunken ist und dann an der Messröhre der Stand abgelesen.

Ist R der Halbmesser des Querschnittes der Verdunstungsschale, r der Radius des Querschnittes der Messröhre, so gibt die Ablesung die Verdunstungshöhe im Verhältnis von R^2 zu r^2 vergrössert an. Während der Exposition verschliesst man die Messröhre durch einen Stopsel, der aber vor der Ablesung selbstverständlich entfernt wird.

Die Verdunstungsschale ist aus einer nicht oxydirenden Composition verfertigt. Die Messröhre kann einfach abgenommen werden, um die Caliberprüfung vornehmen zu können.

Das Instrument ist zu beziehen durch die Mechanische Werkstätte von Al. Zettler in München, Zweibrückenstrasse 2.

Stefan, Ueber die Kraftlinien eines um eine Axe symmetrischen Feldes.

(Wiener Akademischer Anzeiger 1882 Nr. 12.)

In dieser Abhandlung werden die den gewöhnlichen Formen des Potentials eines solchen Feldes entsprechenden Ausdrücke der Stromfunction oder die Gleichungen der Strom- resp. Kraftlinien entwickelt.

Z. B. dem Potentiale einer Reihe einzelner, auf der Axe befindlicher Massen m_1, m_2, m_3 ... entspricht die Stromfunction

$$U = m_1 \cos\Theta_1 + m_2 \cos\Theta_2 + m_3 \cos\Theta_3 + \cdots,$$

und $U =$ constans ist die Gleichung der Kraftlinien. Θ_1, Θ_2 ... bedeuten die Winkel, welche die aus m_1, m_2, ... zu einem Punkte des Feldes gezogenen Vectoren mit der Axe bilden.

Ist das Potential durch die nach fallenden Potenzen des Vectors r geordnete Reihe

$$V = \frac{A_0}{r} + \frac{A_1 P_1}{r^2} + \frac{A_2 P_2}{r^3} + \cdots$$

gegeben, worin A_0, A_1 ... arbiträre Constante, P_1, P_2 ... die Kugelfunctionen bedeuten, so ist die Stromfunction

$$U = A_0 \frac{dr}{dx} - \frac{A_1}{1} \cdot \frac{d^2 r}{dx^2} + \frac{A_2}{1 \cdot 2} \cdot \frac{d^3 r}{dx^3} \cdots$$

r ist in dieser Formel als Function von x und des senkrechten Abstandes ϱ eines Punktes von der Axe aufgefasst.

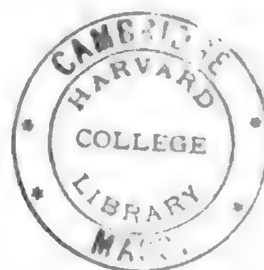
Ist das Potential durch eine nach steigenden Potenzen von r fortschreitende Reihe ausdrückbar, so kann es auch in die Form

$$V = Q - \frac{\varrho^2}{2^2} \cdot \frac{d^2 Q}{dx^2} + \frac{\varrho^4}{2^2 \cdot 4^2} \cdot \frac{d^4 Q}{dx^4} - \cdots$$

gebracht werden, worin Q nur von x abhängig ist. Die zugehörige Stromfunction ist

$$U = \frac{\varrho^2}{2} \cdot \frac{dQ}{dx} - \frac{\varrho^4}{2^2 \cdot 4} \cdot \frac{d^3 Q}{dx^3} + \frac{\varrho^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6} \cdot \frac{d^5 Q}{dx^5} - \cdots$$

XVIII. Band. 11. Heft



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 11. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Eine Batterie für starken Strom und langandauernde Constanz.

Von

Eugen Obach.

Bei ausgedehnteren Messungsreihen mit meiner Tangentenbussole für starke Ströme[1]) sollte die Stromstärke innerhalb längerer Zeiträume nur ganz geringfügige Schwankungen zeigen. Nach mehrfachen vergeblichen Versuchen, dieser Forderung mit den gebräuchlichen Formen galvanischer Elemente Genüge zu leisten, musste ich mich entschliessen, eine galvanische Batterie besonders für derartige Zwecke zu construiren. Da dieselbe nun die gemachten Ansprüche in zufriedenstellender Weise erfüllte, so möchte ich mir erlauben, ihre nähere Einrichtung in dieser Zeitschrift zu erläutern, indem es ja doch für zahlreiche experimentelle Untersuchungen nothwendig oder wenigstens sehr wünschenswerth ist, die Batteriekraft auch bei geringem Widerstande des Schliessungskreises längere Zeit hindurch völlig ungeschwächt zu erhalten, ohne genöthigt zu sein, behufs Erneuerung der Zellen oder dgl. den Versuch unterbrechen zu müssen. Dieses Desideratum wird nun, glaube ich, durch die sogleich zu beschreibende Einrichtung der Zellen geliefert.

Noch ist vorauszuschicken, dass, obgleich die neue zweizellige Batterie auf den ersten Blick etwas complicirt aussieht, dieselbe sich doch ganz bequem im Gebrauche gezeigt hat und nicht viel Beaufsichtigung bedarf. Ich sollte kaum glauben, dass wesentliche Vereinfachungen vorgenommen werden können, ohne der Leistungsfähigkeit in dieser oder jener Hinsicht Abbruch zu thun.

Aehnlich wie bei einigen schon von Anderen beschriebenen Formen wird auch bei dieser Batterie die Stromstärke dadurch constant erhalten, dass die verbrauchten Säuren in richtiger Weise abgeführt und

---

1) Dieses Repert. Bd. 14 S. 507 u. flgde.; Zeitschr. f. angewandte Elektricitätslehre Bd. 1 S. 4.

durch neue ersetzt werden. Nebenbei ist jedoch auch noch besonders dafür Sorge getragen, dass alle Contactstellen lange Zeit ihre Reinheit bewahren und deshalb kaum nachgesehen zu werden brauchen. Die folgenden Figuren 1 — 8 sollen das Verständnis der Construction der zweizelligen Batterie erleichtern. Fig. 1 gibt einen Längsschnitt durch eine einzelne Zelle. Fig. 2 dagegen zeigt die beiden Zellen in ihrem Gestelle von vorne unter Weglassung der beiden Flaschenträger, welche in der Seitenansicht (Fig. 3) und für sich in Fig. 4 ersichtlich sind. Die Figg. 5 — 8 geben Details der Verbindungsdrähte und des Quecksilbercommutators.

In Fig. 1 ist *GG* eine $12\frac{1}{2}^{cm}$ weite, in ihrem geraden Theile 20^{cm} lange Flasche aus starkem Glase, deren weite Mündung nach unten gekehrt ist. Der obere Theil, von welchem der Boden abgesprengt worden war, ist durch einen Deckel *D* aus dichtem Holze, welches mit Paraffin getränkt ist, geschlossen. In dem Holzdeckel hängt, durch einen Korkring gehalten, das poröse Gefäss *P* aus rothem Thon, es ist $23\frac{1}{2}^{cm}$ lang und hat 6^{cm} inneren Durchmesser. Da die Wirksamkeit der Zellen bekanntlich in hohem Grade von der Beschaffenheit des porösen Diaphragma's abhängt, so wurden für die vorliegenden Zwecke unter einer Zahl poröser Gefässe die besten ausgewählt. Ungefähr 1 Minute nachdem das Thongefäss mit Wasser gefüllt war, zeigte sich die ganze äussere Fläche gleichförmig durchnässt. In die obere Mündung des Thoncylinders passt ein mit Paraffin gedichteter Kork[1]), durch welchen ein an den Kohlenblock *k* angefeilter vierkantiger Zapfen gesteckt ist.

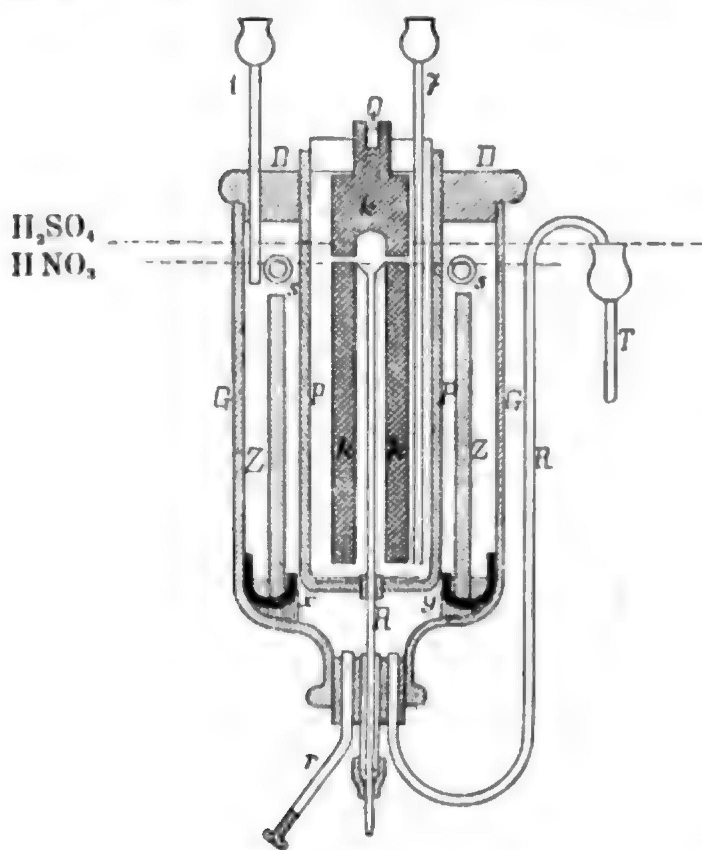


Fig. 1.

1) Nach dem Vorschlage Kopp's wurde dasselbe erst einige Zeit in Wasser gekocht und dann noch nass in heisseres geschmolzenes Paraffin getaucht.

Der Block besteht aus Retortenkohle, derselbe ist $22\frac{1}{2}^{cm}$ lang, $3\frac{1}{2}^{cm}$ dick und achtseitig oder noch besser rund geschliffen. Mit einem als Kanonenbohrer bekannten Stahlwerkzeuge ist die Kohle in ihrer Mitte vom unteren Ende aus eingebohrt. Die Bohrung ist 18^{cm} lang und hat ca. $1\frac{1}{2}^{cm}$ Durchmesser; nahe an ihrem oberen Ende befindet sich ein Kranz seitlicher Löcher von ungefähr 3^{mm} Weite. Ein oben trichterförmig erweitertes Glasrohr *R* reicht bis dicht unter diese Seitenlöcher. Das Rohr geht einmal durch eine Bohrung im Boden des Thoncylinders und dann noch durch ein hinreichend weites Stück Glasrohr, welches in den die Flaschenmündung schliessenden Kork gesteckt ist. Die Dichtung der beiden Glasröhren gegen einander geschieht durch ein Stückchen Gummischlauch, um nachgiebig zu sein. Der Boden der Thonzelle ist mit einer Schicht geschmolzenem Paraffin bedeckt, dem zur Erhöhung der Adhäsion etwas gröblich gepulverter Coks zugesetzt wurde; auch der Rand des Thongefässes, sowie der obere Theil des Kohlenblockes ist mit Paraffin getränkt. Auf der Schulter der Glasflasche *G* ruht die Guttapercha-Rinne *xy*, welche an der Unterseite mit Rippen versehen ist. Diese Rinne wird mit Quecksilber gefüllt, in das der untere Rand des 16^{cm} hohen und $8\frac{1}{4}^{cm}$ weiten Cylinders aus 6^{mm} starkem Walz-Zink *Z* taucht. Der Zinkcylinder wiegt vor der Amalgamation ungefähr 2^{kg}, nachher $4-5^{gr}$ mehr. Durch den die Flaschenmündung schliessenden Kork geht ferner das S förmig gebogene Glasrohr *R*, sowie das kurze Ablassrohr *r*, welches durch einen Kork oder dergl. verschlossen werden kann. Durch den Holzdeckel führt die kurze Trichterröhre *t*, durch den Kork der Thonzelle aber das lange Trichterrohr *T*, ersteres bis gerade über den oberen Rand des Zinkes, letzteres auf den Boden des Thoncylinders.

Durch die Thätigkeit der Zellen ändern sich die specifischen Gewichte der Säuren in ganz merkbarem Grade, so war z. B. das specifische Gewicht der Säuren, welche zur Füllung eines gewöhnlichen Bunsen'schen Elementes dienten, bei 15° C. gemessen wie folgt:

	vor dem Einfüllen in die Zelle	nach ca. 2stündig. Thätigkeit der Zelle	Aenderung
Salpetersäure	1,355	1,227	— 0,128 ($9\frac{1}{2}$ %)
verd. Schwefelsäure . . .	1,122	1,291	+ 0,169 (15 %)

Diesen Aenderungen des specifischen Gewichtes entsprechend sind nun die Zu- und Abflussröhren angeordnet. Die frische Salpetersäure fliesst durch die Trichterröhre *7* unten ein und die verbrauchte Säure oben ab durch die seitlichen Löcher in der Kohle und das Rohr *R*. Die verdünnte Schwefelsäure dagegen tritt oben ein durch *t* und fliesst unten ab durch das gebogene Rohr *R* in den Trichter *T*. Die beiden gestrichelten und entsprechend bezeichneten Linien zeigen, dass das Niveau der Schwefelsäure etwas höher eingestellt ist, als dasjenige der Salpetersäure, so dass durch hydrostatischen Druck eher etwas von der erstgenannten Säure in die Thonzelle gelangt, als umgekehrt. Der Zinkcylinder *Z* ist in der Säure völlig untergetaucht und es befindet sich in einer kleinen Entfernung oberhalb desselben und gleichfalls in der Flüssigkeit liegend ein kreisförmig gebogenes Glasrohr *s* von ca. 5^{mm} innerem Durchmesser, dessen beide Enden (in der Figur nicht gezeichnet) durch den Deckel *D* nach aussen geführt sind. Vermittelst Gummischläuchen werden dieselben einerseits mit der Wasserleitung, anderseits mit einem Abflussrohre verbunden, sodass ein Strom kaltes Wasser durchgeleitet werden kann. Eine solche Kühlvorrichtung ist nothwendig, um die Temperatur der Säure möglichst constant zu erhalten, da sonst durch die in der Zelle stets freiwerdende Wärme mit der Zeit bedeutende Temperaturerhöhung eintreten würde, wodurch der innere Widerstand entsprechend sich verringerte. Wenn die Zelle durch einen ihr gleichen Widerstand geschlossen wird, so reicht die eine Rohrwindung bei mässigem Wasserstrome völlig aus, die Temperatur beinahe auf ihrem anfänglichen Stande zu erhalten. Zur Verbindung der Elektroden der Zelle mit der Leitung dienen nur Quecksilbercontacte; zu dem Quecksilber in der früher erwähnten Guttapercha-Rinne *xy* führt ein von einem Glasrohr umhüllter Draht, und in dem durch den Kork hindurchgesteckten vierseitigen Theile der Kohle ist ein 3^{cm} tiefer Quecksilbernapf *Q* von ungefähr 12^{mm} Durchmesser ausgebohrt. Da der obere Theil der Kohle mit Paraffin getränkt ist, welches selbstredend von der Wandung des Napfes nachher wieder sorgfältig abgeschabt wurde[1]), so kann die Salpetersäure nicht zu dem

1) Für den Fall, dass die Berührung zwischen Quecksilber und Kohlenwandung selbst nach wiederholter Reinigung noch immer mangelhaft sein sollte, lässt sich diesem Uebelstande dadurch abhelfen, dass ein kurzes Stück federndes Kupferrohr in den Napf eingezwängt wird, welches vorher gehörig amalgamirt wurde. Lange Zeit hatte ich nicht die geringsten Schwierigkeiten mit den Quecksilberkohle-Con-

Quecksilber im Innern der Höhlung gelangen und dasselbe angreifen. Bei einem besonderen in dieser Richtung angestellten Versuche war die Kohle mehrere Monate in starke Salpetersäure eingetaucht, ohne dass sich im Geringsten die Bildung von salpetersaurem Quecksilber gezeigt hätte. Von oben her war das Quecksilber durch einen den Napf verschliessenden Stöpsel geschützt gewesen.

Die Fig. 2 zeigt die Anordnung für die Batterie aus zwei Zellen, die sich entsprechend auch für eine grössere Zellenzahl einrichten liesse. Die beiden Glasflaschen G_{I} und G_{II} mit ihrer Ausrüstung, deren Theile durch die mit Fig. 1 correspondirenden Bezeichnungen erkannt werden, ruhen in einem tischartigen Holzgestelle *A B*. Die untenstehende Flasche *F* dient zum Aufsammeln der aus beiden Zellen abfliessenden verbrauchten Schwefelsäure. Die beiden Sammelflaschen $F_{,}$ und $F_{,,}$ sind für die ausgenützte Salpetersäure bestimmt.

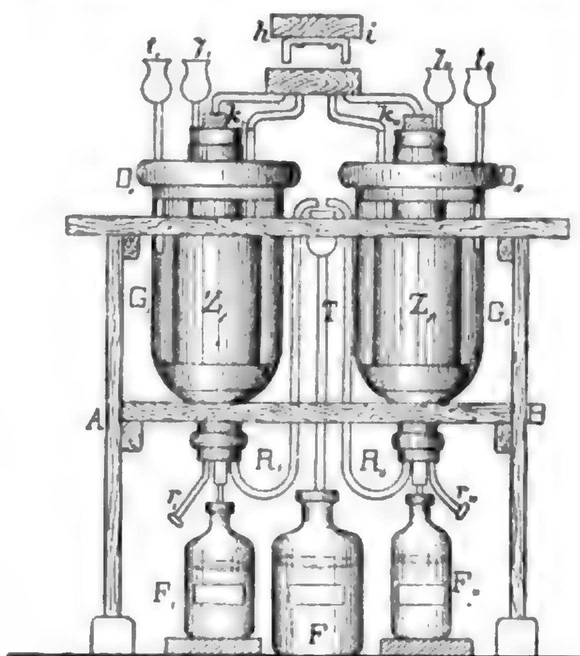


Fig. 2.

Die Poldrähte beider Zellen führen nach einem gemeinschaftlichen Quecksilbercommutator *hi*, dessen nähere Einrichtung wir später kennen lernen werden.

In Fig. 2 sind die Vorrathsgefässe für die frischen Säuren nebst ihren Trägern weggelassen, damit nicht andere Theile dadurch verdeckt würden, dagegen zeigt die Seitenansicht (Fig. 3 S. 638) die beiden Ständer *L* und *O* mit den umgekehrten Säureflaschen *N* und *M*, welche durch die Metallbänder *ef* und *cd* gehalten werden. Die beiden Flaschen ruhen auf den durchbrochenen Tischchen *U* und *V* und sind oben zur Füllung durchbohrt und mit einem eingeriebenen Glasstöpsel luftdicht verschlossen. Durch eine zweite Bohrung gehen, ebenfalls luftdicht, die nach unten reichenden Glasröhren *y* und *l*, welche oben kurze

---

tacten und nur ganz kürzlich, als neue Kohlen, von einer anderen Bezugsquelle stammend wie die bisher benützten, in die Batterie eingesetzt worden waren, zeigte sich mangelhafter Contact in einem der Näpfe. Als jedoch das amalgamirte Kupferrohr eingeschoben wurde, war die Berührung vollkommen hergestellt, wie u. a. es genau durchgeführte Widerstandsbestimmungen unzweideutig bewiesen.

Gummischläuche mit Quetschhahn tragen. Es ist kaum nöthig zu sagen, dass die letztgenannten Röhren zur Erzielung eines gleichmässigen Abflusses dienen. Die unteren Flaschenmündungen sind durch gut passende Korke verschlossen, in denen Dreiweghähne aus Glas stecken. Innerhalb der Flasche sind die Korke durch eine Paraffinschicht von den Säuren getrennt. Die beiden horizontalen Zweigröhren der Hähne *H* und *J* sind so gebogen, dass sie gerade über den Einflusstrichtern $t_,$, $t_{,,}$ und $7_,$, $7_{,,}$ stehen, wie es in Fig. 4 noch deutlicher zu sehen ist.

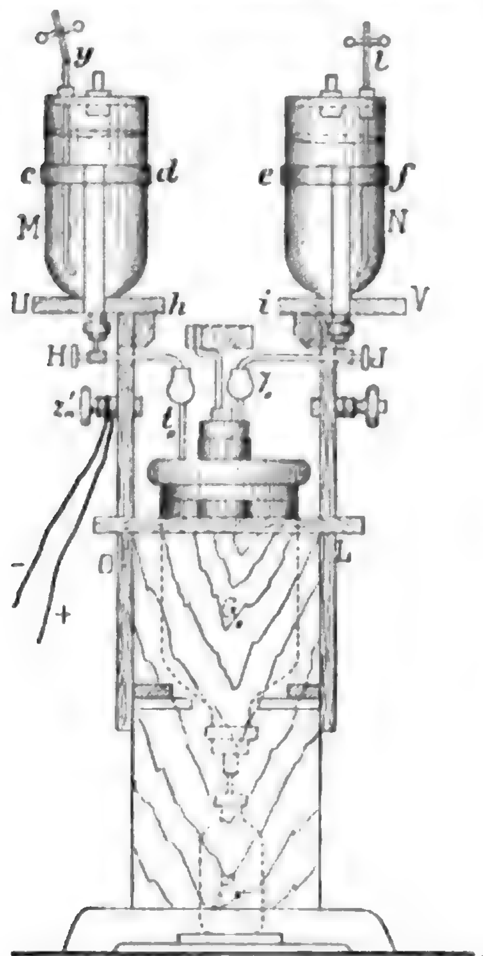


Fig. 3.

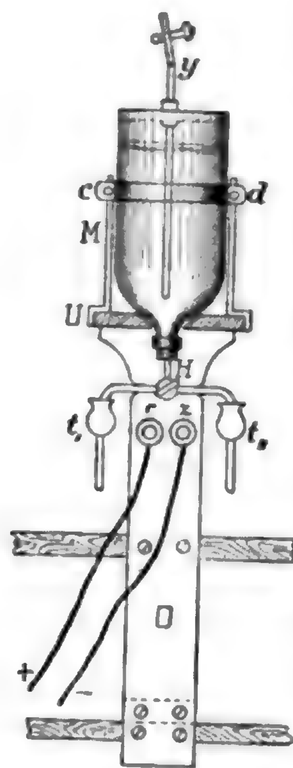


Fig. 4.

Zwischen den beiden Zellen und etwas höher gelegen, befindet sich nun der früher erwähnte Quecksilbercommutator *hi*. Derselbe besteht aus einem 9^cm^ langen, 7½^cm^ breiten Holzblocke, der etwa 3^cm^ dick ist. Fig. 5 und 6 zeigen, dass der Block mit einem überstehenden Rande versehen ist und vier napfförmige Vertiefungen 1 bis 4 (Fig. 6 S. 639) besitzt, jede von ca. 1½^cm^ Durchmesser. Der Commutator wird von zwei starken Kupferbügeln *mn* und *pq* getragen, welche beiderseits umgebogen und vertical aufgeschlitzt sind. Diese geschlitzten Bügel passen auf die durch die Träger *O* und *L* hindurchreichenden Klemmschrauben *c'*, *c''* und *zn'*, *zn''* und sind also mit letzteren in metallischer Verbindung. Von dem

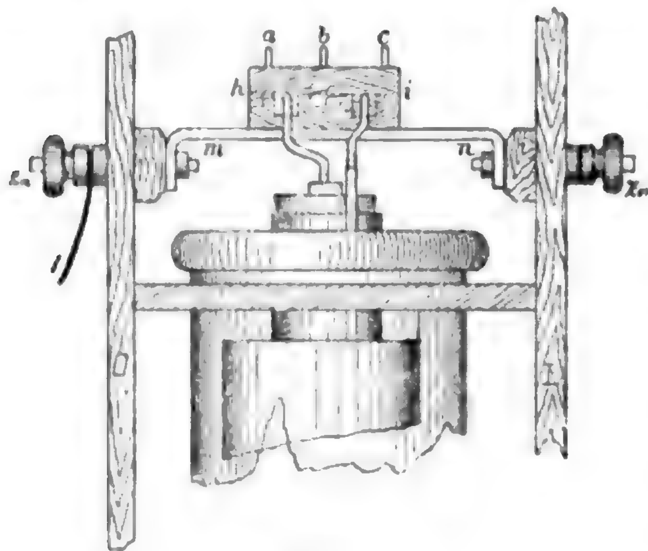


Fig. 5.

Bügel *mn* führt ein angelötheter Kupferdraht zu dem Quecksilbernapfe 4 und von *pq* zum Napfe 1. In die Näpfe 1 und 3 tauchen die von den Kohlenpolen herführenden Kupferdrähte und in 2 und 4 die Drähte, welche in den Gläsern herab nach der Quecksilberrinne des Zinkpoles führen. Nach Lösen der vier Gegenmuttern, welche die Bügel an den Klemmschrauben festhalten, kann der ganze Commutator sammt all' seinen Drahtverbindungen leicht herausgehoben werden, um ihn zu inspiciren, wenn dies nöthig sein sollte. Auf den überstehenden Rand des Commutatorbrettes passen vier Holzdeckel, auf deren Unterseite verschieden gestellte Bügel aus starkem Kupferdraht befestigt sind. Ein solcher Deckel und zwar mit zwei parallelen Drahtbügeln ist in Fig. 7, α, β, γ in verschiedenen Ansichten gezeigt. In das Commutatorbrett *hi* (Fig. 5 und 6) sind drei über den Rand hervorragende Messingstifte *a*, *b* und *c* eingeschlagen und damit correspondirend haben die Deckelbrettchen je drei Löcher wie *a'*, *b'*, *c'* (Fig. 7 α). Der Zweck dieser drei Führstifte ist, es zu verhindern, dass einer der Deckel anders als in der richtigen Lage aufgesetzt werden kann. Zwei kleine Schränkchen an den Trägern *O* und *L* (Fig. 3) dienen zur Aufbewahrung der nicht im Gebrauche befindlichen Deckel, dieselben sind jedoch in den Zeichnungen nicht angegeben. In Fig. 8, I — IV, sind die viererlei Verbindungen schematisch dargestellt, welche mit Hülfe des Commutators hergestellt werden können. Der diagonale Bügel I verbindet beide Zellen hintereinander. Die beiden parallelen Bügel II verbinden beide Zellen grossplattig, d. h. Kohle mit Kohle und Zink mit Zink. Bei III und IV ist entweder

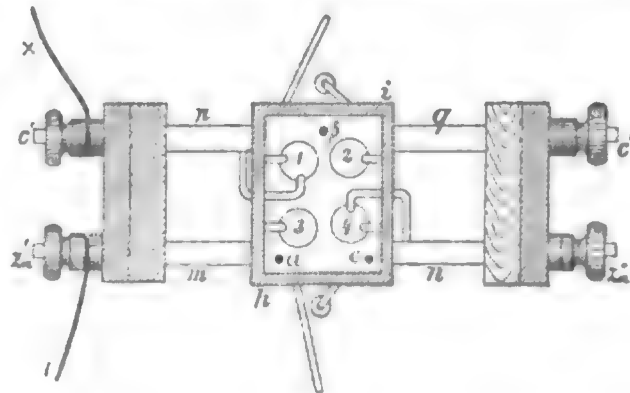


Fig. 6.

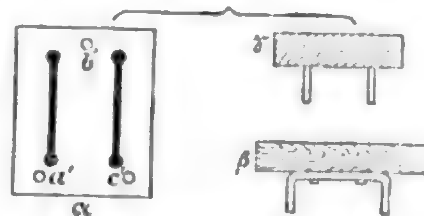


Fig. 7.

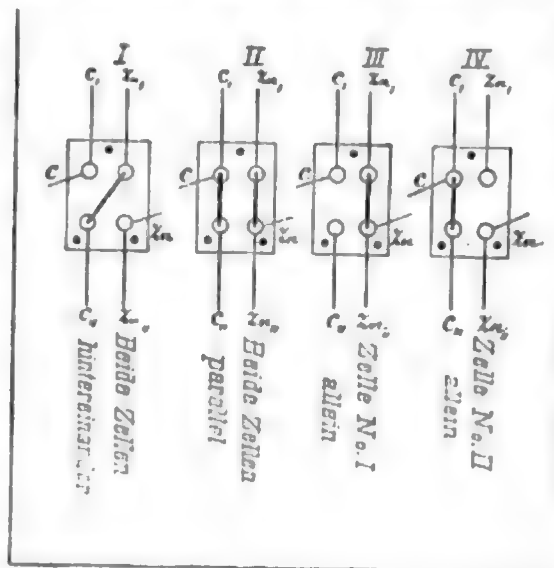


Fig. 8.

die eine oder die andere Zelle für sich allein eingeschaltet, je nachdem die Näpfe 2 und 4 oder 1 und 3 durch einen einzelnen Drahtbügel in Verbindung gesetzt werden. Die Richtung der betreffenden Bügel ist mit schwarzem Lack auf der Oberseite eines jeden Deckels angegeben, wie Fig. 7 *a* es zeigt. Die Contactvorrichtungen an der Batterie haben sich völlig bewährt, indem es z. B. während eines vierwöchentlichen Gefülltseins der Zellen und bei vieltägigem, starkem Arbeiten derselben auch nicht einmal nöthig war, irgend eine der Contactstellen zu reinigen oder nachzusehen. Als nach dieser Zeit die Batterie auseinander genommen wurde, zeigten sich das Quecksilber sowohl als die eintauchenden Drahtenden noch eben so rein als zu Anfang. Die Batterie kann wochenlang mit Säure gefüllt offen stehen bleiben, ohne irgend merkbar Schaden zu leiden, da man keinerlei localchemische Action wahrnehmen kann. Auf diese Weise hat man jederzeit eine kräftige Stromquelle für Experimente zur Hand, ohne erst auf das Zusammenstellen frischer Elemente warten zu müssen, eine Annehmlichkeit, welche sicherlich nicht zu unterschätzen ist. So lange die Batterie ausser Gebrauch ist, empfiehlt es sich, den Quecksilbercommutator durch einen gut passenden Holzdeckel, ohne Drahtbügel, verschlossen zu halten.

Ehe ich nun dazu übergehe einige Messungsreihen mitzutheilen, welche mit der eben beschriebenen Batterie angestellt wurden, muss ich noch erwähnen, dass, seitdem ich letztere ausgeführt und in wiederholten Gebrauch genommen habe, zwei Publicationen zu meiner Kenntnis gelangten, in denen Einrichtungen beschrieben sind, welche in der einen oder anderen Beziehung mit der meinen verwandt sind. Währenddem jedoch die im Vorhergehenden beschriebene Batterieform für wissenschaftliche Arbeiten bestimmt und dementsprechend construirt ist, so sind die beiden noch näher zu erwähnenden Anordnungen für rein technische Zwecke getroffen worden, wobei begreiflicher Weise wesentlich andere Gesichtspunkte in Betracht kommen mussten und namentlich der Anforderung an die Constant-Erhaltung des Stromes viel weitere Grenzen gestellt werden konnten, als dies in unserem Falle geschehen durfte.

Zuerst ist eine Batterie zu nennen, welche F. Higgins in der Society of Telegraph Engineers in London vorzeigte und die dazu dienen soll, die in gewöhnlichen Zellen ausgenützte Lösung von doppeltchromsaurem Kali, sowie das hierbei abfallende Zink noch weiter zu benützen.

Die Lösung fliesst in den terrassenförmig aufgestellten Zellen von der einen zur anderen. Die Zinkstücke werden auf den Boden der Zelle geworfen, welcher mit Quecksilber bedeckt ist, in dieses taucht der sonst isolirte Leitungsdraht ein. In letzterem beruht die Aehnlichkeit mit der von mir benützten Einrichtung des Zinkpoles, jedoch muss ich bemerken, dass ich schon seit etwa 4 Jahren die gebräuchlichen Zinkcylinder aufgegeben habe, bei denen Kupferstreifen oben eingegossen oder angelöthet sind, da sich herausstellte, dass die Zinke sehr häufig in der Nähe des Kupferstreifens durchgefressen und dadurch unbrauchbar wurden, obgleich sie im Uebrigen noch kaum Noth gelitten hatten. Bei dem gewöhnlichen Bunsen'schen Elemente verfahre ich deshalb so, dass ich auf den Boden des Glases so viel Quecksilber goss, dass ein amalgamirter Ring aus Kupferdraht ganz davon bedeckt war, welcher mit dem durch Guttapercha isolirten Leitungsstreifen in Verbindung stand. Auf diesem Drahtringe ruhte der völlig in der verdünnten Schwefelsäure untergetauchte Zinkcylinder oder auch die Fragmente, welche beim früheren Gebrauche der Zellen übrig geblieben waren. Der Boden der Thonzelle war mit Paraffin gedichtet. Ich würde jetzt die Verbindung mit dem Kohlenpole durch Vermittlung eines Quecksilbernapfes herstellen, damals jedoch war der vom Zink kommende Kupferstreifen an seinem Ende auf eine kurze Strecke mit dünnem Platinbleche belegt und dieses durch eine gewöhnliche Klemme gegen den Kohlenstab fest angedrückt. Durch eine derartige Umänderung allein schon wird das Bunsen'sche Element namentlich für messende Versuche weit brauchbarer. Leider war ich an dem Abende, an welchem Mr. Higgins seine Batterie in der Telegraphen-Gesellschaft vorzeigte, nicht zugegen, sonst hätte ich jedenfalls die Gelegenheit wahrgenommen, diese meine ältere Construction zu erwähnen; so erhielt ich erst längere Zeit nachher durch das Journal der Gesellschaft[1]) davon Kenntnis.

Die zweite Batterie, die ich hier erwähnen muss, wurde von Ferd. Tommasi in Paris construirt, ich habe dieselbe durch ein Referat über dessen deutsches Patent kennen gelernt, welches in der elektrotechnischen Zeitschrift enthalten ist[2]). Tommasi gebraucht Zink-Kohlenelemente mit verdünnter Schwefelsäure und Salpetersäure; erstere circulirt wiederum von Zelle zu Zelle, wie die Bichromatlösung

1) F. Higgins, Journal of the Soc. of Telegr. Engin. etc. vol. XI, 1882, p. 159.
2) F. Tommasi, Elektrotechn. Zeitschr. Jahrg. 3, 1882, S. 84 u. 85.

bei Higgins; in welcher Weise jedoch die ausgenützte Salpetersäure ersetzt wird, ist weder aus der Abbildung noch aus der Beschreibung zu ersehen. Auch hier steht das Zink in einer Quecksilber-Rinne, um es amalgamirt zu erhalten, jedoch ist dieser Vorschlag nicht neu, indem er schon in der 1864 erschienenen, von L. Thiele besorgten, deutschen Uebersetzung des Walker'schen Handbuches der Galvanoplastik[1]) zu finden ist. Der Contact mit der Kohle ist bei Tommasi in der gewöhnlichen Weise durch eine Klemme hergestellt und auch sonst dürfte weiter keine Aehnlichkeit mit der hier beschriebenen Batterie zu finden sein. Die Circulation der Schwefelsäure durch mehrere Zellen hintereinander, ist wahrscheinlich für deren völlige Ausnützung zu technischen Zwecken ganz empfehlenswerth, allein zur Contacterhaltung der Stromstärke für messende Versuche dürfte derselbe doch kaum den gewünschten Erfolg haben.

Es sollen nun noch zum Schlusse einige Messungsresultate hier Platz finden, welche mit der neuen Batterie erhalten worden sind. Die Versuchsreihen wurden in der Absicht unternommen, zu erfahren, innerhalb welcher Grenzen die Stromstärke sich mit den angewandten Mitteln constant erhalten lässt, namentlich bei verschiedener Wahl der Durchflussgeschwindigkeit der beiden Säuren.

Zuvörderst wurde untersucht, wie die Stromstärke sich ändert, wenn die beiden Zellen in gewöhnlicher Weise, d. h. ohne Säuredurchfluss, durch einen sehr geringen Widerstand geschlossen bleiben. Die Salpetersäure war gewöhnliche käufliche vom specifischen Gewicht 1,36, die verdünnte Schwefelsäure war ziemlich stark, nämlich 1 Theil Säure auf 6 Theile Wasser.

Ausser den nöthigen Leitungen, welche aus sehr dicken Kupferdrähten gebildet wurden, wie sie für die Ströme dynamoelektrischer Maschinen verwendet werden, war in dem Schliessungskreise noch eines meiner Galvanometer mit drehbarem Ringe[2]) eingeschaltet, dessen Reductionsfactor zu 22 Ampère bestimmt worden war. Der Einfachheit halber sind die erzielten Resultate auf Seite 643 graphisch dargestellt. Die Ordinaten sind die Stromstärken in Ampère, die Abscissen die seit dem Schliessen des Stromes verflossenen Zeiten in Minuten resp. Stunden.

---

1) a. a. O., S. 53 u. 54.

2) Siehe Anm. S. 633.

Fürs erste wurde der Strom nur ³/₄ Stunden geschlossen gehalten und dessen Stärke ca. jede ¹/₄ Stunde gemessen, dies gab das kleine

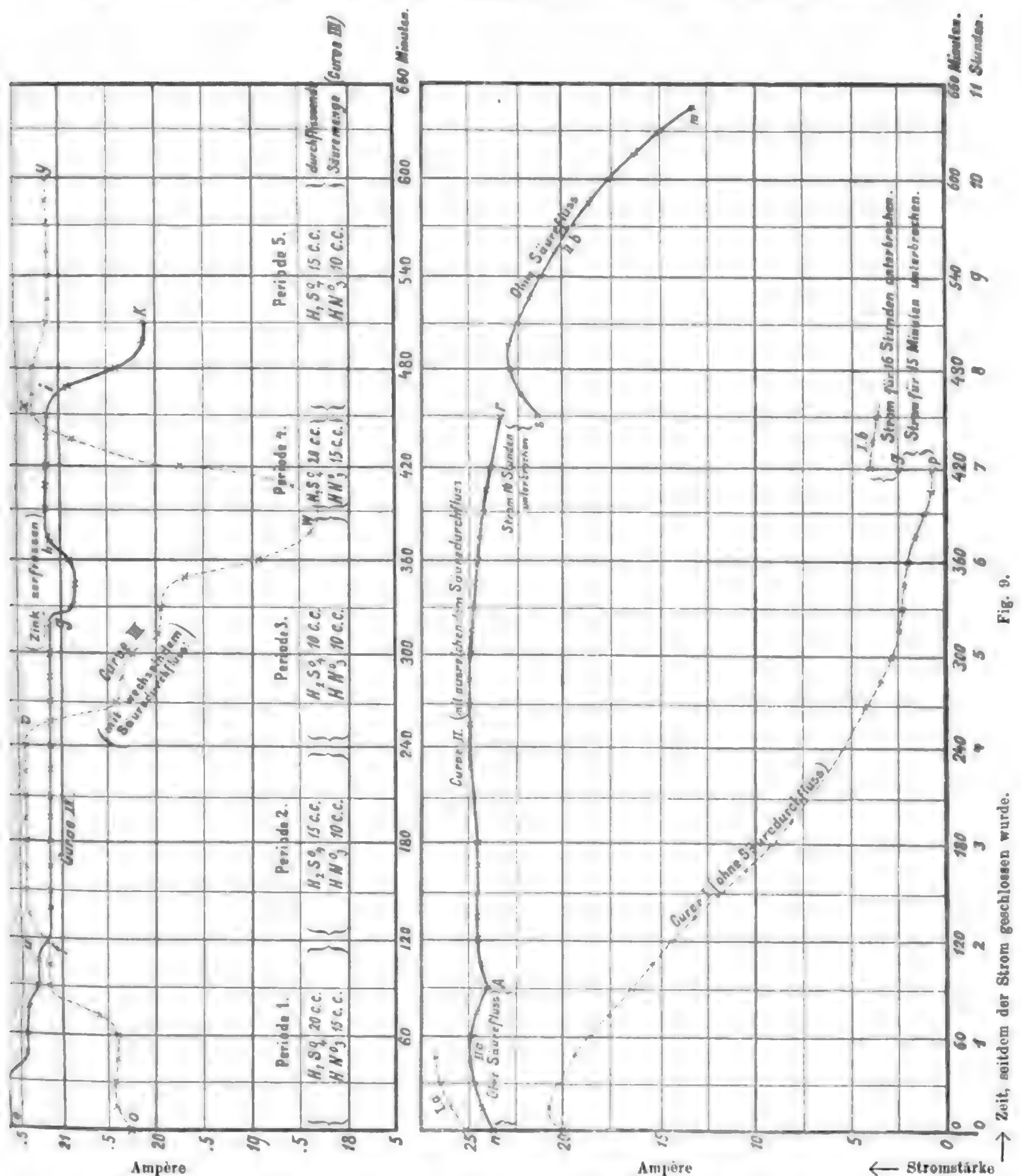


Fig. 9.

Curvenstück Iª, erst ansteigend, dann eine Tendenz zum Abfalle zeigend. Die Batterie wurde jetzt für einige andere Versuche benützt und dann zwei Tage offen stehen lassen. Nun wurde eine Messungsreihe durch-

geführt, welche sich auf sieben Stunden ausdehnte, mit Beobachtungsintervallen von 15 Minuten. Das Resultat ist in Curve I wiedergegeben. Zunächst sieht man, dass die anfängliche Stromstärke (20 Amp.) nicht mehr den einige Tage zuvor gemessenen Höhepunkt (25,6 Amp.) aufweist. Auch hier zeigt sich erst eine Zunahme des Stromes, dann folgt eine fortdauernde ziemlich gleichmässige Abnahme bis zur fünften Stunde. Von dieser Zeit ab geschieht der Abfall etwas langsamer, bis er nach der siebenten Stunde bis beinahe zur völligen Stromlosigkeit geführt hatte. Als nun die Kette für 15 Minuten geöffnet wurde, war nach dieser Zeit die Stromstärke auf mehr als das Dreifache gestiegen, nach 16stündiger Pause dagegen zeigte der Strom die vier bis fünffache Stärke, um jedoch bei andauerndem Geschlossensein sogleich wieder geringer zu werden (Curve I^b). Da die früher beschriebene Kühlröhre zu dieser Zeit noch nicht in Anwendung war, so konnte schon ¼ Stunde nach Stromschluss eine Erwärmung der Zellen beobachtet werden; diese Temperaturerhöhung dauerte fort bis nach etwa drei Stunden der Schätzung nach 35 bis 40° C. erreicht worden waren.

Bei einer zweiten Messungsreihe, welche sich auf 7½ Stunden erstreckte, wurde der Gang der Stromstärke zuerst für 1½ Stunden ohne Säuredurchfluss und von hier ab unter Zuhilfenahme eines solchen verfolgt. Curve II veranschaulicht die dabei gewonnenen Resultate. Stück II^a, von *n* bis *t* reichend, ist ohne Säurecirculation erhalten, dasselbe ist wie zuvor erst ansteigend, dann abfallend, von *t* ab wurde Säure durchgeleitet. Während der ganzen folgenden Versuchsdauer floss die Salpetersäure mit der Geschwindigkeit von 5½ ccm per Minute, für beide Zellen zusammengerechnet. Die Menge der in dem Verhältnis von 1 : 15 verdünnten Schwefelsäure, welche durchfloss, variirte wie folgt: Dasselbe betrug für beide Zellen zusammen in der Zeit von

1½	bis 3	Stunden	.....	23 ccm.
3	„ 5	„	.....	14 „
5	„ 6¼	„	.....	17 „
6¼	„ 7½	„	.....	19 „

Wie man sieht, nimmt die Stromstärke sehr bald nach dem Andrehen der Säure zu und erreicht nach einiger Zeit wiederum das anfängliche Maximum, auf dem sie über eine Stunde verharrt, um dann ganz allmählich abzunehmen. Diese Abnahme zeigt, dass die 5½ ccm Salpetersäure pro Minute noch nicht ganz ausreichend waren, denn die Schwefel-

säuremenge war schliesslich beinahe eben so gross, wie während der anfänglichen Zeit der Stromzunahme. Nach 16stündiger Ruhe wurde der Stromkreis nochmals geschlossen und zwar für 3½ weitere Stunden, aber ohne Säurecirculation. Curve II^b von s bis m zeigt die jetzt beobachteten Aenderungen der Stromstärke. Unmittelbar nach Stromschluss erfolgte wieder zunächst eine Zunahme, darauf eine Abnahme wie bei Curve I.

Bei einer weiteren Versuchsreihe, in welcher sowohl die Menge der durchfliessenden Schwefelsäure als auch diejenige der Salpetersäure mehrfach variirt wurde, kann man sehr gut den bedeutenden Einfluss dieser Factoren auf die Stromstärke wahrnehmen. Curve III zeigt die hierbei obwaltenden Verhältnisse, jedoch ist zu bemerken, dass hier sowie bei der nachher zu erklärenden Curve IV die Ordinaten in einem 5mal so grossen Maassstabe gezeichnet sind, als bei den früheren Curven I und II, so dass alle Stromschwankungen entsprechend vergrössert erscheinen.

Die ersten Säuremengen, welche durchflossen, betrugen

für Schwefelsäure . . .	20^{ccm}	Periode I.
für Salpetersäure . . .	15^{ccm}	

Dieselben brachten den ansteigenden Curventheil ou zuwege. Nun wurde die H_2SO_4 auf 15, die HNO_3 auf 10 reducirt, der Strom erhielt sich während dieser Zeit constant auf der Höhe von 21,4 Amp., in der Curve von u bis v. Ohne etwas an der Salpetersäuremenge zu ändern, wurde jetzt die Schwefelsäure von 15^{ccm} auf 10 herabgesetzt, dies bedingte sofort eine Abnahme der Stromstärke, welche innerhalb 2½ Stunden von 21,4 auf 18,3 herabsank, d. h. von v bis w. Nun wurde in der vierten Periode nochmals die zu Anfang herrschende Durchflussgeschwindigkeit von 20^{ccm} Schwefelsäure und 15^{ccm} Salpetersäure während der Dauer einer Stunde unterhalten, wodurch die Stromstärke wiederum nahezu den vorigen Werth, nämlich 21,3 Amp., erreichte, wx. Die letzten 2½ Stunden war die Säuremenge abermals auf diejenige der zweiten Periode von resp. 15 und 10^{ccm} herabgesetzt, wobei die Stromstärke nahezu constant blieb, von x bis y. Im Ganzen erstreckte sich diese Beobachtungsreihe ohne Unterbrechung auf zehn Stunden. Da bei diesem Versuche die Kühlvorrichtung in Thätigkeit war, so betrug die grösste Temperaturänderung der Schwefelsäure, welche beobachtet werden konnte, nur ca. 4° C. Der Reductionsfactor

der hier benützten Tangentenbussole war 5,43 Amp.[1]) und der Ring wurde bei den Messungen auf $\sin \varphi = 0{,}3$ eingestellt, so dass die Ablenkungen sich stets in der Nähe von 45° bewegten.

Bei der jetzt noch zu erwähnenden Versuchsreihe, deren Resultat durch Curve IV veranschaulicht ist, wurde dieselbe Tangentenbussole benützt wie bei der vorhergehenden. Während der ersten 5½ Stunden wurde die durchfliessende Säuremenge so nahe als möglich auf 18^{ccm} H_2SO_4 und 12ccm HNO_3 gehalten, wobei die Säuren schon einige Zeit vor dem Schliessen des Stromkreises in Circulation befindlich gewesen waren. Man sieht, dass der Strom innerhalb der ersten zwei Stunden von 21,6 Amp. sich auf 21,2 verminderte, dann aber für ca. 3½ Stunden absolut constant blieb, bis die nun schon sehr lange benützten Zinkcylinder durchgefressen waren, was übrigens in beiden Zellen genau in gleicher Weise und zur selben Zeit eintrat. Durch Vergrösserung der circulirenden Säurenmenge liess sich jetzt für einige Zeit wieder die vorherige Stromhöhe (*h* bis *i*) erreichen, allein als das Zerfressenwerden der Zinkpole noch weitere Fortschritte machte, erfolgte die Abnahme *ik*.

Was nun das während der ersten Zeit nach Stromschluss eintretende Sinken des Stromes anlangt, so glaube ich dessen Ursache auf der Spur zu sein und ich habe in dieser Hinsicht bereits einige Versuche vorbereitet. Vorläufig müsste man, wenn eine völlige Gleicherhaltung der Stromstärke erforderlich sein sollte, den Strom erst einige Zeit geschlossen halten, ehe man mit den eigentlichen Messungen beginnt, dann aber kann das Gewünschte leicht erreicht werden, insofern nur ein genügender Zinkvorrath vorhanden ist. Zur Uebersicht will ich diese letzte Messungsreihe hier ganz mittheilen und sei vorher noch erwähnt, dass die Lufttemperatur zwischen 22 und 23° C schwankte.

1) Ich hoffe demnächst an diesem Orte einige Verbesserungen beschreiben zu können, welche ich in letzter Zeit an meiner Tangentenbussole anbrachte, und es wird dann die grosse Verschiedenheit des Reductionsfactors der einzelnen Instrumente ihre Erklärung finden.

Tages-Zeit	Datum des Stromschlusses	Temperatur der Zellen		Ablenkungen. Ringstellung $\left\{ \begin{array}{l} \sin \varphi \\ = 0{,}3 \end{array} \right.$		
		Nr. I	Nr. II	Links	Rechts	Mittel
Stunde	Minuten	°C.	°C.	$\alpha (-)$	$\alpha (+)$	α
9h 30	0	20,5	21,1	50,3°	50,0°	50,15°
	15	22,2	21,1	50,3	50,0	50,15
	30	24,0	21,9	50,1	49,9	50,00
	45	24,5	22,2	49,8	49,6	49,70
10h 30	60	25,0	22,2	49,7	49,5	49,60
	75	26,1	23,3	49,6	49,4	49,50
	90	25,5	23,3	49,4	49,3	49,35
	105	25,5	23,3	49,4	49,3	49,35
11h 30	120	25,5	23,3	49,1	49,0	49,05
	135	24,3	23,3	49,1	49,0	49,05
	150	23,5	23,3	49,1	49,0	49,05
	165	23,5	23,3	49,1	49,0	49,05
12h 30	180	23,5	23,3	49,1	49,0	49,05
	195	23,5	23,3	49,1	49,0	49,05
	210	23,3	23,3	49,1	49,0	49,05
	225	23,4	23,3	49,1	49,0	49,05
1h 30	240	23,5	23,3	49,1	49,0	49,05
	255	23,5	24,4	49,1	49,0	49,05
	270	23,3	24,4	49,1°	49,0°	49,05°
	285	23,5	24,4	49,1	49,0	49,05
2h 30	300	23,5	24,4	49,1	49,0	49,05
	315	23,5	24,4	49,1	49,0	49,05
	330	23,5	24,4	49,0	48,9	48,95
	345	23,5	24,4	49,0	48,8	48,90
3h 30	360	23,3	24,4	48,8	48,9	48,85
	375	22,5	23,3	48,9	48,9	48,90
	390	22,5	23,3	48,9	49,0	48,95
	405	22,5	23,8	49,0	49,0	49,00
4h 30	420	22,5	23,3	48,9	49,0	48,95
	435	23,0	23,9	48,9	49,0	48,95
	450	23,0	23,9	48,9	48,8	48,85
	465	23,5	23,9	48,8	48,8	48,80
5h 30	480	23,0	23,9	48,5	48,5	48,50
	495	23,0	23,9	48,1	48,0	48,05
	510	22,5	23,9	47,9	47,8	47,85
Mittel:	in 510 Minuten	23,5°	23,4°	49,11°	49,04°	49,07°

Der Reductionsfactor der Tangentenbussole war an diesem Tage = 5,49 Amp. gefunden worden, so dass dem Gesammtmittel aller Ablenkungen, nämlich $\alpha = 49{,}07^0$, folgender Strom entspricht:

$$5{,}49 \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \varphi} = 5{,}49 \frac{1{,}153}{0{,}3} = 21{,}1 \text{ Amp.}$$

Die geringen Schwankungen in der Temperatur der beiden Zellen rühren zweifelsohne von Unregelmässigkeiten in der Durchflussgeschwindigkeit des Kühlwassers her, deren Vorhandensein man auch direct wahrnehmen konnte. Durchschnittlich flossen etwa 1¼ Liter Wasser per Minute durch beide Rohre.

Zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft der beiden Zellen, sowie ihres inneren Widerstandes und des Widerstandes der äusseren Leitung wurden folgende Messungen im Zusammenhang ausgeführt.

An einer Tangentenbussole von bekanntem Reductionsfactor in Amp. wurden die Ablenkungen gemessen, welche jede der Zellen für sich und hintereinander verbunden hervorbrachten, einmal ohne jeden besonderen Widerstand im Stromkreise und dann unter Einschaltung einer Zehnteleinheit im Siemens'schen Maasse, welche so eingerichtet war, dass selbst sehr starke Ströme keine merkbare Erwärmung verursachen konnten.

Sind e_1 und e_2 die beiden elektromotorischen Kräfte, r_1 und r_2 die inneren Widerstände der Zellen, R der Widerstand des Schliessungskreises, d. h. Leitungsdrähte und Tangentenbussole zusammengenommen, endlich ϱ der eingeschaltete Widerstand von 0,100 S. E. = 0,0953 Ohm[1]), so bestehen folgende sechs Beziehungen:

$$1)\ J_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{e_1}{R + r_1}, \qquad 2)\ i_1 = \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{e_1}{R + r_1 + \varrho},$$

$$3)\ J_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{e_2}{R + r_2}, \qquad 4)\ i_2 = \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{e_2}{R + r_2 + \varrho},$$

$$5)\ J_3 = \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{e_1 + e_2}{R + r_1 + r_2}, \qquad 6)\ i_3 = \operatorname{tg} \beta_3 = \frac{e_1 + e_2}{R + r_1 + r_2 + \varrho};$$

wobei sich die Stromstärken J und die Ablenkungen α auf die Messungen ohne den Extrawiderstand ϱ, dagegen i und β auf die Messungen mit demselben beziehen.

---

1) Siehe die Tabelle S. 10 in der Einleitung zu meinen Hilfstafeln für Widerstandsmessungen. München, bei Oldenbourg 1879.

Aus den sechs Gleichungen ergibt sich:

$$r_1 = \varrho \cdot \frac{\text{tg}\,\beta_3\,(\text{tg}\,\alpha_2 - \text{tg}\,\beta_2) - \text{tg}\,\beta_2\,(\text{tg}\,\alpha_3 - \text{tg}\,\beta_3)}{(\text{tg}\,\alpha_2 - \text{tg}\,\beta_2)\,(\text{tg}\,\alpha_3 - \text{tg}\,\beta_3)} \text{ Ohm.} \qquad (1$$

$$r_2 = \varrho \cdot \frac{\text{tg}\,\beta_3\,(\text{tg}\,\alpha_1 - \text{tg}\,\beta_1) - \text{tg}\,\beta_1\,(\text{tg}\,\alpha_3 - \text{tg}\,\beta_3)}{(\text{tg}\,\alpha_1 - \text{tg}\,\beta_1)\,(\text{tg}\,\alpha_3 - \text{tg}\,\beta_3)} \text{ Ohm.} \qquad (2$$

$$R = \frac{\varrho\,\text{tg}\,\beta_3 - (r_1 + r_2)\,(\text{tg}\,\alpha_3 - \text{tg}\,\beta_3)}{\text{tg}\,\alpha_3 - \text{tg}\,\beta_3} \text{ Ohm.} \qquad (3$$

$$e_1 = J_1\,(R + r_1) \text{ Volt.} \qquad (4$$

$$e_2 = J_2\,(R + r_2) \text{ Volt.} \qquad (5$$

In den beiden Gleichungen 4 und 5 sind die Stromstärken J_1 und J_2 in Amp. auszudrücken.

Es wurden nun folgende Werthe je als Mittel von zwei entgegengesetzten Ablenkungen gefunden:

$\alpha_1 = 39{,}85^0$, $\text{tg}\,\alpha_1 = 0{,}8347$	$\beta_1 = 26{,}35^0$, $\text{tg}\,\beta_1 = 0{,}4953$
$\alpha_2 = 39{,}65^0$, $\text{tg}\,\alpha_2 = 0{,}8288$	$\beta_2 = 26{,}15^0$, $\text{tg}\,\beta_2 = 0{,}4910$
$\alpha_3 = 48{,}85^0$, $\text{tg}\,\alpha_3 = 1{,}1440$	$\beta_3 = 38{,}15^0$, $\text{tg}\,\beta_3 = 0{,}7855$.

Wie bereits erwähnt, war $\varrho = 0{,}0953$ Ohm. Der Reductionsfactor der Tangentenbussole wurde bei der benützten Ringstellung ($\sin\varphi = 0{,}3$) zu 18,128 Amp. gefunden, woraus sich berechnet:

$J_1 = 15{,}13$ Ampère
$J_2 = 15{,}02$ „
$J_3 = 20{,}74$ „

Für die fünf Unbekannten findet man hieraus nachstehende Werthe:

$r_1 = 0{,}0703$ Ohm,
$r_2 = 0{,}0697$ Ohm,

also ist der innere Widerstand einer Zelle im Mittel $r = 0{,}0700$ Ohm, ferner:

$e_1 = 2{,}105$ Volt.
$e_2 = 2{,}081$ Volt.,

somit ist die elektromotorische Kraft einer Zelle im Mittel $e = 2{,}093$ Volt.

Der Widerstand des Schliessungskreises berechnet sich zu $R = 0{,}0688$ Ohm, ist aber nahezu gleich demjenigen einer Zelle.

Ist der äussere Widerstand gerade gleich dem innern Widerstande einer Zelle, so erhält man mit der Batterie folgende Stromstärken:

1. Mit einer einzigen Zelle:

$$s_1 = 15 \text{ Amp.}$$

2. Mit beiden Zellen hintereinander:

$$s_2 = 20 \text{ Amp.}$$

3. Mit beiden Zellen parallel:

$$s_3 = 20 \text{ Amp. (ebenfalls).}$$

Ist dagegen der äussere Widerstand nur gleich dem der beiden parallel verbundenen Zellen, d. h. = 0,035 Ohm, so erhält man mit diesem einen Strom $s_4 = 30$ Amp.

Kurz geschlossen, liefert eine Zelle ebenfalls 30 Amp., beide parallel dagegen einen Strom von 60 Amp.

Vorlesungsversuche über den galvanischen Leitungswiderstand von Metalldrähten.

Von

Eugen Obach.

Im Folgenden möchte ich eine Abänderung der bekannten Vorlesungsversuche über die Erwärmung von Metalldrähten durch den galvanischen Strom beschreiben, welche ich schon vor längerer Zeit in Anwendung brachte, um einem grösseren Zuhörerkreise zu demonstriren, dass der Widerstand, den ein Metalldraht dem Durchgange des Stromes darbietet, sowohl von dessen Querschnitt als auch von der Natur des Metalles abhängig ist, aus dem er besteht.

Die betreffenden Drähte oder Drahtketten wurden in eine Vorrichtung eingespannt, wie sie Fig. 1 veranschaulicht. Die unteren Fassungen der beiden Säulen s_1 und s_2 können in Schlitzen des Grundbrettes *AB* verschoben und in beliebiger Entfernung durch Flügelmuttern festgestellt werden. Am oberen Ende der Säulen, welche aus Holz oder Glas bestehen, befinden sich die Klemmen k_1 und k_2 für die Zuleitungen l_1 und l_2 und die Zangen z_1 und z_2 zum Einspannen der Drähte. Da die beiden Säulen lang und dünn gewählt sind, so federn dieselben ein wenig und halten dadurch die Drähte auch während der Ausdehnung durch Erwärmung noch gehörig gespannt, wie es für die vorliegenden Zwecke erforderlich ist.

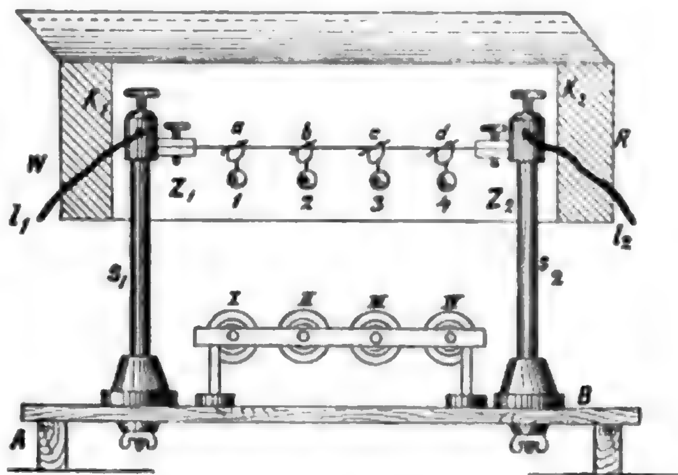


Fig. 1.

Ein geschwärzter Blechschirm *WR*, welcher oben dachförmig nach vorne gebogen ist, dient als Hintergrund für glühende Drähte

und zugleich einigermaassen als Schutz gegen locale Abkühlungen der Drahtketten durch Luftströme. Die ausserhalb der beiden Säulen befindlichen Theile des Schirmes sind verschiedenfarbig augestrichen, z. B. weiss und roth und dementsprechend wurden im Vortrage die beiden Enden der Drahtkette benannt, um die so häufig zu Missverständnissen führenden Ausdrücke „rechts“ und „links“ zu umgehen[1]).

Die Drahtketten bestehen aus vier gleichlangen Cylindern *a, b, c, d*, an deren jedem eine massive Glasperle 1, 2, 3, 4 in besonderer Weise aufgehängt werden kann. Die Art dieser Aufhängung ist in Fig. 2 in natürlicher Grösse gezeigt.

DD ist das betreffende Drahtstück, *P* die etwas grosse Glasperle; in das Loch derselben ist der Hebel *G* aus dünnem Drahte eingekittet, deren obere Enden hakenförmig umgebogen sind. Quer über den Draht *D* ist ein Stängelchen *S* aus einem leicht schmelzbaren Materiale gelegt, an welches die Perle angehängt wird, wie es in der Figur ersichtlich ist. Der Zweck dieser Vorrichtung ist einleuchtend. Sobald der Draht durch den Strom bis auf die Schmelztemperatur des Stängelchens erwärmt wird, schmilzt dieses durch und die Perle fällt ab. Damit nun dieses Abfallen allgemein und weithin bemerkt werde, ist unter jeder Glasperle eine Glocke I, II, III, IV (Fig. 1) derart aufgestellt, dass sie dabei angeschlagen werden muss. Die vier Glocken haben verschiedene Tonhöhen und zwar befindet sich der höchsttönende unter dem Drahtstücke mit grösstem Widerstand, die nächsttiefere unter demjenigen mit zweitgrösstem Widerstande u. s. f. Sind die Tonhöhen der Glocken nach harmonischen Verhältnissen gewählt, so lassen sich dieselben besonders leicht von einander unterscheiden.

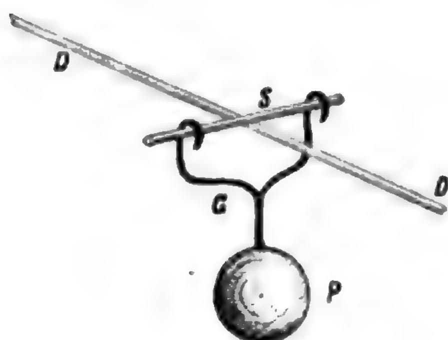


Fig. 2.

Die Stängelchen macht man zweckmässig aus einer Mischung von Bienenwachs und venetianischem Terpentin. Bei ihrer Anfertigung hat man darauf zu achten, dass keine mechanischen Unreinigkeiten, namentlich solche von faseriger Natur, zugegen sind, da diese unter Umständen das rechtzeitige Abfallen der Perlen verhindern, wodurch

1) Aus demselben Grunde waren auch bei dem im Vortrage mehrfach benutzten Verticalgalvanoskop die Quadranten paarweise roth und weiss bemalt, während der vor demselben sich bewegende, weithin sichtbare Zeiger schwarz war.

der Versuch gestört würde. Man kann in kurzer Zeit einen grossen Vorrath gleichdicker Stängelchen dadurch herstellen, dass man das Material zwischen zwei ebenen Platten aus Glas oder Metall hin und her rollt, welche durch zwischengelegte Drahtstücke in der gewünschten Entfernung gehalten werden. Dieselben bewahrt man am besten in einer Flasche unter Wasser zum Gebrauche auf, um das Zusammenkleben zu verhindern.

Beim Versuche selbst wird die Stromstärke ganz allmählich und möglichst gleichförmig gesteigert. Dies lässt sich bequem durch eine magnetoelektrische Maschine für Handbetrieb erreichen, welche mit langsam beschleunigter Geschwindigkeit gedreht wird. Die von der Firma Siemens & Halske gebaute Magnetmaschine[1]) eignet sich sehr gut für diesen Zweck. Benützt man einen Batteriestrom, so ist ein geeigneter Rheostat einzuschalten, durch welchen man die Stromstärke unter Herausnehmen von Widerstand nach und nach erhöhen kann.

Im Vortrage wurden die Versuche in nachstehender Reihenfolge vorgebracht:

1. Durch Glühen eines Platina- und Schmelzen eines Eisendrahtes wurde zunächst gezeigt, dass selbst so gute Elektricitätsleiter wie Metalle doch noch immer dem Durchgange des Stromes einen gewissen Widerstand entgegensetzen, der hier ähnlich wie bei dem Widerstande der Reibung, durch Erwärmung sich kundgibt.

2. Dass die Grösse dieses Widerstandes bei einem gewissen Metalle von der Dicke des Drahtes abhängt, wurde durch eine Kette gezeigt, welche aus vier verschieden dicken Drähten aus Platin bestand. Bei Steigerung des Stromes wurde ein Drahtglied nach dem anderen zum Glühen gebracht. Nun wurden die Glasperlen angehängt und die Glocken untergestellt. Als jetzt der Strom wiederum langsam verstärkt wurde, kam eine der Glocken nach der anderen, bei der höchsten anfangend, zum Ertönen. Dieser Versuch bildet gleichsam den Uebergang von der bis zur Glühtemperatur gesteigerten Erhitzung zur gelinderen Erwärmung der Drähte bis zur Schmelztemperatur der Wachsmischung, welch' letztere bei den noch folgenden Versuchen allein zulässig war.

3. Den Einfluss der Natur des Metalles, aus dem der Draht besteht, auf dessen Widerstand, konnte man mit einer aus verschiedenen

1) A. von Waltenhofen, dieses Repertorium Bd. 12, 1876, S. 7.

Metallen zusammengesetzten viergliedrigen Kette zeigen. Die Drahtglieder bestanden aus Platin, Eisen, Kupfer und Silber und hatten alle denselben Durchmesser, da sie durch dasselbe Loch eines Eisens mehrmals durchgezogen waren. Bei recht gleichförmiger Zunahme der Stromstärke kann man aus der Grösse der Pausen zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Glockenschlägen sehr gut erkennen, dass die Unterschiede in dem Leitungswiderstande einerseits zwischen Platin und Eisen, sowie zwischen Kupfer und Silber beidemal bedeutend kleiner sind, als anderseits derjenige zwischen Eisen und Kupfer.

4. Dass man gleich langen Drähten aus verschiedenen Metallen dadurch gleichen Widerstand geben kann, dass man ihren Querschnitt in demselben Maasse vergrössert, wie ihr Leitungsvermögen abnimmt, kann man ebenfalls mit dem Apparate zeigen.

Die Drahtkette besteht hier wieder aus den vier vorhin genannten Metallen, jedoch sind wie gesagt die Drähte nicht gleich dick, sondern es stehen deren Querschnitte im umgekehrten Verhältnisse ihrer spec. Leitungsfähigkeiten. Wenn ein stetig zunehmender Strom durch diese Kette geleitet wird, so werden alle vier Drahtstücke gleich erwärmt und die Folge hiervon ist, dass sämmtliche Perlen gleichzeitig abfallen und die Glocken mit einander ertönen. Der Unterschied zwischen diesem und den beiden vorhergehenden Versuchen ist bei richtig gewählter Steigerung des Stromes sehr auffallend und gar nicht zu verkennen.

Beitrag zur Wärmeausdehnung fester Körper.

Von

Dr. C. Russner,

Assistent an der kgl. höheren Gewerbschule zu Chemnitz i./S.

Vergleicht man die von verschiedenen Beobachtern gefundenen linearen Ausdehnungscoefficienten eines Körpers, so findet man, dass dieselben von einander merklich abweichen. Diese Abweichungen sind besonders bei Körpern mit grosser Ausdehnung ziemlich bedeutend; beim Zinn steigt die Unsicherheit sogar bis auf den sechsten Theil des ganzen Werthes, wenn man nur die Resultate der zuverlässigsten unter den neueren Beobachtungen berücksichtigt. Für die Messung dieser Grössen besitzt man jedoch Hilfsmittel (Fühlhebel, Mikrometerschraube, Mikroskop, Spiegel), welche eine derartige Abweichung nicht genügend erklären lassen.

Bei meinen Untersuchungen[1]) über das scheinbar abnormale Verhalten von gespanntem Kautschuk lernte ich kennen, dass, wenn durch Zug oder Druck die Form eines Körpers geändert wird, die Volumenausdehnung nicht derartigen Schwankungen unterworfen ist, als die lineare Ausdehnung. Beim Kautschuk kann sogar eine positive lineare Ausdehnung durch Spannung desselben in eine negative übergehen, d. h. Kautschuk kann sich bei einer bestimmten Dehnung durch Erwärmung verkürzen. Nach dem Verhalten dieses Körpers kann man auch bei anderen festen Körpern darauf schliessen, dass dieselben ihre lineare Ausdehnung ändern, wenn sie eine Formveränderung durch Kräfte erleiden[2]).

Regnault hat schon gegen das Verfahren, bei Glas aus dem linearen Ausdehnungscoefficienten auf den cubischen zu schliessen, Einwand erhoben. Er sagt, indem man derselben Glassorte verschiedene

1) Dieses Repert. Bd. 18 S. 206 ff.

2) Regnault, Mém. de l'acad. de France t. 21.

Dimensionen gebe, leide die Homogenität des Glases, und die Ausdehnung desselben dürfte daher in verschiedenen Richtungen verschieden sein.

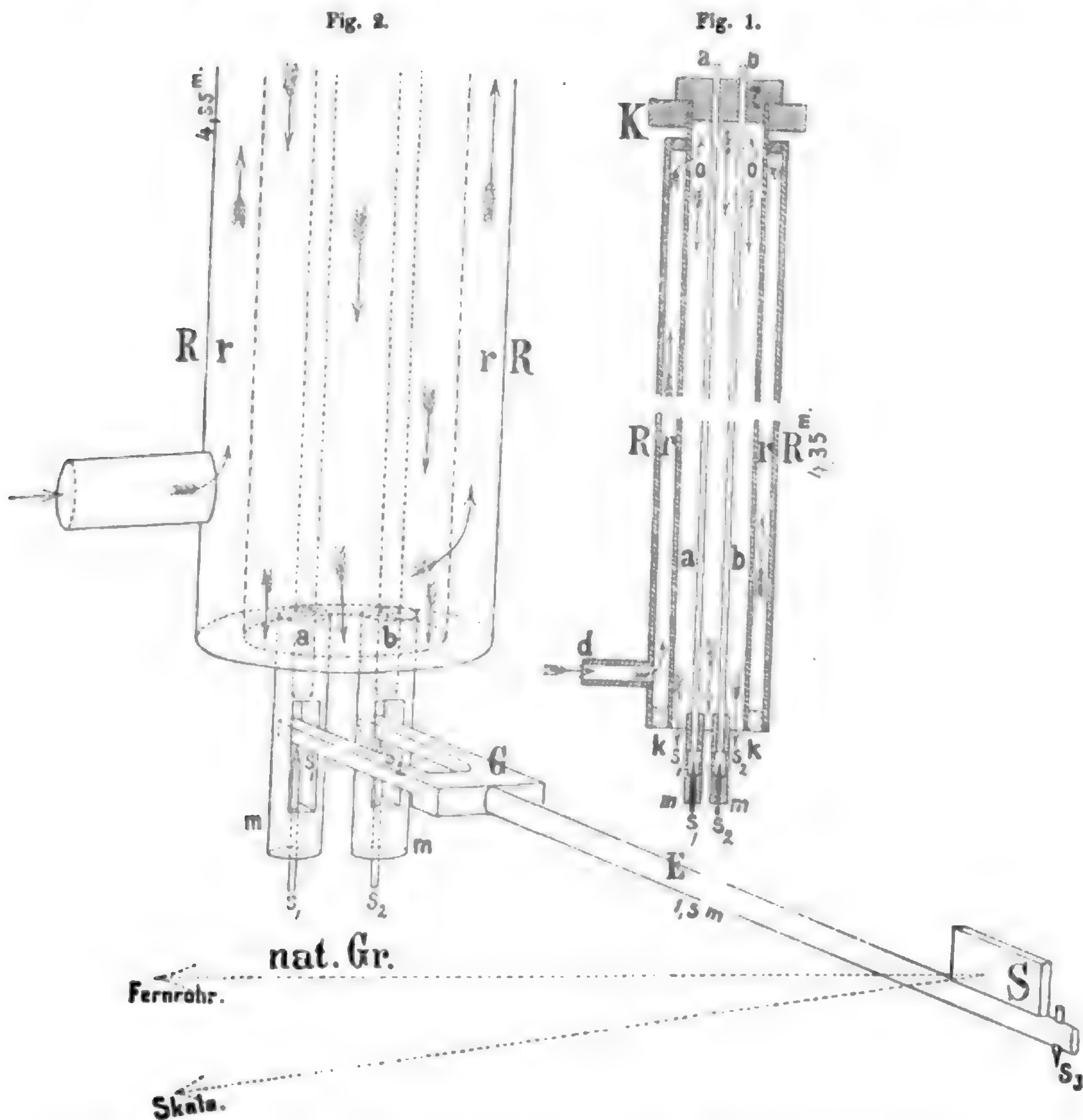
Volkmann[1]) meint, dass nach dem Bisherigen der Regnault'sche Einwand nicht als stichhaltig erscheine und eine darauf bezügliche Beobachtung wünschenswerth sei; er stellt deshalb eine solche an, indem er von einer Glasröhre den linearen und den cubischen Ausdehnungscoefficienten bestimmt. Da jedoch bei diesen Versuchen die Anfangstemperaturen nicht constant genug erhalten werden konnten, legt er dem Resultat noch keine endgültige Bedeutung bei, sagt aber, dass die Vergleichung des dreifach linearen Ausdehnungscoefficienten mit dem direct gefundenen cubischen zeige, dass, wenn überhaupt ein Unterschied vorhanden, er jedenfalls kleiner sei, als sich ihn Regnault vorgestellt habe.

Bei meinen Untersuchungen über das Kautschuk hatte ich jedoch die feste Ueberzeugung gewonnen, dass die Regnault'sche Behauptung: „Bei Formveränderung der Körper ändert sich deren Homogenität und damit die Ausdehnung", richtig sei, und dass hierin die Ursache der Abweichung der gefundenen Ausdehnungscoefficienten liegen dürfte. Ich stellte mir daher die Aufgabe, durch Versuche die Richtigkeit dieser Ansicht nachzuweisen.

Da die Ausdehnungscoefficienten der Metalle schon sehr kleine Grössen sind, werden es umsomehr die stattfindenden Aenderungen sein, welche durch Formveränderung entstehen. Diese Aenderungen bemühte ich mich so gross als möglich zu gestalten. Es konnten ausser starker Formveränderung zwei Mittel dazu angewendet werden, entweder grosse Temperaturdifferenzen oder grosse Länge des zu untersuchenden Körpers. Das erste Mittel stösst auf die Schwierigkeit, hohe Temperaturen für diese Zwecke herzustellen und constant zu erhalten; es blieb somit nur die Wahl der zweiten Möglichkeit. Die stattfindende Aenderung sollte ferner nicht aus dem jeweiligen Ausdehnungscoefficienten abgeleitet, sondern direct gemessen werden. Die zur Untersuchung dienenden Metalle wurden in Form von Draht von 3 ^{mm} Stärke und 4,35 ^{m} Länge gewählt. Den Apparat zur Erwärmung der Metalle zeigt Fig. 1 in einem Längsschnitt und die Methode der Messung der stattfindenden Aenderung in der Ausdehnung Fig. 2 in axonometrischer Projection.

1) Volkmann, Wied. Ann. Bd. 14 S. 262—265.

Eine Messingröhre *rr* Fig. 1 von der Länge der Drähte ist oben mit einem Messingcylinder *Z* verschlossen, in welchen immer je zwei



Drähte *aa*, *bb*, von dem zu untersuchenden Metalle eingelöthet werden konnten. Mittels einer starken Klemme *K* wird die Röhre senkrecht an einem Consol an der Wand befestigt, so dass keine Senkung derselben eintreten kann.

Zur Erwärmung der Drähte ist die Röhre *rr* von einer weiteren *RR* umgeben, die mit ihrem oberen Ende fest mit der inneren Röhre verbunden, während der Ringraum zwischen beiden Röhren am unteren Ende mit einem Korkring verschlossen ist. Durch ein seitliches Rohr *d* der Röhre *RR* kann Dampf zugeleitet werden, der in dem Zwischenraum in die Höhe steigt, durch die Oeffnungen *oo* am oberen Ende der inneren Röhre in diese und mithin zu den Drähten gelangt und

am unteren offenen Ende ins Freie entweicht. Zur Verminderung der Wärmeausstrahlung des äusseren Rohres wurde dasselbe der ganzen Länge nach mit einer Röhre aus Papier umgeben, die in der Figur weggelassen ist. Nach dieser Methode hingen die Drähte ganz frei, waren an der Ausdehnung somit nicht gehindert und konnte ich auch sicher sein, dass, wenn ein lebhafter Dampfstrom entwich, beide Drähte gleichzeitig auf dieselbe Temperatur, auf die des Dampfes, erwärmt worden sind.

Als Anfangstemperatur diente die des Raumes, in welchem die Versuche vorgenommen wurden. Nach einer Erwärmung wurde der Apparat gewöhnlich die Nacht hindurch stehen gelassen und erst am Morgen ein neuer Versuch vorgenommen, so dass die Drähte die Temperatur des Raumes wieder angenommen hatten.

Wären beide Drähte von gleicher molecularer Beschaffenheit, so würden dieselben sich auch um gleich viel ausdehnen; ist dieses nicht der Fall, so wird auch die Verlängerung verschieden sein. Diese etwa stattfindende Differenz sollte nun folgendermaassen gemessen werden. Die unteren Enden der Drähte wurden in kurze Messingcylinder *m m* Fig. 1 und Fig. 2 eingelöthet, die quer zur Axe in ihrer Mitte rechteckige Oeffnungen hatten. Von unten her wurden in die Cylinder axial zum Schutz gegen Rost vernickelte starke Nadeln s_1 und s_2 eingeschoben und verlöthet, so dass die Spitzen derselben in die obigen Oeffnungen hineinragten. Auf diese beiden Spitzen kamen die Zinken der Gabel *G* des 15^{m} langen Eisenstabes *E* zu liegen, an dessen anderem Ende eine dritte Spitze s_3 angebracht war, die auf einer festen Unterlage aufruhte. Am Ende der Eisenstange *E* war noch ein Spiegel *S* aufgekittet. Werden die Drähte erwärmt und ist die Ausdehnung derselben gleich gross, so tritt bloss eine Neigung der Axe der Gabel ein, im anderen Fall erfolgt ausser der ersten Bewegung eine Drehung der Axe und des Spiegels nach der Seite der grösseren Ausdehnung. Mit Hilfe eines Fernrohres und einer Skala kann diese Drehung des Spiegels gemessen und da die Entfernung der Spitzen s_1 und s_2 sowie die der Skala vom Spiegel bekannt ist, der stattfindende Unterschied in der Ausdehnung berechnet werden.

Da man im Handel den Draht in Rollen erhält, muss derselbe zu dieser Untersuchung vollkommen gerade gestreckt werden. Bei dieser Operation findet eine Verlängerung des Drahtes statt und es ist nicht gut möglich, wenn beide Drähte getrennt behandelt werden,

dieselben auf ein gleiches Maass zu strecken. Bringt man die so vorgerichteten Drähte in den beschriebenen Apparat und untersucht dieselben auf ihre Ausdehnung, so tritt immer eine wenn auch geringe Drehung des Spiegels auf, als Zeichen, dass die Drähte nicht von gleicher Beschaffenheit waren. Gleiche Homogenität der Drähte kann jedoch erzielt werden, wenn man dieselben sorgfältig ausglüht. Nach einer solchen gut gelungenen Operation findet dann bei einer neuen Untersuchung keine Drehung des Spiegels mehr statt. Das Ausglühen der Drähte erfolgte in einer starken Messingröhre, die mit einem Verbrennungsofen von 20 Flammen, wie solche die Chemiker zu Elementaranalysen benöthigen, glühend erhalten wurde.

Die Untersuchung erstreckte sich auf Kupfer, Messing, Zink und Blei. Die beiden letzteren Metalle mussten natürlich viel niedrigerer Temperatur ausgesetzt werden als Kupfer und Messing. Bei der Untersuchung wurde so vorgegangen, dass von je zwei ausgeglühten Drähten der eine im Apparate unverändert blieb, während dem anderen durch Zug eine permanente Dehnung ertheilt und er darnach auf die ursprüngliche Länge abgeschnitten wurde.

Um die ziemlich starken Drähte zu dehnen, wurde der ganze Apparat auf eine feste horizontale Unterlage gebracht, das geschlossene Ende der inneren Röhre festgehalten, der zu dehnende Draht mit dem beweglichen Theile eines grossen Parallelschraubstockes verbunden, und durch Bewegung der Schraube die Dehnung bewirkt.

Die Versuche wiederholte ich bei jeder neuen Bestimmung mehrmals und es ergab sich, dass nach jeder stattgefundenen neuen Dehnung der erste Versuch immer ein anderes Resultat ergab als die folgenden. Ich erkannte bald, dass die Ursache dieser Erscheinung in der elastischen Nachwirkung zu suchen sei. Nach Wegnahme der streckenden Kraft beobachtet man schon mit freiem Auge eine Verkürzung des Drahtes. Diese Verkürzung setzt sich jedoch sehr lange fort, was man nur mit Hilfe der Spiegelbeobachtung erkennen kann. Ist endlich Stillstand eingetreten und erhitzt man nun die Drähte, so erfolgt eine abermalige, grössere Verkürzung. Diese elastische Nachwirkung ergab sich am grössten beim Zink, während beim Blei keine zu erkennen war. Diese Erscheinung ist erklärlich, wenn man bedenkt, dass bei den festen Metallen durch die starke Dehnung die Moleküle Verschiebungen erleiden und eine neue Gruppirung mit grosser äusserer Kraft vollzogen wird. Die Moleküle bleiben aber bloss solange in

dieser neuen Lage, bis die streckende Kraft zu wirken aufhört, worauf kleine Verschiebungen der Moleküle durch die jetzt frei zur Wirkung kommenden inneren Kräfte erfolgen. Die neue Gruppirung geht nun leichter und vollständiger vor sich, wenn die Moleküle grössere Beweglichkeit haben, was bei höherer Temperatur der Fall ist. Die Bewegung, die nach der ersten Erwärmung in Folge der elastischen Nachwirkung erfolgte, ist in den folgenden Tabellen nicht berücksichtigt.

1. Versuchsreihe. Kupfer.

Abstand der Scala vom Spiegel 7,130^{m}; Abstand der Spitzen 5.2^{mm}.

Dehnung in cm	Scheinbare Bewegung der Scala in mm							Unterschied der Ausdehnung in mm
	Nr. des Versuchs							
	I	II	III	IV	V	Mittel	Betrag für 1^{cm}	
6,2	12	14	14	11	10	12	1,9	0,0088
16,5	33	35	38	38	36	36	2,2	0,0263
27,7	50	48	51	48	48	51	1,8	0,0372
37,3	65	65	63	67	65	65	1,7	0,0475
48,0	80	81	81	79	79	80	1,7	0,0584
62,7	98	100	97	97	95	97	1,5	0,0708
78,0	108	111	111	107	109	109	1,4	0,0796

Nach Beendigung dieser Versuchsreihe wurde der gestreckte Draht aus dem Apparate herausgenommen, sorgfältig ausgeglüht und wieder in denselben gebracht. Der nächste Versuch ergab noch eine Verschiebung der Skala von 5^{mm} in derselben Richtung wie bei den obigen Versuchen. Man kann nach diesem Versuche annehmen, dass durch das Ausglühen die anfängliche Homogenität wieder hergestellt wurde. Die noch vorhandene geringe Bewegung rührt wohl daher, dass, nachdem der ausgeglühte Draht wieder in den Apparat gebracht worden ist, ein geringer Zug zur Geradstreckung erforderlich ist, und somit die Homogenität dadurch wieder gestört wird. Der Betrag dieser anfänglichen Bewegung ist in der folgenden Tabelle, welche für den zweiten Draht gilt, schon in Abrechnung gebracht.

2. Versuchsreihe. Kupfer.

Dehnung in cm	Scheinbare Bewegung der Scala in mm							Unterschied der Ausdehnung in mm
	I	II	III	IV	V	Mittel	Betrag für 1^{cm}	
59,1	84	82	85	85	83	84	1,4	0,0613
80,7	98	100	98	98	97	98	1,2	0,0715

Die Bewegung des Spiegels erfolgte bei beiden Versuchsreihen im Sinne einer grösseren Ausdehnung des gestreckten Drahtes. Vergleicht man die Werthe der scheinbaren Verschiebungen der Scala, welche für 1 cm Dehnung stattgefunden haben, so ersieht man, dass dieselben nicht proportional den Dehnungen sind; mit Zunahme der Dehnung nimmt die Bewegung des Spiegels und somit die Mehrausdehnung ab. Bei der zweiten Versuchsreihe ist überhaupt die Zunahme der Ausdehnung kleiner als bei der ersten. Nimmt man den Werth des Unterschiedes in der Ausdehnung für die grösste stattgefundene Dehnung 0,0796 mm und berechnet hiemit denjenigen für die Längeneinheit und für 1° Temperaturunterschied, so erhält man den Coefficienten 0,0000002, um welchen Betrag wegen Formänderung der Ausdehnungscoefficient für Kupfer verschieden gefunden werden kann.

3. Versuchsreihe. Messing.

Dehnung in cm	Scheinbare Verschiebung der Scala in mm							Unterschied der Ausdehnung in mm
	Nr. des Versuchs							
	I	II	III	IV	V	Mittel	Betrag für 1 cm	
13,3	25	23	23	26	23	24	1,8	0,0175
51,6	45	45	48	46	46	46	0,9	0,0336
81,6	60	59	59	62	62	60	0,7	0,0438
53,0	42	44	44	43	42	43	0,8	0,0314
86,0	58	62	59	58	59	59	0,7	0,0431

Die erste Abtheilung dieser Tabelle ist für die Dehnung des einen Drahtes, die zweite Abtheilung für den zweiten Draht, nachdem der zuerst gedehnte Draht wieder ausgeglüht und dadurch die stattgefundene Mehrausdehnung wieder aufgehoben war.

Ausser dieser Untersuchungsreihe wurde noch eine zweite derart angestellt, dass der zuerst gedehnte Draht nicht ausgeglüht wurde. Durch die Dehnung des zweiten Drahtes musste in dem Maasse der Dehnung die scheinbare Verschiebung der Scala durch den ersten Draht aufgehoben werden, was der Versuch vollkommen bestätigte. Der Unterschied in der Ausdehnung durch Formveränderung ist somit nach der obigen Tabelle bei Messing kleiner als bei Kupfer.

4. Versuchsreihe. Zink.

Abstand der Scala vom Spiegel 2,7 m; Abstand der Spitzen 5,2 mm.

Dehnung in cm	Scheinbare Bewegung der Scala in cm					Unterschied der Ausdehnung in mm
	I	II	III	Mittel	Betrag für 1 cm	
13,7	21,2	21,5	21,0	21,2	1,55	0,424
29,2	43,0	43,8	43,4	43,4	1,49	0,868
38,6	58,0	57,6	57,7	57,7	1,49	1,154
49,0	77,5	78,3	78,0	77,9	1,59	1,558
20,3	32,4	32,0	32,0	32,1	1,58	0,642
34,8	53,9	54,5	54,1	54,1	1,55	1,082
51,2	76,8	76,7	77,0	76,8	1,50	1,536

Wegen des niedrigen Schmelzpunktes des Zinks und der Eigenschaft, bei einer Erwärmung auf 200° vollkommen krystallinisch zu werden, wobei es auch die Fähigkeit der Dehnbarkeit verliert, durfte dasselbe, um gleiche Homogenität in Drähten herzustellen, nicht über 150° erwärmt werden. Es gelang mir nicht in zwei Drähten dieselbe vollkommen gleich herzustellen, was sich bei den ersten Versuchen, woselbst noch keine Dehnungen vorgenommen worden waren, ergab. Die hierdurch bewirkte anfängliche scheinbare Verschiebung der Scala ist in der obigen Tabelle schon berücksichtigt; dieselbe gibt somit die Verschiebung an, welche durch die bewirkte Dehnung hervorgebracht wurde.

Während die beiden ersten untersuchten Metalle, Kupfer und Messing, durch Dehnung eine grössere Wärmeausdehnung erhalten, entsteht durch diese Operation beim Zink eine Verminderung der Ausdehnung, die weit beträchtlicher ist, als die Verlängerung der beiden ersten Körper. Nach dem grössten obigen Werthe beträgt der Unterschied im Ausdehnungscoefficienten 0,0000043, welcher Werth der siebente Theil des durchschnittlichen Ausdehnungscoefficienten vom Zink ist.

5. Versuchsreihe. Blei.

Abstand der Scala vom Spiegel 7,13 m; Abstand der Spitzen 5.2 mm.

3 mm starker Draht.

Dehnung in cm	Scheinbare Bewegung der Scala in cm		Unterschied der Ausdehnung in mm
	Mittel	Betrag für 1 cm	
32,5	12,5	0,38	0,0913
25,0	10,0	0,40	0,0730
41,0	17,2	0,42	0,1256
28,3	11,5	0,41	0,0840

5mm starker Draht.

Dehnung in cm	Scheinbare Bewegung der Scala in cm		Unterschied der Ausdehnung in mm
	Mittel	Betrag für 1cm	
16,0	51,0	3,19	0,3723
15,2	47,8	3,14	0,3489
20,5	60,7	3,00	0,4431
12,4	38,1	3,07	0,2781

Das Blei zeigt ein ganz verschiedenes Verhalten im Vergleich gegen die vorher untersuchten Körper. Zunächst tritt wegen dessen geringer Elasticität keine elastische Nachwirkung, wie schon oben gesagt, auf. Bei Erwärmung erfährt der gedehnte Draht eine grössere Ausdehnung; bei der Abkühlung auf die Anfangstemperatur nimmt er jedoch die anfängliche Länge nicht an, die Erwärmung hat eine permanente Verlängerung bewirkt um obige Grösse des Unterschiedes in der Ausdehnung. Erwärmt man ein zweites Mal, so verhalten sich beide Drähte wieder volkommen gleich, gerade so wie die früheren Metalle, nachdem dieselben ausgeglüht wurden. Die Temperatur von 100° bewirkt somit beim Blei dasselbe wie die Glühtemperatur bei Kupfer und Messing. In wiefern sich die Länge von gestrecktem Kupfer und Messing bei der Operation des Glühens ändert, konnte nach der Versuchsanordnung nicht bestimmt werden.

Wie die Tabellen zeigen, sind die Versuche mit Blei mit zwei verschieden starken Drähten ausgeführt und es stellte sich dabei heraus, dass die stattfindende Verlängerung durch die Erwärmung beim dickeren Draht beinahe um den achtfachen Betrag grösser ist, als beim dünnen, wenn gleiche permanente Dehnungen durch Zug vorgenommen werden. Nach diesen Versuchen ist es nun sehr wahrscheinlich, dass auch bei den andern Körpern die untersuchten Veränderungen von der Dicke des angewendeten Materiales abhängig sind, welches ich durch eine neue Versuchsreihe festzustellen beabsichtige.

Aus diesen Untersuchungen geht hervor, dass man bei Bestimmung von Ausdehnungscoefficienten den zu untersuchenden Körper, bevor man Messungen vornimmt, einer höheren Temperatur aussetzen muss als die, welche man bei den Versuchen anwenden will, um die elastische Nachwirkung zu beseitigen; soll ferner der Ausdehnungscoefficient

des isotropen Materiales bestimmt werden, muss der Körper zur Erzielung der Homogenität einer möglichst hohen Temperatur ausgesetzt werden.

Die Eigenschaft des Kautschuks, sich bei einer bestimmten Dehnung durch Erwärmung zusammen zu ziehen, suchte ich mir in folgender Weise zu erklären: In einem isotropen Körper kann man annehmen, dass die mittlere Entfernung der Moleküle überall gleich gross ist, dass somit nach allen Richtungen der Körper dieselbe Beschaffenheit besitzt. Setzt man einen solchen Körper einem Zuge nach einer Richtung aus, so werden durch die wirkende Kraft die Moleküle in der Richtung derselben eine grössere und in der Richtung senkrecht zu dieser eine kleinere Entfernung erhalten, als die anfängliche betrug, und der Körper wird sich jetzt nach verschiedenen Richtungen verschieden verhalten. Durch diese Aenderung der mittleren Entfernung der Moleküle ändern sich auch die Molecularkräfte, welche vorher im Gleichgewicht waren, und zwar nimmt die Expansion in der Querrichtung weit beträchtlicher zu, als die Cohäsion. Erwärmt man nun einen Körper im gedehnten Zustande, so hat die Wärme das Bestreben, die Moleküle von einander weiter zu entfernen. Senkrecht zur Richtung der dehnenden Kraft wird das Bestreben der Wärme unterstützt von der Expansion, in der Richtung der Kraft wirkt der Wärme die Cohäsion entgegen und somit wird die Ausdehnung in dieser Richtung eine kleinere sein als senkrecht zu dieser. Erfährt das Kautschuk nur eine mässige Dehnung, so muss nach diesem die lineare Ausdehnung in der Richtung der ziehenden Kraft kleiner sein, als im ungedehnten Zustande. Wird die Dehnung fortgesetzt, so nimmt die Ausdehnung in dieser Richtung immer mehr ab, bis dieselbe auf Null reducirt wird, und weiter, durch die immer grösser werdende Ausdehnung in der andern Richtung in eine Zusammenziehung übergeht, wie die Versuche es gezeigt haben.

Auf feste Körper kann dieser Versuch der Erklärung nicht ganz angewendet werden, da die Moleküle bei so grossen permanenten Dehnungen eine andere Verschiebung erleiden und nach der Dehnung eine andere, dauernde Gleichgewichtslage einnehmen.

Ueber die elastische Nachwirkung in Drähten.

Von

Dr. W. Braun und Dr. A. Kurz

in Augsburg.

Dritte Mittheilung[1]) (von A. Kurz).

Im gleichen Jahre mit unserer zweiten Mittheilung entstand die Abhandlung von Tammen[2]), welche einem freundlichen Antwortschreiben des Herrn Verfassers gemäss zuerst als Schulprogramm in Zwickau (1881) erschienen war. In der letzteren geschieht u. a. auch unserer ersten Mittheilung mehrfache Erwähnung, worauf wir theilweise am Schlusse des Folgenden noch zurückkommen wollen. Der Hauptzweck desselben soll sein, auf Grund der beiden gleichzeitigen Untersuchungen ihren Gegenstand zu beleuchten, und über einige eigene Beobachtungen zu berichten, welche wir zu diesem Ende jüngst angestellt haben.

Tammen hebt sogleich drei Nullpunktswanderungen hervor, die wir mit ihm durch I, II, III unterscheiden wollen, und drei Variationen des logarithmischen Decrementes, mit 1, 2, 3 bezeichnet, so zwar, dass I und 1, II und 2, III und 3 wirklich und ursächlich zusammengehören sollen (S. 348—350).

S. 350 beginnt die Besprechung von I und 1, S. 357 von II und 2, S. 366 von III und 3. Nur auf die beiden letzten Erscheinungen wollen wir eintreten, welche nach dem Wissen des Verfassers vor ihm nicht beobachtet worden sind. Für III, die Wanderung des Nullpunktes im entgegengesetzten Sinne von I, bringt S. 368 eine Tabelle

1) Die zweite Mittheilung s. Bd. 17 d. Repert. 1881, S. 233—253; die erste Bd. 15.

2) Dieser Bd. S. 348—381. (Weil wir im selben Bande noch zu Wort kommen, konnten wir uns in Obigem kürzer fassen). Ein Auszug findet sich in den Beibl. zu Wied. Ann. Bd. 6 S. 564—568.

von Beobachtungen Tammen's im physikalischen Kabinete der Universität zu Leipzig (Prof. Hankel). Auch unsere zweite Mittheilung enthält eine hierhergehörige Beobachtung[3]). Aber Tammen hat das Verdienst, diese Erscheinung durch Theorie und Beobachtung mit dem gehörigen Nachdruck evident gemacht zu haben.

Bei folgendem Berichte über eigene Beobachtungen zu diesem Betreffe möge der Kürze wegen die linke Seite des Gesichtsfeldes des Scalenfernrohrs mit minus, die rechte mit plus bezeichnet werden.

Erste Beobachtungsreihe.

26. Juli. Ein schon lange aufgehängter Neusilberdraht, 70^{cm} lang, von $0{,}1^{qmm}$ Querschnitt und mit nahe 1^{kg} Belastung, zeigte als Nullpunktswanderung I (wegen Abwicklung von der Spiralform) eine solche von + nach —. Als man ihn durch eine entsprechend kleine Drehung des obersten Querschnittes in Schwingung versetzte, war der Nullpunkt auf + 0,313 der Scale. Und als man 10 Minuten später, in Zeitintervallen von je 5 Minuten, die Umkehrstellen notirte, so berechnete sich die Lage des Nullpunktes beziehungsweise auf + 0,305, 0,303, 0,293, 0,270. Das Decrement war pro Secunde 0,00053 in Brigg. Logarithmen. Eine Stunde nach der zuletzt verzeichneten Beobachtung war der Nullpunkt auf 0,120. Daraus ersieht man, dass zuletzt die Wanderung (vorwiegend wenigstens) von der Art I war und per Stunde 0,15 betrug; dass dagegen während des Schwingens, namentlich anfänglich, die Wanderung I durch die entgegengesetzte Wanderung III compensirt war (0,305 und 0,303 als gleich angesehen).

27. Juli. Ueber Nacht hatte I mit dem Betrage von nahe 0,1 per Stunde fortgedauert. Um 10^h 10^m auf besagte Weise in Schwingung versetzt (indem man den Nullpunkt von — 1,8 auf — 3,65 durch Drehen des oberen Endes verbrachte), ergaben sich analog wie vorhin die Nullpunktslagen — 3,651, — 3,653, — 3,635, — 3,639 und eine Viertelstunde später — 3,655. Auch hierin erkennt man wieder zuerst die Compensation von I durch III; alsdann herrschte III vor und zuletzt wieder I. Das Decrement war nicht ganz 0,00054.

28. Juli Vorm. Durch die Anregung zum Schwingen ward der Nullpunkt nach + versetzt und es ergaben sich analog dem Vorigen

3) Bd. 17 S. 246, Tab. VII Satz 2, Kolonne der beob. Nullpunkte. Die Kolonne der beob. Decremente d. Tab. s. im Texte weiter unten, bei der Fig. noch benutzt.

die vier Zahlen + 0,439, 0,464, 0,454, 0,454, und nach 15 Minuten 0,457, nach weiteren 23 Minuten 0,401. Zuerst überwiegt demnach III, dann I, dann compensiren sich beide, bis zuletzt wieder I Sieger bleibt. Decrement 0,000524.

28. Juli Nachm. Der Nullpunkt wurde durch die Anregung ins — versetzt und es ergaben sich die Zahlen — 5,487, — 5,482, — 5,474, — 5,476 und später — 5,481, d. h. man bemerkt III, dann Compensation mit I, dann I. Decrement 0,00053.

29. Juli. Die Erscheinung verlief ähnlich wie vorhin. Decrement 0,00052.

30. Juli. Zuerst Compensation, dann I. (Zwei solche Beobachtungsreihen.) Decrement 0,00051.

31. Juli. Zuerst III, dann I vorherrschend.

1. August. Wie am 30. Juli. Decrement 0,00050.

3. August. III vorherrschend, zuerst mehr, dann weniger.

10. August. III vorherrschend, dann compensirt. Decrement 0,00048.

In der Nacht bis zum 11. August betrug I stündlich ca. 0,01.

12. August. Abgelesen — 5,573, — 5,542, — 5,557 nach je 10 Minuten mit dem Decremente 0,00048. Also zuerst III, dann I.

14. August. Im Ruhezustande abgelesen — 5,84, also betrug I noch stündlich ca. 0,01. Aber nach der Anregung zum Schwingen (gegen + hin) ward beobachtet — 3,437, — 3,450, — 3,430 nach je 10 Minuten. Dieses Mal also zuerst I und dann erst III, welche Reihenfolge, wenn man so will, als eine Ausnahme gegenüber den vorherigen Beobachtungen angesehen werden könnte. Immerhin trat ja III doch noch hervor. Bemerkenswerth ist auch das höhere Decrement, nämlich wieder 0,00052. Vgl. auch den 14. August in der nachfolgend angegebenen Beobachtungsreihe.

15. August. Die Wanderung I belief sich über Nacht stündlich wieder auf ca. 0,01. Während der Schwingungen mit dem Decremente 0,00051 wurde wieder zuerst III, dann I beobachtet.

In der Nacht zum 16. August wurde wieder I von der stündlichen Stärke zu nicht ganz 0,01 beobachtet. —

Die beobachteten Temperaturen an sämmtlichen Tagen waren zwischen 19,3 und 17,6 Cels.; die erwähnte Anregung zum Schwingen geschah abwechslungsweise im einen oder im entgegengesetzten Sinne und hatte auf die erwähnten Resultate keinen bemerkbaren Einfluss. —

Zweite Beobachtungsreihe.

Am 27. Juli wurde neben dem vorhin benutzten (alten) Neusilberdraht ein neuer von der gleichen Sorte, Länge und mit nahe gleicher Belastung aufgehängt und der gleichen Beobachtung unterworfen[4]). Seine Nullpunktswanderung I zeigte sich von — nach + verlaufend und betrug in der ersten Halbstunde 5,8, also stündlich 11,6 Doppelcentimeter; noch beträchtlicher war sie während des Schwingens (mit dem Decremente 0,00068 per Sec. brigg.), aber abnehmend[5]). Am 28. Juli betrug sie, als keine Schwingungen stattfanden, stündlich ca. 1,0 und während des Schwingens Abends 5^{h} in je 10 Minuten ca. 0,10, also stündlich 0,6 Doppelcentimeter. Man bemerkt darin schon die Wanderung III, welche aber die noch stärkere I nicht zu compensiren vermochte. Das Decrement war auf 0,00044 gesunken. Auch am 29. Juli war der Verlauf qualitativ noch der gleiche; in 16 Stunden (die Nacht vom 28. mitgezählt) betrug I stündlich 0,5, in 7 Stunden (über Mittag) stündlich 1,5 Doppelcentimeter, und während des Schwingens stündlich nur 0,3. (Decrement 0,00040.)

Am 31. Juli wurde zuerst an diesem Drahte die Präponderanz der Nullpunktswanderung III über I beobachtet, in den Zahlen — 4,177, — 4,155, — 4,173 nach je 10 Minuten, mit dem Decremente 0,00039; nämlich zuerst überwiegt I, dann III.

Am 10. August ähnlich wie am 31. Juli; Decrement 0,00037. Bis zum 11. August, in 18 Stunden betrug I 0,40, und am letzteren Tage in 6 Stunden 0,20 Doppelcentimeter, also in 24 Stunden 0,60, stündlich 0,025; so viel auch nahezu am 12. August. In Erwägung der Anmerkung[4]) und der Angaben vom 14. August beim älteren Drahte (stündlich 0,01) ersieht man, dass hinsichtlich der Grösse von I der neue Draht jetzt nahezu ein „alter“ geworden war.

Auch zeigte sich am 12. August das kleinste Decrement 0,000335, aber hinsichtlich des Kampfes von I und III noch die Reihenfolge vom 31. Juli.

Aber am 14. August trat zum ersten Male, bei erhöhtem Decremente 0,000395, III zuerst als Sieger auf wie öfters beim alten Drahte,

---

4) Die Entfernung des Spiegels von der Scala betrug beim alten Drahte 80, beim neuen wieder 160^{cm}, wie bei den meisten unserer Versuche.

5) In dieser Abnahme vielleicht schon das erste Lebenszeichen von III bemerkbar; vgl. den nächsten Tag. — Wegen des grösseren Trägheitsmomentes wurde das Decr. später kleiner als beim alten Draht.

und alsdann Compensation von III mit I. Letztere Wanderung betrug in den nächsten 24 Stunden 0,56 Doppelcentimeter, noch nahe gleichviel wie am 10. August.

Diese Erhöhung des Decrementes, von Tammen mit 3 bezeichnet und mit dem Auftreten von III verknüpft, ist doch nur vereinzelt und rührt wahrscheinlich von der am heissen 13. August geschehenen Durchwärmung des Drahtes her[6]).

Am 15. August fiel das Decrement wieder auf 0,00035. I zuerst Sieger und hernach mit III compensirt.

Die stündliche Wanderung I des bis zum 16. und 17. August ruhig hängen gelassenen Drahtes betrug noch ungefähr soviel wie am 14. August.

Dritte Beobachtungsreihe.

Am 17. August wurde ein frischer Stahldraht von $0{,}5^{mm}$ Dicke (Claviersaite von der Sorte, die auch in unseren beiden früheren Mittheilungen benutzt worden) und 140^{cm} Länge mit nahe 4 Kilo belastet und den in folgender Tabelle zusammengestellten Beobachtungen unterworfen, welche denjenigen der beiden vorigen Beobachtungsreihen ähnlich sind:

August	Stunde	Celsius	Nullpunkte			Decremente brigg. in Sec.*
			Ohne	Mit Schwingungen	Sec.*	
17	11	—	— 0,50			
„	4	17,9	— 0,54	+ 4,432 432 435	303,5	0,01502 1565
18	10	5	+ 4,44			
19	11	6	+ 4,60	— 0,732 722 717	303,5	0,01481 1614
20	11	4	— 0,60			
21	11	6	— 0,48	+ 2,632 543 448	303,5	0,01494 1654
22	11	3	— 2,44			
„	4	7	—	— 10,206 213 221 232 235	910,5	0,04677 4592 4802 5061

Daraus ergibt sich für die Nullpunktswanderung I, wenn man den 17. August weglässt, stündlich 0,006 ins Positive vom 18. zum 19. August, und stündlich 0,005 vom 20. zum 21. (Die grossen Differenzen in den Zahlen der vierten Colonne, vom 17. zum 18., 19. zum 20., 21. zum 22. rühren von der Anregung am Torsionskopfe her.)

6) Das Thermometer in der Nähe des Drahtes zeigte am 12. Aug. früh 17,4; abends 17,9, am 13. Aug. war ich von hier abwesend; am 14. Aug. zeigte es 18,2 und 18,3° C. Vgl. auch die Erhöhung des Decr. am 14. Aug. beim „alten“ Drahte und § 8 unserer zweiten Mittheilung.

Während des Schwingens war am 17. August I mit III compensirt (hernach I); am 19. August I mehr, dann weniger vorherrschend; am 21. August III vorherrschend; am 22. August III mehr, dann weniger vorherrschend.

Was endlich die Decremente betrifft, deren letzte Zeile mittels Division durch 3 mit den vorausgehenden vergleichbar wird, so ist die (übrigens geringe) Abnahme vom 17. zum 19. August begreiflich, und die Zunahme vom 21. zum 22. der grossen Elongation zuzuschreiben. Und die Zunahme innerhalb derselben Reihe oder Zeile, welche fünfmal auftritt gegenüber einer Abnahme, ist mit der von Tammen hervorgehobenen (und mit 3 bezeichneten) Zunahme nicht zu verwechseln. S. hierüber noch weiter unten. —

Ist sonach die mit III bezeichnete Nullpunktswanderung, wie schon gesagt, evident, so ist dagegen die mehrmals erwähnte Erhöhung des Decrementes (mit 3 bezeichnet), welche nach Tammen zu III in innigem Verbande stehen soll, auch von ihm so wenig überzeugend dargethan, als es unseres Erachtens (schon vor dem soeben mitgetheilten Beobachtungen) nur möglich ist. Tammen nennt selbst u. a. diese Erscheinung „fast versteckt" (S. 369 und 372); aber auf der letzteren Seite glaubt er dieselbe „mit genügender Sicherheit ausgesprochen" zu sehen. Und doch ist die von ihm mitgetheilte Versuchstabelle trotz ihrer Beschränktheit nicht ausnahmslos und wurde wohl mitunter der Draht durch seine „Stossversuche" auf harte Proben gestellt.

Statt dessen verweisen wir auf das von Streintz[7]) ausgesprochene Gesetz und auf die Ergebnisse unserer zweiten Mittheilung (S. 253 das.), wonach grosse Torsionen das Decrement vergrössern, kleine es herabmindern. Jene Abhandlung[7]) citirt Tammen ausser S. 251 (bei I und 1) und S. 357, 359[8]), 365 (bei II und 2) noch S. 379 (bei III und 3); aber hier mit der Bemerkung, dass er von ihr erst vor kurzem Kenntnis erhalten und für diese Erscheinungen „rechte Ausbeute machen zu können" geglaubt, dass er sich aber „darin vollständig getäuscht" habe. Mit Unrecht, wie wir soeben zeigen.

7) Bd. 16, S. 493.

8) Das in jener Anmerkung besprochene Ergebnis Streintz'scher Versuche ist auch in unserer zweiten Mittheilung erwähnt und S. 244 u. f. (§§ 9 u. 10) erklärt. Vgl. auch obigen Text weiter unten, gleich nach der Figur daselbst.

Wenn hiermit aus dem Ringe der Erscheinungen I 1, II 2, III 3 die letzte (3) herausfällt, so berührt dies die Erklärungsweise der vorausgehenden Glieder nicht; die Theorie der Spiralfasern und Inflexionspunkte, könnte man sie kurzweg nennen (s. z. B. S. 377), umfasst dafür den vorhin angedeuteten Ersatz. Denn die grossen Torsionen (und „Stossversuche") erzeugen solche Inflexionspunkte und damit das grosse Decrement; die kleinen Torsionen reichen so zu sagen nicht an diese Inflexionspunkte und haben also ein kleineres Decrement. Tammen leugnet auch (S. 376) die Abhängigkeit des Decrementes von der Amplitude, das Wachsen des ersteren mit der letzteren, obwohl sich dies nach dem eben Gesagten ganz in die bezeichnete Theorie einfügt, von ihr so zu sagen gefordert wird. Es mag zu dem Ende, gleichsam als Ergebnis unserer Tabelle[3]), die Curve betrachtet werden, deren Ordinaten aufeinanderfolgende Decremente einer langen Beobachtungsreihe darstellen sollen[9]).



Fängt man zu beobachten an mit A, so erhält man anfangs steigende Decremente; von einem Punkte B wie bis gegen C hin scheinen dieselben nahe constant zu verlaufen, sind aber zuletzt schon im Fallen begriffen. So erklärt sich auch jene Beobachtung von Streintz[8]). Weiterhin fällt das Decrement rapider. —

Zum Schlusse noch eine kurze Erwiderung auf einige der Stellen in Tammen's Abhandlung, in welchen unsere erste Mittheilung genannt wird:

S. 353 u. 354: Der erste Theil der Alternative daselbst ist gewiss zu bejahen und würden einzelne Ausnahmsfälle daran so wenig ändern, als diejenigen in den Tabellen S. 359 u. 368. Dass „bei allen Beobachtungen (vor Tammen) die Wanderung der Ruhelage so sehr ausser Acht gelassen worden, dass für diese einfache Entscheidung aus ihnen nichts zu entnehmen sei", müssen wir hinsichtlich des oben mit I bezeichneten Phänomens bestreiten. Und hinsichtlich II hebt Tammen selbst S. 358 mit Recht hervor, dass diese Erscheinung insofern als

9) Die Curve wurde nicht nach den Beobachtungen construirt, sondern soll nur das Steigen und Fallen anzeigen.

hypothetisch anzusehen sei, als sie nach den bekannten Methoden im Experimente nicht direct nachgewiesen werden könne. Bezüglich III ist oben schon das Nöthige gesagt worden.

S. 364 u. 365: Die „Nachwirkungen I. und II. Art“ in unserer ersten Mittheilung waren dort ein kurzer Ausdruck für die damalige Phase der Entwicklung der Ideen, insbesondere im Hinblick auf die vorausgegangene Abhandlung von P. M. Schmidt, mit deren Kritik wir uns dort ausgesprochenermassen auch befasst haben. In unserer zweiten Mittheilung kehrt jene Bezeichnung nicht mehr wieder. Mit Rücksicht hierauf und auf den vorigen Absatz haben wir auch bei dieser dritten Mittheilung, da der Titel der vorigen zu eng erscheinen konnte, insofern er wörtlich genommen nur das Studium der Decremente in sich begreift, den obigen Titel gewählt[10]).

---

10) Auch die Benennung „innere Reibung“ ist als Abkürzung für die ins Feld geführten Spiralfasern und Inflexionen ganz zutreffend, für sich allein aber wohl zu allgemein und wenig bezeichnend.

Die Theorie der elliptischen Doppelbrechung.

Von

E. Lommel.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Münchener Akademie mitgetheilt.)

In einer vorausgegangenen Mittheilung[1]) habe ich gezeigt, dass sich die Drehung der Polarisationsebene in isotropen Mitteln aus den einfachen Vorstellungen, welche meiner Lichttheorie zu Grunde liegen, in befriedigender Weise erklärt. Die nämlichen Principien, auf die Fortpflanzung des Lichtes in krystallisirten Körpern angewandt, führen auch zur Erklärung der elliptischen Doppelbrechung. Man braucht den Gleichungen, welche die Mitbewegung der Körpertheilchen in Krystallen bestimmen[2]), nur diejenigen Glieder hinzuzufügen, welche der vorigen Mittheilung zufolge die Einwirkung des schraubenartigen Baues der Moleküle ausdrücken, während die Bewegungsgleichungen des Aethers ungeändert die nämlichen bleiben wie in isotropen Körpern.

Bildet die Normale der fortgepflanzten ebenen Welle, zugleich die z-Axe unseres rechtwinkligen Coordinatensystems, mit der Richtung der Schraubenaxen der Moleküle einen Winkel, dessen Cosinus w_3 ist, so sind

$$-2\delta w_3^2 m \frac{d(y'-y)}{dt} \quad \text{und} \quad +2\delta w_3^2 m \frac{d(x'-x)}{dt}$$

die Zusatzglieder, welche zu den resp. nach der x- und y-Axe gerichteten Kraftcomponenten hinzugefügt werden müssen. Die Schraubenaxe jedes Moleküls nehmen wir als zusammenfallend an mit einer seiner drei auf einander senkrechten Elasticitätsaxen. In Bezug auf diese gegebenen Richtungen wird die Lage des Coordinatensystems, dessen xy-Ebene die festgepflanzte Welle ist, bestimmt durch die Cosinus

$$u_1,\ v_1,\ w_1;\ u_2,\ v_2,\ w_2;\ u_3,\ v_3,\ w_3$$

der Winkel, welche resp. die x-, y- und z-Axe mit jenen drei Richtungen einschliessen.

---

1) Sitzb. d. Münch. Akad. d. Wiss. Bd. 11, 1881, S. 454; Repert. Bd. 18 S. 518 ff.
2) Repert. Bd. 15 S. 161; Wied. Ann. Bd. 4, 1878, S. 58.

Die Bewegungsgleichungen der Körpertheilchen lauten alsdann:

$$\left.\begin{aligned}
&m\frac{d^2(x'-x)}{dt^2}+2km\frac{d(x'-x)}{dt}+2\delta w_3^2 m\frac{d(y'-y)}{dt}\\
&\quad+mN_1(x'-x)+mT_3(y'-y)+mT_2(z'-z)\\
&\quad+2m\nu\left(\frac{d\xi}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)=0,\\
&m\frac{d^2(y'-y)}{dt^2}-2\delta w_3^2 m\frac{d(x'-x)}{dt}+2km\frac{d(y'-y)}{dt}\\
&\quad+mT_3(x'-x)+mN_2(y'-y)+mT_1(z'-z)\\
&\quad+2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)=0,
\end{aligned}\right\} \quad (1$$

diejenigen des Aethers aber wie immer:

$$\left.\begin{aligned}
&\mu\frac{d^2(x-\xi')}{dt^2}=\omega^2\left(\frac{d^2(x-\xi')}{dx^2}+\frac{d^2(x-\xi')}{dy^2}+\frac{d^2(x-\xi')}{dz^2}\right)\\
&\quad+2m\nu\left(\frac{d\xi}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right),\\
&\mu\frac{d^2(y-\eta')}{dt^2}=\omega^2\left(\frac{d^2(y-\eta')}{dx^2}+\frac{d^2(y-\eta')}{dy^2}+\frac{d^2(y-\eta')}{dz^2}\right)\\
&\quad+2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (2$$

Darin bedeuten x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten der gemeinschaftlichen Gleichgewichtslage der in demselben Volumenelement enthaltenen Körpermasse m und Aethermasse μ und x', y', z'; ξ, η', ζ ihre resp. Coordinaten zur Zeit t. Ferner ist:

$$\left.\begin{aligned}
N_1&=p_1^2u_1^2+p_2^2v_1^2+p_3^2w_1^2\\
N_2&=p_1^2u_2^2+p_2^2v_2^2+p_3^2w_2^2\\
N_3&=p_1^2u_3^2+p_2^2v_3^2+p_3^2w_3^2
\end{aligned}\right\} \quad (3$$

$$\left.\begin{aligned}
T_1&=p_1^2u_2u_3+p_2^2v_2v_3+p_3^2w_2w_3\\
T_2&=p_1^2u_1u_3+p_2^2v_1v_3+p_3^2w_1w_3\\
T_3&=p_1^2u_1u_2+p_2^2v_1v_2+p_3^2w_1w_2,
\end{aligned}\right\} \quad (4$$

wo p_1, p_2, p_3 die mit 2π multiplicirten Schwingungszahlen der Eigenschwingungen darstellen, deren das Molekül parallel zu seinen drei Elasticitätsaxen fähig ist.

Man genügt den obigen Differentialgleichungen durch das Werthsystem:

$$\left.\begin{aligned} x-\xi &= Al,\ y-\eta' = Bl,\ z-\zeta = 0, \\ x'-x &= Ll,\ y'-y = Ml,\ z'-z = 0, \\ l &= e^{-\left(K+\frac{q}{c}i\right)z+qit}, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

worin q die mit 2π multiplicirte Schwingungszahl der fortgepflanzten Welle ausdrückt, während die Constanten A, B, L, M, ferner die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c und das Absorptionsvermögen K noch zu bestimmen sind.

Setzt man die Werthe 5 in die Gleichungen 2, so werden sie:

$$\mu q^2 + \omega^2\left(K+\frac{q}{c}i\right)^2 - 2m\nu q i\left(1+\frac{L}{A}\right) = 0,$$

$$\mu q^2 + \omega^2\left(K+\frac{q}{c}i\right)^2 - 2m\nu q i\left(1+\frac{M}{B}\right) = 0,$$

und zeigen zunächst, dass

$$\frac{L}{A} = \frac{M}{B} = \varrho \tag{6}$$

sein muss, während zur Bestimmung von K und c die einzige complexe Gleichung

$$\mu q^2 + \omega^2\left(K+\frac{q}{c}i\right)^2 - 2m\nu q i(1+\varrho) = 0 \tag{7}$$

zurückbleibt.

Die Gleichungen 1 dagegen nehmen nach Substitution der Werthe 5 die folgende Gestalt an:

$$[N_1 - q^2 + 2(k-\nu)qi]\,L + (T_3 + 2\delta w_3^2 qi)\,M - 2\nu q i A = 0,$$

$$[N_2 - q^2 + 2(k-\nu)qi]\,M + (T_3 - 2\delta w_3^2 qi)\,L - 2\nu q i B = 0,$$

oder wenn man gemäss (6) $L = A\varrho$, $M = B\varrho$ eingeführt und

$$2qi\left(\frac{\nu}{\varrho}+\nu-k\right) = s \tag{8}$$

setzt:

$$\left.\begin{aligned} N_1 - q^2 - s + (T_3 + 2\delta w_3^2 qi)\frac{B}{A} &= 0, \\ N_2 - q^2 - s + (T_3 - 2\delta w_3^2 qi)\frac{A}{B} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Werden diese beiden Gleichungen, nachdem

$$\frac{B}{A} = \beta \tag{10}$$

gesetzt worden, von einander abgezogen, so ergibt sich zur Bestimmung von β die Gleichung:

$$(T_3 + 2\delta w_3^2 q i)\beta^2 - (N_2 - N_1)\beta - (T_3 - 2\delta w_3^2 q i) = 0, \tag{11}$$

aus welcher zwei Werthe von β, nämlich

$$\beta = \frac{T_3 - 2\delta\, w_3^2 q i}{T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2} \times \left(\frac{1}{2}(N_2 - N_1) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2}\right), \tag{12}$$

hervorgehen, zu welchen vermöge 9 die folgenden zwei Werthe von s sich zuordnen:

$$s = \frac{1}{2}(N_1 - q^2 + N_2 - q^2), \pm \sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2}. \tag{13}$$

Da nach 8:

$$\varrho = \frac{si + 4\nu(k-\nu)\, q^2}{s^2 + 4\ (k-\nu)^2 q^2}$$

ist, so zerfällt die Gleichung 7 in folgende zwei:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{c^2} - \frac{K^2}{q^2} &= \frac{\mu}{\omega^2}\left(1 + \frac{4m\nu^2}{\mu} \cdot \frac{s}{s^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}\right), \\ 2 \cdot \frac{K}{q} \cdot \frac{1}{c} &= \frac{\mu}{\omega^2} \cdot \frac{2m\nu}{\mu q} \cdot \frac{s^2 + 4k(k-\nu)\, q^2}{s^2 + 4\ (k-\nu)^2 q^2}, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

aus welchen sich, wenn man zur Abkürzung

$$\left.\begin{aligned} 1 + \frac{4m\nu^2}{\mu} \cdot \frac{s}{s^2 + 4(k-\nu)^2 q^2} &= P \\ \frac{2m\nu}{\mu q} \cdot \frac{s^2 + 4k(k-\nu)\, q^2}{s^2 + 4(k-\nu)^2 q^2} &= Q \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

setzt und $\omega|\sqrt{\mu}$, d. i. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im freien Aether, gleich 1 annimmt, c und K wie folgt ergeben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{c^2} &+ \frac{1}{2}(\sqrt{P^2 + Q^2} + P), \\ \frac{K^2}{q^2} &= \frac{1}{2}(\sqrt{P^2 + Q^2} - P)\cdot \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Jedem der beiden Werthe von s oder β, welche wir fortan mit s_1, s_2 und β_1, β_2 bezeichnen wollen, entspricht hienach ein zugehöriger Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit (c_1 und c_2) und des Absorptionsvermögens (K_1 und K_2).

Es ist aber

$$\beta_1 = \frac{T_3 - 2\delta w_3^2 q i}{T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2}\left[\sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2} + \frac{1}{2}(N_2 - N_1)\right],$$

oder, wenn man

$$\left.\begin{aligned} \cos\psi &= \frac{T_3}{\sqrt{T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2}}, \\ \sin\psi &= \frac{2\delta w_3^2 q}{\sqrt{T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2}}, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

und

$$\alpha = \frac{\sqrt{T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2}}{\sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2} + \frac{1}{2}(N_2 - N_1)} \tag{18}$$

setzt,

$$\beta_1 = \frac{1}{\alpha}\cdot e^{-\psi i} \quad \text{und} \quad \beta_2 = -\alpha\cdot e^{-\psi i}. \tag{19}$$

Da sonach $A = B/\beta_1 = \alpha e^{\psi i} B$ ist, so erhält man, indem man der Einfachheit wegen ξ statt $x - \xi'$ und η statt $y - \eta'$ schreibt, zur Geschwindigkeit c_1 gehörig die beiden Schwingungscomponenten:

$$\xi_1 = \alpha B e^{-(K_1 + \frac{q}{c_1} i) z + q i t + \psi i}, \quad \eta_1 = B e^{-(K_1 + \frac{q}{c_1} i) z + q i t};$$

und ebenso, da $B = \beta_2 A = -\alpha e^{-\psi i} A$ ist, die mit der Geschwindigkeit c_2 sich fortpflanzenden Schwingungen:

$$\xi_2 = A e^{-(K_2 + \frac{q}{c_2} i) z + q i t}, \quad \eta_2 = -\alpha A e^{-(K_2 + \frac{q}{c_2} i) z + q i t - \psi i},$$

oder wenn man bloss die reellen Antheile dieser Ausdrücke beibehält:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= \alpha B e^{-K_1 z}\cos\left(q t - \frac{q}{c_1} z + \psi\right), \\ \eta_1 &= B e^{-K_1 z}\cos\left(q t - \frac{q}{c_1} z\right), \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

$$\left.\begin{aligned} \xi_2 &= A e^{-K_2 z}\cos\left(q t - \frac{q}{c_2} z\right), \\ \eta_2 &= -\alpha A e^{-K_2 z}\cos\left(q t - \frac{q}{c_2} z - \psi\right). \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Indem man zur Abkürzung $Be^{-K_1 z} = a_1$, $Ae^{-K_2 z} = a_2$ setzt, erkennt man leicht, dass ξ_1, η_1 einerseits und ξ_2, η_2 andrerseits resp. die Coordination der beiden Ellipsen:

$$\frac{\xi_1^2}{\alpha^2 a_1^2} + \frac{\eta_1^2}{a_1^2} - \frac{2\xi_1 \eta_1 \cos\psi}{\alpha a_1^2} = \sin^2\psi \qquad (22$$

und

$$\frac{\xi_2^2}{a_2^2} + \frac{\eta_2^2}{\alpha^2 a_2^2} + \frac{2\xi_2 \eta_2 \cos\psi}{\alpha a_2^2} = \sin^2\psi \qquad (23$$

sind, und es ergibt sich somit, dass nach der gegebenen Richtung in dem Krystall zwei entgegengesetzt elliptisch polarisirte Wellen, deren Bahnellipsen einander ähnlich, aber um einen rechten Winkel gegen einander gedreht sind, mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortschreiten.

Betrachten wir nun die Bahnellipsen etwas genauer, indem wir z. B. die Gleichung der ersteren (22), welche der grösseren Geschwindigkeit c_1 entspricht, zu ihren Axen transformiren, so bestimmt sich der Winkel φ, welchen die Axenrichtung mit der x-Axe einschliesst, aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2\alpha\cos\psi}{1-\alpha^2}, \qquad (22$$

welche, wenn statt α und $\cos\psi$ die obigen Werthe eingesetzt werden, in

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2T_3}{N_2 - N_1} \qquad (24^a$$

sich umgestaltet.

Nun haben wir früher[1]) gezeigt, dass die Schwingungsrichtungen und die Geschwindigkeiten der beiden geradlinig polarisirten Wellen, welche sich in dem Krystall bei gewöhnlicher Doppelbrechung fortpflanzen, durch die Axen der Ellipse

$$(N_1 - q^2)x^2 + (N_2 - q^2)y^2 + 2T_3 xy = 1$$

bestimmt werden, welche ein senkrecht zur Wellennormale geführter Diametralschnitt des „Absorptionsellipsoides" ist, dessen Gleichung, auf das Coordinatensystem der Haupt-Elasticitätsaxen bezogen,

$$(p_1^2 - q^2)x_1^2 + (p_2^2 - q^2)y_1^2 + (p_3^2 - q^2)z_1^2 = 1$$

lautet. Transformirt man auch diese Ellipse zu ihren Axen, so ergibt sich der Winkel φ', den die Axenrichtung mit der Richtung der x bildet, aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\varphi' = -\frac{2T_3}{N_2 - N_1},$$

1) Theorie der Doppelbrechung. Repert. Bd. 15 S. 163; Wied. Ann. Bd. 4 S. 60.

also genau wie 24[a]. Die Axenrichtungen der Bahnellipse (22) fallen sonach mit denjenigen der letzteren Ellipse zusammen, und man überzeugt sich leicht, dass die grosse Axe der ersteren mit derjenigen Axe der letzteren coincidirt, zu welcher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c_1 gehört. Es ergibt sich also, dass die grossen Axen der beiden Bahnellipsen dieselbe Lage haben, wie die gradlinigen Schwingungen, welche sich mit den entsprechenden Geschwindigkeiten in dem Krystall fortpflanzen würden, wenn seine Moleküle symmetrisch gebaut wären.

Vermöge derselben Transformationsrechnung findet man sofort auch das Axenverhältnis γ der beiden Bahnellipsen, nämlich:

$$\gamma = \frac{2\alpha \sin\psi}{1 + \alpha^2 + \sqrt{(1-\alpha^2)^2 + 4\alpha^2 \cos^2\psi}}, \tag{22}$$

oder auch, wenn man statt α und ψ ihre obigen Werthe einführt:

$$\gamma = \frac{2\delta w_3^2 q}{\sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2} + \sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2}} \tag{25^a}$$

Dieses Verhältnis wird $= 0$, wenn $w_3 = 0$ ist, d. h. nach allen Richtungen senkrecht zur Schraubenaxe pflanzen sich geradlinig polarisirte Strahlen fort, und zwar, wie schon aus den Grundgleichungen 1 hervorgeht, nach den Gesetzen der gewöhnlichen Doppelbrechung.

Das Verhältnis γ wird dagegen $= 1$, wenn $T_3 = 0$ und $N_2 = N_1$ wird, d. h. wenn der obige Diametralschnitt des Absorptionsellipsoids mit der Wellenebene ein Kreis ist, oder wenn die Wellennormale mit einer der beiden optischen Axen zusammenfällt. Die optischen Axen sind also jetzt dadurch ausgezeichnet, dass sich in ihrer Richtung zwei entgegengesetzt kreisförmig polarisirte Wellen mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen. Ihre Lage ist, wie man sieht, von der Grösse δ unabhängig und demnach genau dieselbe, welche sie unter den nämlichen Elasticitätsverhältnissen in einem Krystall ohne Rotationsvermögen besitzen würden. Diese Circularpolarisation kann indessen nur dann eintreten, wenn die Schraubenaxe in die Richtung der grössten oder der kleinsten molecularen Elasticität fällt; wenn dagegen die Schraubenaxe mit der Richtung mittlerer Elasticität zusammenfällt, und demnach senkrecht steht zur Ebene der optischen Axen, so findet in dieser, wegen $w_3 = 0$, Doppelbrechung nach den gewöhnlichen Gesetzen statt.

Der Phasenunterschied D der beiden elliptischen Wellen ist:

$$D = qz\left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1}\right) = qz \cdot \frac{\frac{1}{c_2^2} - \frac{1}{c_1^2}}{\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}}.$$

Bei farblos durchsichtigen Krystallen, für welche das Absorptionsvermögen K sehr klein und demnach (zufolge der zweiten Gleichung 16) auch Q sehr klein ist, kann man genähert

$$\frac{1}{c^2} = P$$

nehmen. Vernachlässigt man in dem Nenner des Ausdrucks P (erste der Gleichungen 15) auch noch die kleine Grösse $4(k-\nu)^2 q^2$ gegenüber s^2, so erhält man:

$$\frac{1}{c_2^2} - \frac{1}{c_1^2} = P_2 - P_1 = \frac{4m\nu^2}{\mu}\left(\frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}\right) = \frac{4m\nu^2}{\mu} \cdot \frac{s_1 - s_2}{s_1 s_2},$$

also mit Rücksicht auf Gleichung 13:

$$D = qz \cdot \frac{4m\nu^2}{\mu} \cdot \frac{2}{s_1 s_2\left(\frac{1}{c_1} = \frac{1}{c_2}\right)} \sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2 + 4\delta^2 w_3^4 q^2}. \quad (26$$

Statt wie bisher die Richtung der Wellennormale durch die Cosinus u_3, v_3, w_3 der drei Winkel, welche sie mit den drei Hauptelasticitätsaxen einschliesst, anzugeben, führen wir jetzt die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 ein, welche sie mit den beiden optischen Axen, d. i. mit den Normalen der Kreisschnitte des Ellipsoids

$$(p_1^2 - q^2)x_1^2 + (p_2^2 - q^2)y_1^2 + (p_3^2 - q^2)z_1^2 = 1$$

bildet. Die reciproken Quadrate s'_1 und s'_2 der Halbaxen des der Wellenebene parallelen Diametralschnitts sind alsdann bekanntlich durch die Gleichungen:

$$s'_1 = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_3^2 - 2q^2) + \frac{1}{2}(p_1^2 - p_3^2)\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)$$

$$s'_2 = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_3^2 - 2q^2) + \frac{1}{2}(p_1^2 - p_3^2)\cos(\vartheta_1 + \vartheta_2)$$

ausgedrückt, aus welchen

$$s'_1 - s'_2 = (p_1^2 - p_3^2)\sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2$$

folgt.

Andrerseits ergibt sich aus der Gleichung dieses Diametralschnitts:

$$(N_1 - q^2)\,x^2 + (N_2 - q^2)\,y^2 + 2\,T_3' xy = 1$$

die nämliche Differenz in folgender Gestalt:

$$s'_1 - s'_2 = 2\sqrt{\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2},$$

so dass man hat:

$$\frac{1}{4}(N_2 - N_1)^2 + T_3^2 = \left(\frac{1}{2}(p_1^2 - p_3^2)\sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2\right)^2. \tag{27}$$

Bezeichnen wir ferner mit Θ den Winkel, den jede der optischen Axen mit der z_1-Axe (d. i. mit der zur Schraubenaxe parallelen Haupt-Elasticitätsrichtung) bildet, so ist

$$\cos\vartheta_1 = \quad u_3 \sin\Theta + w_3 \cos\Theta$$
$$\cos\vartheta_2 = -u_3 \sin\Theta + w_3 \cos\Theta,$$

folglich:

$$w_3 = \frac{\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2}{2\cos\Theta},$$

oder, da

$$\cos\Theta = \sqrt{\frac{p_2^2 - p_3^2}{p_1^2 - p_3^2}}$$

ist:

$$w_3^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{p_1^2 - p_3^2}{p_2^2 - p_3^2}\left(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2\right)^2. \tag{28}$$

Mit Rücksicht auf die Gleichungen 27 und 28 gestaltet sich nun der Ausdruck für den Phasenunterschied wie folgt:

$$D = qz\cdot\frac{4m\nu^2}{\mu}\cdot\frac{p_1^2 - p_3^2}{p_2^2 - p_3^2}\cdot\frac{(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)^2}{s_1 s_2\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)}\times \tag{26a}$$

$$\sqrt{\left[(p_2^2 - p_3^2)\cdot\frac{\sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2}{(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)^2}\right]^2 + \delta q^2}.$$

Hierin sind die Grössen s_1, s_2, c_1, c_2 nach Maassgabe der Gleichungen 13, 15 und 16 ebenfalls noch von der Richtung der Wellennormale (oder von ϑ_1 und ϑ_2) abhängig. Man wird jedoch, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, statt ihrer auch die Werthe s'_1, s'_2, c'_1 und c'_2 setzen dürfen, welche für den nämlichen Krystall bei normaler Doppelbrechung ($\delta = 0$) gelten würden, ja man wird, falls ϑ_1 und ϑ_2 hinreichend klein sind, den Nenner

$$s_1 s_2\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)$$

als constant ansehen dürfen, indem man ihm denjenigen Werth beilegt, welchen er für die z_1-Axe annimmt.

Werden jetzt auch noch in den Ausdruck für das Axenverhältnis 25^a die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 eingeführt, so stellt sich derselbe noch in folgender Form dar:

$$\gamma = \delta q : \left[(p_2^2 - p_3^2)\frac{\sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2}{(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)^2} + \sqrt{\left[(p_2^2 - p_3^2)\frac{\sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2}{(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)^2}\right]^2 + \delta^2 q^2}\,\right]. \tag{25^b}$$

Die bisherigen Entwicklungen gelten ganz allgemein für zweiaxige Krystalle. Man erhält aus ihnen die für einaxige Krystalle giltigen Formeln, wenn man $p_2 = p_1$ und sonach $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta$ setzt, wo nun $\vartheta = \operatorname{arc}\cos w_3$ den Winkel bedeutet, welchen die Wellennormale mit der optischen Axe, die zugleich die Axe des schraubenartigen Baues ist, einschliesst. Der Phasenunterschied wird alsdann:

$$D = qz \cdot \frac{4mv^2}{\mu} \cdot \frac{\cos^2\vartheta}{s_1 s_2\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)}\sqrt{\left[(p_1^2 - p_3^2)\operatorname{tg}^2\vartheta\right]^2 + 4^2\delta^2 q^2}. \tag{29}$$

Nun ist aber, wenn wir die bereits oben angewendete Annäherung zulassen:

$$\frac{1}{c_1^2} - 1 = \frac{4mv^2}{\mu}\cdot\frac{1}{s_1}, \qquad \frac{1}{c_2^2} - 1 = \frac{4mv^2}{\mu}\cdot\frac{1}{s_2},$$

folglich:

$$\frac{4mv^2}{\mu}\cdot\frac{1}{s_1 s_2} = \frac{\mu}{4mv^2}\cdot\left(\frac{1}{c_1^2} - 1\right)\left(\frac{1}{c_2^2} - 1\right).$$

Mit demselben Grade der Annäherung hat man ferner[1]):

$$p_1^2 - q^2 = \frac{4mv^2}{\mu}\cdot\frac{1}{n^2 - 1}, \qquad p_3^2 - q^2 = \frac{4mv^2}{\mu}\cdot\frac{1}{n'^2 - 1},$$

also:

$$p_1^2 - p_3^2 = \frac{4mv^2}{\mu}\cdot\frac{n'^2 - n^2}{(n^2 - 1)(n'^2 - 1)},$$

wo n' den Hauptbrechungscoefficienten der aussergewöhnlichen, n denjenigen der gewöhnlichen Strahlen bezeichnet. Nach Einsetzung dieser Werthe ergibt sich:

$$D = qz \cdot \frac{\left(\frac{1}{c_1^2} - 1\right)\left(\frac{1}{c_2^2} - 1\right)}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{n'^2 - n^2}{(n^2-1)(n'^2-1)}\sin^2\vartheta\right)^2 + \left(\frac{\mu\delta}{mv^2} q \cos^2\vartheta\right)^2}. \tag{30}$$

1) Repert. Bd. 15 S. 167; Wied. Ann. Bd. 4, 1878, S. 65.

Wenn der Winkel ϑ klein ist, sind die Geschwindigkeiten c_1 und c_2 nur wenig von einander und von derjenigen Geschwindigkeit verschieden, welche bei Abwesenheit des Rotationsvermögens längs der Krystallaxe stattfinden würde. Man kann daher genähert

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{c_2} = n$$

annehmen. Ersetzt man ferner q durch seinen Werth $2\pi/\lambda$, und dividirt beiderseits durch $2\pi z$, so dass die Formel nun den Gangunterschied

$$d = \frac{D}{2\pi z}$$

für die Einheit der im Krystall durchlaufenen Strecke nach Wellenlängen gemessen angibt, so hat man:

$$d = \sqrt{\left(\frac{n^2-1}{n'^2-1} \cdot \frac{n'^2-n^2}{2n\lambda} \sin^2\vartheta\right)^2 + \left(\frac{\pi\mu\delta}{m\nu^2} \cdot \frac{(n^2-1)^2}{n\lambda^2} \cos^2\vartheta\right)^2}. \quad (31$$

Hieraus ergibt sich der Gangunterschied d_0 in der Richtung der Axe (für $\vartheta = 0$):

$$d_0 = \frac{\pi\mu\delta}{m\nu^2} \cdot \frac{(n^2-1)^2}{n\lambda^2},$$

oder, wenn zur Abkürzung

$$a = \frac{\pi\mu\delta}{m\nu^2}$$

gesetzt wird:

$$d_0 = a \cdot \frac{(n^2-1)^2}{n\lambda^2}. \quad (32$$

Setzen wir noch der Kürze wegen:

$$b = \frac{n^2-1}{n'^2-1} \cdot \frac{n'^2-n^2}{2n\lambda}, \quad (33$$

so erhalten wir für den Gangunterschied:

$$d = \sqrt{(b\sin^2\vartheta)^2 + (d_0\cos^2\vartheta)^2}, \quad (34$$

und für das Axenverhältnis:

$$\gamma = \frac{d_0\cos^2\vartheta}{b\sin^2\vartheta + \sqrt{(b\sin^2\vartheta)^2 + (d_0\cos^2\vartheta)^2}}. \quad (35$$

Diese beiden Gleichungen haben genau dieselbe Form wie diejenigen von Cauchy, mit welchen Jamin[1]) seine am Bergkrystall durchgeführten zahlreichen Messungen der Grössen d und γ verglichen hat, nur dass nach Cauchy

$$b = \frac{n}{n'} \cdot \frac{n'-n}{\lambda}$$

sein soll.

1) Jamin, Mémoire sur la double Réfraction elliptique du Quartz. Ann. de Chimie et de Physique. 3e Série. T. 30, 1850, p. 55.

Jamin gibt die Wellenlänge des weissen Lichts, auf welches sich seine Beobachtungen beziehen, zu $\lambda = 0{,}000561^{mm}$ an. Nehmen wir für n' und n aus den Beobachtungen von Mascart die Werthe für die Fraunhofer'sche Linie D, deren Wellenlänge der obigen am nächsten kommt, nämlich $n' = 1{,}55338$ und $n = 1{,}54423$, so ergibt sich nach Formel 33:

$$b = 16{,}030,$$

während d_0 nach Jamin's Messung den Werth 0,1200 hat. Indem Jamin den von Malus gegebenen Werth von n (1,5484) benutzt und $n' - n$ durch directe Messung zu 0,00905 bestimmt, findet er nach Cauchy's Formel:

$$b = 16{,}034.$$

Der Umstand, dass der Werth von b, welchen Jamin seiner Rechnung zu Grunde gelegt hat, so genau mit dem aus unserer Formel 33 sich ergebenden übereinstimmt, hat zur Folge, dass diese Rechnung unmittelbar als Bestätigung unserer Theorie anzusehen ist, und daher nicht wiederholt zu werden braucht.

Zu einer weiteren Bestätigung unserer Theorie gibt die Formel 32 Anlass. Dem Gangunterschiede d_0 ist nämlich die Drehung Δ der Polarisationsebene proportional, welche eine senkrecht zur Axe geschnittene Bergkrystallplatte hervorbringt, oder es ist

$$\Delta = C \cdot \frac{(n^2 - 1)^2}{n \lambda^2}. \qquad (36$$

Die folgende Tabelle, in welcher die von Stefan beobachteten Werthe der Drehungen für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien mit den aus Formel 36 unter Zugrundelegung der von Mascart gemessenen Brechungscoefficienten und der von Ketteler angewendeten Wellenlängen berechneten zusammengestellt sind, zeigt, dass die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung eine sehr befriedigende ist.

Tabelle.

Drehung der Polarisationsebene im Quarz.

$\log C = 0{,}7831534.$

Fraunhofer-sche Linien	λ	n	Δ beobachtet	Δ berechnet	Differenz
B	0,68661	1,54099	15,55	15,79	— 0,24
C	0,65602	1,54188	17,22	17,35	— 0,13
D	0,58878	1,54423	21,67	21,74	— 0,07
E	0,52680	1,54718	27,46	27,46	0,00
F	0,48597	1,54966	32,69	32.57	+ 0,12
G	0,43077	1,55492	42,37	42.28	+ 0,09
H	0,39674	1,55816	50,98	50,46	+ 0,52

Die Formel 36 stellt übrigens nicht bloss für den Quarz, sondern für alle activen Körper den Zusammenhang dar zwischen der Drehung der Polarisationsebene, der Wellenlänge und dem Brechungscoefficienten; sie ist nichts anderes als das vervollständigte Biot'sche Gesetz. Man darf jedoch bei ihrer Anwendung nicht vergessen, dass sie aus den obigen genauen Formeln vermöge einer Reihe von Approximationen hervorgegangen ist, welche nicht für alle Körper in gleichem Grade zulässig sind, und darf daher auch nicht erwarten, dass sie sich in allen Fällen den Beobachtungen ebenso genau anschliesse, wie in obigem Beispiel.

Beitrag zur Theorie des Galilei'schen Fernrohrs.

Von

Dr. W. Pscheidl

in Teschen.



Fig. 1.

Durch wiederholte Beobachtungen und Messungen habe ich mich überzeugt, dass die in den Lehrbüchern enthaltene Theorie des Galilei'schen Fernrohrs theils unrichtig und theils bedeutend ungenau ist, und habe mich daher bemüht, eine mit der Erfahrung übereinstimmende richtige Theorie aufzustellen, die ich mir hiermit mitzutheilen erlaube.

Construction des Bildes, das man im Galilei-schen Fernrohr von einem innerhalb des Gesichtsfeldes desselben liegenden Gegenstande sieht.

Um das Bild des Punktes A vom Gegenstande AB (Fig. 1) im Fernrohre OO_1 zu finden, ziehe man sich denjenigen Strahl, welcher von A aus durch den ersten Brennpunkt des Objectivs F geht. Dieser wird bekanntlich nach seinem Durchgange durch das Objectiv sich parallel zur Axe des Fernrohrs fortpflanzen und würde nach A_1 gelangen, wenn nicht das Ocular da wäre. Da dieser Strahl auf das Ocular parallel zur optischen Axe desselben auffällt, wird er so gebrochen aus demselben austreten, als wenn er aus dem Zerstreuungspunkte käme. Liegt der Punkt A innerhalb des Gesichtsfeldes des Fernrohrs, so muss es unter den unzählig vielen Strahlen, welche von A aus auf das Objectiv auffallen, einen AC geben, der aus demselben in der Richtung CO_1A_1 austritt; denn betrachten wir das von A ausgehende ebene Strahlenbüschel, welches von dem Strahl AO einerseits und dem auf den obersten Rand des Objectivs auffallenden Strahl andrerseits begrenzt wird, so werden ihre Durchschnittspunkte mit der Axe des Fernrohrs, da sich, falls das Ocular nicht da wäre (von der sphärischen

Abweichung abgesehen), sämmtliche Strahlen des Büschels in A_1 schneiden würden, zugleich die Grenzpunkte bilden zwischen denen jeder Punkt der Axe des Fernrohrs von je einem Strahl des Büschels getroffen wird. Würde also bei richtiger Einstellung des Oculars kein Strahl des bezeichneten Büschels durch den optischen Mittelpunkt desselben gehen, so wäre der optische Mittelpunkt des Oculars näher zu $A_1 B_1$ als der Durchschnittspunkt des obersten Randstrahls jenes Büschels mit der Axe des Fernrohrs, und der Winkel, den dieser Strahl mit der Axe bilden würde, wäre grösser als der Sehwinkel, unter dem ein im optischen Mittelpunkte des Oculars befindlich gedachtes Auge den Halbmesser des Objectivs sehen würde, somit wäre, wie ich weiter unten darthun will, der Punkt A ausserhalb des Gesichtsfeldes. Der Strahl $CO_1 A_1$ wird, da er durch den optischen Mittelpunkt der gewöhnlich sehr dünnen Zerstreuungslinse geht, fast gar nicht gebrochen, so dass wir von der Brechung desselben gänzlich absehen können, und da sich die Richtungen dieses und des früher betrachteten Strahls in A_2 schneiden, wird das in das Fernrohr blickende Auge den Eindruck erhalten, als ob diese Strahlen aus A_2 kämen. A_2 ist somit das Bild des Punktes A. Ganz auf dieselbe Weise kann man B_2, d. i. das Bild des Punktes B finden.

Nach der in den Lehrbüchern vorkommenden Construction fällt das Bild zwischen Objectiv und Ocular. Sonach müsste das Fernrohr länger sein als die deutliche Sehweite des Beobachters, was gewöhnlich nicht der Fall ist. Das ist allerdings unwesentlich, da nichts dem entgegensteht, auch längere Galilei'sche Fernröhre zu construiren. Aber eines ist in der in den Lehrbüchern üblichen Construction des Bildes entschieden unrichtig, nämlich, dass der Sehwinkel, unter dem einem im optischen Mittelpunkte des Oculars befindlich gedachten Auge das Bild erscheint, bedeutend grösser sein soll als jener, unter welchem dasselbe Auge den Durchmesser des Objectivs sehen würde, wie aus der nun vorzunehmenden Untersuchung hervorgeht.

Bestimmung des Gesichtsfeldes des Galilei'schen Fernrohrs.

Denken wir uns im optischen Mittelpunkte des Oculars ein Auge, dessen Pupille einen unendlich kleinen Durchmesser habe, in der Richtung der Axe des Fernrohrs gegen das Objectiv blickend, so wird der Strahlenkegel, welcher in dasselbe gelangen kann, begrenzt sein durch die Strahlen, welche vom äussersten Rande der Oeffnung des

Objectivs in dasselbe kommen, und die Fläche, welche von diesem Auge durch das Fernrohr übersehen werden kann, wird von einem Kreise begrenzt sein, dessen Punkte jene Randstrahlen aussenden. Daraus lässt sich auf einfache Weise für ein derartig angenommenes Auge das Gesichtsfeld bestimmen.

Nehmen wir an, AB (Fig. 1) sei gerade gleich dem Durchmesser jenes Kreises, so sind der gemachten Ueberlegung zufolge die Strahlen AC und BD jene äussersten Randstrahlen, die Strecke CD ist gleich dem Durchmesser der Oeffnung des Objectivs, und das Gesichtsfeld ist der Winkel AOB, den wir bestimmen wollen. Setzen wir der Kürze halber $AB = g$, $A_1B_1 = \beta$, $OO_1 = l$, die Entfernung des Bildes A_1B_1 von $O = \alpha$, die Entfernung des Gegenstandes AB vom optischen Mittelpunkte des Objectivs $O = a$ und die Oeffnung des Objectivs $CD = s$, so haben wir wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke AOB, A_1OB_1, $A_1O_1B_1$ und CDO_1,

$$g : \beta = a : \alpha$$

und

$$\beta : s = (\alpha - l) : l,$$

woraus sich

$$g = \frac{a(\alpha - l)s}{\alpha l},$$

ergibt.

Da die Strecke g in Vergleich zu a sehr klein ist, so kann man sie als einen Bogen auffassen, dessen zugehöriger Halbmesser a und dessen Centriwinkel $\measuredangle AOB = \varphi$ ist, und dann ist auch

$$g = \frac{a\pi\varphi}{180}.$$

Setzt man nun die beiden von g gefundenen Werthe einander gleich, so hat man eine Gleichung, aus der man

$$\varphi = \frac{180(\alpha - l)s}{\pi\alpha l} \qquad (1$$

findet.

Es lässt sich leicht zeigen, dass diese Gleichung für das Gesichtsfeld mit jener übereinstimmt, welche bereits Lubimoff auf eine andere Weise entwickelte. Setzt man nämlich, wie das gewöhnlich zu geschehen pflegt und wie es Lubimoff[1]) thut, $\alpha = P$, der Brennweite des Objectivs, und $l = P - p$, wenn p die Zerstreuungsweite des Oculars bedeutet, so geht die Gleichung 1 über in

1) N. Lubimoff, Pogg. Ann. Bd. 148, S. 411.

$$\varphi = \frac{180ps}{\pi P(P-p)},$$

welche Gleichung mit der von Lubimoff gefundenen identisch ist. Die betreffende Abhandlung Lubimoff's scheint aber keine Beachtung gefunden zu haben, denn sonst hätte man es doch der Mühe werth gehalten, die Grösse des Gesichtsfeldes eines Galilei'schen Fernrohrs durch Beobachtung zu ermitteln, und hätte gefunden, dass die gegenwärtig noch übliche Bestimmung des Gesichtsfeldes aus dem Kegel, dessen Basis die Pupille des unmittelbar an der Ocularlinse durch das Fernrohr blickenden Auges und dessen Spitze die Mitte des Objectivs ist, der Erfahrung widerspricht.

Allerdings treffen die oben gemachten zwei Voraussetzungen, nämlich, dass die Pupille eine unendlich kleine Oeffnung habe und sich im optischen Mittelpunkte des Oculars befinde, nie zu. Ich will daher eine zweite Gleichung für das Gesichtsfeld ableiten und dabei auf den wirklichen Durchmesser der Pupille sowie auf die Entfernung derselben vom optischen Mittelpunkte des Oculars Rücksicht nehmen. Sei EF (Fig. 2) der Durchmesser der Pupille des beobachtenden Auges, so wird der grösste Strahlenkegel, welcher von der Pupille aufgefangen wird, begrenzt sein durch die Randstrahlen, wie z. B. CF und DE, deren Kreuzungspunkt M, weil wir annehmen wollen, dass EF keinesfalls weit vom optischen Mittelpunkte des Oculars entfernt ist, entweder mit dem optischen Mittelpunkte des Oculars zusammenfällt oder mindestens sehr nahe an demselben liegt, weshalb wir uns die Annahme erlauben dürfen, dass diese Strahlen ungebrochen durchgehen. Da diese Annahme nur annäherungsweise zulässig ist, so werden wir wieder keine streng giltige Gleichung für das Gesichtsfeld erhalten. Das soll aber auch nicht der Zweck

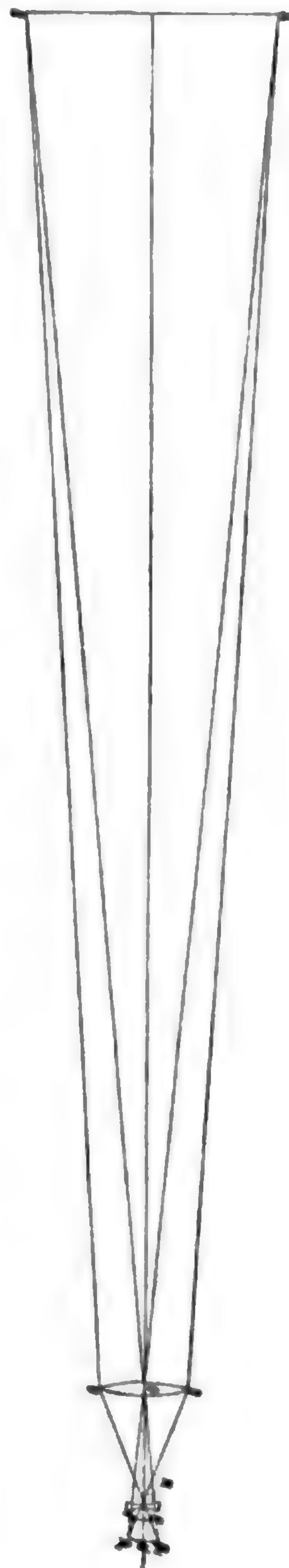


Fig. 2.

dieser Entwicklung sein, sondern es sollen an der zu entwickelnden Gleichung die Bedingungen abgeleitet werden, unter denen, wenn es sich nicht um eine sehr genaue Ermittelung des Gesichtsfeldes handelt, die oben entwickelte Gleichung 1 ausreichend ist. Haben g, a, α, β, l und s dieselbe Bedeutung, welche diesen Grössen oben beigelegt wurde, und setzen wir in Fig. 2 $OM = m$, $MN = n$, die Entfernung der Pupille EF vom optischen Mittelpunkte des Oculars $= \varepsilon$ und die Entfernung derselben von $M = d$, und sei endlich der Durchmesser der Pupille $EF = 0$, so haben wir wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke AOB, A_1OB_1, A_1MB_1, CDM und EFM,

$$g : \beta = a : \alpha$$

und

$$\beta : s = n : m.$$

Daraus ist

$$g = \frac{asn}{\alpha m}.$$

Ferner haben wir $s : o = m : d$, oder weil $m + d = l + \varepsilon$ ist:

$$(s + o) : (l + \varepsilon) = s : m, \text{ so dass } m = \frac{s(l + \varepsilon)}{s + o}.$$

Endlich ist

$$n = \alpha - m = \frac{\alpha(s + o) - s(l + \varepsilon)}{s + o}.$$

Setzt man nun die für m und n gefundenen Werthe in die für g gefundene Gleichung ein, so hat man

$$g = \frac{a[\alpha(s + o) - s(l + \varepsilon)]}{\alpha(l + \varepsilon)},$$

und da wieder $g = \frac{a\pi\varphi}{180}$ ist,

$$\varphi = \frac{180[\alpha(s + o) - s(l + \varepsilon)]}{\alpha(l + \varepsilon)\pi}. \tag{2}$$

Diese Gleichung für das Gesichtsfeld geht sofort in die Gleichung 1 über, wenn $o = 0$ und $\varepsilon = 0$ werden, d. h. wenn sich die Pupille im optischen Mittelpunkte des Oculars befindet und ihr Durchmesser $= 0$ ist.

Um zu erfahren, ob nicht auch unter andern Bedingungen die Gleichung 2 wenigstens annäherungsweise denselben Werth für φ liefert, wie 1, wollen wir 2 transformiren. Man erhält durch eine einfache Transformation, wobei man im Nenner aus $l + \varepsilon$ l heraushebt und $\left(1 + \frac{\varepsilon}{l}\right)^{-1} = 1 - \frac{\varepsilon}{l}$ setzt, was erlaubt ist, da ε gegen l sehr klein ist,

$$\varphi = \frac{180\,(\alpha - l)\,s}{\pi\alpha l} + \frac{180\left[(\alpha o - \varepsilon s)\left(1 - \frac{\varepsilon}{l}\right) - (\alpha - l)\,s\,\frac{\varepsilon}{l}\right]}{\pi\alpha l} \quad (3$$

Wie man sieht, geht diese Gleichung in die Gleichung 1 über, wenn $(\alpha o - \varepsilon s)\left(1 - \frac{\varepsilon}{l}\right) - (\alpha - l)\,s\,\frac{\varepsilon}{l} = 0$ wird, woraus sich

$$\varepsilon = \frac{\alpha(s + o) \pm \sqrt{\alpha^2 (s + o)^2 - 4\alpha o l s}}{2s} \text{ ergibt.}$$

Von dem doppelten Vorzeichen der Wurzelgrösse können wir hier nur das negative brauchen, da unserer Annahme gemäss ε nur sehr klein sein soll.

Wir sehen also, dass auch für ein wirkliches Auge unter günstigen Umständen die Gleichung 1 zur Bestimmung des Gesichtsfeldes verwendet werden kann. Ich werde weiter unten durch die Resultate, welche ich aus den Beobachtungen, die ich mit einem Galilei'schen Fernrohr machte, erhielt, darthun, dass der zweite Theil auf der rechten Seite der Gleichung 3 gewöhnlich nur einen sehr kleinen Werth hat, sodass man für gewöhnlich mit der Gleichung 1 zur Bestimmung des Gesichtsfeldes auskommt.

Länge des Galilei'schen Fernrohrs.

Allgemein wird angenommen, dass wenigstens annäherungsweise durch $P - p$ die Länge des Galilei'schen Fernrohrs bestimmt ist. Wenn auch diese Annahme unter besonders günstigen Umständen, wie wir sehen werden, begründet ist, so ist es doch nicht rathsam, dieselbe von vorneweg zu machen, weil man sich dadurch der Mittel begibt, zu zeigen, wie die Länge des Fernrohrs ausser von P und p auch von der Gegenstandsweite und der Sehweite des Beobachters abhängig ist, und weil man dadurch wirklich einen oft bedeutenden Fehler begehen kann. Bezeichnet man wieder wie oben die Länge mit l und die deutliche Sehweite des Beobachters mit w, so ist bekanntlich

$$l = \frac{aP}{a - P} - \frac{wp}{w + p}. \quad (4$$

Um diese Gleichung der Discussion zugänglicher zu machen, wollen wir sie transformiren, wobei wir wieder, da P gegen a und p gegen w gewöhnlich sehr klein sind, $\left(1 - \frac{P}{a}\right)^{-1} = 1 + \frac{P}{a}$, und $\left(1 + \frac{p}{w}\right)^{-1} = 1 - \frac{p}{w}$ setzen wollen, dann ist

$$l = P - p + \frac{P^2}{a} + \frac{p^2}{w}. \tag{5}$$

Der Fehler, den man also begeht, wenn man die Länge des Galilei'schen Fernrohrs $= P - p$ setzt, ist wenigstens sehr nahe $= \frac{P^2}{a} + \frac{p^2}{w}$. Dieser kann nun unter Umständen einen nicht zu vernachlässigenden Werth annehmen, wie z. B. wenn ein kurzsichtiger Beobachter einen nicht zu fernen Gegenstand durchs Fernrohr betrachtet. Aus Gleichung 5 ersehen wir, dass die Länge des Galilei'schen Fernrohrs nicht nur um so bedeutender sein wird,

1) je grösser die Brennweite des Objectivs und
2) je kleiner die Zerstreungsweite des Oculars ist, sondern auch
3) je kleiner die Entfernung des Gegenstandes vom Fernrohr ist, und
4) je geringer die deutliche Sehweite des Beobachters ist.

Vergrösserung.

Als Ausdruck für die Vergrösserung wird gewöhnlich $\frac{P}{p}$ angenommen. Dagegen ist fast genau dasselbe wie oben gegen $P - p$ zur Bestimmung der Länge des Fernrohrs einzuwenden. Bezeichnet man den Winkel $CO_1D = \sphericalangle A_1O_1B_1$ mit ψ und wie oben $\sphericalangle AOB = \sphericalangle A_1OB_1$ mit φ, so können wir mit ausreichender Genauigkeit $A_1B_1 = \frac{\alpha\pi\varphi}{180} = \frac{(\alpha - l)\pi\psi}{180}$ setzen, woraus sich die Vergrösserung

$$v = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{\alpha}{\alpha - l} \tag{6}$$

ergibt.

Statt dieser Gleichung können wir auch, da $\alpha = \frac{aP}{a - P}$ und $\alpha - l = \frac{wp}{w + p}$ ist, schreiben

$$v = \frac{aP(w + p)}{(a - P)wp}.$$

Um wieder den Fehler zu finden, den man begeht, wenn man die Vergrösserung durch $\frac{P}{p}$ bestimmt, wollen wir diese Gleichung mit Berücksichtigung, dass nahezu $\left(1 - \frac{P}{a}\right)^{-1} = 1 + \frac{P}{a}$ ist, transformiren.

Wir erhalten

$$v = \frac{P}{p} + \frac{P}{w} + \frac{P^2}{ap} + \frac{P^2}{aw}. \qquad (7$$

Der Fehler, den man also begeht, wenn man $\frac{P}{p}$ als Ausdruck für die Vergrösserung nimmt, ist

$$\frac{P}{w} + \frac{P^2}{ap} + \frac{P^2}{aw}.$$

Man sieht sofort, dass dieser sehr bedeutend werden kann.

Aus Gleichung 7 folgt, dass die Vergrösserung eines Galilei'schen Fernrohrs um so bedeutender ist,

1. je grösser die Brennweite des Objectivs,
2. je kleiner die Zerstreuungsweite des Oculars,
3. je geringer die deutliche Sehweite des Beobachters, und
4. je geringer die Entfernung des beobachteten Gegenstandes ist.

Prüfung der theoretischen Untersuchungen durch Beobachtungen mit einem Galilei'schen Fernrohr.

Das verwendete Fernrohr hatte 4 Oculare zum Wechseln. Zunächst wurde die Entfernung der Mitte der äussern Fläche des Objectivs von der zugehörigen Endfläche des Fernrohrs, dann die Dicke des Objectivs (Sammellinse sammt Zerstreuungslinse) und die Brennweite desselben gemessen, und zwar wurde als Brennweite die Entfernung der Mitte dieser Linsencombination von einem ihrer Brennpunkte genommen. Ebenso wurden die Entfernungen der Mittelpunkte der äussern Endflächen jeder Ocularlinse von der zugewendeten Endfläche des Fernrohrs und die Dicken der Oculare gemessen. Die Zerstreuungsweiten wurden ebenfalls von der Mitte der Linse an gerechnet. Zur Beobachtung wurde das Fernrohr auf einen Maassstab eingestellt, dessen Entfernung von der Mitte des Objectivs 14550^{mm} betrug. An dem Maassstab konnte man den Durchmesser des Kreises, den man mit dem Fernrohr auf einmal überblicken konnte, sofort ablesen, und daraus das Gesichtsfeld auf die bekannte Weise bestimmen. Ebenso konnte ich die Vergrösserung unmittelbar bestimmen, indem ich mit einem Auge durchs Fernrohr und mit dem andern daneben vorbei den Maassstab betrachtete, und beobachtete, wie viel Theile des mit unbewaffnetem Auge gesehenen Maassstabes von dem Bilde eines im Fernrohr gesehenen Theiles bedeckt wurden. Hierauf wurden mittels eines

Stangenzirkels die Entfernungen der beiden Endflächen des Fernrohrs bestimmt und davon die Summe aus den Entfernungen der Mittelpunkte der äusseren Endflächen des Objectivs und Oculars von den zugehörigen Endflächen des Fernrohrs und aus den Hälften der beiden Linsendicken subtrahirt. Die Differenz war dann der Abstand der optischen Mittelpunkte des Objectivs und Oculars, also die Länge des Fernrohrs.

Die Brennweite des Objectivs betrug $P = 229{,}35^{mm}$, die Oeffnung desselben $s = 40{,}4^{mm}$, und meine deutliche Sehweite bestimmte ich durch den Scheiner'schen Versuch, und fand sie $= 250^{mm}$. Die weitern Ergebnisse sind in der nebenstehenden Tabelle zusammengestellt.

Wie man sieht, stimmen die nach den von mir befürworteten Gleichungen ermittelten Werthe für die Länge, das Gesichtsfeld und die Vergrösserung des zur Beobachtung verwendeten Galilei'schen Fernrohrs ganz gut mit der Erfahrung überein.

Nun will ich an einem speciellen Falle zeigen, dass wirklich das zweite Glied auf der rechten Seite der Gleichung 3 sehr klein ist, so dass man es gegen das erste Glied vernachlässigen kann, wodurch man die Gleichung 1 erhält.

Die halbe Dicke der Ocularlinse Nr. 1 betrug $0{,}45^{mm}$. Die Entfernung des Mittelpunktes ihrer äussern Endfläche vom Ende des Fernrohrs betrug 2^{mm}. Nehmen wir die Entfernung der Pupillarebene vom Scheitel der Hornhaut nach Helmholtz[1]) $= 4^{mm}$ und die Entfernung des Scheitels der Hornhaut vom Ende des Fernrohrs $= 2{,}15^{mm}$ an, so ist $\varepsilon = 8{,}6^{mm}$. α, l und s sind bekannt, und den Durchmesser meiner Pupille fand ich $= 2^{mm}$. Setzt man die Werthe dieser Grössen in das zweite Glied der Gleichung 3 ein, so findet man, dass es $= 11$ Secunden ist. Das ist ein Werth, der gegen die unvermeidlichen Beobachtungsfehler gar nicht in Betracht kommt.

Endlich ist noch zu zeigen, dass die Annahme, das Gesichtsfeld könne durch den Strahlenkegel, dessen Spitze der Mittelpunkt des Objectivs und dessen Basis die Pupille des beobachtenden Auges ist, der Erfahrung widerspricht. Nehmen wir an, AB (Fig. 1) sei der Durchmesser des Kreises, den man mit dem Fernrohr auf einmal übersieht, A_1B_1 sei der Durchmesser der Pupille, die ja, selbst wenn das Auge das Ocular berühren würde, durchaus nicht unmittelbar am Ocular anliegen

---

1) Helmholtz, Physiologische Optik S. 18.

Nummer des Oculars	Zerstreuungsweite in mm	Länge des Fernrohrs in mm			Differenz zwischen der beobachteten		Gesichtsfeld			Differenz zwischen dem beobachteten		Vergrösserung			Differenz zwischen der beobachteten	
		beobachtet	berechnet nach Gleichung 4	berechnet nach der Gleichung $l = P - p$	und nach Gleichung 4 berechneten Länge	und nach Gleichung $l = P - p$ berechneten Länge	beobachtet	berechnet nach Gleichung 1	berechnet nach Lubimoffs Gleich.	und nach Gleichung 1 berechneten Gesichtsfelde	und nach Lubimoff's Gleichung berechneten Gesichtsfelde	beobachtet	berechnet nach Gleichung 6	berechnet nach Gleichung $v = \frac{P}{p}$	und nach Gleichung 6 berechneten Vergrösserung	und nach Gleichung $v = \frac{P}{p}$ berechneten Vergrösserung
1	72,6	176,76	176,76	156,75	0,00	20,01	3° 11′	3° 9′	4° 40′	+ 0° 2′	− 1° 29′	4,1	4,1	3,1	0,00	1,00
2	37,76	200,55	200,22	191,59	+ 0,33	8,96	1° 36′	1° 37′	1° 59′	− 0° 1′	− 0° 23′	7	7,1	6	− 0,1	1,0
3	21,82	212,91	212,95	207,53	− 0,04	5,38	0° 56′	0° 56′	1° 3′	0° 0′	− 0° 7′	11,6	11,6	10,5	0,0	1,1
4	12,71	221	220,93	216,64	+ 0,07	4,36	0° 33′	0° 32′	0° 36′	+ 0° 1′	− 0° 4′	20	19,3	18	+ 0,7	2

würde, wie wir oben gesehen haben, und bezeichnen wir wieder AB mit g, die Entfernung des Gegenstandes vom Fernrohre mit a, den Durchmesser der Pupille mit o, die Entfernung derselben vom Ocular mit ε, und die Länge des Fernrohrs mit l, so haben wir unter Vernachlässigung der Brechung, welche die Strahlen OA_1 und OB_1 durch das Ocular erfahren,

$$o : g = (l + \varepsilon) : a,$$

woraus

$$o = \frac{g(l + \varepsilon)}{a} \text{ ist.}$$

In dem oben betrachteten Falle war $g = 810^{mm}$, $l = 176{,}76^{mm}$, $\varepsilon = 8{,}6^{mm}$ und $a = 14550^{mm}$, also ist $o = 10^{mm} = 1^{cm}$. Die Pupille müsste also einen Durchmesser $= 1^{cm}$ haben.

XVIII. Band. 12. Heft.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR PH. CARL,
PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

Inhalt des 12. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

MÜNCHEN, im December 1882.

An die P. T. Herren Abnehmer der Zeitschrift.

Die Redaction dieser Zeitschrift geht mit dem demnächst beginnenden 19. Bande in die Hände des Herrn Dr. **Franz Exner,** a. ö. Professor der Physik an der Universität Wien, über; es hat sich als wünschenswerth herausgestellt, in der Führung des Journals einige Veränderungen eintreten zu lassen, deren Charakter im nachfolgenden kurz angedeutet werden soll.

Mit Rücksicht darauf, dass in den letzten Jahren mehrere Journale gegründet wurden, deren Zweck ausschliesslich die Förderung und Publicirung physikalisch-technischer Kenntnisse und Erfindungen ist, erscheint es angezeigt, in Zukunft Arbeiten rein technischen Inhaltes von der Publication im Repertorium auszuschliessen und nur solche Artikel zu bringen, die sich auf Gegenstände rein wissenschaftlichen Charakters beziehen; doch sollen kurze Mittheilungen über wissenschaftliche Apparate, Vorlesungsversuche u. dgl. wie bisher beibehalten werden.

Eine weitere Veränderung, welche in der Führung des Journals eintreten wird, soll darin bestehen, für dasselbe in einer anderen Richtung einen neuen Wirkungskreis zu schaffen. Die grosse Anzahl vortrefflicher ausländischer Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, die fast alle in Journalen erscheinen, die den meisten Lesern nur schwer oder gar nicht zugänglich sind und von deren Existenz man nur durch kurze Referate erfährt, lässt es wohl gerechtfertigt erscheinen, wenn künftighin von den bedeutendsten derselben Uebersetzungen im Repertorium erscheinen; diese Uebersetzungen werden vollständig und wortgetreu sein, damit sie im Stande sind, das Original in jeder Beziehung zu ersetzen.

Dem vorstehenden entsprechend wird das Journal künftig den Titel »Repertorium der Physik« führen.

In der äusseren Erscheinungsweise und im Preise der Zeitschrift ändert sich im übrigen absolut nichts. Dieselbe erscheint nach wie vor in monatlichen Heften von ca. 4 Druckbogen Stärke und zum Abonnements-Preise von 24 Mark pro Band.

Ueber die Bestimmung der Luftreibung aus Schwingungsbeobachtungen.

Von

Oskar Emil Meyer.

Die Herren Braun und Kurz haben kürzlich in diesem Repertorium[1]) eine neue Bestimmung der Luftreibung, welche sie nach Lampe's Methode[2]) durch Beobachtung einer schwingenden Kugel ausgeführt haben, mitgetheilt und diese Gelegenheit zu einer kritischen Besprechung der älteren Messungen benutzt, auf welche ich mit einigen Bemerkungen antworten möchte.

Den ersten Anlass dazu bietet mir die Behauptung der genannten Herren, dass ich bei der Berechnung meiner Beobachtungen ein Versehen gemacht habe[3]). Das ist nicht der Fall, es sind vielmehr die Herren Braun und Kurz selber, welche einen Fehler begehen. Die Methode, welche ich zur Messung der Luftreibung angewandt habe, bestand darin, dass ich drei auf einer gemeinsamen Axe befestigte Scheiben schwingen liess, und zwar einmal so, dass sie sich in einem möglichst grossen Abstand von einander befanden, und das andere Mal so, dass ihre Flächen sich berührten; im ersteren Falle waren also 6, im letzteren nur 2 Scheibenflächen dem Einflusse der Luftreibung ausgesetzt. Diesem Verhältnis trug ich dadurch Rechnung[4]), dass ich für die erste Beobachtung das logarithmische Decrement

1) S. 569 dieses Bandes.

2) Programm d. Gymn. in Danzig. 1866.

3) S. 571

4) Pogg. Ann. Bd. 125 S. 401.

der Amplituden dreimal so gross ansetzte wie bei der zweiten, für welche es den Werth

$$\delta = \frac{\pi R^4}{2K} \sqrt{\tfrac{1}{2} \pi \varrho \eta T}$$

annimmt, wenn R der Radius der Scheibe, K das Trägheitsmoment des Apparats, T seine Schwingungszeit, ϱ die Dichtigkeit der Luft und η der gesuchte Coefficient der inneren Reibung der Luft ist. Dass dieser Werth des Decrements in dem Falle, dass statt einer einzigen drei Scheiben verwendet werden, schlechthin verdreifacht werden müsse, schien mir keines ausführlichen Beweises zu bedürfen; denn es ist, um die Berechtigung dieses Verfahrens einzusehen, nicht einmal nothwendig, auf die Grundformeln meiner Theorie[1]) zurückzugehen; es genügt vielmehr die Bemerkung, dass, wenn ich drei Scheiben mit den Radien R_1, R_2, R_3 an meinem Apparate angebracht hätte, der Ausdruck des Decrements

$$\delta' = \frac{\pi}{2K}(R_1^4 + R_2^4 + R_3^4) \sqrt{\tfrac{1}{2} \pi \varrho \eta T}$$

gewesen sein würde, welcher sich für $R_1 = R_2 = R_3 = R$ einfach in

$$\delta' = \frac{3 \pi R^4}{2K} \sqrt{\tfrac{1}{2} \pi \varrho \eta T}$$

verwandelt haben würde.

Nun aber halten die Herren Braun und Kurz statt dieser Rechnungsweise das Verfahren für richtiger, dass sie den Factor 3 unter dem Wurzelzeichen zu der Grösse η (bei ihnen k) hinzufügen. Sie scheinen zu meinen, dass eine Vermehrung der Anzahl der Reibungsflächen dieselbe Wirkung nach sich ziehen müsse, wie eine in gleichem Verhältnis geschehene Vergrösserung des Reibungscoefficienten η. Diese Auffassung würde berechtigt sein, wenn es sich um die äussere Reibung einer Flüssigkeit an einem festen Körper handelte; die obige Formel bezieht sich aber auf die innere Reibung einer Flüssigkeit. Würde diese innere Reibung vermehrt, so würde der Erfolg sein, dass die Bewegung sich von der schwingenden Scheibe aus weiter in die Flüssigkeit hinein ausbreitete, und zwar würde, wie die Theorie lehrt, die Strecke, bis zu welcher die Theilnahme an den Schwingungen merkbar ist, im Verhältnisse von $\sqrt{\eta}$ wachsen; denn

1) Crelle's Journal f. Math. Bd. 59.

nach einer auch in eine meiner experimentellen Arbeiten übergegangenen Formel nimmt die Winkelgeschwindigkeit ψ der mitschwingenden Flüssigkeit mit wachsender Entfernung x von der Scheibe proportional der Exponentialfunction

$$e^{-bx\sqrt{\frac{\varrho}{\eta}}}$$

ab [1]), in welcher mit hinlänglicher Annäherung

$$b^2 = \frac{\pi}{2T}$$

zu setzen ist. Wir haben ferner zu berücksichtigen, dass auch eine zeitliche Verzögerung der Schwingungen der Flüssigkeit gegen die der Scheibe eintritt, und dass diese Verspätung mit der Entfernung x wächst und zwar proportional der Grösse $x\sqrt{\frac{\varrho}{\eta}}$. Beide Umstände wirken in gleicher Weise auf den Werth des Differentialquotienten der Winkelgeschwindigkeit ψ nach der Entfernung x, welchen wir zu bilden haben, um nach Newton's Hypothese den Werth der Kraft, den die Reibung gegen die Flächeneinheit ausübt, durch das Product

$$-\eta r \frac{d\psi}{dx}$$

zu erhalten, in welchem r die Entfernung von der Drehungsaxe, also $r\psi$ die Geschwindigkeit ist. Der hierin vorkommende Differentialquotient, welcher behufs Anwendung auf die Reibung an der Scheibenfläche für $x = 0$ zu bilden ist, erhält nach den vorausgegangenen Erörterungen den Factor

$$\sqrt{\frac{\varrho}{\eta}},$$

mit welchem x in der Formel für ψ überall behaftet erscheint; er ist also $\sqrt{\eta}$ umgekehrt proportional und muss mit zunehmender Reibung abnehmen. Wir schliessen daraus, dass das obige Product, welches die Stärke der Reibungs**kraft** darstellt, bei einer Vergrösserung des Reibungs**coefficienten** nicht dem Coefficienten η selber proportional wachsen kann, sondern nur im Verhältnis der Quadratwurzel $\sqrt{\eta}$. Ebenso wächst auch das logarithmische Decrement nicht η, sondern $\sqrt{\eta}$ proportional. Die Schlussfolgerung der Herrren Braun

1) Pogg. Ann. Bd. 113 S. 72 u. 74.

und Kurz, dass eine Vermehrung der Reibungsfläche auf das Dreifache ebenso wirke wie eine Vergrösserung des Reibungscoefficienten auf das Dreifache seines Werthes ist also nicht richtig; der Grund des Irrthums, in welchen dieselben verzeihlicher Weise verfallen sind, wird hiermit klar gelegt sein.

Zweitens geben mir die genannten Herren, durch ihre vollkommen zutreffenden Bemerkungen über die aus gewöhnlichen Pendelbeobachtungen von Stokes und mir hergeleiteten Werthe der inneren Reibung der Luft, eine mir sehr erwünschte Gelegenheit, mich über die Gründe auszusprechen, weshalb die bisher aus Pendelversuchen berechneten Zahlen weder unter einander, noch mit den nach anderen Methoden gemessenen Werthen gehörig übereinstimmen. Ich kann dabei über die Zahlen, welche Stokes[1]) aus Baily's Versuchen hergeleitet hat, rasch hinweggehen, da ich mich über den Grund, weshalb diese Berechnung viel zu kleine Werthe ergeben musste, bereits im Jahre 1865[2]) geäussert habe; ich will nur hervorheben, dass wir jetzt noch sicherer, als ich es damals beweisen konnte, wissen, dass die Reibung der Luft vom Drucke unabhängig ist; und daran darf ich das Urtheil knüpfen, dass jene Zahlenwerthe, bei deren Berechnung die Reibung der Luft in dem durch eine Pumpe verdünnten Raume als verschwindend klein angenommen wurde, jetzt nur noch historischen Werth besitzen.

In meinen früheren Arbeiten habe ich aber den Grund nicht aufgesucht, weshalb ich aus Bessel's und meinen eignen Pendelmessungen Werthe erhalten habe, die wir heute für zu gross halten müssen. Ich zweifle jetzt nicht mehr daran, dass diese fehlerhaften Werthe dadurch entstanden sind, dass ich bei der Berechnung den Luftwiderstand des Pendelfadens glaubte ausser Acht lassen zu dürfen; indem ich so den ganzen beobachteten Widerstand auf Rechnung der Reibung der Luft an der Pendelkugel setzte, musste ich zu grosse Werthe des Reibungscoefficienten finden, und zwar um so fehlerhaftere Werthe, je länger der Faden und je kleiner die Kugel war. Dieses Verhalten zeigt sich in der That bei den von mir früher mitgetheilten Zahlen. Während meine von den Herren Braun und Kurz citirte Zusammenstellung der besten bis 1877 vorliegenden Messungen den Mittelwerth $\eta = 0{,}000175^{\text{qcm}}$ ergeben hat, lieferte mein Versuch mit

1) Cambr. phil. Tr. Vol. 9 part 2 p. 8.

2) Pogg. Ann. Bd. 125 S. 574 ff. u. 599.

dem kürzesten Pendel den Werth $\eta = 0{,}000184$, die mit zwei längeren gemachten Beobachtungen die Werthe $\eta = 0{,}000233$ und $\eta = 0{,}000232$, und endlich ergab Bessel's Beobachtung eines Pendels, dessen Kugel sehr viel kleiner war, $\eta = 0{,}000275$.

Der Einfluss der Luft auf den Pendelfaden lässt sich ebenso wie der auf die Pendelkugel nach Formeln berechnen, welche Stokes in seiner bereits citirten Abhandlung angegeben hat. Von den allgemein für jede beliebige Gestalt des schwingenden Körpers geltenden Formeln besagt die erste, dass die Schwingungsdauer in Folge des Mitschwingens der Luft eine Vergrösserung erfährt, welche einer Vermehrung der Masse M des Pendels um eine der Masse M' der verdrängten Luft proportionale Grösse kM' entspricht, wie es Bessel bereits auf experimentellem Wege gefunden hatte. Eine zweite Formel bestimmt das logarithmische Decrement der Amplituden

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{2}\pi k' M'}{M + kM'}$$

durch einen andern Factor k'. Die Werthe der Coefficienten k und k' sind für eine hin und her schwingende Kugel vom Radius a nach Formel 52 der Stokes'schen Abhandlung

$$k = \frac{1}{2} + \frac{9}{4\nu a} \qquad k' = \frac{9}{4\nu a}\left(1 + \frac{1}{\nu a}\right),$$

worin zur Abkürzung in der oben gebrauchten Bezeichnung

$$\nu^2 = \frac{\pi\varrho}{2\eta T}$$

gesetzt ist. Für einen Cylinder, welcher in einer zu seiner Axe senkrechten Richtung hin und her schwingt, gibt Stokes an, dass die Werthe der beiden Coefficienten, welche ich zur Unterscheidung durch deutsche Buchstaben $\mathfrak{k}$ und $\mathfrak{k}'$ bezeichnen will, aus den Formeln 115, 104, 106 und 100 seiner Abhandlung

$$\mathfrak{m}^2(\mathfrak{k} - 1) = \frac{\frac{1}{4}\pi}{\mathfrak{L}^2 + \left(\frac{1}{4}\pi\right)^2} \qquad \mathfrak{m}^2\mathfrak{k}' = \frac{-\mathfrak{L}}{\mathfrak{L}^2 + \left(\frac{1}{4}\pi\right)^2}$$

$$\mathfrak{m} = \frac{\mathfrak{a}^2}{4}\,\frac{\pi\varrho}{\eta T} \qquad \mathfrak{L} = \log\operatorname{nat}\mathfrak{m} + 0{,}5772$$

berechnet werden können, falls der Radius $\mathfrak{a}$ des Cylinders sehr gering ist. Die Formeln können also auf einen Pendelfaden angewandt werden.

Zuvor ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Formeln für ein aus Kugel und Faden zusammengesetztes Pendel nicht durch einfache Addition der auf Kugel und Fadencylinder bezüglichen Glieder gebildet werden dürfen. Die angeführten Formeln gelten nämlich streng genommen für geradlinig hin und her gehende Schwingungen, so dass sie nur auf kleine Oscillationen eines einfachen Pendels unmittelbare Anwendung finden können. Für ein zusammengesetztes Pendel haben wir das resultirende Drehungsmoment aller auf die ganze Länge l des Fadens wirkenden Reibungskräfte zu bilden. Ein in der Entfernung x vom Aufhängungspunkte befindliches Stück dx des Fadens bewegt sich mit einer x proportionalen Geschwindigkeit und erleidet deshalb einen ebenfalls der Entfernung x proportionalen Reibungswiderstand, welcher an dem Hebelarme x wirkt. Das gesammte Drehungsmoment ist also dem Integrale

$$\int_0^l dx \cdot x^2 = \frac{1}{3} l^3$$

proportional. Hiermit vergleichen wir den Widerstand, welchen derselbe Draht von der Länge l finden würde, wenn er, statt als Aufhängefaden zu dienen, an der Pendelkugel horizontal in einer gegen die Schwingungsebene senkrechten Richtung befestigt wäre; wir finden in diesem Falle das Moment unter Fortlassung des Factors $1/3$ ebenfalls l^3 proportional und in jeder anderen Hinsicht genau so gross wie im ersten Falle. Daraus folgt, dass die Luftreibung auf die Schwingungen des Pendelfadens nur den dritten Theil der Wirkung ausübt, welche der Faden am Orte der Kugel erfahren würde. Es ist demnach in der Formel für das logarithmische Decrement ε zu der auf die Kugel bezüglichen Grösse $k'M'$ die den Faden betreffende entsprechende Grösse $\mathfrak{k}'\mathfrak{M}'$ nur mit dem Factor $1/3$ versehen hinzuzufügen, so dass die Formel lautet:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} \frac{k'M' + \frac{1}{3}\mathfrak{k}'\mathfrak{M}'}{M + kM' + \mathfrak{k}\mathfrak{M}'},$$

wo jetzt M die Masse der Kugel und des Fadens zusammen, $\mathfrak{M}'$ die vom Faden verdrängte Luftmasse bedeutet.

Diese Formel habe ich nun auf meine Pendelbeobachtungen[1]) angewandt, indem ich den jetzt für richtig gehaltenen Werth des Reibungs-

1) Pogg. Ann. Bd. 142 S. 481.

coefficienten $\eta = 0{,}000175$ einsetzte. Die übrigen für die Rechnung erforderlichen Zahlenangaben sind in der genannten Abhandlung aufgeführt. Ich berechnete:

für das	lange	mittlere	kurze Pendel
$k =$	0,6232	0,6108	0,5922
$k' =$	0,1300	0,1163	0,0960
$\mathfrak{k} =$	156,9	135,2	104,9
$\mathfrak{k}' =$	652,3	543,5	396,3
$M' =$	5,80	5,75	5,73
$\mathfrak{M}' =$	0,00162	0,00106	0,00050
$M =$	2483,5	2479,3	2475,1
$\varepsilon =$	0,000698	0,000544	0,000390

Beobachtet wurden folgende Werthe:

$\varepsilon =$	0,000578	0,000515	0,000375,

welche sämmtlich kleiner sind als die aus dem Werthe der Reibung $\eta = 0{,}000175$ berechneten. Dieses Verhältnis könnte den Anschein erwecken, als ob die letztgenannte Zahl noch zu gross angenommen wäre. Das erscheint jedoch nach anderen Beobachtungen wenig wahrscheinlich, und deshalb glaube ich, dass die gefundene Abweichung einen andern Grund hat.

Die Berechnung des Einflusses, welchen die Reibung der Luft am Faden auf die Bewegung des Pendels ausübt, enthält nämlich noch eine nicht streng richtige Voraussetzung. Dieselbe würde vollkommen der Wirklichkeit entsprechen, wenn der Pendelfaden nicht ein biegsamer Draht, sondern ein starrer mit der Kugel fest verbundener Cylinder wäre. Die Folge seiner Biegsamkeit aber ist, dass die auf den Faden wirkenden Kräfte ihre Wirkung nicht in ungeschwächter Stärke auf die Kugel fortpflanzen; sondern ein Theil dieser Kräfte setzt zunächst den Faden in Eigenschwingungen, deren Entstehung allerdings mit einem entsprechenden Energieverlust für die Kugel verknüpft ist; aber diese mittelbare Entziehung von Bewegung findet nicht in dem gleichen periodischen Wechsel wie die Schwingungen der Pendelkugel statt, da die Oscillationen des Fadens eine andere Schwingungszeit besitzen; sie geschieht demnach nicht proportional der augenblicklichen Geschwindigkeit, und daraus folgt, dass diese mittelbare Einbusse nichts zur Vergrösserung des logarithmischen Decrements beitragen kann. Diese Einwirkung ist also nicht in dem beobachteten Werthe

von ε enthalten, sondern steckt in den anderweiten Störungen, welche ich durch Benutzung der Gronau'schen Formel[1]) eliminirt habe.

Hieraus folgt, dass ich richtigere Resultate erhalten würde, wenn ich zu dem Gliede $\mathfrak{f}'\mathfrak{M}'$ statt des Coefficienten $^1/_3$ einen noch kleineren Bruch als Factor hinzufügte. Leider lässt sich ein bestimmter wahrscheinlicher Werth desselben wohl kaum angeben, da derselbe mit der Länge des Fadens veränderlich sein wird. Eine ziemlich genügende Uebereinstimmung erhält man indess, wenn man den Factor $= {}^1/_5$ setzt; die Rechnung ergibt dann für das

lange Pendel	$\varepsilon = 0{,}000608$,	beobachtet 0,000578
mittlere "	0,000495	0,000515
kurze "	0,000374	0,000375.

Ebenso stimmt auch mit Bessel's Beobachtung das Resultat der theoretischen Rechnung befriedigend überein, wenn man unter Annahme des kleineren Werthes der Reibung den Widerstand des Fadens berücksichtigt. Stokes hat, indem er den geringeren Werth $\eta = 0{,}000104$ annahm, für Bessel's Pendel theoretisch berechnet[2])

$$k = 0{,}817,$$

während Bessel $k = 0{,}956$

beobachtete. Rechne ich den theoretischen Werth für $\eta = 0{,}000175$ um, so erhalte ich

$$k = 0{,}910.$$

Die noch bleibende Abweichung der Theorie von der Beobachtung findet, wie ich glaube, ihre Erklärung darin, dass Bessel's Pendel nicht im unbegrenzten Raume, sondern ziemlich nahe an einer festen Wand seine Schwingungen vollführte.

Ich glaube, dass die angeführten Zahlen genügen werden, um zu beweisen, dass die jetzige Annahme des Werths der Luftreibung auch mit den Ergebnissen von Pendelversuchen in Uebereinstimmung ist.

---

1) Pogg. Ann. Bd. 142 S. 514 ff.
2) Cambr. phil. Tr. Vol. 9 part 2 p. 76.

Zweckmässige Empfindlichkeit der magnetischen Variationsapparate.

Von

H. Wild.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Petersburger Akademie mitgetheilt.)

Mit der Zusammenstellung und dem Vergleich der magnetischen Variationsbeobachtungen einer grössern Zahl von Orten — insbesondere der Magnetographen-Aufzeichnungen von 12 Observatorien — behufs näherer Untersuchung der magnetischen Störung vom 30. Januar bis 1. Februar 1881 beschäftigt, fiel mir dabei die grosse Verschiedenheit auf in der Empfindlichkeit besonders der Intensitätsapparate der verschiedenen Observatorien und zwar nicht bloss nach ihrem absoluten Werthe, sondern auch bezüglich der Relation der Empfindlichkeit der Instrumente für die Variation der Horizontal- und Verticalintensität an demselben Orte.

Diese Verschiedenheit wird ganz besonders störend für den unmittelbaren Vergleich der von den photographisch registrirenden Instrumenten erhaltenen Curven.

Bezeichnen wir mit:

d die Declination, i die Inclination,
K die ganze Intensität der erdmagnetischen Kraft,
H die horizontale Componente derselben,
V ihre verticale Componente,

und demgemäss bei dem Magnetograph die einer Ordinatenänderung von 1^{mm} der aufgezeichneten Curve entsprechende Aenderung je der Declination, der Horizontalintensität und der Verticalintensität mit:

$$\partial d, \quad \partial H, \quad \partial V,$$

so waren im Januar 1881 nach den mir freundlichst gemachten Mittheilungen der Directoren der betreffenden magnetischen Observatorien die hierdurch bestimmten Empfindlichkeiten der dreierlei Variationsapparate in:

	∂d	∂H	∂V	$\frac{\partial H}{H}$	$\frac{\partial V}{V}$
Toronto	1,280	0,000523	0,001687	0,000323	0,000276
Pawlowsk	0,960	0,000293	0,000666	0,000179	0,000142
Stonyhurst	1,128	0,002179	0,000436	0,001290	0,000098
Kew	0,868	0,000801	0,000587	0,000446	0,000134
Utrecht	0,950	—	—	—	—
Brüssel	1,090	—	—	—	—
Wien	1,136	0,000379	0,000411	0,000185	0,000100
Coimbra	1,350	0,000350	—	0,000157	—
Lissabon	1,130	0,000549	0,000942	0,000240	0,000280
Zikawei	0,630	0,000721	0,001347	0,000224	0,000401
Bombay	1,131	0,001669	0,001756	0,000447	0,001417
Melbourne	1,140	0,000673	0,000669	0,000285	0,000120

Dies sind, so viel ich weiss, zur Zeit die einzigen Observatorien der Erde, wo Magnetographen in beständiger Function sind. Dabei ist bezüglich der Lücken in der obigen Tabelle zu bemerken, dass in Utrecht der Magnetograph bloss aus einem Declinationsapparat besteht, dass in Brüssel der Magnetograph statt eines graphischen Instrumentes für die Verticalintensität ein solches für die Inclination enthält, die Empfindlichkeit aber desjenigen für die Horizontalintensität zur Zeit nicht bekannt ist, und dass in Coimbra der Apparat für Verticalintensität augenblicklich derangirt war, also nicht functionirte.

Die in der Tabelle beigefügten Werthe von $\frac{\partial H}{H}$ und $\frac{\partial V}{V}$ sind unabhängig von der gewählten absoluten Maasseinheit für die Intensität, während hingegen ∂H und ∂V daselbst in absolutem Gauss'schem Maasse — Millimeter, Milligramme, Zeitsecunden — ausgedrückt sind.

Die Betrachtung der Tabelle zeigt nun, dass zwar bei den Declinatorien von einem mittleren Werth ihrer Empfindlichkeit, nämlich 1,066 Bogen-Minuten pro 1^{mm} der Ordinaten, nur die der bezüglichen Apparate in Coimbra und besonders in Zikawei um, die unmittelbare Vergleichbarkeit störende Beträge abweichen, dass aber sowohl für die Horizontalintensität als auch für die Verticalintensität nur je Gruppen von 2 bis 3 Orten eine einigermaassen gleiche Empfindlichkeit ihrer bezüglichen Apparate aufweisen, gleichviel ob man nun als Maass derselben ∂H und ∂V oder $\frac{\partial H}{H}$ und $\frac{\partial V}{V}$ betrachte. Auch die Regel,

nach der wir z. B. in Pawlowsk das Verhältnis von δH und δV angenähert einrichteten, nämlich dass $\frac{\delta H}{H}$ und $\frac{\delta V}{V}$ nahe gleiche Werthe erhalten sollten, sehen wir durchaus nicht allgemein befolgt.

Unter solchen Umständen schien mir eine besondere Untersuchung darüber geboten, ob sich nicht an die Stelle dieser offenbaren Willkür aus dem Zweck und der Natur dieser Instrumente abzuleitende feste Regeln für die Empfindlichkeit derselben aufstellen liessen. Ich halte es im Hinblick auf die im nächsten Jahre einzurichtenden magnetischen Beobachtungen der internationalen Polarstationen für nützlich, die Resultate dieser Untersuchung jetzt schon und getrennt von der Arbeit, die dazu Veranlassung gab, zu veröffentlichen.

Die verschiedenen Instrumente, welche man zur Beobachtung der Variationen der erdmagnetischen Kraft ihrer Richtung und Grösse nach benutzt, geben unmittelbar entweder die Declination, Inclination und Horizontalintensität und Verticalintensität. Selbstverständlich kann schon der Vergleich dieser unmittelbar erhaltenen Elemente von verschiedenen Orten Manches lehren, immer aber wird, da in der Horizontal- resp. Verticalintensität die ganze Intensität noch mit der Inclination verbunden erscheint, zur vollständigen Lösung der Aufgabe bei der ersten Classe von Instrumenten die Ableitung der ganzen Intensität aus der gegebenen Horizontalcomponente derselben und der Inclination nach der Formel:

$$K = \frac{H}{\cos i} \tag{1}$$

zu erfolgen haben und bei der 2. Classe von Apparaten wird sowohl die Inclination als die ganze Intensität aus den beiden Componenten nach den Formeln:

$$K = \sqrt{H^2 + V^2} \tag{2}$$

$$\operatorname{tg} i = \frac{V}{H} \tag{3}$$

zu berechnen sein.

Angenommen, es solle allgemein die ganze Intensität mit einer Genauigkeit von:

$$\delta K = \pm 0{,}001$$

in absolutem Gauss'schem Maasse und die Inclination mit einer Sicherheit von:

$$\delta i = \pm 1'$$

erhalten werden, so ergeben sich darnach folgende Genauigkeits-Anforderungen für die Bestimmung der beiden Componenten.

Im ersten Falle ergibt sich durch Differentiation von Gleichung 1 nach H, dass:

$$\partial H = \cos i \cdot \partial K$$

sein muss, woraus sich folgende Werthe von ∂H bei verschiedenen Inclinationen berechnen, wenn:

$$\partial K = \pm 0{,}001$$

i	∂H	i	∂H
15°	± 0,00097	60°	± 0,00050
30	0,00087	75	0,00026
45	0,00071	85	0,00009

(I

Dividirt man Gleichung 1 durch 2, so kommt:

$$\frac{\partial H}{H} = \frac{\partial K}{K},$$

d. h. es ist in diesem Falle das Verhältnis des Fehlers ∂H zur ganzen Componente unabhängig von der Inclination resp. eine constante Grösse.

Im zweiten Falle finden wir in gleicher Weise zunächst aus Gleichung 2 die Bedingungsgleichungen:

$$\partial H_1 = \frac{\partial K}{\cos i} \quad \text{und} \quad \partial V_1 = \frac{\partial K}{\sin i}, \qquad (4$$

woraus sich also zum Zweck der Ableitung der ganzen Intensität mit einer Sicherheit von $\partial K_1 = \pm 0{,}001$ aus den beiden Componenten an die Bestimmung der letzteren bei verschiedenen Inclinationen i folgende Genauigkeitsanforderungen berechnen.

$$\partial H = \pm 0{,}001$$

i	∂H_1	∂V_1
15°	± 0,0010	± 0,0039
30	0,0011	0,0020
45	0,0014	0,0014
60	0,0020	0,0011
75	0,0039	0,0010
85	0,0115	0,0010

(II

Vergleichen wir diese Werthe von ∂H mit den im ersten Fall gefundenen, so ergibt sich ohne Weiteres, dass diese zweite Methode

zur Bestimmung von K vortheilhafter ist, indem bei ihrer Benutzung für alle Inclinationen die Horizontalcomponente weniger genau bestimmt zu werden braucht.

Dividiren wir die Ausdrücke 4 durch:

$$H = K\cos i \text{ resp. } V = K\cdot\sin i, \qquad (5$$

so erhalten wir:

$$\frac{\partial H}{H} = \frac{\partial K}{K}\cdot\frac{1}{\sin^2 i} \quad \text{und} \quad \frac{\partial V}{V} = \frac{\partial K}{K}\cdot\frac{1}{\cos^2 i}, \qquad (6$$

woraus ohne Weiteres ersichtlich ist, dass diese Verhältniszahlen sich noch mehr als die absoluten Werthe ∂H und ∂V von der Gleichheit entfernen und auch für verschiedene Inclinationen viel stärker variiren.

Aus Gleichung 3 finden wir als Genauigkeitsbedingungen zur Ableitung der Inclination:

$$\partial H_2 = \frac{K}{\sin i}\,\partial i \quad \text{und} \quad \partial V_2 = \frac{K}{\cos i}\,\partial i. \qquad (7$$

Hieraus berechnen sich also zum Zweck der Herleitung der Inclination i mit einer Sicherheit von $\partial i = \pm \text{arc } 1'$ aus den beiden Intensitäts-Componenten für die Bestimmung der letztern bei verschiedenen Inclinationen folgende Genauigkeitsanforderungen.

i	K	∂H_2	∂V_2
15°	3,5	0,0040	0,0011
30	3,7	0,0020	0,0012
45	4,2	0,0017	0,0017
60	4,9	0,0016	0,0028
75	5,6	0,0017	0,0063
85	8,0	0,0023	0,0268

(III

wo die Werthe von K einen ungefähr mittlern Werth der ganzen Intensität an den Orten der betreffenden Inclination entsprechen.

Die Division der Ausdrücke 7 durch 5 ergibt:

$$\frac{\partial H_2}{H} = \frac{\partial V_2}{V} = \frac{2\partial i}{\sin 2i},$$

wonach auch hier die Verhältniszahlen der Empfindlichkeit zwar noch beträchtlich mit der Inclination variiren, aber für die beiderlei Apparate je denselben Werth haben. Dieser speciellen Anforderung, d. h. für die genaue Herleitung bloss der Inclination, entspricht also z. B. die Regel, nach welcher wir in Pawlowsk die Empfindlichkeit der beiderlei Instrumente regulirt haben.

Fassen wir die Resultate der Tabelle II und III zusammen, so ergibt sich also, dass, je nachdem wir aus den beiden beobachteten Intensitätscomponenten die ganze Intensität oder die Inclination ableiten wollen, die Aenderungen mit der Inclination in den Genauigkeitsanforderungen an die erstern von $i = 45^0$ aus, wo sie je gleich sind, für die beiden Componenten in dem einen und andern Fall in entgegengesetztem Sinne erfolgen. Es ist daher ausser für $i = 45^0$, nicht möglich, die Empfindlichkeit der beiden Intensitätsapparate zugleich beiden Zwecken genau anzupassen.

Eine nähere Betrachtung der oben angegebenen Empfindlichkeitsconstanten bei den verschiedenen Magnetographen von dem so gewonnenen Standpunkte aus zeigt, dass man sich wie in Pawlowsk so auch in Toronto und Lissabon an die, eine genauere Deduction der Inclination bedingende Relation der beiderlei Intensitätsconstanten, in Kew und Stonyhurst dagegen mehr an diejenige gehalten hat, welche die ganze Intensität sicherer abzuleiten gestattet.

Will man aber beide Grössen, sowohl die Totalintensität als die Inclination, mit der gewünschten Sicherheit aus den Componenten deduciren können, so bleibt nichts anderes übrig, als nach den Formeln 4 und 7 resp. den Tabellen II und III die kleinsten Werthe für ∂H und ∂V für jede Inclination auszuwählen ohne Rücksicht darauf, dass dann die eine oder andere Componente für die Ableitung der betreffenden Grösse etwas zu genau bestimmt wird. Für diese Werthe von ∂H und ∂V erhalten wir so folgende Tabelle:

$\partial i = \pm 1'$ $\partial K = \pm 0{,}001$

i	∂H	∂V
15°	± 0,0010	± 0,0011
30	0,0011	0,0012
45	0,0014	0,0014
60	0,0016	0,0011
75	0,0017	0,0010
85	0,0023	0,0010

(IV

Aus dieser Tabelle folgt unmittelbar, dass man zur Deduction der Inclination mit einer Genauigkeit von $\pm 1'$ und zugleich der Totalintensität mit einer solchen von $\pm 0{,}001$ in absolutem Gauss'schem Maass, von den beiden Intensitätscomponenten die Verticalintensität

nahezu unabhängig von der Grösse der Inclination mit einer Sicherheit von ebenfalls $\pm 0{,}001$ absoluten Maasses und die Horizontalintensität bei kleinern Inclinationen mit derselben, bei Inclinationen über 50^0 mit einer nur halb so grossen Genauigkeit bestimmen muss. Wenn wir also auch für die Horizontalintensität unabhängig von der Grösse der Inclinationen $\pm 0{,}001$ als zu tolerirende Fehlergrenze annehmen, so werden wir damit nur bei grössern Inclinationen eine überflüssige Genauigkeit von daher erhalten, was um so weniger auf sich hat, als es ja gerade bei diesem Instrument nicht schwer hält, ihm eine grössere Empfindlichkeit unbeschadet seiner übrigen Leistungsfähigkeit zu geben.

Aus unserer Untersuchung ergibt sich also das für die unmittelbare Vergleichbarkeit der magnetischen Variationsbeobachtungen und besonders der Magnetographen-Curven verschiedener Orte so günstige Resultat, dass es am zweckmässigsten ist, überall, in niedrigen wie hohen Breiten, bei den Variationsinstrumenten für die Vertical- und Horizontalintensität die Empfindlichkeit in dem Sinne gleich gross zu wählen, dass die einem Scalentheil entsprechenden Aenderungen der absoluten Intensität — d. h. ∂H und ∂V und nicht etwa die blossen Verhältniszahlen $\frac{\partial H}{H}$ und $\frac{\partial V}{V}$ — unter sich und an jedem Orte denselben Werth haben. In dieser Weise haben zur Zeit bereits die Observatorien in Wien, Bombay und Melbourne die Empfindlichkeit ihrer Magnetographen annähernd regulirt. Was aber den absoluten Werth dieser Empfindlichkeitsconstanten betrifft, so richtet sich derselbe nach der Genauigkeit, welche wir bei den End-Resultaten beanspruchen und das Vorige lehrt in dieser Beziehung, dass wir, um die Inclination mit einem wahrscheinlichen Fehler von $\pm 1'$ und die Totalintensität mit einem solchen von $\pm 0{,}001$ absoluten Maasses nach Gauss zu erhalten, bei der Beobachtung der beiden Intensitätscomponenten nur Fehler von derselben Grösse d. h. $\pm 0{,}001$ in absolutem Maasse begehen dürfen[1]). Es frägt sich also jetzt nur noch, welches zur Zeit

1) Aus Gleichung 2 ergibt sich nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wenn ∂K, ∂H und ∂V die wahrscheinlichen Fehler der betreffenden Grössen darstellen:

$$\partial K^2 = \sin^2 i \cdot \partial V^2 + \cos^2 i \cdot \partial H^2,$$

woraus für: $\partial V = \partial H$ folgt: $\partial K = \partial H = \partial V.$

Entsprechend erhält man aus 3:

$$\partial i^2 = \frac{1}{K^2} (\cos^2 i \cdot \partial V^2 + \sin^2 i \cdot \partial H^2),$$

woraus für $\partial V = \partial H$ folgt: $K \cdot \partial i = \partial H = \partial V.$

die in ständigen Observatorien praktisch nicht zu schwer zu realisirenden und dabei doch zweckentsprechenden Genauigkeitsanforderungen sind, welche wir an die Bestimmung der Inclination und ganzen Intensität resp. ihrer Variationen zu stellen haben. Dabei sind besonders auch die constructiven Bedingungen in Betracht zu ziehen, welche der Kew'sche Magnetograph, als das verbreitetste graphische Instrument dieser Art, darbietet. Die beschränkte Ausdehnung des empfindlichen Papiers verbietet bei diesen Apparaten eine sehr grosse Empfindlichkeit, weil sonst bei stärkern Störungen zu oft und zu sehr der Lichtpunkt den Rand des Papiers überschreiten und die aufgezeichnete Curve also zu viel Lücken aufweisen würde. Noch zwei andere Umstände aber sind es, welche, auch für Apparate mit Ablesung an genügend langen Scalen, die Beschränkung der Empfindlichkeit auf ein gewisses Maass erheischen, nämlich der bei grösserer Empfindlichkeit der Apparate verhältnissmässig bedeutendere Einfluss störender Umstände anderer Art, wie der Luftbewegung in der Umgebung der Magnete, der Torsionsänderungen der Suspensionsfaden mit der Feuchtigkeit, auf die Angaben der Instrumente und sodann die für die Controlle solcher Beobachtungen ungenügende Genauigkeit der absoluten Messungen. Sowie nämlich die letztere beträchtlich geringer ist als die Empfindlichkeit der Variationsapparate, so wird es unmöglich, die Constanz dieser Apparate durch jene genau genug zu prüfen, und es entsteht damit eine neue Quelle der Unsicherheit für die Variationsbeobachtungen, welche die angestrebte Genauigkeit theilweise illusorisch macht. Es ist also aus allen diesen Gründen geboten, die Genauigkeitsanforderungen an die Variationsinstrumente nicht zu weit und insbesondere nicht viel über die relative Sicherheit der absoluten Messungen hinaus zu treiben. Unter relativer Sicherheit der absoluten Messungen verstehe ich nämlich die Genauigkeit, welche wiederholt an demselben Orte mit denselben Instrumenten und nach denselben Beobachtungsmethoden erhaltene Resultate sogen. absoluter Messungen darbieten. Diese Resultate können noch eine Zahl constanter Fehler, wie z. B. solche von ungenauer Bestimmung des Trägheitsmomentes der Magnete, von Unsicherheit der den Abmessungen zu Grunde gelegten materiellen Maass- und Gewichtseinheiten, von Eisengehalt der Messingtheile der Instrumente, etc. herrührende Fehler enthalten, welche von einem Instrumente zum andern variiren und daher die Unsicherheit wirklich absoluter Messungen vergrössern können, auf

den Vergleich der unter den obigen Bedingungen gewonnenen Ergebnisse aber keinen störenden Einfluss haben.

Ueber die Genauigkeit magnetischer Beobachtungen, sei es von absoluten Messungen, sei es von Variationsbeobachtungen, sind mir keine andern positiven Daten aus längern Beobachtungsreihen bekannt als diejenigen, welche ich in den Einleitungen zu den betreffenden Beobachtungen in St. Petersburg und in Pawlowsk in den Annalen des physikalischen Central-Observatoriums von 1872 bis 79 mitgetheilt habe.

Die vollständigste Auseinandersetzung hierüber findet man auf S. LXXIX und folg. der Einleitung zum I. Theil der Annalen von 1878. Darnach war in Pawlowsk im Jahre 1878 der Fehler einer einzelnen absoluten Bestimmung

der Declination . . . . = ± 0',23
„ Inclination . . . . = ± 0,71
„ Horizontalintensität . . . = ± 0,00017 (mm, mg)

und der Fehler einer Registrirung resp. Beobachtung bei den Variationsapparaten:

für die Declination . . . . = ± 0',12
„ „ Inclination . . . . = ± 0,23
„ „ Verticalintensität . . = ± 0,0003 (mm, mg)
„ „ Horizontalintensität . = ± 0,0001 „ „

Seither sind diese Fehler zufolge verschiedener Verbesserungen zum Theil beträchtlich verkleinert worden, so dass sie im Jahr 1880 nur noch waren bei den absoluten Bestimmungen

der Declination . . . . . . = ± 0',07
„ Inclination . . . . . . = ± 0,31
„ Horizontalintensität . . = ± 0,00012 (mm, mg)

und bei den Variations-Apparaten:

für die Declination . . . . = ± 0',07
„ „ Verticalintensität . . = ± 0,0003 (mm, mg)
„ „ Horizontalintensität . = ± 0,0001.

Wenn wir hierbei bedenken, dass die Empfindlichkeit des Variations-Instrumentes für die Verticalintensität in Pawlowsk unsern obigen Darlegungen zufolge jedenfalls als zu gering bezeichnet werden muss, so wird man aus den obigen Daten schliessen, dass es für ständige Observatorien gegenüber der erreichbaren Sicherheit der absoluten Messungen nicht als zu weit gehend erscheint, bei den Variationsbeobachtungen eine Genauigkeit von ± 0',05 für die Declination, von ± 0',01 für die Inclination und von ± 0,0001 (absol. Maasses, mm, mg)

für die ganze Intensität, somit auch für die Horizontal- und Verticalintensität je eine solche von $\pm 0{,}0001$ (mm, mg) zu verlangen. Bei Anwendung des Kew'schen Magnetographs muss allerdings noch eine Beschränkung eintreten, falls derselbe auch in höhern Breiten, wo die Amplituden der Störungen $\pm 1^0$ erreichen, soll benutzt werden können. Man wird sich zu dem Ende da um so eher mit derselben Genauigkeit von $\pm 0',1$ wie bei der Inclination begnügen können, als es überflüssig erscheint, das eine Richtungselement der erdmagnetischen Kraft viel genauer als das andere zu bestimmen.

Speciell für den Magnetographen dürften also die zweckentsprechendsten Genauigkeitsanforderungen sein.

bei der Declination: $\pm 0',1$
bei der Horizontalintensität
und bei der Verticalintensität; $\pm 0{,}0001$ mm, mg.

Nach den Erfahrungen an unserm Magnetographen in Pawlowsk lassen sich bei demselben die Ordinaten der photographischen Curven mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}1^{mm}$ ablesen, wenn also wie bei den meisten der oberwähnten Magnetographen die Empfindlichkeit des Unifilars (Entfernung vom Magnetspiegel und empfindlichen Papier) der Art ist, dass der Werth von 1^{mm} der Ordinaten:

$$\delta d = 1'$$

entspricht, so ist obige Bedingung als erfüllt zu betrachten, da bei diesem Instrument keine erheblichen andern Fehlerquellen als der Ablesungsfehler sich geltend machen[1]). Bei den beiden Intensitäts-Instrumenten dagegen tritt zu diesem Ablesungsfehler der Ordinaten noch ein zweiter Fehler in der Bestimmung der Temperatur des Magnets hinzu, da hier die zu ermittelnde Intensitätsvariation ausser von der abzulesenden Stellung des Magnets auch noch von seiner Temperatur, welche jene Stellung ebenfalls modificirt, abhängig ist. Um die Häufung dieser beiden Fehler für das Resultat unschädlich zu machen, ist es daher gerathen, jedes dieser Elemente für sich mit grösserer Genauigkeit zu ermitteln, als ohne dies nothwendig wäre. Demgemäss werden wir hier für die 1^{mm} Aenderung der Ordinaten entsprechenden Variationen der Horizontal- und Verticalintensität nicht 0,001, sondern besser: $\delta H = \delta V = 0{,}0005$ mm, mg.

1) Dabei ist allerdings vorausgesetzt, dass die Apparate auf das sorgfältigste vor der Entstehung von Luftströmungen in den Glasglocken durch ungleiche Erwärmung geschützt werden.

wählen, so dass dann einem Ablesungsfehler der Curvenordinaten von $\pm 0{,}1^{mm}$ für sich bloss Fehler von $\pm 0{,}00005$ mm, mg in der Bestimmung der Intensitätscomponenten entsprechen, die erst durch Hinzukommen anderer Fehlerquellen, wie besonders der durch die Temperatur bedingten, zu der festgesetzten Grenze $\pm 0{,}0001$ anwachsen.

Diese Scalenempfindlichkeit für die Intensitätsapparate erscheint hinlänglich gross und vermeidet doch beim Magnetograph ein zu häufiges Ueberschreiten der Papiergrenze durch die Curven bei grösseren Störungen. Sie entspricht auch nahezu dem Mittel der in unserer Tabelle angegebenen Werthe von ∂H an verschiedenen Orten, wenn wir von den beiden ungewöhnlich grossen Werthen dieser Constanten in Stonyhurst und Bombay absehen; dagegen müsste zu dem Ende der Werth von ∂H bei den meisten Apparaten etwas verkleinert werden.

In Betreff der absoluten Werthe der Empfindlichkeits-Constanten der magnetischen Variationsapparate sind wir also zu dem Schluss gelangt, dass zur allgemeinen Annahme für einen Scalentheil oder eine Ordinaten-Einheit aufgezeichneter Curven gleich 1^{mm} beim Apparat

für Declination	$\partial d = 1'$	
„ Horizontalintensität .	$\partial H = 0{,}0005$	Gauss, Einheiten
„ Verticalintensität . .	$\partial V = 0{,}0005$	mm, mg.

empfehlen.

Nur in den Polar-Regionen wird es gerathen sein, die Empfindlichkeit der Intensitätsinstrumente auf die Hälfte zu reduciren, also für 1^{mm}:

$$\partial H = \partial V = 0{,}001 \text{ mm, mg}$$

zu machen, um bei der Grösse der Störungen daselbst die Ausschläge der Magnetnadeln nicht zu sehr anwachsen zu lassen.

Angesichts des grossen Vortheils für die unmittelbare Vergleichbarkeit der aufgezeichneten Curven, die ja offenbar ein Hauptzweck der Magnetographen bildet, sowie auch zur Erzielung einer gleichförmigen Genauigkeit der daraus abzuleitenden Resultate erlaube ich mir daher zum Schlusse den Vorschlag, es möchten zunächst alle Observatorien, die Magnetographen besitzen, die Empfindlichkeit der einzelnen Instrumente so reguliren, dass: für 1^{mm} Ordinate der aufgezeichneten Curven nahezu sei:

$$\partial d = 1',0$$

$$\partial H = \partial V = 0{,}0005 \text{ Gauss'sche Einheiten (mm, mg)}$$

oder $= 0{,}0011$ Englische Einheiten (Fuss, Grain).

Bei den Declinationsinstrumenten, wo die Construction des Apparates — Entfernung von Spiegel und Cylinder mit photographischem Papier — allein diese Empfindlichkeit bedingt und daher nicht so leicht verändert werden kann, ist glücklicher Weise die obige Bedingung schon nahezu überall erfüllt, — Zikawei und Coimbra werden sich vielleicht zu einem Opfer in dieser Richtung verstehen und ihre grösseren Abweichungen beseitigen —; beim Bifilar und bei der Lloyd'schen Wage aber hält es nicht schwer, die Empfindlichkeit beliebig zu verändern und dürfte daher eine Verständigung leicht möglich sein[1]).

Ganz ebenso wäre es im allgemeinen Interesse, die Einheiten für die Abscissen der Curven, welche die Zeit darstellen, noch etwas gleichförmiger zu reguliren. Bei der Mehrzahl der erwähnten Magnetographen ist bereits auf dem photographischen Papier sehr nahe:

$$1^{h} = 15^{mm}$$

und nur in Toronto ist die Abweichung eine beträchtliche ($1^{h} = 18^{mm}$), so dass im Allgemeinen ein genaueres Einhalten der vorstehenden Norm durch unbedeutende Veränderung des Cylinder-Durchmessers keine Schwierigkeit hätte.

Für die zu begründenden Observatorien in den Polar-Regionen schlage ich ebenso vor, ohne Unterschied der Lage überall die Empfindlichkeit der Apparate so zu reguliren, dass einem Scalentheil von 1^{mm} entspreche:

$$\delta d = 1',0$$

$$\delta H = \delta V = 0{,}0010 \text{ Gauss'sche Einheiten (mm, mg)}$$

$$\text{oder} = 0{,}0022 \text{ Englische Einheiten (Fuss, Grain).}$$

Den übrigen magnetischen Observatorien mit Instrumenten für directe Ablesung wird es, was die Variations-Apparate für Horizontal- und Verticalintensität betrifft, leicht sein, sich einer solchen Einigung über deren Empfindlichkeit anzuschliessen, da zu dem Ende bloss eine Neujustirung der Apparate erforderlich ist. Bei den Declinatorien freilich, wo dies eventuell eine Aenderung der Entfernung von Scale und Magnetspiegel oder eine neue Eintheilung der Scale erheischen wird, dürfte deshalb der Anschluss auf mehr Schwierigkeiten stossen, hoffentlich aber nicht unüberwindlich sein.

---

1) Ich kann dies im Interesse der Sache wohl um so eher erwarten, als auch Herr Prof. W. G. Adams in London, der sich in der letzten Zeit ebenfalls mit Untersuchungen über magnetische Störungen an der Hand der Magnetographen-Aufzeichnungen befasst hat, sich kürzlich in einem Briefe an mich über die ungleiche Empfindlichkeit der Apparate beklagte.

Ueber die Tragkraft von ringförmigen Elektromagneten.

Von

A. Wassmuth

in Czernowitz.

(Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Wiener Akademie mitgetheilt.)

Es gibt bekanntlich nicht wenig Versuche, die zur Ermittlung der Abhängigkeit der Tragkraft eines Elektromagneten von seinem Magnetismus, resp. von der einwirkenden magnetisirenden Kraft ausgeführt wurden. Die gefundenen Resultate der einzelnen Beobachter gehen indess weit aus einander. Während die einen die Tragkraft geschlossener Hufeisenmagnete proportional dem Quadrate des Magnetismus setzen und andere wenigstens ein viel höheres Verhältnis, wie das des Magnetismus selbst, annehmen, gelangt Siemens[1]) zu dem Schlusse, dass die Tragkraft eines kurzen Ring- oder Röhrenmagnetes nahe proportional sei dem durch Induction gemessenen wirksamen Magnetismus. Diese Abweichung der einzelnen Beobachtungen findet ihre theilweise Erklärung in der Anwendung der verschiedensten Formen von Elektromagneten, wodurch auch im Allgemeinen eine stets andere Anordnung des in die Ferne wirkenden freien Magnetismus bedingt war. Stefan[2]) hat unter Berücksichtigung derartiger Kräfte sowohl für einen Ringmagnet als auch für eine gleichförmig magnetisirte Kugel die Tragkraft berechnet und zugleich die Bedingungen für die Giltigkeit der abgeleiteten Formeln angegeben (a. a. O. S. 94); diesen Anforderungen entsprechen nahezu fünf aus einer Arbeit von Waltenhofen[3]) ent-

---

[1]) Siemens, Ueber Beiträge zur Theorie des Elektromagnetismus. Berl. Monatsb. Juni 1881 S. 705.

[2]) Stefan, Ueber die Tragkraft der Magnete. Sitzb. d. k. Akademie II, 1881, S. 89—116.

[3]) Waltenhofen, Sitzb. d. k. Akad. Bd. 61, II, 1870.

nommene Daten, die sich bis auf einen Proportionalitätsfactor gut an die aufgestellte Formel anschliessen.

Bei dieser geringen Zahl von zum Vergleiche der Theorie mit dem Experimente brauchbaren Versuchen — die Untersuchungen von Siemens wurden mir erst im December 1881 bekannt — schien es mir wünschenswerth, genaue, auf absolute Messungen gegründete Beobachtungen durchzuführen und dabei die Versuche so anzuordnen, dass den Bedingungen der Theorie möglichst entsprochen wurde.

Diese Untersuchungen begannen im Mai 1881 und wurden, da sich grosse Abweichungen von der Theorie ergaben, bis in den Herbst fortgesetzt. Die Nichtübereinstimmung zwischen Rechnung und Erfahrung verschwindet, sobald man den von Stefan betrachteten idealen Fall den in der Praxis wirklich vorhandenen Verhältnissen anpasst; dieser so modificirten Theorie schliessen sich dann auch die Versuche von Siemens gut an.

I.

Zur Verwendung gelangten ausschliesslich Ringmagnete, d. h. kreisförmig gebogene Eisenkerne, die gleichmässig mit mehreren Lagen Draht umwickelt waren. Es treten dann bekanntlich bei der Magnetisirung keine freien Magnetismen auf, so dass schon durch geringe magnetisirende Kräfte ein bedeutendes Moment erzielt werden kann.

Jeder solcher Elektromagnet war durch einen Schnitt, der durch die Axe ging, in zwei möglichst gleiche Theile getheilt, so dass die eine Hälfte als Magnet, die andere als Anker verwendet werden konnte. Der letztere Theil war mit Hilfe eines gabelförmig gebogenen Drahtes aus Kupfer und einigen eingeschalteten Zwischengliedern in Verbindung mit einer Federwage, die durch eine starke, über eine Rolle gehende Schnur gespannt wurde und so den ausgeübten Zug erkennen liess.

Es gelang, beide Enden des Ankers fast gleichzeitig abzureissen. Die gegenüberstehenden Flächen waren sorgfältig eben geschliffen und polirt. An den Enden von Magnet und Anker waren kleine, umgebogene Messingbügel angelöthet, die es ermöglichten, mit den Windungen bis knapp an die Berührungsflächen heranzugehen. Auf diese Art durfte ich hoffen, den von der Theorie (Stefan a. a. O. S. 94) geforderten Bedingungen möglichst gerecht zu werden. Es soll nämlich: „der Magnet und Anker keinen freien Magnetismus enthalten, die Richtung der Magnetisirung senkrecht auf der angegebenen Berührungs-

fläche stehen und die Intensität der Magnetisirung in jedem Punkte dieser Fläche die gleiche sein."

Hinsichtlich des letzteren Punktes sei bemerkt, dass die radialen Dimensionen jeden Ringes sehr klein waren gegen den mittleren Radius des letzteren, so dass die magnetisirende Kraft, die bekanntlich der Entfernung von der Axe umgekehrt proportional ist, nur einen sehr kleinen Spielraum durchlaufen konnte. So war z. B. der zweite Ring absichtlich hoch und recht dünn genommen worden.

Es möge gleich hier bemerkt werden, dass dann (Stefan a. a. O. S. 93) unter der Voraussetzung der obigen Bedingungen die Tragkraft T im absoluten Maasse gegeben ist durch die Formel:

$$T = 2\pi q \mu^2,$$

wenn μ das magnetische Moment der Volumseinheit und q die Summe beider Berührungsflächen vorstellt; durch Division mit $g = 9806$, der Beschleunigung der Schwere, erhält man T in Milligrammen.

Zur Bestimmung des Magnetismus, der Grösse μ, nach absolutem Maasse[1]) wurden einige Windungen eines zweiten Drahtes um den Anker herumgelegt und mit einem Spiegelgalvanometer von mässiger Dämpfung verbunden. Bei der Ummagnetisirung des Eisenringes entstand nun in diesen secundären Windungen ein inducirter Integralstrom, dessen Grösse sich aus dem mittelst Fernrohr und Scala gemessenen Ausschlage des Spiegels leicht ermitteln liess, da für das Galvanometer sowohl die Schwingungsdauer (4,75") seines Magnetes und das logarithmische Decrement als auch der Reductionsfactor hinlänglich genau bekannt waren. Der magnetisirende Strom durchlief ausser den primären Windungen noch eine Tangentenbussole, wodurch es möglich wurde, die Stärke desselben ebenfalls nach absolutem Maasse zu messen.

Es sei w der Widerstand des Drahtes, den der Integralstrom j zu durchlaufen hat, m_1 und m_2 die Zahl der Windungen in der primären und secundären Spule, J die Stärke des magnetisirenden Stromes und $r^2\pi$ der Querschnitt des Eisenringes; ausserdem sollen mit L und L_1 zwei Integrale von der Form $\int \frac{df}{\varrho}$ bezeichnet werden, worin df ein Flächenelement und ϱ seine Entfernung von der Ring-

[1]) Kirchhoff, Pogg. Ann. Ergänzungsband 5 S. 1. Stoletow, Pogg. Ann. Bd. 146.

axe vorstellt und L sich auf einen Querschnitt des Eisens, L_1 auf einen Querschnitt der primären Spule bezieht.

Die magnetisirende Kraft x, sowie die Magnetisirungsfunction $k = \frac{\mu}{x}$ sind dann bekanntlich gegeben durch:

$$x = \frac{2 m_1 J L}{r^2 \pi}$$

$$k = \frac{\mu}{x} = \frac{w}{16 m_1 m_2 L \pi} \cdot \frac{j}{J} - \frac{L_1}{4 \pi L},$$

woraus sich also μ nach absolutem Maasse bestimmen liess.

Nachstehend folgen die Untersuchungen mit einem Ringmagnet (I) vom Gewichte 81800^{mg}, für den sein mittlerer Radius zu 58,4^{mm} und der Durchmesser seiner kreisförmigen Endflächen zu 6^{mm} angenommen werden konnten; daraus berechnet sich die ganze Berührungsfläche zu 56,5^{qmm}. Die Zahl der magnetisirenden Windungen war 961 (in vier Lagen), während die Zahl der Windungen für den Inductionsstrom 34 betrug. Die Tragkräfte T sind in Kilogrammen angegeben und ist, wie oben, $k = \frac{\mu}{x}$.

k	μ	T	$\frac{T \cdot 10^6}{\mu}$	$\frac{T \cdot 10^6}{\mu^2}$	T' berechnet	$T - T'$
28,94	532	0,10	188	0,35333	0,05	+ 0,05
34,95	746	0,12	161	0,21563	0,10	+ 0,02
38,41	959	0,13	136	0,14135	0,15	— 0,02
42,42	1386	0,20	144	0,10412	0,28	— 0,08
61,28	2564	0,55	215	0,08366	0,67	— 0,12
73,49	3634	0,90	248	0,06815	0,98	— 0,08
77,34	4703	1,20	255	0,05425	1,27	— 0,07
76,28	5987	1,85	309	0,05161	1,65	+ 0,20
76,26	7055	2,15	305	0,04320	1,99	+ 0,26
73,09	8123	2,55	314	0,03865	2,37	+ 0,18
63,56	8867	2,90	327	0,03688	2,65	+ 0,24
58,04	9610	3,15	328	0,03411	2,97	+ 0,18
53,05	10034	3,30	329	0,03278	3,15	+ 0,15
48,52	10670	3,45	323	0,03030	3,45	—
39,58	11409	3,70	324	0,02842	3,82	— 0,12

k	μ	T	$\frac{T.10^6}{\mu}$	$\frac{T.10^6}{\mu^2}$	T' berechnet	$T-T'$
33,27	11710	3,90	333	0,02844	3,97	— 0,07
33,03	11923	4,00	335	0,02814	4,09	— 0,09
26,95	12118	4,15	342	0,02826	4,19	— 0,04
22,45	12415	4,25	342	0,02745	4,37	— 0,12
19,17	12765	4,45	349	0,02731	4,55	— 0,10
15,51	12882	4,65	361	0,02802	4,62	+ 0,03
14,07	13075	4,75	363	0,02778	4,73	+ 0,02

Construirt man die ziemlich regelmässig verlaufende Curve, für welche μ die Abscissen und k die Ordinaten vorstellen, so zeigt dieselbe die bekannte Form; für grössere μ nimmt sie die Gestalt einer geraden Linie an, welche die Abscissenaxe in einem Punkte $m = 14000$ trifft. Dieser Werth des Maximums von μ ist identisch mit dem von Stefan gegebenen.

Um das Maximum der Tragkraft T zu finden, construire man die Curve, bei der die Abscissen durch T und die Ordinaten durch k klargestellt werden. Sie schneidet die Abscissenaxe in einem Punkte $T_m = 5{,}45$.

Der Quotient $\frac{T}{\mu}$ ist, wie man aus der vierten Colonne ersieht, nicht constant, sondern ändert sich mit μ; er besitzt vor Eintritt des Wendepunktes — des grössten k — ein Minimum und nimmt dann stetig zu.

Das Verhältnis $\frac{T}{\mu^2}$ nimmt mit steigender Magnetisirung sehr schnell ab; nur für sehr hohe Werthe von μ steigt es ein wenig. Es wird gleich $\frac{2\pi q}{g} = \frac{113 \times \pi}{9806} = 0{,}0362$ für $\mu = 8867$, d. i. in unmittelbarer Nähe des Wendepunktes.

Die Werthe T' sind nach einer später zu erörternden Formel berechnet.

In viel schärfer ausgesprochener Weise liess sich das erwähnte Verhalten von $\frac{T}{\mu}$ und $\frac{T}{\mu^2}$ an einem zweiten Ringe (II) mit rechteckigem Querschnitte verfolgen. Derselbe war aus Walzeisen von der Dichte 7,69 hergestellt, sorgfältig zu einem Kreise mit dem inneren Radius

$\varrho_0 = 54{,}1^{mm}$ gebogen und bildeten die eben geschliffenen Berührungsflächen Rechtecke von 19,65^{mm} Höhe und 5,5^{mm} Breite, so dass der äussere Radius $\varrho_1 = 54{,}1 + 5{,}5 = 59{,}6^{mm}$ betrug.

Die magnetisirende Kraft änderte sich also von innen nach aussen nur sehr wenig. Das Gewicht des feststehenden Magnetes, dessen nach oben gerichtete Endflächen in einer horizontalen Ebene lagen, betrug 149,31^{mg} und das des Ankers 147,97^{mg}. Die primäre Spule für den magnetisirenden Strom wurde aus vier Lagen Draht von je 128 + 125, 127 + 123, 120 + 119 und 118 + 111, d. i. zusammen 971 Windungen gebildet, während für den Inductionsstrom sechzehn weitere, um die Mitte des Magnets gewickelte Windungen dazu kamen.

Ist φ der an der Tangentenbussole abgelesene Winkel und z die beobachtete Zahl der Millimeter an der Scala, so findet sich zur Berechnung von k und μ:

$$\log x = 2{,}31\ 896 + \log \operatorname{tg} \varphi$$
$$\log (k + 0{,}1529) = 0{,}76101 - 1 + \log z - \log \operatorname{tg} \varphi.$$

k	μ	T	$\frac{T \cdot 10^6}{\mu}$	$\frac{T \cdot 10^6}{\mu^2}$	T' berechnet	$T - T'$
11,42	297	0,50	1686	5,6847	0,39	+ 0,11
13,35	416	0,55	1322	3,1786	0,55	0
16,61	715	0,85	1188	1,6617	0,81	+ 0,04
27,29	1674	1,30	777	0,4639	1,25	+ 0,05
27,43	2109	1,55	735	0,3484	1,40	+ 0,15
33,71	3351	2,05	612	0,1825	2,08	− 0,03
34,71	4010	2,45	611	0,1524	2,56	− 0,11
33,25	4727	3,10	656	0,1387	3,17	− 0,07
31,46	5801	4,20	724	0,1248	4,28	− 0,08
30,42	6520	4,70	721	0,1106	5,12	− 0,42
28,99	7176	6,40	892	0,1243	6,02	+ 0,38
27,82	8070	7,25	898	0,1113	7,35	− 0,10
24,04	8422	8,20	974	0,1157	7,91	+ 0,29
20,39	8830	8,25	934	0,1058	8,60	− 0,35
16,12	9469	9,00	951	0,1004	9,63	− 0,63
14,73	10350	11,60	1120	0,1135	11,44	+ 0,16
11,58	10680	11,75	1100	0,1031	12,12	+ 0,37
8,34	11570	14,30	1236	0,1068	14,05	+ 0,25

Trägt man die Werthe von μ als Abscissen, die Werthe von $T, k, \frac{T}{\mu}$ als Ordinaten auf, so besitzt die Curve T eine ziemlich regelmässig verlaufende Form und ist, wenigstens für etwas höhere Werthe von μ, nach oben concav gekrümmt.

Die Quotienten $\frac{T}{\mu}$ zeigen deutlich ein Minimum in der unmittelbaren Nähe des Wendepunktes. Werden die Werthe von $\frac{\mu}{T}$ als Ordinaten aufgetragen, so erhält man eine krumme Linie, die einen ähnlichen Verlauf wie die Curve der k aufweist; es wächst $\frac{\mu}{T}$ etwas schneller als k. Man kann indess nicht mit Sicherheit behaupten, dass zu zwei gleichen, auf verschiedenen Seiten des Wendepunktes gelegenen Werthen von k auch gleiche Werthe von $\frac{\mu}{T}$ gehören; $\frac{\mu}{T}$ kann somit von k allein nicht abhängen.

Der Quotient $\frac{T}{\mu^2}$ beginnt bei kleinem μ mit einem hohen Werthe, fällt dann sehr rasch und erlangt in der unmittelbaren Nähe des Wendepunktes — bei der achten Beobachtung — jenen Werth, der der Gleichung

$$\frac{T}{\mu^2} = \frac{2\pi \times 216{,}15}{9806} = 0{,}1385$$

entspräche. Von da an sinkt $\frac{T}{\mu^2}$ nur langsam, um für sehr hohe Werthe von μ an wieder etwas zu steigen.

Die Curve $\frac{\mu^2}{T}$ hat eigenthümlicherweise dieselbe Form, wie jene, bei der x als Abscisse und μ als Ordinate gewählt wird. Es hängt daher $\frac{\mu^2}{T}$ von μ in ähnlicher Weise ab, wie μ von x; der letztere Zusammenhang ist z. B. durch die von Ruths gegebene Gleichung ausgedrückt, so dass man auf diese Art zu einer übrigens nicht schlecht stimmenden, empirischen Formel für T leicht gelangen kann. Ich unterlasse dieses, da, wie sich zeigen wird, auch die Theorie zu einer mit der Beobachtung übereinstimmenden Formel führt.

Das über das Verhalten der Quotienten $\frac{T}{\mu}$, $\frac{T}{\mu^2}$ Mitgetheilte findet seine Bestätigung in den Versuchen von Siemens (a. a. O. S. 707); dabei waren μ und x nicht nach absolutem Maasse gemessen, doch konnte wohl das Verhältnis des secundären Stromes zu dem primären Strome der Magnetisirungsfunction $k = \frac{\mu}{x}$ gleichgesetzt werden; zumal es übrigens auf die absoluten Werthe von k nicht ankam. So z. B. für das Eisenrohr I (Wandstärke $= 2{,}3^{mm}$, Lichtweite $= 10{,}8^{mm}$).

x	μ	k	T	$\frac{\mu}{T}$	$\frac{T}{\mu^2}$	T' berechnet	$T - T'$
23,0	30,2	1,313	10,3	2,92	0,011293	10,3	0
32,4	39,4	1,216	12,6	3,11	0,008116	12,3	+ 0,3
44,4	44,0	0,991	14,2	3,10	0,007335	13,7	+ 0,5
51,6	49,5	0,959	16,5	3,00	0,006734	15,8	+ 0,7
69,0	53,7	0,778	17,0	3,16	0,005895	17,9	− 0,9
133,8	61,1	0,457	20,8	2,94	0,005572	22,5	− 1,7
195,0	63,6	0,349	23,5	2,71	0,005810	24,4	− 0,9
248,0	66,3	0,267	27,3	2,43	0,006211	26,7	+ 0,6
296,0	68,2	0,230	28,5	2,39	0,006127	28,5	0
343,0	69,5	0,203	31,5	2,21	0,006522	29,7	+ 1,8

Die Curve der k geht über die 4., 5., 6., 7. und 8. Beobachtung in eine Gerade über, welche die Abscissenaxe in einem Punkte $m = 72{,}5$ trifft; die 9. und 10. Beobachtung zeigt das von Haubner[1]) für ungemein hohe Werthe von μ bemerkte nochmalige Umbiegen.

Analog vorgehend erhalte ich für das Maximum von T, d. i. für den zu m gehörigen Werth von T die Zahl $T_m = 36{,}0$.

Für das Eisenrohr II (a. a. O. S. 707) erhält man:

μ . . .	44,7	78,1	86,5	101,1	100,8
k . . .	2,6	2,5	2,1	1,5	1,46
T . . .	11,6	20,1	25,0	61,0	59,8
$\frac{\mu}{T}$ . . .	3,85	3,89	3,46	1,66	1,66
$\frac{T}{\mu^2}$ . . .	0,0058	0,0033	0,0033	0,0059	

$$m = 135$$

[1]) Haubner, Versuche über das magnetische Verhalten des Eisens. Sitzb. d. k. Akad. Bd. 82 S. 771.

und für das Eisenrohr III (a. a. O. S. 708):

μ . .	38,9	63,3	75,0	89,1	104
k . .	1,62	1,69	1,59	1,31	0,74
T . .	10,5	24,3	34,2	41,2	53,3
$\frac{\mu}{T}$ . .	3,70	2,60	2,19	2,16	1,95
$\frac{T}{\mu^2}$ . .	0,00694	0,00608	0,00608	0,00519	0,00493

$$m = 124 \quad T_m = 69^{kg}.$$

Für das kreisförmig gebogene Eisenrohr (S. 709) wählte ich den den fallenden μ entsprechenden Theil, da der aufsteigende Ast nicht sehr regelmässig verläuft. Ich erhielt:

μ	T	k	$\frac{\mu}{T}$	$\frac{T}{\mu^2}$	T' berechnet	$T-T'$
38,3	18,0	4,615	2	0,01227	18,2	$-0,1$
46,0	24,9	3,833	1,7	0,01177	23,0	$+1,9$
52,6	29,4	2,922	1,8	0,01063	28,4	$+1,0$
61,3	37,8	1,803	1,6	0,01006	38,0	$-0,2$
66,0	45,3	1,294	1,5	0,01040	44,6	$+0,7$
69,0	49,3	1,062	1,4	0,01035	49,3	0
77,4	65,2	0,423	1,2	0,01090	65,4	$-0,2$

$$m = 82 \quad T_m = 73^{kg},$$

während Siemens (S. 710) dafür 75^{kg} annimmt.

Wie zu ersehen, findet das über das Verhalten der Quotienten $\frac{T}{\mu}$ und $\frac{T}{\mu^2}$ Gesagte auch in diesen Versuchen seine Bestätigung; dabei muss allerdings hervorgehoben werden, dass hier kleinere Werthe von μ, d. i. solche, die vor dem Wendepunkte liegen, nicht vorkommen. Der Wendepunkt tritt bekanntlich ein für ein μ, das nahe gleich $\frac{1}{3}m$ ist. — Das Minimum von $\frac{T}{\mu^2}$ tritt nahe bei $\mu = 0,8 \times m$ ein.

Zum Schlusse dieses experimentellen Theiles möge eine merkwürdige Erscheinung kurz besprochen werden. Befindet sich zwischen Anker und Magnet eine Glasplatte, so nimmt bekanntlich die Tragkraft sehr rasch mit der Dicke dieser Platte ab. Das Entgegengesetzte trat ein, sobald ich ein sehr dünnes Glimmerblättchen

anwendete; es zeigte sich, dass dann bei schwächeren Magnetisirungen die Tragkraft bedeutend zunahm. Zu gleicher Zeit erreichte der inducirte Strom nahe jene Stärke, die dieser höheren Tragkraft entsprach, falls keine Zwischenlagen angewendet worden wären.

So stieg z. B. (Ring II) bei $\mu = 6520$ die Tragkraft von 4,7 auf 9,0^{kg}, während der Ausschlag des Spiegels von 545 auf 815 erhöht wurde; nach Wegnahme der Glimmerblättchen trat nach zweimaligem Stromwechsel der frühere Zustand wieder ein. Bei fortgesetzter Magnetisirung erhielt ich bei der Tragkraft 9,0 den Ausschlag 795.

Selbst bei den stärksten von mir angewandten Magnetisirungen zeigte sich eine, wenn auch geringere Zunahme der Tragkraft; der inducirte Strom nahm ebenfalls zu.

Die Erklärung dieser eigenthümlichen Erscheinung finde ich darin, dass durch das Einschieben der sehr dünnen Blättchen die Distanz der einwirkenden magnetischen Flächen zwar vergrössert wurde, dass aber auch die Dichte der auf diesen Flächen ausgeschiedenen freien magnetischen Massen bedeutend zugenommen hat. Ist also die Dicke der Zwischenlage nur hinreichend klein, so kann doch eine Verstärkung der ursprünglichen Tragkraft eintreten.

Man vergleiche übrigens die folgende Theorie. Das Wachsen des inducirten Stromes ist dann leicht zu deuten.

II.

Zu der Formel $T = \frac{2\pi q \mu^2}{g}$ gelangt man bekanntlich (Stefan S. 93) dadurch, dass man sich den Ring in unendlich viele, unendlich nahe Querschnitte zerlegt denkt und die Anziehung von zwei solchen Flächen bestimmt. Bei einem wirklichen Versuche werden sich nun die Endflächen von Anker und Magnet nicht unmittelbar berühren, sondern sich in einer endlichen Distanz befinden; es wird auch nicht gestattet sein, die Einwirkung benachbarter Schichten auf die Berührungsflächen zu vernachlässigen. Da letztere im Allgemeinen so wirkt wie eine Vergrösserung der Distanz, so wird es klar, warum der Quotient $\frac{T}{\mu^2}$ vom Wendepunkte an kleiner ausfiel als $\frac{2\pi q}{g}$; es bleibt aber unerklärt, warum dieser Quotient für kleinere μ einen so bedeutend höheren Werth aufwies.

Ich gehe daher aus von der Annahme, dass der Ringmagnet aus magnetischen Platten von der endlichen Dicke D bestehe und D mit steigender Magnetisirung bis zu einem Maximum zunehme; die Distanz d von zwei solchen Platten zeigt dann das entgegengesetzte Verhalten, indem die Summe beider einer Constanten gleich sein muss ($D + d = C$).

Man braucht nur an die Theorie der drehbaren Molecularmagnete zu denken, um sofort einzusehen, wie wahrscheinlich die obige Annahme ist; bei fortgesetzter Magnetisirung müssen sich die magnetischen Axen der Moleküle immer mehr der Richtung der magnetisirenden Kraft zuwenden. Diese Vorstellung bleibt auch aufrecht, wenn man die von Stefan[1]) und neuerdings von Siemens[2]) so plausibel gemachte Hypothese der astatischen Doppelmoleküle beibehält.

Ist dann q der Querschnitt, σ die Dichte der darauf befindlichen magnetischen Massen, μ das magnetische Moment der Volumseinheit, so gilt die Gleichung:

$$\sigma D q = q \mu (d + D),$$

woraus sich

$$\sigma = \mu \left(1 + \frac{d}{D}\right) \qquad (1$$

ergibt. Wegen $d + D = C$ wird der Quotient

$$\frac{d}{D} = \frac{1}{\frac{C}{d} - 1},$$

woraus man ersieht, dass dieser im Allgemeinen kleine Quotient mit wachsendem μ abnehmen muss, weil d unter dieser Voraussetzung kleiner wird.

Ich wähle für d die Form:

$$d = \frac{1}{a_1 + b_1 \mu^2}, \qquad 2$$

wobei a_1 und b_1 positive Constanten vorstellen sollen. Die Bedeutung derselben tritt mehr hervor, wenn $\mu = 0$ und $\mu = m$ gesetzt wird.

Die Entfernung d von zwei im Innern gelegenen magnetischen Platten ist nicht zu verwechseln mit der Distanz δ der Berührungsflächen von Anker und Magnet; letztere muss bei starken Magnetisirungen mit wachsender Anziehungskraft abnehmen, da dann die Flächen viel stärker aneinander gepresst werden. Man wird daher

---

1) Stefan, Zur Theorie der magnetischen Kräfte Bd. 69 S. 34 u. 35.

2) Siemens a. a. O. S. 703.

$$\delta = a_0 - b_0 \mu^2 \tag{3}$$

setzen müssen, worin a_0 und b_0 positive Constanten vorstellen.

Wegen des endlichen Werthes von δ wurde es nun nöthig, die Anziehung A von zwei gleich grossen, parallelen Flächen desselben Cylinders in endlicher, wenn auch sehr kleiner Entfernung u zu bestimmen. Ist q der kreisförmige Querschnitt vom Radius R, σ die Dichte der Belegung, so erhalte ich mit Hilfe einer etwas umständlichen Reihenentwicklung

$$A = 2\pi q \sigma^2 \left(1 - \frac{7}{6}\frac{u}{R} + \frac{2}{3}\frac{u^3}{R^3}\right), \tag{4}$$

wobei der Coefficient des dritten Gliedes noch etwas unsicher blieb.

Man denke sich nun durch die Mitte von δ den trennenden Schnitt gelegt, bezeichne mit $n_1 s_1$, $n_2 s_2$, ... die magnetischen Platten des Magnetes und ebenso mit $s'n'$, $s''n''$, ... die des Ankers und ermittle die resultirende Anziehung.

Die Kraft, mit der die Fläche s' des Ankers von der Fläche n_1 des Magnetes angezogen wird, ist mit hinreichender Näherung:

$$A_0 = 2\pi q \sigma^2 \left(1 - \frac{7}{6}\frac{\delta}{R}\right).$$

Dazu kommt die Abstossung A_1 zwischen der Fläche n_1 und dem kleinen Magnete $n's''$ und ebenso die gleiche und gleich gerichtete Abstossung A' zwischen s' und $s_1 n_2$; die Distanz u ist in beiden Fällen gleich $\delta + D + \frac{d}{2}$. Setzt man in der Gleichung 4 einmal $u - \frac{d}{2}$, dann $u + \frac{d}{2}$, so erhält man durch Subtraction:

$$A_1 = A' = -\frac{7}{6}\frac{d}{R} \cdot 2\pi q \sigma^2,$$

wo ebenfalls das höhere Glied weggelassen wurde.

Die Anziehung zwischen den Magneten $s''n'$ und $s_1 n_2$ verschwindet gegen die oben angegebenen Werthe. Die Betrachtung der Wirkung noch weiter gelegener Querschnitte hielt ich nicht für nothwendig.

Die Kraft T, mit der der Anker gegen den Magnet gedrückt wird, ist somit gegeben durch die Gleichung:

$$T = A_0 + 2A_1 = 2\pi q \sigma^2 \left(1 - \frac{7}{6}\frac{\delta + 2d}{R}\right) = 2\pi q \mu^2 \left(1 + \frac{d}{D}\right)^2 \left(1 - \frac{7}{6}\frac{\delta + 2d}{B}\right).$$

Hierfür kann wegen der Kleinheit von $\frac{d}{D}$ auch geschrieben werden:

$$T = 2\pi q \mu^2 \left(1 + 2\frac{d}{D} - \frac{7}{6}\frac{\delta + 2d}{R}\right).$$

Da sich d analog wie δ verhält, so muss $\frac{7}{6}\frac{\delta + 2d}{R}$ die Form $a_2 - b_2\mu^2$ annehmen, wenn a_2 und b_2 positive Constanten vorstellen; ferner wird

$$2\frac{d}{D} = \frac{1}{1/2\,(Ca_1 - 1) + 1/2\,Cb_1\mu^2} = \frac{1}{a + b\mu^2},$$

so dass also

$$T = 2\pi q \mu^2 \left(1 - a_2 + b_2\mu^2 + \frac{1}{a + b\mu^2}\right)$$

resultirt.

Diese Gleichung hat die Form

$$T = \mu^2 \left(\alpha + \varepsilon\mu^2 + \frac{1}{\beta + \gamma\mu^2}\right), \tag{5}$$

wenn

$$2\pi q(1 - a_2) = \alpha,\quad 2\pi q b_2 = \varepsilon,\quad \frac{a}{2\pi q} = \beta \text{ und } \frac{b}{2\pi q} = \gamma$$

gesetzt wird.

Sind die Tragkräfte nicht sehr hoch, wie z. B. bei den von mir untersuchten Ringmagneten, so kann ohne merklichen Fehler $\varepsilon = 0$ genommen werden; der Quotient $\frac{T}{\mu^2}$ nimmt dann mit wachsendem μ ab. Für die viel kräftigeren Elektromagnete von Siemens erhält ε einen sehr kleinen, aber endlichen Werth. Der Ausdruck

$$\frac{T}{\mu^2} = \alpha + \varepsilon\mu^2 + \frac{1}{\beta + \gamma\mu^2}$$

wird, den Beobachtungen entsprechend, für sehr hohe Werthe von μ ein Minimum; man findet, dass dies für $\beta + \gamma\mu^2 = \sqrt{\frac{\gamma}{\varepsilon}}$ eintritt, was wegen des sehr kleinen ε auf ein hohes μ schliessen lässt.

Der Quotient $\frac{T}{\mu}$ zeigt ebenfalls ein den Versuchen entsprechendes Verhalten. Ist ε, wie bei meinen Ringmagneten, nahe gleich Null, so findet man die Stelle μ_1 des Minimums aus der Gleichung:

$$\gamma\mu_1^2 = -\beta + \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha}\sqrt{1 - 8\alpha\beta},$$

wofür mit hinreichender Näherung $\gamma\mu_1^2 = \frac{1}{\alpha} - 3\beta$ genommen werden kann; auch muss $\gamma\mu_1^2 > 3\beta$ sein.

Die Grösse β ist nur bei sehr kleinen Werthen von μ von Einfluss; ich nahm daher zuvörderst $\beta = 0$, bestimmte für die beiden Ringe I und II aus eigenen Beobachtungen α und γ und berechnete nachträglich β aus den ersten Beobachtungen.

Für den Ring I fand ich, wenn noch $\mu = 10^3 \cdot \nu$ gesetzt wurde, $\alpha = 0{,}022$, $\beta = 6$, $\gamma = 1$ und $\varepsilon = 0$ und rechnete die Tragkraft T' in Kilogrammen nach der Gleichung:

$$T' = 0{,}022 \cdot \nu^2 + \frac{\nu^2}{6 + \nu^2},$$

wofür für grössere ν geschrieben werden kann

$$T' = 0{,}022 \cdot \nu^2 + 1 - \frac{6}{\nu^2}.$$

Der Werth von β ist etwas unsicher; doch stimmen, wie aus der Tabelle auf S. 720 u. 721 zu ersehen, die Rechnung und die Beobachtung ziemlich überein.

Für den zweiten Ring rechnete ich die Tragkräfte T' nach der Formel

$$T' = 0{,}0975 \cdot \nu^2 + \frac{\nu^2}{0{,}15 + \nu^2}$$

und zeigt die Tabelle auf S. 722 die befriedigende Uebereinstimmung von T und T'; die Abweichungen $T - T'$ liegen weit unter den Beobachtungsfehlern und wechseln wiederholt das Zeichen. Das berechnete Minimum von $\frac{T}{\nu}$ fällt an die Stelle $\nu = 2{,}9$, während die Zeichnung $\nu = 3{,}6$ ergibt.

Für die Maximalwerthe der Tragkräfte ergeben sich in den beiden Fällen die Zahlen 5,3 und 19,2^{kg}, während die Zeichnungen die Werthe 5,45 und 19,0 lieferten.

Weitere Folgerungen an die aufgestellten Formeln hinsichtlich der Grössen von δ und d anzustellen, halte ich noch für unthunlich, da sich selbst beim Ringe II trotz aller Sorgfalt die gegenüber liegenden Flächen von Anker und Magnet nie vollständig deckten; die sich wirklich berührenden Flächen waren demnach nicht allein kleiner als q, sondern es musste überdies eine Vergrösserung von a^2 eintreten.

Da die Versuche von Siemens schon oberhalb des Wendepunktes lagen, so konnte ohne Weiteres $\beta = 0$ genommen werden, so dass

$$T = \lambda + \alpha\mu^2 + \varepsilon\mu^4$$

wird, wenn der Kürze wegen $\frac{1}{\gamma} = \lambda$ gesetzt ist.

Die Constanten wurden in der Art bestimmt, dass dieselben unter Berücksichtigung der Lage des Minimums von $\frac{T}{\mu^2}$ aus mehreren Gleichungen ermittelt wurden.

Die Beobachtungen am Eisenrohre I werden, wie aus der Tabelle auf S. 724 zu ersehen ist, gut wiedergegeben durch die Formel:

$$T' = 8{,}38 + 0{,}001627 \cdot \mu^2 + \frac{0{,}578}{10^6}\,\mu^4.$$

Zur Berechnung der Versuche mit dem kreisförmig gebogenen Eisenrohre (Siemens a. a. O. S. 709) benutzte ich die Gleichung:

$$T' = 9{,}94 + 0{,}004455 \cdot \mu^2 + 0{,}0000008017 \cdot \mu^4,$$

wobei die Coefficienten einfach aus drei Gleichungen ermittelt wurden. Wie die Tabelle auf S. 725 erkennen lässt, stimmen Rechnung und Beobachtung auch in diesem Falle in befriedigender Weise überein; für das Maximum $m = 82$ ergibt diese Formel den Werth $76{,}1^{\text{kg}}$, während Siemens dafür 75^{kg} annimmt.

Ueber die Messung des Winddruckes durch registrirende Apparate.

Von

Dr. A. Sprung
in Hamburg.

(Vom Herrn Verfasser aus der Zeitschrift für Instrumentenkunde mitgetheilt.)

Als Apparat zur Messung der Windstärke hat sich das Robinson'sche Schalenkreuz überall eingebürgert; der Grund liegt weniger in der Genauigkeit der Messung, als in der Bequemlichkeit und Sicherheit, welche die Vorrichtung dadurch bietet, dass sie von der Richtung des Windes unabhängig ist. Aufgeben wird man das Schalenkreuz auch deshalb nicht, weil wenigstens die Möglichkeit existirt, empirisch zu ermitteln, in welcher Beziehung die Geschwindigkeit der Schalenmittelpunkte zu der Geschwindigkeit des Windes steht. Indessen man kommt mit dem Schalenkreuz nicht aus, weil dasselbe nicht die augenblickliche Windgeschwindigkeit, sondern nur Mittelwerthe aus grösseren oder kleineren Zeiträumen zu messen gestattet. Vielfach wird von den Anemometern nur von Stunde zu Stunde der Windweg registrirt; dass in diesem Falle manche interessante Erscheinung vorübergehender Verstärkung des Windes fast gar nicht zum Ausdruck gebracht wird, liegt auf der Hand. Um nun aber auch beispielsweise Form, Stärke und Zeitdauer der Gewitterstürme und Böen durch die Aufzeichnungen feststellen zu können, muss man wieder darauf zurückgehen, ausser den Geschwindigkeitsmessern noch Registrirapparate für Winddruck anzuwenden, wie sie schon seit geraumer Zeit in den verschiedensten Formen benutzt werden.

Nun ist aber die Drucktafel schon deshalb keine rationelle Form des Winddruckapparates, weil sie immer erst durch eine andere Vorrichtung gegen den Wind gerichtet werden muss, wodurch die Genauigkeit der Aufzeichnungen selbstverständlich beeinträchtigt wird.

Es liegt offenbar sehr nahe, die Tafel durch eine Kugel zu ersetzen, weil dieselbe, bei zweckmässiger Verwendung, für den Winddruck dieselben Vortheile bieten kann, wie das Schalenkreuz für die Geschwindigkeit des Windes; und in der That sind auch bereits Versuche in dieser Richtung angestellt worden: Colding[1]) liess in der Verticalebene der Luftbewegung ein Pendel mit Kugel schwingen; Howlett[2]) brachte die Kugel auf dem oberen Ende einer verticalen, in der Mitte gestützten Stange an, deren unteres Ende die Bewegung derartig aufzeichnete, dass sich wenigstens die stärksten Ausschläge und die Richtung des sie veranlassenden Windes erkennen liessen.

Es ist nicht schwierig, die Einrichtung so zu treffen, dass die Grösse der radialen Bewegungen eines solchen Pendels automatisch aufgezeichnet wird; man würde aber in Verlegenheit gerathen, wenn man nach der Grösse des Ausschlages die Stärke des Windes bestimmen wollte, denn diese Vorrichtung (und ebenso jede Drucktafel, deren Aufzeichnung auf einer Bewegung der Tafel selbst beruht) ist eben ein Pendel und schiesst über diejenige Lage, welche sie bei ganz allmählichem Anwachsen des Windes erreichen würde, erheblich hinaus, wenn das Anschwellen schnell erfolgt. (Als ich z. B. bei einer Drucktafelvorrichtung mit langer Transmissionsstange den Druck plötzlich von einem auf zwei Kilogramm [pro 1/20 Quadratmeter] anwachsen liess, entsprach der erste Ausschlag einem gleichförmigen Drucke von etwa $2{,}8^{\mathrm{kg}}$, und erst nach 16 ganzen Schwingungen kam der Schreibstift in derjenigen Stellung, welche 2^{kg} Druck entspricht, zur Ruhe.) Da man aber in Betreff der Geschwindigkeit des Anwachsens auf oberflächliche Schätzungen angewiesen ist, so bleibt man hinsichtlich der wahren Bedeutung des Ausschlages im Unklaren.

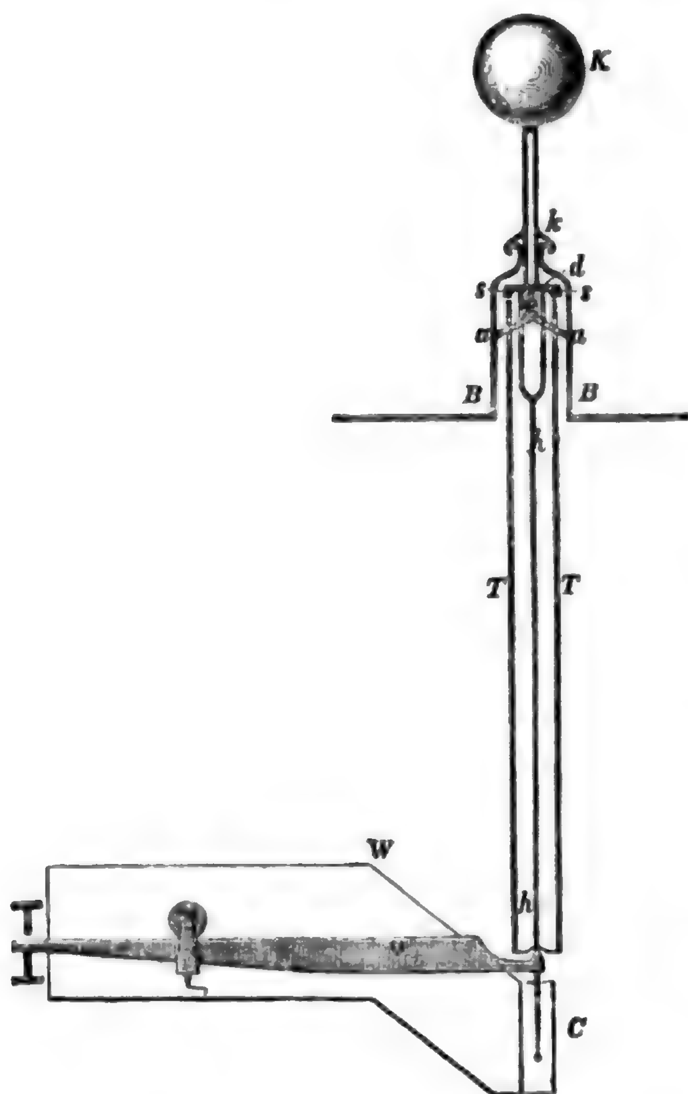
Diese Schwierigkeit wird vollständig umgangen, wenn man dem Pendel überhaupt keine Bewegung gestattet, sondern anstatt dessen den seitlichen Druck, welchen die Kugel erfährt, auf irgend eine Weise in Bewegung umsetzt, ohne dass die Kugel dabei ihre Lage ändert; genau dasselbe Problem ist aber in unserer Construction des Waage-

---

[1]) Man vgl. das Referat im 16. Bande S. 269 der Oesterr. Zeitschrift für Meteorologie.

[2]) In einem Artikel des „Engineer“ vom 21. Mai 1880, welcher anlässlich des Sturzes der Taybrücke geschrieben wurde, findet man Folgendes: This Instrument has for many years been in constant use on the rifle range of the Royal Laboratory at the Royal arsenal and gives admirable results.

barographen gelöst. Leider ist indess die Windstärke weit schnelleren Aenderungen ausgesetzt als der Luftdruck, und aus diesem Grunde habe ich bisher überhaupt Anstand genommen, für den Winddruckapparat eine ähnliche Construction zu empfehlen. Nachdem mir aber Gelegenheit geboten worden ist, die Thätigkeit des Barographen zu beobachten, veranlasst mich dazu die Ueberlegung, dass die Eigenartigkeit der Construction es zu beurtheilen erlaubt, ob das Laufrad der Aenderung der Windstärke zu folgen vermochte oder nicht; in letzterem Falle entsteht nämlich eine zarte gerade Linie, welche in einer gegebenen Neigung gegen die Horizontale aufsteigt, in ersterem Falle dagegen wird die Curve durch eine breitere Zickzacklinie repräsentirt. Berücksichtigt man ferner, dass der Apparat, sobald sich in dieser Beziehung ein ungünstiges Resultat ergeben sollte, durch Anwendung eines schwereren Laufrades leicht corrigirt werden kann, so dürfte ein Versuch, das in Rede stehende Princip auch auf die Messung des Winddruckes auszudehnen, durchaus lohnend erscheinen. Anstatt der gewöhnlichen Uhr sollte man alsdann eine solche mit conischem Pendel anwenden, weil bei dieser die Bewegung eine continuirliche ist.



Die beistehende Figur mag illustriren, wie ich mir die Anordnung der wesentlichsten Theile des Apparates vorstelle. Den obersten, möglichst weit das Dach des Gebäudes überragenden Theil des Pendels bildet die metallene Hohlkugel K; unterhalb des Drehungspunktes d befindet sich in irgend einer Form soviel Masse h, dass der Schwerpunkt des ganzen Pendels ein wenig unter dem Drehungspunkte liegt. In der

Höhe des letzteren ist die Pendelstange von einer Kreisscheibe *s* umgeben, deren Rand in der Ruhelage des Pendels den oberen Rand des als Transmissionsstange fungirenden Metallrohres *T* nur nahezu berührt, unter dem Einflusse des Windes aber sofort auf letztere an irgend einer, von der Windrichtung abhängigen Stelle einen verticalen Druck nach unten ausübt; den Schwankungen dieses Druckes folgt automatisch in bekannter Weise das Laufrad in seiner horizontalen Bewegung auf dem längeren Arme des Waagebalkens. — Die geringfügige Drehung des Pendels um den Punkt *d* kann vermöge der Cardani'schen Vorrichtung erfolgen; der Träger derselben (*e*) wird durch drei oder vier Strebbalken gehalten, welche — durch Schlitze im Transmissionscylinder und im Pendelrohr hindurchgehend — in das am Gebäude befestigte Rohr *B* eingefügt sind; über den oberen verengten Theil dieses Rohres *B* greift zum Schutze gegen das Eindringen des Regenwassers die am Pendelrohre angebrachte Kapsel *k*.

Soll der Winddruck in verticaler Richtung auf eine etwas grössere Entfernung übertragen werden, so kann dazu ein Stahldraht dienen; es muss alsdann umgekehrt der Cylinder *T* über den Rand der Scheibe *s* hinübergreifen, und die Vorrichtung muss an demselben Waagebalkenarme wirken, wie das Laufrad.

In unserer Figur ist die erste Form der Druckübertragung besonders deswegen gewählt, weil die Möglichkeit der gleichzeitigen Registrirung der Windrichtung an demselben Apparate angedeutet werden sollte. Ist die Bewegung des Pendels auch sehr gering, so wird der Ausschlag einer kleinen Messing- oder Bleikugel am unteren Ende der genügend verlängerten Pendelstange *h* dennoch hinreichen können, um an der Innenseite des mit „metallic paper" ausgekleideten Cylinders *C* (welcher mit der Schreibtafel *W* heruntersinkt) eine deutlich sichtbare Spur zu erzeugen.

In bekannter Weise könnte derselbe Zweck etwas umständlicher, aber auch sicherer, durch Einfügung von 16 isolirten Metalldrähten in den oberen Theil des Cylinders *T* erreicht werden, von denen je nach der Windrichtung bald der eine, bald der andere mit der Scheibe *s* in Berührung kommt und je einen von 16 kleinen Elektromagneten, welche in einer horizontalen Linie der Schreibtafel *W* etwa an ihrer Rückseite gegenüberstehen, zur Thätigkeit bringt; auf diese Weise kann die Aufzeichnung auch unschwer an jeder beliebigen, bequem gelegenen Stelle eines Gebäudes erfolgen. Um ebenso frei, oder vielmehr noch

ungebundener, über den Ort der hier hauptsächlich in Frage kommenden Registrirung des Winddruckes disponiren zu können, bedarf es der Anwendung des Verfahrens der Fernregistrirung, wie alle von mir vorgeschlagenen Apparate sie gestatten; das hierzu erforderliche zweite Instrument besteht in allen Fällen aus den folgenden, an einem Eisenstativ befestigten Stücken: Uhr, Schreibtafel, Leitschraube mit Schreibstiftvorrichtung und Elektromagnet.

Es kam mir vor Allem darauf an, im Vorstehenden auf die Richtung hinzuweisen, in welcher sich meiner Ansicht nach die Entwicklung der Messung des Winddruckes vollziehen muss; das Ziel einer wesentlichen Verbesserung derselben wird auf dem angedeuteten Wege jedenfalls erreichbar sein, wenn auch vielleicht nicht beim ersten Versuche.

Untersuchung über die anomale Dispersion des Lichtes in concentrirten alkoholischen Cyaninlösungen, mit Rücksicht auf die hierauf bezügliche Arbeit des Herrn v. Lang[1]).

Von

G. Sieben.

(Mittheilung des Herrn Verfassers aus den Sitzungsberichten der naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Aachen.)

Professor Wüllner machte in der naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Aachen Mittheilung von einer in seinem Laboratorium im Gange befindlichen Untersuchung des Hrn. Dr. G. Sieben über anomale Dispersion des Lichtes mit Rücksicht auf die Messungen des Herrn v. Lang über die Brechungsexponenten concentrirter Cyaninlösungen. Die Ungunst der diesjährigen Witterung, welche nur selten die Sonne zu den Versuchen zu benutzen verstattet, veranlasst die vorläufige Mittheilung dieser erst nach einer Seite abgeschlossenen Versuchsreihe.

Die Verschiedenheit der von Kundt,[2]) Ketteler[3]) und mir[4]) nach der spectralen Methode gefundenen Brechungsexponenten für concentrirte Cyaninlösungen veranlassten Hrn. v. Lang die Bestimmung der Brechungsexponenten einer ebenfalls concentrirten Cyaninlösung nach der Methode der totalen Reflexion vorzunehmen. Den Grund dieser Verschiedenheit, sowie den der auffallenden Differenzen seiner Werthe und der anderen glaubt Herr v. Lang in der Mangelhaftigkeit der spectralen Methode in den Fällen, bei welchen es sich um die Untersuchung stark absorbirender Medien handelt, suchen zu müssen.

Die vorliegende Untersuchung hat die Aufgabe, den Einwurf des Herrn v. Lang gegen die prismatische Messung der Brechungsexponenten einer experimentellen Prüfung zu unterziehen. Die Methode

1) v. Lang, Ber. der Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 84, Abt. II, 1881.
2) Kundt, Pogg. Ann. Bd. 145, 1872.
3) Ketteler, Wied. Ann. Bd. 12, 1881.
4) Sieben, Wied. Ann. Bd. 8, 1879.

der Untersuchung ergibt sich darnach von selbst, es mussten dieselben Lösungen nach der prismatischen Methode und nach der Methode der totalen Reflexion untersucht werden. Im Folgenden sind die Resultate einer nicht unbeträchtlichen Anzahl von Messungen nach der prismatischen Methode mitgetheilt, welche schon allein geeignet zu sein scheinen, den Einwurf des Herrn v. Lang zu widerlegen, indem sie zeigen, dass Cyaninlösungen, die ebenso dargestellt wurden, wie es Herr v. Lang gethan hat, und welche also wohl dieselbe Concentration hatten, auch nach der prismatischen Methode wesentlich dieselben Werthe der Brechungsexponenten ergaben, die Herr v. Lang gefunden hat. Die Versuche ergeben, dass ohne Erwärmung der Lösungen concentrirtere Lösungen des Cyanins, als sie Herr v. Lang benutzt hat, sich nicht herstellen lassen.

Die Versuche sind mit einem grossen Meierstein'schen Spectrometer und einem Kundt'schen Hohlprisma von 45° br. W. ausgeführt. Das Cyanin wurde von Dr. Schuchardt in Görlitz bezogen.

Es sind zwei Arten der Herstellung concentrirter Lösungen zu unterscheiden: 1. Concentrirte Lösungen auf kaltem Wege und 2. solche auf warmem Wege.

I. Concentrirte Lösungen auf kaltem Wege.

Das Prisma wurde mit einer auf vielem überschüssigen Cyanin gebildeten Lösung bei einer Zimmertemperatur von 21° gefüllt. Die Lösung bei Sonnenlicht, vermittels homogener Gläser untersucht, ergab für die Fraunhofer'schen Linien A, a, B und G[1]) folgende Brechungsexponenten:

A		*a*		*G*	
19,4	1,36302	19,8	1,36387	19,8	1,37105

Dieselbe Lösung nach fünfstündigem Stehen und mehrfachem Schütteln zeigte folgende Exponenten:

A		*a*		*B*		*G*	
19,6	1,36210	19,6	1,36336	19,6	1,36464	19,7	1,37105

1) Andere Linien wurden nicht gesehen, mit Ausnahme von *H* bei dünneren Lösungen.

Nun blieb dieselbe während der Nacht auf dem Spectrometer stehen und wurde am folgenden Morgen untersucht:

A		*a*		*B*		*G*	
18,2	1,36230	18,5	1,36333	18,5	1,36444	18,5	1,37134

Dieselben Resultate erhielt ich bei öfterer Wiederholung dieses Versuchs an neu hergestellten Lösungen.

In den Tabellen ist ausserdem in jeder Columne die Temperatur in dem Momente der Einstellung auf die einzelnen Linien angegeben. Dieselbe wurde an einem in 0,°1 getheilten Thermometer abgelesen.

v. Lang's Brechungsexponenten für die betreffenden Fraunhofer'schen Linien seiner concentrirten Lösungen sind die folgenden:

A		*a*		*B*		*G*	
16,7	1,3627	16,7	1,3653	17,8	1,3661	18,2	1,3732
—	—	—	—	18,3	1,3652	18,3	1,3711
19,2	1,3611	19,2	1,3633	19,2	1,3646	19,2	1,3715

Da Herr v. Lang diese Lösungen auf obige Weise hergestellt hat, so ist unter Berücksichtigung der Temperatur und der Genauigkeitsgrenzen seiner Werthe die Uebereinstimmung eine befriedigende zu nennen, besonders da seine Werthe unter sich ebenso differiren als diejenigen, welche ich erhalten habe.

Bemerkt werde noch, dass auch bei obigen Lösungen unter Vorsetzung der homogenen Gläser vor den Spalt des Spectrometers eine Uebereinanderlagerung der Spectralfarben constatirt wurde, in deren Region aber leider keine Linien gesehen werden konnten. Dass eine auffallend sichtbare Anomalie aus den angegebenen Werthen nicht zu ersehen ist, hat nur darin seinen Grund, dass die beobachteten Strahlen noch keine volle Anomalie erlitten hatten. (Siehe jedoch hierüber weiter unten.)

Ausser diesen Concentrationen, welche sich immer bei gewöhnlicher Zimmertemperatur und überschüssigem Cyanin in der Lösung herstellen, lassen sich durch Erhöhung der Temperatur noch Lösungen stärkerer Concentrationen bereiten, die sich aber immer bei hinreichend

langer Abkühlung auf eine Concentration der ersten Art reduciren. Im Folgenden gebe ich desshalb einen Ueberblick der Resultate der

II. Concentrirten Lösungen auf warmem Wege.

Eine neue Lösung mit sehr viel überschüssigem Cyanin wurde wieder bei gewöhnlicher Temperatur untersucht und ergab:

A		*a*		*B*		*G*	
18,6	1,36276	18,6	1,36383	18,6	1,36503	18,6	1,37173

Darauf wurde diese Lösung in dem Prisma auf dem Spectrometer erwärmt und die Bestimmung der Brechungsexponenten bei abnehmender Temperatur vorgenommen. Das Erwärmungsverfahren war dasselbe, welches ich seiner Zeit bei der Bestimmung der Temperaturcoefficienten von Cyaninlösungen verschiedener Concentration anwandte. Versuche, welche in nächster Zeit veröffentlicht werden. Durch ein vielfach schlangenförmig gewundenes, dünnes Bleirohr, welches unter das Tischchen des Spectrometers gelegt wurde, wurde Wasserdampf geleitet. Das Tischchen wurde so tief geschraubt, dass die Platte das Bleirohr berührte. Als Hülle über das Ganze kam ein passend durchschnittener Pappdeckel-Cylinder, durch welchen das Thermometer ragte. Mit Hilfe dieser Vorrichtung konnte bis auf 63°—65° erwärmt und die Temperatur constant gehalten werden; über 55° hinaus wurde jedoch meistens nicht erwärmt. Der Prismendeckel war aufgeleimt und durch den Gummistopfen, vermittelst dessen das Thermometer luftdicht eingesetzt war, ging ein Capillarröhrchen in den Luftraum des Prisma.

Die beobachteten Brechungsexponenten sind in folgender Tabelle der Zeit nach, von welcher an die Erwärmung aufgehört hat, zusammengestellt. Die Temperatur wurde etwa ½ Stunde auf 53° constant gehalten. Durch mehrfaches Schütteln kam alles in dem Prisma enthaltene Cyanin zur Lösung, wovon ich mich durch Umdrehen desselben überzeugte. Die das Prisma zusammenhaltende Hausenblase war gut lufttrocken, in Folge dessen sich der brechende Winkel durch die Erwärmung nur um einige Secunden änderte. Es war nur A beständig sichtbar.

A		Bemerkungen	a		Bemerkungen	B	
50,6	1,36849	steig. Temp.	—	—		—	—
52,5	36863	scharf	—	—		—	—
49,1	37035	„	—	—		—	—
47,6	37112	„	—	—		—	—
46,3	37139	„	—	—		—	—
45,2	37212	„	—	—		—	—
43,8	37242	„	—	—		—	—
39,0	37421	„	—	—		—	—
35,4	37457	„	—	—		—	—
32,0	37503	schwach	—	—		—	—
31,0	—	Keine Linien sichtbar, selbst *A* nicht	—	—		—	—
29,0	—		—	—		—	—
26,8	37490	schwach	—	—		—	—
24,1	37334	sehr scharf	23,3	1,37400	Jetzt erst z. Einstellen sichtbar	—	—
24,0	37258	„	23,2	37369		—	—
23,8	37239	„	23,0	37308	scharf	—	—
23,4	37163	„	22,7	37241	„	—	—
23,3	37163	rasch n. 23,4	22,4	37173	„	—	—
23,0	37088	scharf	22,3	37098	„	—	—
22,6	36994	„	22,3	37074	„	—	—
22,4	36933	„	22,3	37043	3/4 h nach d. Erwärmung	—	—
22,3	36850	„	22,2	37023	scharf	—	—
22,2	36807	3/4 h nach d. Erwärmung	22,1	36977	„	—	—
22,1	36781	scharf	22,0	36951	„	—	—
22,1	36770	3—5 Min. später	22,0	36832	„	—	—
22,0	36649		22,0	36812	„	—	—

Am andern Morgen:

20,4	1,36262	sehr scharf	20,5	1,36379	scharf	20,6	1,3648
20,5	1,36250	„	20,6	1,36367	„	20,7	1,3648

Am andern Nachmittag (also etwa 24 Stunden seit der E

20,9	1,36235	scharf	21,0	1,36341	scharf	21,1	1,36462

Das Gewicht des ausgeschiedenen Cyanins bei

Die restirende Lösung wurde abgedampft und ergab: 0,0302 g Cyanin, folglich waren bei 52,°5 in etwa 4,5 ccm Alkohol (denn so viel waren ungefähr im Prisma) 0,3762 g Cyanin gelöst.

Aus der Tabelle ist unmittelbar zu ersehen, dass — bei derselben Stellung des Prisma auf dem Tischchen — in dem Maasse, als sich mit zunehmender Temperatur mehr Cyanin löst, auch die Anomalie zunimmt. Bis etwa 32° nehmen die Indices mit abnehmender Temperatur zu, wie dieses für alle flüssigen Körper der Fall ist. In dem ersten Momente der Ausscheidung des Cyanins sind keine Linien sichtbar, und von dem Wiedererscheinen an nehmen die Indices trotz abnehmender Temperatur sehr rasch ab, bis sich eine Lösung von beständigem Gehalte hergestellt hat. Vergleicht man die Brechungsexponenten, nach 24 Stunden der Erwärmung beobachtet, mit denjenigen der concentrirten Lösungen auf kaltem Wege, so wird man das letztere bestätigt finden.

Um einen Begriff von der Anomalie dieser Lösung zu bekommen, sowohl bei 53°, wo also alles Cyanin gelöst war, als auch 24 Stunden nachher, gebe ich im Folgenden eine Zusammenstellung der Brechungsexponenten der Mitten der einzelnen Spectralfarben.

Mitte des Roth		Mitte des Grün		Mitte des Blau		Mitte des Violet	
53,0	1,37631	53,0	1,34937	52,5	1,35949	52,0	1,36494
—	—	41,1	1,35513	40,5	1,36621	—	—
20,5	1,36521	20,5	1,36165	20,6	1,36902	20,6	1,37326

Bei nochmaliger Erwärmung dieser Lösung wurde dasselbe Resultat erhalten. Während aber im ersten Falle nichts an den Wänden des Prisma, sondern alles auf dem Boden und an der Thermometerkugel auskrystallisirte, schied sich im letzten Falle alles an den Wänden aus, so dass dieselben öfters mit einem keilförmigen Gummiwischer gereinigt werden mussten, damit auf die Linien eingestellt werden konnte.

Die Brechungsexponenten einer anderen Lösung, welche bedeutend mehr festes Cyanin enthielt, sind in folgender Tabelle verzeichnet. Zu Cyaninkrystallen, welche sich im Prisma befanden, wurde eine schon bei gewöhnlicher Temperatur gesättigte Lösung unter vorausgegangener gelinder Erwärmung gegossen, etwas geschüttelt und nach etwa ½ Stunde untersucht.

A		Bemerkungen	*B*		*G*		Bemerkungen	H_1	
21,2	1,36425	v. d. Erwärm.	—	—	—	—	·	—	—
21,4	1,36429	„	21,4	1,366500	21,3	1,372331	v. d. Erwärm.	21,1	1,37587

Erwärmt von $11^h 50^m$ bis $2^h 40^m$ (Constant auf 57,8°).

53,8	1,40046	20 Min. n. d. Beginne geschüttelt. *A* ist auffallend verbreitet.	—	—	—	—		—	—
53,8	1,40077	35 Min. n. d. Beginne der Erwärmung.	—	—	53,8	1,37093*[1]	sehr schwach	—	—
54,7	1,40750	45 Min. n. d. Beginne der Erwärmung.	—	—	53,8	1,37143*	„	—	—

Um $1^h 45^m$ noch festes Cyanin ins Prisma.

53,3	1,41302		—	—	—	—		—	—
55,6	1,43092		—	—	—	—		—	—
57,8	1,43352	sehr schwach	—	—	—	—		—	—
57,0	1,43430		57,0	1,45501*	54,8	1,37237	sehr schwach	—	—

Während des Abkühlens beschlugen sich die Wände mit grün schillernden Krystallen, welche mit dem Gummiwischer nicht dauernd entfernt werden konnten. Aus diesem Grunde konnte bei abnehmender Temperatur nicht beobachtet werden. Nachdem spät am Abend zum letzten Mal die Wände gereinigt wurden, konnte die sich selbstüberlassene Lösung am folgenden Morgen untersucht werden, denn die Wände waren rein.

Die Indices dieser Lösung waren folgende:

A		*B*		*G*	
20,6	1,36593 schwach	20,6	1,36761 schwach	20,6	1,37356 schwach

1) Der Stern bedeutet unsichere Einstellung.

Eine Verfolgung der Brechungsexponenten dieser Lösung zeigt ebenfalls, dass die Anomalie mit zunehmender Concentration bedeutend zunimmt. Für A sind dieses die grössten Exponenten, welche bis jetzt für eine Lösung in einem Prisma von 45^0 br. W. beobachtet wurden. Dass die Exponenten der über Nacht gestandenen Lösung noch grösser sind, als die bisher für kalte concentrirte Lösungen angegebenen, rührt daher, dass diese Lösung noch in einem übersättigten Zustand war, denn durch die Erschütterung, welche durch das Herausnehmen des Thermometers entstand, hatten sich die Wände von Neuem beschlagen. Selbst die nun restirende Lösung zeigte abgedampft noch einen grösseren Cyaningehalt, als die vorhergehende. Es kamen hier nämlich auf 10^{g} Alkohol $0{,}2148^{g}$ Cyanin, während dort in 10^{g} Alkohol nur $0{,}1504^{g}$ Cyanin enthalten waren. Das Gewicht des auskrystallisirten Cyanins betrug: $0{,}9^{g}$ und das Prisma enthielt etwa $3{,}3^{ccm}$ Lösung.

Von den übrigen untersuchten Lösungen führe ich hier noch diejenigen an, welche nach dem mir von Herrn Ketteler mitgetheilten und von ihm selbst angewandten Verfahren bereitet wurden[1]). Das Säckchen mit nahezu 3^{g} Cyanin hing — weil es an Sonne fehlte — ca. 3 Tage in 80^{ccm} Alkohol und wurde dann bei einer Zimmertemperatur von 23^0 ausgedrückt. Die sogleich beobachteten Exponenten finden sich hier verzeichnet:

A		*a*		*B*		*G*		H_1	
19,8	1,36120	19,8	1,36231	—	—	—	—	—	—
19,7	1,36127	19,7	1,36238	19,7	1,36345	19,8	1,37082	19,8	1,37411

Das Abdampfen der Lösung ergab in 10^{g} Alkohol $0{,}1058^{g}$ Cyanin. Da nun diese Exponenten keineswegs mit denjenigen der concentrirten Lösung von Ketteler übereinstimmen, so glaubte ich, der Versuch sei missrathen, besonders da sich lange nicht alles Cyanin durchgepresst hatte. Er wurde desshalb von Neuem angestellt. Dieselbe Quantität frisch umkrystallisirtes, blätteriges Cyanin hing jetzt wie bei Ketteler etwa 18 Stunden in nur 25^{ccm} Alkohol in einer schräg gestellten Flasche mit breitem Boden. Die Lösung wurde gleich nach dem Auspressen und am folgenden Nachmittag untersucht:

1) Ketteler, Wied. Ann., Bd. 12, 1881, S. 481. Das Verfahren ist erst später von Pulfrich veröffentlicht worden. Wied. Ann., Bd. 16, 1882, S. 341.

A		a		B		G		H_1		Mitte d. Grün	
22,8	1,36150	22,6	1,36286	22,5	1,36424	22,4	1,37042	—	—	—	—
22,7	1,36156	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22,2	1,36178	22,2	1,36302	22,2	1,36437	22,2	1,37064	—	—	—	—
				Am folgenden Nachmittag:							
20,8	1,36216	20,8	1,36334	20,8	1,36462	20,6	1,37174	20,7	1,37482	20,8	1,36387

In 10g Alkohol waren 0,1151g Cyanin gelöst. Mir ist es also nicht gelungen, vermittelst des Ketteler'schen Verfahrens eine Lösung stärkerer Concentration zu erhalten, als sich überhaupt auf kaltem Wege herstellt. Ganz anders gestaltete sich das Experiment, als ich die Flasche sammt Säckchen auf etwa 50° erwärmte, dann wurde, was man sofort fühlte, die Masse des in dem Säckchen enthaltenen Cyanins breiiger und die Lösung intensiver gefärbt. Untersucht habe ich sie nicht, da die Bereitung von dem angegebenen Ketteler'schen Verfahren abgewichen, und ich ja auf anderm Wege ebenfalls bedeutende Anomalie erhalten habe. Gesetzt der Fall aber, die „verhältnissmässige hohe Zimmertemperatur", bei welcher Herr Ketteler die Auspressung vorgenommen, wäre 35° gewesen, so dürfte folgender Versuch im Wesentlichen zu demselben Resultate führen.

Eine Lösung mit einer beträchtlichen Quantität überschüssigem Cyanin wurde ca. 6 Stunden in einem Wasserbad constant auf 35° erwärmt und sehr oft kräftig geschüttelt, sodann in das erwärmte Prisma gegossen und untersucht. Die Brechungsexponenten waren dieselben wie diejenigen einer Lösung, welche sich bei gewöhnlicher Temperatur gesättigt hatte, nämlich:[1])

A		a		B		G		H_1	
19,6	1,36142	19,8	1,36223	20,9	1,36269	20,2	1,37088	sichtbar aber nicht darauf eingestellt	
19,9	1,36123	21,3	1,36161	—	—	20,6	1,37058		
20,1	1,36117	—	—	—	—	—	—		
				Bis auf 62,2° erwärmt:					
62,2	34311	—	—	—	—	—	—	—	—
60,9	34388	—	—	—	—	—	—	—	—
55,7	34627	58,8	1,34561	—	—	—	—	—	—

1) Aus der umfangreichen Beobachtungsreihe theile ich nur einige Werthe mit.

A		*a*		*B*		*G*		H_1	
52,0	1,34790	—	—	—	—	—	—	—	—
49,8	1,34883	—	—	—	—	—	—	—	—
48,2	1,34948	—	—	47,0	1,35259	—	—	—	—
40,2	1,35290	—	—	45,2	1,35317	57,5	1,36380[1])	—	—
31,8	1,35662	35,5	1,35532	32,7	1,35836	32,9	1,36524	27,1	1,37132[1])
29,3	1,35764	25,9	1,35999	28,5	1,36016	31,2	1,36652	26,6	1,37171
25,6	1,35919	23,3	1,36116	25,3	1,36130	30,6	1,36679	24,0	1,37280
23,0	1,36016	22,6	1,36138	23,4	1,36203	23,5	1,36975	23,6	1,37298
21,9	1,36071	21,7	1,36183	21,4	1,36288	21,4	1,37069	22,2	1,37348
Nach etwa 18 Stunden (auf dem Spectrometer gestanden):									
18,6	1,36194	18,6	1,36198	18,4	1,36413	18,6	1,37167	18,6	1,37485
Nach zwei Tagen (ebenfalls):									
16,6	1,36289	16,6	1,36366	16,6	1,36478	16,5	1,37284	16,6	1,37612

In 10g Alkohol waren 0,1022g Cyanin enthalten.

Dass kein überschüssiges Cyanin in der Lösung war, beweist die regelmässige Aenderung mit abnehmender Temperatur; bei vollständiger Abkühlung war kein Niederschlag im Prisma zu bemerken. Diese Lösung könnte folglich dazu dienen, die Temperaturcoefficienten der Cyaninlösung zu berechnen, worauf ich jedoch in der ausführlichen Mittheilung zurückkommen werde.

Wenn es nun auch gerade nicht wesentlich ist, ob die Ketteler'sche Lösung auf kaltem oder warmem Wege bereitet wurde, so bleibt es immerhin doch auffallend, dass Herr Ketteler das Auskrystallisiren des Cyanins nur in seiner Flasche, nicht aber im Prisma bemerkte. Da die Ausscheidung aus einer sehr concentrirten Lösung nach meinen Versuchen binnen ½ bis ¾ Stunden vor sich geht, so muss bei solchen Lösungen, wenn eine zur Berechnung zusammenhängende Beobachtungsreihe gemacht werden soll, die grösste Vorsicht obwalten. Nach seiner Angabe nahm eine Versuchsreihe 1½ bis 2 Stunden in Anspruch.

Diese Versuche geben mir nun auch Aufschluss über eine bei meinen früheren Untersuchungen beobachtete Thatsache. Die Brechungsexponenten derjenigen meiner Lösungen, welche v. Lang mit zur Vergleichung gewählt hat, sind mit einem Prisma von 16° br. W. angestellt. Die Lösung selbst wurde in einem Reagensglas mit überschüssigem

1) Jetzt erst sichtbar, besonders H_1 scharf.

Cyanin erwärmt, ins Prisma gegossen und gleich untersucht. Am folgenden Tage machte ich zur Vervollständigung der Beobachtungsreihe noch einige Bestimmungen, fand aber, dass die neu bestimmten Exponenten mit den früheren in keiner Weise zusammenzustellen waren. Es ist jetzt unzweifelhaft, dass die Aenderung der Concentration der Lösung diese verschiedenen Resultate zur Folge hatte.

Zuletzt gebe ich noch die Brechungsexponenten einiger Fraunhofer'schen Linien für den angewandten Alkohol vom specifischen Gewicht 0,796 bei der Temperatur 19,7°:

A		*a*		*B*		*F*		*G*		H_1		H_2	
21,1	1,35755	21,2	1,35826	21,2	1,35915	21,2	1,36558	21,3	1,36923	21,4	1,37220	21,4	1,37245

und stelle die Resultate dieser Versuche im Folgenden zusammen:

1. Sowohl auf kaltem als auf warmem Wege stellt sich allmählich eine Lösung von nahezu demselben Cyaningehalte her. Die von v. Lang untersuchte Lösung ist also mit Recht eine „concentrirte" zu nennen; dagegen waren die Lösungen von Kundt, Ketteler und mir in einem Zustande der Uebersättigung;
2. Die Differenzen der Brechungsexponenten nach der spectralen Methode unter sich, und zwischen denjenigen nach der Methode der totalen Reflexion haben nicht ihren Grund in der Mangelhaftigkeit der spectralen Methode, sondern nur darin, dass Lösungen von verschiedenem Cyaningehalte mit einander verglichen werden.

Diese Versuche werden noch durch directe Vergleichung der Brechungsexponenten einer und derselben Lösung nach beiden Methoden vervollständigt.

Ueber das Pythagoräische Komma in der natürlichen Tonleiter und den Einfluss desselben auf die Tonnomi (Tonarten).

Von

Dr. Ivan Zoch,

Director.

(Als Manuscript gedruckt Sarajewo 1882.)

Es ist eine bekannte Thatsache, dass die meisten slavischen Volksmelodien, wenn sie von einem noch so tüchtigen Musiker in Noten gesetzt werden, am Fortepiano nie genau wiedergegeben werden können. Die Ursache davon liegt einerseits in der grossen Unbestimmtheit der im Gebrauche stehenden Tonleitern und der Unnatürlichkeit der Dur- und Molltonarten, andrerseits aber in der unnatürlichen Temperatur des Fortepiano sowie anderer Musikinstrumente, wodurch die reinen Tonintervalle — Quinten, Terzen, Sexten etc. — getrübt werden und so der melodische Reiz dem Liede benommen wird.

Auf der Geige, die bekanntlich alle Töne hat, kann wohl im Principe eine jede Melodie wiedergegeben werden, de facto jedoch ganz genau nur dann, wenn der Musiker die Melodie und ihre Eigenthümlichkeiten, die durch die Noten nicht fixirt werden können, aus eigener Erfahrung kennt.

Anders ist es mit den Volks-Musikinstrumenten, z. B. mit der Tambura. Hier finden wir die Töne nach einer den Volksmelodien entnommenen Tonleiter fixirt; deshalb ist es auch möglich, auf diesen Instrumenten die Melodie genau wiederzugeben. Zu dieser Erfahrung gelangte ich erst, nachdem ich, auf Grund der Forschungen der Gebrüder Ludwig, Adolf und Julius Reis[1]), die natürliche Ton-

1) Základné pravidlá súzvuku I. pre hudbu na čislovych pomeroch sostavené skrze bratov Lud., Ad. a Jul. Reis, vydala Matica slovenská Turč. Sv. Martin 1873.

leiter bereits fixirt hatte, zuerst aus den trefflichen Arbeiten des bekannten Componisten südslavischer Gesänge, Prof. Fr. Š. Kuhač[1]), und dann auch aus eigenen Untersuchungen der Intervalle, speciell auf der bosnischen Šarkija und dem Sas, wodurch für die Richtigkeit der erwähnten natürlichen Tonleiter ein neuer Beweis geliefert wurde.

Die Ohnmacht des herrschenden Musiksystems mit der unnatürlichen Temperatur, den unreinen Terzen, Quinten, Sexten, ja selbst Octaven, mit den nur annähernd fixirten Tonintervallen und den widernatürlichen Tonarten, wodurch es unmöglich erscheint, die prachtvollen slavischen Volksmelodien in ihren feinen Nuancen zu fixiren, machte mich stutzig, und ich schauderte, da ich die Möglichkeit sah, dass einstens die Zeit kommen könnte, wo der slavische Melodienschatz, verdrängt durch die Musik der Dissonanzen[2]), in Vergessenheit gerathen würde. Deshalb machte ich es mir zur Aufgabe, auf Grund der erwähnten Arbeiten der Gebrüder Reis, aus den Melodien selbst die natürliche Tonleiter sowie die ihr entsprechenden Tonarten (Tonnomi) herauszusuchen und auf deren Basis ein neues System von Tonarten — Tonnomi genannt — aufzubauen[3]).

Der Gedanke, dass die natürliche Tonleiter in der natürlichen Zahlenreihe liegen müsse, war ein sehr naher, und da alle Intervalle, in denen eine grössere Primzahl als 7 oder ein complicirtes Verhältnis vorkommt, unserem Ohre unmusikalisch erscheinen, die Octaven vorstellenden Zahlen aber nicht berücksichtigt werden, so waren bald auch die Zahlen gefunden, welche die Basis der Tonleiter bilden müssen.

---

1) Rad jugoslavenske akademije 1876 i 1877.

2) Radau's Akustik, 1869, § 242: „Heutzutage sind wir an die verstimmte Musik vollständig gewöhnt, wozu die allgemeine Verbreitung des Fortepiano viel beigetragen hat. Musiker, welche gewöhnt sind im Orchester zu spielen, kennen die reinen Accorde gar nicht; wir leben im Zeitalter der Dissonanzen!" — Helmholtz, Abhandlungen, 1882, S. 422: „Deutlich fühlbar werden die Mängel der Stimmung bei allen langsam sich bewegenden, aushaltenden Tönen und desto mehr, je kräftiger diese sind. Chöre von Blasinstrumenten sind deshalb für die vollendet künstlerische Musik fast gar nicht anwendbar. Besonders auffallend sind nun die Nachtheile auch in der gegenwärtig sich sehr verbreitenden Physharmonika um so mehr, als die Combinationstöne an diesem Instrumente wegen seiner besonderen Construction etwas stärker sind als an anderen. Hier ist der Unterschied rein gestimmter und temperirter Accorde so gross, dass erstere nach letzteren wie Dissonanzen klingen."

3) Novi organički sustav uzortona i iz toga sliedeća prirodna glasbena temperatura natemelju naravskih brojeva od Dr. Iv. Zoch. Osiek 1877.

Diese Zahlen, welche den Namen der harmonischen Zahlenreihe verdienen, sind: **1, 3, 5, 7, 9, 15, 21, 25, 27,** 35, **45,** 63, **75,** 81, 105, 125, **135** etc.

Die Zahlen über 135, welche noch ganz gut als Tonintervalle benutzt werden könnten und vielleicht bei der späteren Generation, wenn sich einst das harmonische Gefühl der Menschheit wird mehr verfeinert haben, auch eine Anwendung finden werden, sowie die mager gedruckten Zahlen (35, 63, 81, 105 und 125) blieben ohne Berücksichtigung, da ich die Zahl der 12 Töne der Octave nicht überschreiten wollte und die übrigen Zahlen eine so grosse Fülle von Intervallen geben, dass ich keine Melodie fand, die nicht genau ihr Plätzchen darin fände.

Werden nun diese Zahlen, die ich Ton-Aequivalentzahlen nenne, in eine und dieselbe Octave versetzt, so findet man, dass sie folgenden Tönen entsprechen:

1	135	9	75	5	21	45	3	25	27	7	15	2
I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII,

wobei die Zahlen I, II, III, IV, V, VI, VII die Prim, grosse Secund, Terz etc., die Zahlen 2, 3, 5, 6, 7 die kleine Secund, Terz, Quint, Sext, Septime bedeuten. Diese Bezeichnung wurde aus dem Grunde gewählt, da ein jeder von diesen Tönen bei den verschiedenen Tonarten ganz verschiedene Intervalle besitzt und demnach mit den üblichen Zeichen *c, cis, des, d, dis, es* etc., nicht bezeichnet werden kann.

Verwandelt man diese Aequivalentzahlen in relative Schwingungszahlen, so erhält man die folgende chromatische Tonleiter:

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
1	$^{135}/_{128}$	$^{9}/_{8}$	$^{75}/_{64}$	$^{5}/_{4}$	$^{21}/_{16}$	$^{45}/_{32}$	$^{3}/_{2}$	$^{25}/_{16}$	$^{27}/_{16}$	$^{7}/_{4}$	$^{15}/_{8}$	2,

woraus die diatonische

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
	1	$^{9}/_{8}$	$^{5}/_{4}$	$^{21}/_{16}$	$^{3}/_{2}$	$^{27}/_{16}$	$^{15}/_{8}$	2 mit den
Intervallen	$^{9}/_{8}$	$^{10}/_{9}$	$^{21}/_{20}$	$^{8}/_{7}$	$^{9}/_{8}$	$^{10}/_{9}$	$^{16}/_{15}$	folgt.

Diese Tonleiter enthält, wie wir später sehen werden, in sich eine so grosse Anzahl von verschiedenen Tonintervallen, dass mittels derselben eine jede Melodie vollkommen wiedergegeben werden kann, demnach weit genauer, als mittels der enharmonischen Scala, welche die Melodie nur auf Vierteltöne genau fixirt. Weiter ist diese Ton-

leiter der natürlichen Zahlenreihe entnommen und hat schliesslich die hochwichtige Eigenschaft, dass in derselben das Pythagoräische Komma nicht auf alle, sondern nur auf etliche Töne vertheilt ist, und demnach bei ganz reinen Terzen, Quinten, Sexten etc. auch noch Tonintervalle besitzt, die den vielen, von den heutigen Musikern als „originell" bezeichneten slavischen Liedern den der sonstigen Musikwelt noch unbekannten Reiz verleihen und somit das Charakteristikon derselben bilden.

Aus diesen Gründen sehe ich diese Tonleiter für die einzig berechtigte an und heisse dieselbe die natürliche Tonleiter.

In der Wissenschaft und in der Praxis haben wir zweierlei Tonleiter, mittels derer man die diatonische Stufenfolge zu bezeichnen pflegt: die gewöhnliche

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
1	$^{9}/_{8}$	$^{5}/_{4}$	$^{4}/_{3}$	$^{3}/_{2}$	$^{5}/_{3}$	$^{15}/_{8}$	2	und die

nach Quinten entwickelte Pythagoräische:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	$^{9}/_{8}$	$^{81}/_{64}$	$^{4}/_{3}$	$^{3}/_{2}$	$^{27}/_{16}$	$^{243}/_{128}$	2.

Betreffs der chromatischen Tonleiter ist aber weder die wissenschaftliche, noch die musikalische Welt im Reinen, da sie nicht im Stande ist, die Intervalle zugleich sowohl dem Pythagoräischen Komma als auch dem Ohre und der Volksmelodie anzupassen. Von Euler, Rameau, Tartini, Kirnberger angefangen bis Helmholtz[1]) war alle Wissenschaft nicht im Stande, die Verhältnisse der chromatischen Tonleiter zu fixiren und die Musik gewöhnte sich bereits, in Folge der überhandnehmenden Verbreitung des Fortepiano, an die „Wölfe", wie Prätorius[2]) die unnatürliche Temperatur nennt, welche auch die in der oben angeführten diatonischen Tonleiter rein enthaltenen Töne falsch stimmt und mit dissonirenden Quinten, Terzen etc. Harmonie (!) wecken will.

Die gleichschwebende Temperatur des Harmoniums und sonstiger Blasinstrumente, wo die Töne in den höheren Lagen fast bis zu einem halben Tone falsch sind, und die ungleichschwebende, willkürliche des

1) R. Radau sagt: „Bisher ist der Nutzen, welchen die Mathematik der musikalischen Welt geleistet hat, äusserst gering gewesen; kaum wurden einige vage Analogien aufgefunden, die doch nichts erklärten. Man drehte sich immer in demselben Kreise herum. Das sinnliche Wohlgefallen war das Princip, auf dem alle Systeme beruhen, es war Ziel und Ausgangspunkt."

2) „Es ist zum Besten, dass der „Wolf" mit seinem widrigen Heulen im Walde bleibe."

Fortepiano, mit falschen Quinten und Terzen, hat so überhand genommen, dass das Bedürfnis nach reinen Tönen dort, wo die nationelle Volksmelodie bereits erloschen ist, so zu sagen nicht mehr existirt[1]). Nur die slavischen Musiker können die Melodien ihrer Stämme nicht in den unnatürlichen Rahmen des heutigen Musiksystems hineinfügen und fragen alle insgesammt: „Gibt es denn keine Tonleiter, mittels welcher die Volksmelodie vollkommen wiedergegeben werden könnte? Gibt es denn keine anderen Tonarten als die Moll- und Dur-Tonart, die dem Geiste der slavischen Melodie entsprechen würden, und durch welche dieselbe genau charakterisirt, fixirt werden könnten?"

Auch ist ferner weder die wissenschaftliche noch die musikalische Welt einig, welche von den beiden Tonleitern, die gewöhnliche oder die Pythagoräische, als Basis in der Musik anzunehmen wäre.

Die Franzosen M. Cornu und E. Mercadie[2]) behaupten zwar, dass beide Tonleitern der Natur entsprechen; nur soll bei der Nacheinanderfolge der Töne die Pythagoräische und beim gleichzeitigen Ertönen die gewöhnliche Tonleiter benutzt werden, bedenken jedoch nicht, dass beim gleichzeitigen Fortschreiten und Zusammentönen beide Tonleitern zugleich benutzt werden müssten, und dass weder die eine, noch die andere den gordischen Knoten des Pythagoräischen Komma zu lösen im Stande ist. Wohl gab es Physiker — und wenn ich nicht irre, war Euler auch einer von ihnen — die, nachdem sie den Gegensatz zwischen dem Pythagoräischen Komma und den im Gebrauche stehenden Tonleitern nicht ausgleichen konnten, das Pythagoräische Komma für einen Fehler der Natur erklärten; aber die Sache verhält sich ganz umgekehrt: das Pythagoräische Komma bildet die natürliche Basis der Tonarten und den Ausgangspunkt der reinharmonischen Musik und die bis jetzt benutzten Tonleitern sowie die darauf basirten Tonarten sind falsch, unnatürlich.

Das Hauptkriterium, dass die jetzt im Gebrauche stehenden Tonleitern nicht natürlich sind, liegt in dem Wesen des Pythagoräischen

1) Radau's Akustik, 1869, S. 242: „Der temperirte Ganzton ist nur sehr wenig von der grossen Secunde 8 : 9 verschieden. Die Quinten und die Quarten werden kaum merklich geändert; nur die Terzen leiden wirklich durch die Temperatur, sie klingen für empfindliche Ohren fast unangenehm" — und demoralisiren die Harmonie!

2) Hirzel und Gretschel, Jahrbuch, Leipzig 1870, S. 75.

Komma. Bekanntlich fällt die 12. Quinte und die 7. Octave auf eine und dieselbe Taste des Fortepiano; da jedoch nach den bis jetzt im Gebrauche stehenden Tonleitern es nur ein einziges Quintenintervall $= {}^3/_2$ gibt, so entsteht zwischen der 12. Quinte $({}^3/_2)^{12} = 129{,}98$ und der 7. Octave $2^7 = 128$ ein bedeutender Unterschied, das sog. Pythagoräische Komma 129,98 : 128, welches den lapis offensionis der Akustiker sowie der Musiker bildet.

Um dieses unangenehmen und „unfassbaren" Gastes los zu werden, griff die Musikwelt zu der Methode des Zimmermannshaares, sagte ganz kurz: „Ein klein wenig schadet nicht", und entstellte die Harmonie auf das erbärmlichste, indem sie entweder alle Töne gleichmässig, unrein oder aber die Töne der höheren und der niederen Octaven falsch machte.

Ganz anders verhält es sich mit dem Pythagoräischen Komma bei der natürlichen Tonleiter. Bei dieser vertheilt es sich von selbst nur auf einige Töne, und zwar, wie wir es später bei der Behandlung der einzelnen Tonnomi (Tonarten) sehen werden, stets nur auf solche Töne, welche die Melodien des entsprechenden Tonnomos entweder gar nicht, oder eben in dem veränderten Zustande brauchen. Wir bekommen dann in den 7 Octaven 8 vollkommen reine Quinten mit dem Intervalle ${}^3/_2$, sodann 2 Quinten mit den Intervallen ${}^{40}/_{27}$ und je eine Quinte mit den Intervallen ${}^{32}/_{21}$ und ${}^{112}/_{72}$.

Die Quinte ${}^3/_2$, als die in den Melodien am häufigsten vertretene, ist auch in der Tonleiter die vorwiegende; dagegen sind die Quinten mit den Intervallen ${}^{32}/_{21}$, ${}^{40}/_{27}$ und ${}^{112}/_{72}$ als die in den Melodien seltener vorkommenden schwächer vertreten und fallen in den meisten Tonarten entweder auf Töne, die nicht benutzt werden, oder aber entsprechen sie, wenn sie gebraucht werden, genau den Anforderungen der Melodie, oder sie sind endlich als Quinten deshalb höher, um als Terzen oder Sexten, welche in den entsprechenden Melodien wichtiger sind, rein zu klingen. Es erscheint demnach bei der Benutzung der natürlichen Tonleiter jede Melodie, wenn sie in der entsprechenden Tonart gespielt wird, vollkommen rein und genau in denselben Tonintervallen, wie sie vom Volke rein und untemperirt gebildet wurde.

Und nun wollen wir dem Quintengange der natürlichen Tonleiter bis zur 7. Octave folgen, um uns von dem überraschenden Zusammentreffen der 12. Quinte mit der 7. Octave zu überzeugen.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Octave = 128

I	$\underline{\mathrm{V}}$	II	VI	III	VII	5	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{\bar{3}}$	$\bar{\bar{7}}$	IV	I
1	$^3/_2$	$^9/_8$	$^{27}/_{16}$	$^5/_4$	$^{15}/_8$	$^{45}/_{32}$	$^{135}/_{128}$	$^{25}/_{16}$	$^{75}/_{64}$	$^7/_4$	$^{21}/_{16}$	2

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	Quinte = 128
$^3/_2$	$^3/_2$	$^3/_2$	$^{40}/_{27}$	$^3/_2$	$^3/_2$	$^3/_2$	$^{40}/_{27}$	$^3/_2$	$^{112}/_{72}$	$^3/_2$	$^{32}/_{21}$	

Es ist demnach die 12. Quinte $(^3/_2)^8 \times (^{40}/_{27})^2 \times {}^{112}/_{72} \times {}^{32}/_{21}$ gleich der 7. Octave $2^7 = 128$. Ist das nicht ein schönes Zusammentreffen? Das Wesen des Pythagoräischen Komma findet in der natürlichen Tonleiter seine einfache, naturgemässe Lösung und dient, wie wir es unten sehen werden, zur Charakterisirung der natürlichen Tonarten. Aus dieser Auseinandersetzung folgt ganz logisch:

1., dass die bis jetzt im Gebrauche stehenden, diatonischen und chromatischen Tonleitern unnatürlich, unwissenschaftlich und unrein, und

2., dass alle Arten von Temperaturen, die bis jetzt benutzt werden, als unnatürlich und harmoniestörend zu verwerfen sind.

Dem entgegen: 1., dass die eben entwickelte Tonleiter in der natürlichen Zahlenreihe begründet ist,

2. alle Tonintervalle, auch die seltensten und originellsten der slavischen Melodien, enthält,

3. die Frage des Pythagoräischen Komma vollkommen löst, und somit

4. keine Temperatur braucht, da sie ja schon von Haus aus den Melodien, d. h. der Natur, vollkommen angepasst ist.

Um diese Tonleiter einerseits durch die Melodien selbst zu controliren, andererseits Melodien zu fixiren, zu analysiren und die gefundene Tonleiter auf das Fortepiano zu übertragen, wurde ein einfaches in 1000^{mm} getheiltes Monochord mit einer genau 1^m langen Metallsaite construirt. Der Steg, mit einer kleinen Vertiefung versehen, in welche die Saite zu liegen kommt, hatte oben eine Feder, um die Saite festzuhalten und konnte, ohne die Saite irgendwie zu spannen, auf und ab bewegt werden.

Mit diesem Instrumente versehen, liess ich mir die Volksmelodie von anerkannt besten Sängerinnen (Bauernmädchen) einer Gegend so

lange vorsingen, bis ich die Töne derselben genau durch die Saitenlängen fixirte und verwandelte diese Saitenlängen in Schwingungszahlen, indem ich dafür den dem reciproken Werthe der Saite am meisten entsprechenden Näherungsbruch setzte. Auf diese Art bekam ich z. B. die Töne des hier angeführten Liedes: „Kazala mi mati“ [1]).

I II III IV ; V IV O ; VIII 7 VI VIII ; IV 3 O ;
8. 16 8 8 4 8 8 8. 16 8 8 4 8 8

V IV III ; IV III II ; I I II III ; IV V VI ;
4 8 8 8 8 4 8 8 8 8 8 4

V IV III ; IV III II ; I I V V ; I I O ;
4 8 8 8 8 4 8 8 8 8 4 8 8

Das Lied enthält demnach

die Töne I II 3 III IV V VI 7 VIII, für welche die Schwingungszahlen 1 $^9/_8$ $^7/_6$ $^5/_4$ $^4/_3$ $^3/_2$ $^5/_3$ $^7/_4$ 2 gefunden wurden.

Bringt man die auf diese Art erzielten Schwingungszahlen auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner

$$\frac{48\quad 54\quad 56\quad 60\quad 64\quad 72\quad 80\quad 84\quad 96}{48},$$

so findet man, dass der Nenner die Form $2^n B$ hat, wo B = die Basis der Tonart = **3** ist. Setzt man auch die Zähler auf die niedrigste Octav, so bekommt man den Ausdruck

$$\frac{3\quad 27\quad 7\quad 15\quad 9\quad 1\quad 9\quad 5\quad 21\quad 6}{3},$$

der alle Bestandtheile der Melodie enthält, und zwar im Zähler die Aequivalentzahlen der Tonart, in welcher sich die Melodie bewegt, im Nenner dagegen die Basis der Tonart, aus welcher sie entstanden ist.

1) Da die Druckerei keinen Notensatz besitzt [Bezieht sich auf die Druckerei, in welcher das Original gedruckt wurde, das wir unverändert wiedergeben wollten. D. Red.], bin ich genöthigt, die Melodie durch Zahlen anzugeben. Die obere Zahl bedeutet den Ton, I gleich Prim, II, III, IV, V, VI, VII, VIII die grosse Secund, Terz, Quart, Quint, Sext, Sept und Octav, 2, 3, 4, 5, 6 die kleine Secund, Terz, Quint, Sext in der mittleren Octave. Mit einem Striche unterhalb steht der Ton in der unteren und mit einem Striche oberhalb in der oberen Octave, O bedeutet die Pausen. Die untere Zahl gibt die Dauer des Tones an, und zwar 1 gleich ganze Note, 2 halbe Note, 4 Viertel-Note, 8 Achtel-Note, 8. gleich 1 Achtel- und 1 Sechzehntel-Note etc. Der Tactstrich wird durch ein ; angedeutet.

Wie wir sehen, ist hier die Aequivalentzahl der Prim 3, wo sie in der ursprünglichen Tonleiter 1, resp. 2 war; auch haben alle Töne dieser Tonart zu Nennern eine Zahl der Form $2^n 3$, wo sie in der ursprünglichen Tonleiter die Form $2^n 2$ hatten.

Auf Grund dieser Erfahrung kam ich zu dem Resultate, dass in einer Melodie nur solche Töne eine Berechtigung haben, deren Nenner nach Form $2^n B$ aus einer und derselben Basis entstanden ist.

Infolge dessen zerfallen die Melodien in mehrere natürliche Gruppen, von denen jede ihren eigenen Charakter hat und ein organisches Ganze für sich bildet, da die Nenner der Schwingungszahlen aller zu einer Gruppe gehörenden Töne eine und dieselbe einfache Zahl zur Basis haben.

Einer jeden solchen Melodiengruppe entspricht auch eine eigene Tonart. Die Gruppe, welcher wir die oben citirte Melodie entnahmen, hat zur Basis den Dreier; alle Töne in derselben entwickelten sich aus demselben. Wir nennen demnach die Tonart dieser Gruppe: den Tonnomos des Dreiers; dagegen repräsentirt die ursprüngliche Tonleiter den Tonnomos des Zweiers. Wir haben weiter einen Tonnomos des Fünfers und des Siebeners; aber dieser letztere kommt sehr selten vor. Einen Tonnomos des Dreizehners, als der nächsten Primzahl, kennt die musikalische Harmonie nicht mehr, da die Intervalle, in denen eine grössere Primzahl als 7 vorkommt, unserem Ohre unmusikalisch erscheinen; dagegen haben wir Tonnomi mit zusammengesetzter Basis, also einen Tonnomos des dreifachen Dreiers ($B = 3 \times 3$), des dreifachen Fünfers, des dreifachen Siebeners, des dreifachen Neuners und vielleicht auch eines fünffachen Fünfers, fünffachen Siebeners oder auch Tonnomi einer noch höheren Basis. Es bieten jedoch einerseits die Tonnomi der einfachen Zahlen eine so grosse Menge verschiedener Tonverhältnisse, dass sie allen Anforderungen der Musik entsprechen; andrerseits sind die Nuancirungen der Tonverhältnisse in den Tonnomi mit einer höheren Basis so fein, dass dieselben in den Tonnomi einer niedrigeren Basis verschwinden. Trotzdem können sie eine grosse Bedeutung in der Theorie haben, da sie für die weitere Entwicklung und Verfeinerung der Musik das denkbar grösste Feld bilden.

Wie man aus dem Angeführten sieht, zerfallen die Tonnomi in einfache mit der Basis 2, 3, 5 und 7, und in zusammengesetzte mit der Basis $3 \times 3 = 9$, $3 \times 5 = 15$, $3 \times 7 = 21$, $3 \times 9 = 27$ etc.

A. Einfache Tonnomi.

1. Der Tonnomos des Zweiers. Wenn wir die Ton-Aequivalentzahlen der Zahl 2 als Basis anpassen, demnach die Zahl 1 als Prim nehmen, auf Nenner von der Form $2^n B$, wo $B = 2$ ist, bringen und dieselben in eine Octave einreihen, so bekommen wir die chromatische Tonleiter des Zweiernomos

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
1	135	9	75	5	21	45	3	25	27	7	15	2

Basis: 2

$1 \quad {}^{135}/_{128} \quad {}^{9}/_{8} \quad {}^{75}/_{64} \quad {}^{5}/_{4} \quad {}^{21}/_{16} \quad {}^{45}/_{32} \quad {}^{3}/_{2} \quad {}^{25}/_{16} \quad {}^{27}/_{16} \quad {}^{7}/_{4} \quad {}^{15}/_{8} \quad 2,$

woraus dann die diatonische Tonleiter

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	$^{9}/_{8}$	$^{5}/_{4}$	$^{21}/_{16}$	$^{3}/_{2}$	$^{27}/_{16}$	$^{15}/_{8}$	2

mit den Intervallen $^{9}/_{8}$ $^{10}/_{9}$ $^{21}/_{20}$ $^{8}/_{7}$ $^{9}/_{8}$ $^{10}/_{9}$ $^{16}/_{5}$ folgt.

Diese Tonleiter besitzt 6 verschiedene Intervalle und zwar 4 für den grossen und 2 für den kleinen Ton, bietet demnach dem Musiker, abgesehen davon, dass hier die Terzen und Quinten ganz rein bleiben, einen viel grösseren Spielraum, als die gewöhnliche mit nur drei verschiedenen Intervallen.

Das Pythagoräische Komma, dieses charakteristische Kennzeichen der Tonnomi, kommt beim Tonnomos des Zweiers zwischen die VI und $\overline{\text{III}}$ (A e) zu stehen und es beträgt diese Quinte $^{40}/_{27}$.

2. Wenn die Wellenlängen aller Töne einer Melodie aus Hälften, Vierteln, Achteln, $^{1}/_{2^n}$teln eines Drittels der Wellenlänge der Prim bestehen, so gehört dieselbe in die Tonart des Dreiers mit folgenden Aequivalent- und Schwingungszahlen:

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
3	25	27	7	15	1	135	9	75	5	21	45	6

Basis: 3

$1 \quad {}^{25}/_{24} \quad {}^{9}/_{8} \quad {}^{7}/_{6} \quad {}^{5}/_{4} \quad {}^{4}/_{3} \quad {}^{45}/_{32} \quad {}^{3}/_{2} \quad {}^{25}/_{16} \quad {}^{5}/_{3} \quad {}^{7}/_{4} \quad {}^{15}/_{8} \quad 2$

Die diatonische Tonleiter des Tonnomos des Dreiers zeigt den Charakter einer Dur-Tonart, ist jedoch von derselben in den Intervallen verschieden. Das Pythagoräische Komma befindet sich zwischen der II. und VI., die Quinte II : VI hat ein Intervall von $^{40}/_{27}$; demnach darf in dieser Tonart beim Harmonisiren diese Quint nur dann gebraucht werden, wenn sie die Melodie besitzt, sonst ist sie überflüssig.

	I	II	III	IV	V	VI	7	VIII
	1	$^9/_8$	$^5/_4$	$^4/_3$	$^3/_2$	$^5/_3$	$^7/_4$	2
Intervalle	$^9/_8$	$^{10}/_9$	$^{16}/_{15}$	$^9/_8$	$^{10}/_9$	$^{21}/_{20}$	$^8/_7$.	

3. Der Tonnomos des Fünfers hat einen Moll-Charakter. das Pythagoräische Komma fällt in der diatonischen Tonleiter auf die Quinte IV : VIII; seine Aequivalentzahlen sind

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
5	21	45	3	25	27	7	15	1	135	9	75	10

Basis: 5.

die chromatische Tonleiter:

1 $^{21}/_{20}$ $^9/_8$ $^6/_5$ $^5/_4$ $^{27}/_{20}$ $^7/_5$ $^3/_2$ $^8/_5$ $^{27}/_{16}$ $^9/_5$ $^{15}/_8$ 2.

woraus sich die diatonische Tonleiter entsprechend den diatonischen

Intervallen	$^{21}/_{20}$	$^8/_7$	$^9/_8$	$^{10}/_9$	$^{16}/_{15}$	$^9/_8$	$^{10}/_9$	
	1	$^{21}/_{20}$	$^6/_5$	$^{27}/_{20}$	$^3/_1$	$^8/_5$	$^9/_5$	2
	I	2	3	IV	V	6	7	VIII ergibt.

4. Der Tonnomos des Siebeners ist eine sehr eigenthümliche Tonart; das Pythagoräische Komma fällt in der diatonischen Tonleiter dieses Nomos auf die Quinte VII : 5.

7 15 1 135 9 75 5 21 45 3 25 27 14

Basis: 7

sind die Aequivalentzahlen,

1 $^{15}/_{14}$ $^8/_7$ $^{135}/_{112}$ $^9/_7$ $^{75}/_{56}$ $^{10}/_7$ $^3/_2$ $^{45}/_{28}$ $^{12}/_7$ $^{25}/_{14}$ $^{27}/_{14}$ 2

die chromatische und

I	II	III	5	V	VI	VII	VIII
1	$^8/_7$	$^9/_7$	$^{10}/_7$	$^3/_2$	$^{12}/_7$	$^{27}/_{14}$	2
$^8/_7$	$^9/_8$	$^{10}/_9$	$^{21}/_{20}$	$^8/_7$	$^9/_8$	$^{28}/_{27}$	

die diatonische Tonleiter. Die Eigenthümlichkeit dieses Tonnomos äussert sich auch dadurch, dass das Intervall zwischen der VII. und VIII. ein eigenthümliches, nämlich $^{28}/_{27}$ ist. Uebrigens hat diese Tonart eigentlich die kleine Secund zur Prim und übergeht dann in den Nomos des dreifachen Fünfers.

B. Die zusammengesetzten Tonnomi.

1. Der Tonnomos des dreifachen Dreiers hat zur Basis $3 \times 3 = 9$, seine Aequivalentzahlen sind

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
9	75	5	21	45	3	20	27	7	15	1	135	18

Basis: 9,

die chromatische Tonleiter:

1 25/24 10/9 7/6 5/4 4/3 25/18 3/2 14/9 5/3 16/9 15/8 2

und die diatonische:

I	II	III	IV	V	VI	7	VIII
1	10/9	7/6	4/3	3/2	5/3	16/9	2

mit den Intervallen 10/9 21/20 8/7 9/8 10/9 16/15 9/8.

Das Charakteristikon des Pythagoräischen Komma befindet sich auf der Quinte V : $\overline{\text{II}}$.

2. Der Tonnomos des dreifachen Fünfers, B = 15:

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
15	1	135	9	75	5	21	45	3	25	27	7	30

Basis: 15,

1 16/15 9/8 6/5 5/4 4/3 7/5 3/2 8/5 5/3 9/5 28/15 2

1	2	3	IV	5	6	7	VIII
1	16/15	6/5	4/3	7/5	8/5	9/5	2

16/15 9/8 10/9 21/20 8/7 9/8 10/9

Das Pythagoräische Komma fällt hier auf die Quinte 7 : IV.

3. Der Tonnomos des dreifachen Siebeners:

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
21	45	3	25	27	7	15	1	135	9	75	5	42

Basis: 21

1 15/14 8/7 25/21 9/7 4/3 10/7 32/21 45/28 12/7 25/14 40/21 2

I	II	III	5	V	VI	VII	VIII
1	8/7	9/7	10/7	32/21	12/7	40/21	2

8/7 9/8 10/9 16/15 9/8 10/9 21/20

Das Charakteristische des Pythagoräischen Komma fällt hier auf die Quinte III : VII.

4. Der Tonnomos des dreifachen Neuners, B = 27; seine Aequivalentzahlen sind:

I	2	II	3	III	IV	5	V	6	VI	7	VII	VIII
27	7	15	1	135	9	75	5	21	45	3	25	54

Basis: 29,

1	$^{28}/_{27}$	$^{10}/_{9}$	$^{32}/_{27}$	$^{5}/_{4}$	$^{4}/_{3}$	$^{25}/_{18}$	$^{40}/_{27}$	$^{14}/_{9}$	$^{5}/_{3}$	$^{16}/_{9}$	$^{50}/_{27}$	2

ist die chromatische und

I		II		3		III		V		6		7		VIII
1		$^{10}/_{9}$		$^{32}/_{27}$		$^{4}/_{3}$		$^{40}/_{27}$		$^{14}/_{9}$		$^{16}/_{9}$		2
	$^{10}/_{9}$		$^{16}/_{15}$		$^{9}/_{8}$		$^{10}/_{9}$		$^{21}/_{20}$		$^{8}/_{7}$		$^{9}/_{8}$	

die diatonische Tonleiter, in welcher das Pythagoräische Komma auf der Quinte I : V liegt.

Betrachtet man den organischen Zusammenhang dieser Tonnomi untereinander mit der natürlichen Zahlenreihe und dem Pythagoräischen Komma, so kommt man unwillkürlich zu der Ueberzeugung, dass die bis jetzt im Gebrauche stehenden zwei Tonarten, die Dur- und Moll-Tonart, nicht natürlich sein können; worauf auch das Factum hinweist, dass mittels derselben eine unendliche Anzahl slavischer Melodien nicht genau wiedergegeben werden kann. Dies fühlt die musikalische Welt bereits zur Genüge; denn es fragen z. B. russische Tonkünstler, ob es denn nicht andere Tonarten als Dur und Moll gäbe. Sagt nicht Sorge, dass es noch schönere Accorde in der Harmonie gäbe, die nicht bekannt sind. Und Kuhač, der unermüdliche Sammler der südslavischen Volksmelodien, sagt: „Die Tamburaši — Tamburaspieler — haben solche Tonintervalle, Accorde und Modulationen, von denen die heutige Musikwelt gar nichts kennt, oder wenn sie solche kennt, sie originell, drastisch, genial nennt, ohne sie gründlich zu prüfen."

Allen diesen Mängeln ist durch die Tonnomi abgeholfen, denn sie enthalten alle diese originellen, drastischen und genialen Intervalle, Accorde und Modulationen.

Von der Wahrheit dieser Aussage kann sich ein jeder Musiker, dem die hier durchgeführte, auf Zahlen basirte Beweismethode nicht zusagen würde, sehr leicht überzeugen, wenn er sein Fortepiano mittels des weiter unten beschriebenen Monochordes stimmt und dann eine Volksmelodie, z. B. die in dieser Abhandlung angeführte, nach der Reihe aus den einzelnen Tonnomi's spielt. Er wird es recht bald herausfinden, welchem Tonnomos die Melodie entspricht, sich sogleich überzeugen, dass die Melodie, im richtigen Nomos gespielt, an Kraft,

Wirkung und Geist auffallend gewinnt und sich, falls er die Melodie aus dem Munde des Volkes kennt, über die präcise und genaue Wiedergabe derselben wundern.

Und doch sollte es uns eigentlich gar nicht Wunder nehmen, dass jede Melodie genau wiedergegeben werden kann, wenn wir bedenken, dass wir in den 7 Tonnomi's für eine jede Tonstufe nicht wie bis jetzt zu je ein, sondern mehrere Intervalle haben. So haben wir bei der Benutzung der Tonnomi 5 verschiedene Secundenintervalle $^9/_8$, $^{21}/_{20}$, $^8/_7$, $^{10}/_9$, $^{16}/_{15}$, 2 grosse $^5/_4$ und $^9/_7$ und 3 kleine Terzenintervalle $^6/_5$, $^7/_6$ und $^{32}/_{27}$ u. s. w.

Um die Vergleichung der Tonnomi nach den bisherigen Begriffen zu erleichtern, will ich sie nach der kleinen (3) und grossen (III) Terz, nach der kleinen (5) und grossen (V) Quint, nach der kleinen und grossen Sext (6 und VI), sowie nach der durch das Pythagoräische Komma gekennzeichneten Quint gruppiren:

Der Tonnomos

des	2	hat eine	III $^5/_4$;	V $^3/_2$;	VI $^{27}/_{16}$;	Pyth. Komm.	VI : $\overline{\text{III}}$
„	3	„ „	III $^5/_4$;	V $^3/_2$;	VI $^5/_3$;	„ „	II : VI
„	3×7	„ „	III $^9/_7$;	V $^{32}/_{21}$;	VI $^{12}/_7$;	„ „	III : VII
„	5	„ „	3 $^6/_5$;	V $^3/_2$;	6 $^8/_5$;	„ „	IV : VIII
„	3×3	„ „	3 $^7/_6$;	V $^3/_2$;	VI $^5/_3$;	„ „	V : $\overline{\text{II}}$
„	3×5	„ „	3 $^6/_5$;	5 $^7/_8$;	6 $^8/_5$;	„ „	7 : IV
„	3×9	„ „	3 $^{32}/_{27}$;	V $^{40}/_{27}$;	6 $^{14}/_9$;	„ „	1 : V

Nehmen wir im Allgemeinen nach den bisherigen Begriffen nur auf die kleine Terz Rücksicht, so sehen wir, dass wir in den Tonnomi drei Dur- und vier Moll-Tonarten haben, von denen eine jede ihren eigenen, genau fixirten Charakter besitzt.

Es ist natürlich, dass eine jede dieser Tonarten, weil die Octave im Ganzen 12 Töne besitzt, auch 12 verschiedene Scalen haben kann, von denen einige abermals eine eigene Modulation besitzen, andere aber auf die Tonnomi zurückrollen.

Und nun will ich, um jedem Tonkünstler auch Gelegenheit zu geben, sich von der Richtigkeit des Gesagten, sowie von der Reinheit der nach der eben entwickelten, natürlichen Tonleiter gestimmten Tonintervalle auf einem jeden Fortepiano praktisch zu überzeugen, eine kurze Beschreibung des zu diesem Zwecke nothwendigen Monochordes geben, sowie dessen Handhabung beschreiben.

Ein Resonanzkasten von ca. 1,1 m Länge, 6—8 cm hoch und eben so breit (oder in Ermangelung dessen auch eine eben so lange, 4—6 cm dicke und 4—5 cm breite Latte von hartem Holze), auf dem eine Metallsaite, genau von der Länge 1 m gespannt, schwingen kann, stellt das einfache Instrument dar[1]). Die obere Fläche, über welche sich ein Steg bewegt, ist mit weissem Papier beklebt, worauf die Saitenlängen verzeichnet sind. Damit der Steg beim Verschieben die Saite nicht auf die Seite spannen und so den Ton ändern könne, ist es gut, wenn er auf einer zweiten, sehr dicken und stark gespannten Saite auf und ab geschoben werden kann. Der Steg selbst darf die Saite nicht spannen; seine untere scharfe Metallkante hat eine kleine Vertiefung, in welcher die Saite läuft, von oben aber eine federnde Schneide, welche die Saite scheerenartig festhält und so ein vollkommenes Schwingen des betreffenden Saitentheiles ermöglicht; der zweite Theil der Saite wird mit einem Flanell-Läppchen gedämpft.

Vor Allem müssen wir am Monochorde die chromatische Tonleiter aller Tonnomi fixiren. Zu diesem Zwecke verwandeln wir die reciproken Werthe der Schwingungszahlen in Decimalbrüche. Da die ganze Saite 1 m = 1000 mm beträgt, so werden die drei ersten Decimalstellen die entsprechenden Saitenlängen in Millimetern bedeuten. Um nun z. B. den Nomos des Zweiers am Monochorde zu fixiren, wird die ganze Saite die Prim; $^{128}/_{135}$ derselben = 948 mm die kleine Secund; $^{8}/_{9}$ = 888,8 mm die II; $^{64}/_{75}$ = 853,3 mm die 3; $^{4}/_{5}$ = 800 mm die III; $^{16}/_{21}$ = 761,9 mm die IV; $^{32}/_{45}$ = 711,1 mm die 5; $^{2}/_{3}$ = 666,6 die V; $^{16}/_{25}$ = 640 mm die 6; $^{16}/_{27}$ = 592,4 mm die VI; $^{4}/_{7}$ = 571,4 mm die 7; $^{8}/_{15}$ = 533,3 mm die VII und $^{1}/_{2}$ der Saite die Octave geben. Damit die Töne auch die entsprechende Höhe haben, wird zuerst die VI = a nach einer Stimmgabel auf 440 Schwingungen gestimmt, und nun ist das Monochord fertig zur Uebertragung der natürlichen Tonleiter auf das Fortepiano. Es werden nämlich einfach die Töne der mittleren Octave am Fortepiano mit den Tönen des Monochordes unisono gestimmt. Ist die mittlere Octave mit dem Monochorde rein gestimmt, so schreitet man von diesen Tönen nach oben und unten in reinen Octaven vorwärts, bis das ganze Fortepiano gestimmt ist. Aus diesem folgt, dass ein jeder, der genau unisono und die Octav stimmen kann,

1) Ich construirte auch ein Monochord, auf welchem mittels verstellbarer Tastatur nicht nur die Tonnomi und ihre Tonleitern, sondern auch einfache Melodien durch Anschlagen auf die entsprechend verkürzte Saite wiedergegeben werden können.

mittels des beschriebenen Monochordes leicht ein Pianoforte in die reinste Stimmung zu bringen im Stande ist.

Niemand ist ein grösserer Feind einer mathematischen Theorie, als der Musiker selbst, und doch lässt sich nicht leicht die Ueberraschung eines Musikers beschreiben, wenn er eine Volksmelodie, welche am temperirten Fortepiano nicht wiedergegeben werden kann, an einem nach der natürlichen Tonleiter gestimmten Fortepiano in dem entsprechenden Tonnomos spielt; er hört keine „Wölfe“ mehr und wundert sich über die reinen Accorde.

Auf gleiche Art kann man den Dreier-, Fünfer- etc. Nomos am Monochorde fixiren und dann auf das Fortepiano übertragen; doch enthält das nach dem einen Nomos gestimmte Fortepiano bereits alle anderen Tonnomi.

Ein nach dem Tonnomos des Zweiers von *c* aus gestimmtes Fortepiano gibt, wenn man von *g* aus die Leiter *g, a, h, c, d, e, f,* $\bar{g}$ nimmt, die diatonische Tonleiter des Dreiernomos; wird *e* zur Tonika, so stellen uns die Töne *e, f, g, a, h, c, d,* $\bar{e}$ die diatonische Tonleiter des Fünfernomos vor; *d, e, f, g, a, h, c,* $\bar{d}$ geben den Nomos des dreifachen Dreiers; *h, c, d, e, f, g, a,* $\bar{h}$ den des dreifachen Fünfers; *f, g, a, h, c, d, e,* $\bar{f}$ den des dreifachen Siebeners, und *a, h, c, d, e, f, g,* $\bar{a}$ den des dreifachen Neuners. Auf dieselbe Art kann man das Fortepiano von *c* aus nach dem Dreier oder welchem immer anderen Nomos stimmen.

Auf einem temperirten Fortepiano kann man eine Melodie wohl aus allen Scalen, da aber alle Töne temperirt sind, nie vollkommen rein spielen. Auf einem Fortepiano, das nach der natürlichen Tonleiter gestimmt ist, kann man die Melodie zwar nur in einem ihr entsprechenden Tonnomos, jedoch *ganz rein*, mit allen ihr eigenthümlichen Modalitäten spielen.

Dieser Umstand wird vielen Musikern, denen infolge der Temperatur die Reinheit und Vielfältigkeit der Accorde nicht mehr am Herzen liegt, und die sich mit den „Wölfen“ bereits befreundet haben, als ein Mangel dieses neuen Systems erscheinen; doch gibt es den Fortepianobauern eine Gelegenheit, ihre Kunst weiter auszubilden und solche Fortepianos zu construiren, wo das Erhöhen oder Erniedrigen aller Töne zugleich, ohne Aenderung ihrer Tonverhältnisse oder die Bewegung der Claviatur, nach den einzelnen Tonnomi hin möglich wäre, überhaupt Fortepianos zu bauen, welche

der natürlichen Tonleiter, sowie den Anforderungen der Musiker entsprechen.

Dass diese 7 Tonnomi, im Vergleich zu den bisherigen zweien, für die Tonkünstler, besonders aber für die slavischen, ein grosses Spielfeld bieten, ist selbstverständlich. Denn nur mit Benutzung der natürlichen Tonleiter und der aus ihr entsprungenen Tonnomi wird es möglich, die wunderschönen slavischen Volkslieder genau zu fixiren. Und wir brauchen demnach nicht mehr zu fürchten, dass auch diese Melodien so spurlos verschwinden werden, wie die von allen Classikern so hoch gepriesenen griechischen Melodien verschwunden sind.

Berichtigung.

Im 11. Hefte sind nachträglich die folgenden Druckfehler gefunden worden:

Seite 642 Zeile 12 v. o. lies: Constanterhaltung statt Contacterhaltung

„ 647 Ueberschrift der Tabellen lies: Dauer des Stromschlusses statt Datum des Stromschlusses

„ 652 Zeile 7 v. o. lies: Gliedern statt Cylindern

„ 652 „ 12 v. o. lies: Gabel statt Hebel

Register.

Die Zahlenangaben bedeuten Seitenzahlen.

Bezugsquellen-Liste.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Heller, F., Mechan. Werkstätte, Nürnberg.	Physik. Apparate für Vorlesungszwecke.
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4.	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen.
Miller, F., Univ.-Mechaniker, Innsbruck.	Physikalische u. mathemat. Instrumente.
Schuckert, Sigmund, Nürnberg.	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Weisser, J. G., Söhne, St. Georgen (bad. Schwarzwald).	Drehbänke für physikal. Laboratorien.
Wesselhöft, M., Halle a. S.	Physikalische Vorlesungsapparate, speciell elektrische und akustische.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE UND ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

D[R] PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KÖNIGL. KRIEGS-AKADEMIE IN MÜNCHEN.

ACHTZEHNTER BAND.

ATLAS.

(MIT TAFEL I—V.)

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1882.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Verzeichnis der Figurentafeln.

Edelmann, Bestimmung der erdmagnetischen Jnclination mittels des Weber'schen Erd-Jnductors.

